VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

ZESDE DEEL.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1872.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling **NATUURKUNDE.**

TWEEDE REEKS.

ZESDE DEEL.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1872.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER-KRÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

ZESDE DEEL,

TWEEDE REEKS.

VERSLAGEN.

MEDEDEELINGEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

Zesde Deel. — Eerste Stuk.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1871.

DE PROJECTIE DER GEZICHTSVERSCHIJNSELEN

NAAR DE RICHTINGSLIJNEN,

DOOR

F. C. DONDERS.

In mijne bijdrage tot *het binoculaire zien en de voorstelling der derde dimensie* *) werd, onder zeker voorbehoud, de projectie-theorie naar de richtinglijnen tegen EWALD HERING in bescherming genomen.

Ik sprak daar de onderstelling uit, dat HERING's bestrijding der genoemde theorie hoofdzakelijk dááraan was toe te schrijven, dat hem het vermogen ontbreekt, uit de convergentie der gezichtslijnen over den afstand van het gefixeerde punt te oordeelen. Aan dit geheel individuëel gemis meende ik het te mogen wijten, dat HERING, in plaats van zich te bepalen tot zekere „Einschränkung der Theorie," elders in het voorbijgaan door hem aangeroerd †), eene algeheele reformatie in de leer der richting van het zien had noodig geacht.

HERING §) is tegen die onderstelling opgetreden. Hij beweert zeer bepaald „die Befähigung zur Beurtheilung der Entfernung „aus der Convergenz *in demselben Grade*, *wie jeder Andere*"

*) *Archief voor natuur en geneeskunde*. D. II. 1865.

†) *Beiträge zur Physiologie*. 2tes Heft. *Von den identischen Netzhautstellen*. Leipzig 1862. p. 142.

§) *Archiv f. Ophthalmologie*, *herausgegeben* VON ARLT, DONDERS und VON GRAEFE. B. XIV. I Abth. S. 1. — 1869.

te bezitten; en tot staving hiervan haalt hij een plaats aan uit het tweede stuk zijner *Beiträge* *), die inderdaad bewijst, dat, bij stereoscopische proeven met bewegelijke beelden, de *verandering* van convergentie invloed heeft op zijne voorstelling van afstand. Het zij verre van mij, daaraan te twijfelen. Maar volgt daaruit, dat HERING even goed in staat zou zijn als ieder ander, om uit de convergentie — ik bedoel niet uit verandering der convergentie, maar uit de *absolute* — over afstand te oordeelen? — Bovendien, in het eerste stuk zijner bijdragen, waarin de projectie-theorie reeds voor die der „identische Sehrichtungen" zwichten moest, zoekt men te vergeefs naar eenig bewijs, dat de schrijver zich dit zijn vermogen, zoover het dan aanwezig zij, bewust was. Van het tegendeel vinden wij er bewijzen te over. Zoo verklaart HERING in § 12, dat twee gelijke vlekken, eenige centimeters van elkander gelegen, met of zonder overkruising der gezichtslijnen in beide oogen tot vereeniging gebracht, zich in beide gevallen op denzelfden afstand vertoonen, en wel op gelijken afstand, alsof men een en dezelfde vlek met beide oogen fixeerde. En mocht men, zoo gaat de schrijvoort, de bij overkruising geziene vlek nog „etwas heranziehen" kunnen, — van twee op een tafel liggende gelijke geldstukken blijft het afwisselend met en zonder overkruising vereenigde beeld onveranderd op den afstand, waarop men met beide oogen een en hetzelfde geldstuk ziet.

Nu ken ik weinig proeven, die zoo overtuigend leeren als deze, dat de bewuste aanstoot tot convergentie de voorstelling van den afstand beheerscht. Herhaalt men de proef eenige malen snel achter elkander, daarbij het gewone zien met het fixeeren bij gekruiste gezichtslijnen afwisselende, zonder tijdens de verandering van convergentie op de voorwerpen bijzonder acht te slaan, dan is het alsof bij iedere convergentie de twee geldstukken van de tafel opspringen en in de lucht zich tot een kleiner vereenigen, om dan bij den overgang tot het gewone zien weer als twee grootere geldstukken op de tafel terug te vallen. Ook bij het onder verminderde convergentie samenbrengen der stukken tot een

---

*) S. 140.

beeld, behoeft men de tafel maar weg te denken, om schijnbaar een grooter geldstuk op grooteren afstand te zien. En blijft dit alles voor HERING verborgen, had ik dan geen recht aan te nemen, dat bij het oordeel over afstand de convergentie hem in den steek laat? In overeenstemming hiermede is dan ook zijn besluit *): „Die Entfernung, in welcher die „Bilder auf der Medianlinie erscheinen, d. h. ihre Sehferne, „ist nicht vom Durchschnittspunkte der Gesichtslinien bedingt, „sonder resultirt aus anderweiten Ursachen."

Anderen hebben uit HERING's geschriften hetzelfde gelezen. „Bei Hernn HERING" zegt HELMHOLTZ †) „scheint die Beurtheilung der Enfernung nach der Convergenz der Gesichtsliniën besonders unvollkommen zu sein, da er sie nach seinen „eigenen Beobachtungen ganz zu läugnen geneigt ist."

Ik sta dus niet alleen met mijn oordeel. Trouwens HERING §) zelf, wanneer hij zegt: „*Was mich selbst betrifft*, so tritt der Einfluss der „Augenbewegung hinter der überwiegenden Macht der im Netz„hautbilde selbst gelegenen Momente völlig zurück", schijnt aan zijn „*in demselben Grade wie jeder Andere*" getwijfeld te hebben.

In zijn repliek op mijn bedenkingen schrijft HERING de onjuiste oppreciatie zijner zienswijze in de eerste plaats daaraan toe, dat hij het bestaan van het spiergevoel, „die Existenz der Muskelgefühle", had geloochend. Indien er van zulk een misverstand kan sprake zijn, ik mag aannemen, dat HERING het althans niet van toepassing maakt op mij, die wel het eerst **), vroeger althans dan VON GRAEFE en NAGEL, de valsche localisatie bij paraese der spieren herkend en uit het juiste gezichtspunt verklaard heb. Trouwens, reeds de onderzoekingen van VOLKMANN ††) van 1839 hadden beslissend genoeg aangetoond, dat niet het spiergevoel, maar alléén de impulsie tot beweging onze voorstelling bepaalt.

---

*) *Archiv f. Anatomie und Physiologie* von REICHERT und DU BOIS-REYMOND. 1864 S. 27.

†) Handbuch der physiologischen Optik. S. 657.

§) l. c. 2tes Heft. S. 140.

**) Nederlandsch Lancet. Verlamming van den n. ocula-motorius. 1850. D. VI. bl. 427.

††) MUELLERS Archiv. 1839.

Ik heb het van groot gewicht geacht, duidelijk te doen uitkomen, dat HERING, toen hij de projectie-theorie verwierp, om er een andere voor in de plaats te stellen, in den waan verkeerde, dat voor de beoordeeling van den afstand van het gefixeerde de aanstoot tot convergentie van zeer ondergeschikte beteekenis is. Want hierin ligt de *cardo quaestionis.* Wie, bij eene juiste schatting van alle andere oogbewegingen, geen voorstelling erlangt van het innerveeren zijner convergentie, hij zal zich moeten vergenoegen met de gezichtsrichting op de halveeringslijn der convergentie aan te wijzen, zonder bepaling van afstand, en hieruit nu verder geleidelijk de theorie van HERING zich zien ontwikkelen. Maar wie, krachtens den aanstoot tot convergentie, het gefixeerde voorwerp in het kruispunt der richtingslijnen weet te plaatsen, hem zal het niet ontgaan, dat deze voor het directe zien zoo gewichtige uitkomst ook bij het indirecte zien de voorstelling beheerscht, en hij zal hiermede den grondslag gevonden hebben, waarop hij zijn theorie te bouwen heeft.

HERING koestert de hoop, dat ik mij tot zijne leer nog zal bekeeren *), en wel op grond, dat vele voortreffelijke waarnemers haar als „thatsächlich zutreffend" hebben erkend. De *juistheid* van HERING's leer heb ik niet bestreden: in zooverre was zijn hoop dus reeds vervuld, vóór ze nog was uitgesproken. Het is een feit, dat wij met elk onzer beide oogen afzonderlijk in een richting zien, als hadden wij slechts één

---

*) „Die Hoffnung, dass er (DONDERS) hier seine Meinung ebenso ändern wird, „wie in Betreff der Tiefenwahrnehmung," — zoo drukt de schrijver zich uit, als wilde hij te kennen geven, dat men aan de gemaakte bedenkingen, bij zoo wankelbare overtuiging als de mijne, niet veel waarde heeft te hechten. Het karakter van HERING is mij een waarborg, dat zoodanige insinuatie niet in zijn bedoeling lag. Maar tegen het argument zelf moet ik nog meer beslissend opkomen dan tegen de argumentatie. Men doet aan de waarheid te kort, wanneer men zegt, dat ik ten aanzien der beoordeeling van de derde dimensie van meening veranderd ben. Ik heb gedwaald en mijne dwaling erkend. Maar waarin heb ik gedwaald? Slechts dáárin, dat ik van de beslissende proef, door mij zelven genomen, een andere uitkomst had verwacht als zij opleverde. De verdienste, van door niet beslissende proeven overtuigd te zijn geworden, laat ik gaarne aan anderen over.

mediaan cyclopenoog *). HELMHOLTZ ook, een dergenen, die door HERING van hunne dwaling zouden zijn overtuigd geworden, noemt dit „*einen richtigen Ausdruck der Thatsachen.*" Maar veelbeteekenend laat hij er op volgen: „wenn ich es auch nicht, wie der „genannte Beobachter (Herr HERING) als ursprüngliches Fundament „fur die Erklärung der Gesichtserscheinungen benutzen möchte." Inderdaad zondigt HERING's theorie niet door hetgeen zij affirmeert, maar door hetgeen zij ignoreert. Ze is niet onwaar, ze is slechts onvolmaakt. Maar door dat onvolmaakte gaat het hoogste verloren, waarnaar wij streven, het inzicht in den grond en in het genetisch verband der verschijnselen. HERING geeft ons, zooals hij zelf zegt, lijnen, die de richtingen van het binoculaire zien „mathematisch versinnlichen." Maar wij verlangen meer. Wij willen begrijpen, langs welken weg onze voorstellingen zich vormen. En wanneer nu de ervaring leert, dat wij bij het binoculaire zien gelijktijdig over richting en afstand oordeelen en in den bewusten aanstoot tot beweging voor beide een gelijksoortigen grondslag vinden, dan geven wij een zoo bevredigend resultaat niet gaarne prijs voor eene theorie, die, wel beschouwd, toch slechts een abstracte formule is voor verschijnselen, wier eigenlijken grond zij veeleer verbergt dan openbaart.

Zoo scheen het mij dan belangrijk genoeg, de zoogenaamde projectie-theorie te verdedigen, wanneer ook niet volkomen die, waartegen HERING bij voorkeur zijn aanval richtte. Ik ben,

---

*) Hiermede zij niet gezegd, dat deze stelling onvoorwaardelijk geldig is. Wanneer, bij op een verwijderd punt gerichte gezichtslijnen, van ter zijde een smal voorwerp voor het eene, bijv. voor het rechter oog geschoven wordt, dan plaats ik het voor het rechter oog en bereik het daar met de hand. Met moeite gelukt het mij van mijne bij 't voorschuiven verkregen kennis te abstraheeren, en het te zien, alsof het midden voor mij lag. HELMHOLTZ (l. c. S. 612) verborg zijne armen achter een blad papier en bracht den vinger er boven uit, om op een verwijderd voorwerp als het ware te wijzen. Hij wees nu meestal zoo, dat, wanneer nu ook het andere oog geopend werd, het voorwerp tusschen de dubbelbeelden van den vinger stond, — dus in overeenstemming met de bedoelde stelling. Maar — zegt hij — „wenn ich meine Aufmerksamheit auf den Umstand concentrire, dass ich nur mit dem rechten Auge sehe und lebhaft an den Ort des rechten Auges im Kopfe denke und dann den Finger (van achter het papier) vorschiebe, um das fixirte Object zu verdecken, so schiebe ich ihn wirklich in der richtigen Richtung vor."

namelijk, ook stellig voorstander van de leer der correspondeerende punten, die HERING met de projectie-theorie onvereenigbaar schijnt te achten. In mijne studiën over oogbewegingen *) heb ik de projectie-leer reeds in dat verband doen optreden. Er was twijfel geopperd omtrent het recht, om uit de richting der nabeelden tot die der meridianen te besluiten. Die twijfel berustte kennelijk op een confuse voorstelling van de grondslagen der projectie. Op den voorgrond nu stelde ik, dat men te onderscheiden had tusschen de projectie van het gezichtsveld, in zijn geheel, en die der afzonderlijke punten, in betrekking tot elkander. De eerste, die door 't directe zien is vertegenwoordigd, maakte ik afhankelijk van den bewusten aanstoot tot beweging, de tweede van de betrekkelijke ligging der getroffen netvliespunten. In mijn kort begrip der refractie-anomaliën †) werd, bij het onderzoek van de wijziging der projectie onder abnormale toestanden, aan deze essentiëele onderscheiding streng vastgehouden. Van dit standpunt nu is het niet moeielijk, de correspondeerende punten met de projectie naar de gezichtslijnen te verzoenen. Ik wil trachten, hier daarvan een proeve te leveren. Door een zelfstandige bewerking kan het veld der polemiek vermeden worden, waarop ik mij niet gaarne beweeg en vooral niet gaarne mannen ontmoet, zoo hoog door mij gewaardeerd als de schrandere EWALD HERING. In die bewerking zullen dan de voornaamste proeven, tegen de projectie-theorie aangevoerd, van zelf hare plaats vinden en óf met die leer worden in verband gebracht, óf als optische illusiën, onder abnormale voorwaarden van zien, verklaard worden. Ik zal trachten door eenvoudigheid duidelijk te zijn voor een ieder.

Om alle misverstand te voorkomen, zij hier al aanstonds gezegd, dat de projectie naar buiten door mij niet als een werking wordt opgevat, die rechtstreeks van het netvlies zou uitgaan. Reeds in 1846 §) heb ik tegen dergelijke beschou-

---

*) Holländische Beiträge zu den anatomischen uud physiologischen Wissenschaften. 1847.

†) POGGENDORFF's *Annalen* en *Archiv für die Holländische Beiträge zur Natun und Heilkunde.* B. III. S. 356 u. f.

§) Zie mijne bewerking van RUETE's leerboek der Ophthalmologie. 1846. bl. 73.

wing gewaarschuwd, met het oog op de theorie, die de richting van projectie afleidt van de richting, waarin de lichtstralen het netvlies doordringen, eene theorie, die destijds nog bij een physioloog van naam weerklank gevonden had. Ik merkte op, dat bij volkomen verlamming van het netvlies ook de subjectieve beelden in een bepaalde richting worden geprojicieërd, die de blinden ons met den vinger aanwijzen. En is in 't algemeen bewezen, dat onze voorstellingen haren naasten grond en hare zitplaats hebben in de hersenen, dan is daaronder ook de voorstelling begrepen der richting, waarin wij zien. Maar terwijl de werking van het centraalorgaan, waarop die voorstelling berust, bepaald wordt door een werking van het netvlies, die daarop in zekeren zin haren stempel zet, zoo kunnen de van de hersenwerking uitgaande projecties ook zeer wel beantwoorden aan de richtingslijnen van het netvlies. Dat zij daaraan zelfs noodzakelijk moeten beantwoorden, leert eene nadere analyse der voorwaarden, waaronder onze voorstellingen zich vormen en wijzigen.

Overigens, het zij hier ook reeds vermeld, moet de uitdrukking: *projectie naar de richtingslijnen* cum grano salis worden opgevat. Het schijnbare gezichtsveld beantwoordt, namelijk, niet volkomen aan het geometrische, en ook het schijnbare blikveld is met het geometrische niet in volmaakte overeenstemming. In den loop van mijn betoog zal, zooveel noodig, daarop nog gewezen worden. Hier zij het voldoende op te merken, dat alleen nabij de grenzen van 't gezichtsveld de bedoelde afwijkingen zeer merkbaar worden en — bovendien in geen betrekking staan tot de bezwaren, door HERING tegen de projectietheorie in het midden gebracht.

Ik begin met het *directe zien.*

1. *Een nabijgelegen binoculair gefixeerd voorwerp wordt gezien ter plaatse, waar het zich werkelijk bevindt: wij hebben een juiste voorstelling van zijn ligging, in betrekking tot ons zelven, dat is, in betrekking tot de plaats, door ons lichaam ingenomen.*

Van de juistheid dezer stelling overtuigen wij ons ieder

oogenblik. Zonder overleg grijpen wij naar elk voorwerp in onze nabijheid en bereiken het met de hand. Met den vingertop zelfs weten wij het bedoelde punt te treffen. Onnoodig is het, de beweging der hand daarbij met de oogen te volgen: na het voorwerp even gezien te hebben, kunnen wij de oogen sluiten, zonder gevaar van mis te tasten.

Deze proef alléén is voldoende, om te bewijzen, dat én de ligging, in betrekking tot ons zelven, én de plaats, waarheen een willekeurige impulsie onze handen voert, inzoover in het verband tusschen deze beiden juiste schatting van ieder afzonderlijk ligt opgesloten, ons naar waarheid voor den geest staat. Zelfs buiten het bereik onzer handen oordeelen wij met zooveel juistheid over richting en afstand en weten den aanstoot tot beweging daaraan zoo te doen beantwoorden, dat wij met een geworpen bal het bedoelde voorwerp treffen, of zelfs springende met den voet de bedoelde plek bereiken.

Wij constateeren hier, dat alvast bij beweging onzer ledematen het effect eener willekeurige impulsie juist wordt bestemd en vooruitgezien.

2. *Op de plaats, waar het gefixeerde punt zich werkelijk bevindt, kruisen zich de gezichtslijnen.*

Het gefixeerde punt vormt, zooals de oogspiegel mij onmiddellijk leerde, zijn beeld in ieder der foveae centrales. De lijn, die van de foveae centrales naar het gefixeerde punt gaat, is de gezichtslijn van het respectieve oog, de richtingslijn van het direct geziene punt.

In het gefixeerde punt kruisen zich ook de bliklijnen, die zich door de draaipunten der beide oogen naar dat punt uitstrekken. Wegens het verband dier bliklijnen tot de beweging, die hare overkruising in een bepaald punt voortbrengt, zou het nauwkeuriger kunnen schijnen, de projectie naar de kruising der bliklijnen en niet naar die der richtingslijnen te bepalen. In betrekking tot het indirecte zien kan echter alleen sprake zijn van richtingslijnen. Daarom passen wij dit begrip ook toe op het directe zien, waarvoor de gezichtslijnen de richtingslijnen zijn.

3. *Onze voorstelling plaatst dus het gefixeerde punt in het kruispunt der richtingslijnen.*

Deze stelling volgt uit de beide vorige. De syllogismus is daze. Wij zien het gefixeerde punt op zijn plaats; op die plaats kruisen zich de gezichtslijnen: wij zien het dus in het kruispunt des gezichtslijnen.

4. *Onze voorstelling der ligging van het gefixeerde punt berust op het bewustzijn der bewegings-innervatie, die de richtingslijnen daar tot overkruising bracht.*

Die innervatie betreft niet slechts de bewegingen van het oog, maar bovendien die van het hoofd en van het lichaam in het algemeen. Wanneer wij de oogen naar de eene zijde richten, dan wordt ook het hoofd en zelfs de tronk onwillekeurig naar dezelfde zijde gekeerd. Van de som dier bewegingen nu staat het effect ons naar waarheid voor den geest. Dat het verband tusschen die bewegingen organisch is, blijkt uit de proeven van ADAMÜK *), die bij prikkeling van een der heuvels van de corpora quadrigemina, bij honden, de beide oogen zich naar de tegengestelde zijde zag draaien, en bij sterker prikkeling *ook den kop* naar dezelfde zijde. Maar dit verband sluit geenszins vrije zelfstandige bewegingen uit. Zij kunnen elkander daarbij zelfs compenseeren. Merkwaardig zijn de snelheid en de zekerheid, waarmede dit geschiedt. Onder het draaien van het hoofd heen en weer om de verticale as, zelfs met aanzienlijke snelheid, zijn wij in staat, een gegeven punt blijvend te fixeeren, en dat de impulsie voor de hierbij vereischte oogbewegingen tegen die tot draaiing van het hoofd volkomen opweegt, volgt daaruit, dat wij het gefixeerde punt in rust zien.

Opmerkelijk is het, met hoeveel juistheid wij een bepaalden stand telkens op nieuw weten aan te nemen. Proefondervindelijk kan men zich daarvan overtuigen met behulp van een kleinen en daarbij zeer lichten toestel, dien men in de te voren gemaakte moule onbewegelijk tusschen de tanden geklemd houdt. Hij bestaat uit een dun onbuigzaam plankje, dat twee slingers (lange draden met een in water hangend gewicht) en een magneetnaald draagt. Van de slingers, die zich voor graadbogen bewegen, wijst de eene de zijdelingsche overhelling van het me-

---

*) *Onderzoekingen, gedaan in het physiologisch laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool.* Tweede reeks. III. p. 141. Utrecht 1870.

diaanvlak (draaiing om de sagittale as), de andere de beweging in het mediaanvlak (draaiing om de transversale as) aan, terwijl de magneetnaald iedere draaiing om de verticale as constateert. Plaatst men zich nu tegenover een verticalen wand, met het doel om bij loodrchten stand van het hoofd het mediaanvlak ook loodrecht op den wand te richten, dan neemt men na iedere vrije lichaamsbeweging telkens op nieuw met groote nauwkeurigheid denzelfden stand aan. In vijf reeksen ieder van 10 tot 28 proeven, door Dr. ERNST PFLÜGER uit Bern alhier op mijn verzoek genomen, werd gemiddeld minder dan één graad afwijking van den middenstand gevonden:

a. voor draaiing om de verticale as,

b. voor zijdelingsche overhelling van het mediaanvlak;

c. voor draaiing in het mediaanvlak

	I.	II.	III.	IV.	V.
a.	0.7	0.72	0,82	0.69	0.87
b.	1.3	0.47	0.94	0.85	0.66
c.	0.8	0.78.			

De reeksen IV en V werden bij gesloten oogen genomen. Opmerkelijk is het, dat zij geene grootere afwijking vertoonen dan de andere. *)

Zoo hebben wij, naar HERING's uitdrukking, uit het bewustzijn der bewegingsinnervatie een beeld van ons lichaam in onze voorstelling, in betrekking waartoe de innervatie der oogspieren aan het waargenomene zijne plaats aanwijst.

Dat niet het spiergevoel, maar de willekeurige bewegingsinnervatie ons de aanwijzing geeft, werd reeds door de boven aangehaalde proeven van VOLKMANN in het licht gesteld, en is uit de valsche localisatie (naar de impulsie) bij paraese van sommige oogspieren nader gebleken.

5. *Wij onderscheiden*, *met* HERING, *eene innervatie voor het*

---

*) De toestel is tevens bestemd, om, bij open en bij gesloten oogen, zoowel in normalen als in abnormalen toestand, de uitgebreidheid te bepalen der lichaamsschommelingen, terwijl men zich zoo onbewegelijk houdt als mogelijk is. Wellicht zal deze methode tot vroegtijdige herkenning van ruggemergsziekten kunnen dienstig zijn Ik hoop hierover nadere waarnemingen en onderzoekingen mede te deelen.

richten van het dubbeloog, d. i. gelijkelijk van beide oogen, naar boven, naar beneden, links en rechts, voorts die voor adductie en abductie. De vier eerste vereenigen wij onder den naam van richtings-innervatie, de beide laatste onder dien van afstands-innervatie.

Op zich zelve reeds aannemelijk, is HERING's leer der bewegingen van het dubbeloog door ADAMÜK's *) proeven in beginsel voor goed gevestigd. ADAMÜK toonde aan, dat, alvast bij den hond en de kat, de beide oogen een gemeenschappelijke innervatie hebben, uitgaande van de voorste tubera der corpora quadrigemina. De rechter heuvel beheerscht de bewegingen der beide oogen naar de linker zijde, de linker die der beide oogen naar de rechter zijde. Door prikkeling van verschillende punten van iederen heuvel kan men alle richtingen van beweging te voorschijn roepen; maar altijd bewegen de beide oogen zich gelijktijdig en in een bepaald verband tot elkander. Sterke convergentie wordt verkregen door prikkeling van het achterste gedeelte, hetzij van den rechter, hetzij van den linker heuvel, en wel met benedenwaarts gerichte gezichtslijnen en vernauwing der pupil.

Een enkele impulsie van den wil kan dus geacht worden, iederen bewegingsvorm van het dubbeloog te beheerschen.

Met HERING moge men nu verder de zes genoemde vormen onderscheiden, al laat zich de juistheid van dit schema niet streng bewijzen. Het spreekt van zelf, dat er geen reden bestaat, om iederen vorm aan één bepaalde spier te verbinden. Dit moge gelden voor de bewegingen naar de rechter of linker zijde, maar even goed kan een enkelvoudige innervatie zich over meer spieren op ieder oog en zelfs nog verder uitstrekken. Welke vormen men overigens onderscheide, zal toch schier iedere beweging uit een dubbele richtings-innervatie en uit een afstands-innervatie, hetzij van adductie hetzij van abductie, bestaan. Zooals van vele samengestelde bewegingsvormen, worden wij ons van de daartoe strekkende wilsimpulsie als van een geheel be-

---

*) Onderzoekingen, gedaan in het *Physiol. Laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool*, 2de Serie, D. III, 1870, bl. 140.

wust. Maar haar elementen beheerschen toch onze vooorstelling. Blijkbaar geldt dit voor de richtings-innervatie. Het voor den afstands-innervatie te willen loochenen, schijnt à priori bijna even ongerijmd, als de contractie der schuinsche oogspieren voor onwillekeurig, die der rechte alleen voor willekeurig te verklaren, waartoe men zich, ten gevalle eener geliefkoosde theorie, eenmaal liet verleiden.

6. *Met groote nauwkeurigheid schatten wij de richtings-innervatie.*

Dit blijkt, wanneer wij, bij gesloten oogen, met den vinger op een verwijderd voorwerp wijzen, dat wij te voren hebben aanschouwd. Bij het openen der oogen staan de dubbelbeelden van den vinger (ook wanneer wij het voorwerp te voren slechts met één oog aanschouwden) dan gewoonlijk aan weerszijden van het voorwerp. Slechts bij enkele personen wordt het voorwerp in den regel door een der halfbeelden, meestal door dat van het rechter oog, bedekt. Doet men de proef met open oogen, daarbij het voorwerp fixeerende, zonder aanvankelijk op den vinger te letten, dan is het resultaat gelijk. Zij, die langen tijd van het gebruik van één der oogen of althans van het binoculaire zien (scheelzienden) verstoken zijn, brengen den vinger regelmatig tusschen het ziende oog en het voorwerp.

Wanneer een voorwerp zich zeer langzaam verplaatst in betrekking tot een ander, dan kan ons oordeel falen bij de beslissing, welk van beide zich beweegt. Worden aan den vrijen hemel wolken met snelheid voorbij de maan gezweept, dan is het, als bewoog zich de maan in vlugge vaart over de wolken. De illusie is zoo volkomen, dat huizen en boomen, indirect, onder de maan gezien, in de beweging worden meegesleept. In den regel ontstaat overigens de voorstelling, dat het kleinere voorwerp in beweging, het grootere in rust is. Vóór eenigen tijd werd alhier een „tooverhand" vertoond, die met een stift ieder opgegeven woord op een tafel schreef. Te vergeefs zocht men naar de oplossing van dit raadsel. Zij was, zooals Dr. SNELLEN ontdekte, eenvoudig deze, dat niet de vrije hand, maar de tafel door een mechanisme onder den vloer bewogen werd. Het gezichtsbedrog was volkomen.

Het is, alsof dergelijke langzame bewegingen zich aan de

kleine onwillekeurige schommelingen der oogen aansluiten, om het voorwerp te volgen. Zeker althans ontbreekt een bepaalde impulsie van den wil, — en hiermede ook de voorstelling der veranderde ligging.

7. *Ook de schatting der afstands-innervatie laat voor nabij gelegen voorwerpen weinig te wenschen over.*

In mijne verhandeling over het binoculaire zien zijn reeds vreemde en eigene proeven ten bewijze hiervan bijeengebracht.

De proeven laten zich tot twee kategoriën terugbrengen:

a. *In verband met de gevorderde convergentie beoordeelen wij den afstand.*

Aldus geschiedt het bij 't gewone zien. Ieder punt, dat ook maar een oogenblik gefixeerd werd, weten wij bij gesloten oogen met den vingertop te treffen. Buiten de bewuste innervatie werken hiertoe ook andere factoren mede; maar wij kunnen die uitsluiten, en het resultaat blijft voldoende. Wanneer HELMHOLTZ *), onmiddellijk na het openen der oogen, een draad met een potlood zocht te treffen, terwijl een blad papier in het mediaanvlak het links van den draad gelegene voor het rechter oog, en, omgekeerd, het rechts gelegene voor het linker oog verborg, dan bereikte hij telkens nagenoeg zijn doel. Ik heb die proeven met gelijk gevolg herhaald. Zien wij met beide oogen door een korten platten koker naar kleine voorwerpen, hangende voor een gelijkmatigen wand, dan treffen wij die nagenoeg met den vinger, ook bij weder gesloten oogen. Het aangeven van den afstand op een maatsok, dien men in de hand heeft, zooals WUNDT †) beproefde, moest veel grootere afwijkingen opleveren.

De éénige zuivere proef bestaat in het aanwijzen van den afstand van een lichtpunt (bestaande in een reeks zeer kleine snel op elkander volgende inductie-vonken) in een volstrekt donkere kamer. En ook dan nog moet het hoofd leunen; want — zijdelingsche bewegingen eischen, om hetzelfde punt te blijven fixeeren, des te meer beweging van de oogen, hoe nader men bij dat punt geplaatst is, en daaruit zou, zelfs onbewust, eenige aanwijzing omtrent den

---

*) l. c. p. 650.

†) *Beiträge zur Theorie der Sinneswahrnehmung.* 1862.

afstand kunnen voortvloeien. Buiten convergentie en accomedatie zijn daarbij alle factoren uitgesloten *), en ook de laatste kan door kunstmatige mydriasis of door een bril, die groote verstrooijingscirkels geeft, nog worden geëlimineerd. Toch bedroeg de afwijking bij die proeven, binnen het bereik der hand, gemiddeld (zie bijlage A) slechts een centimeter.

Ook bij het vereenigen, door convergentie, der beelden van twee gelijke naast elkander gelegen voorwerpen, ontwikkelt zich al spoedig een juiste voorstelling van den afstand, zoodat de op den ondersteldeu afstand gebrachte vinger zich genoegzaam enkel vertoont. En, opmerkelijk genoeg, ik word er mij van bewust, wanneer het moment intreedt, dat de voorstelling geheel door de convergentie is beheerscht. Ik heb dan slechts de oogen te sluiten, den vinger op den voorgestelden afstand te brengen, en meestal blijkt dan, bij het openen der oogen, de vinger voor ieder oog het respectieve beeld te bedekken. Bij het zien in het stereoscoop, welks afmetingen reeds een zekere voorstelling van afstand medebrengen, is de schatting minder nauwkeurig.

Volkmann †), die met den ouden ernst en liefde zijner wetenschap getrouw blijft, wijst op een feit, dat wel in staat is, ons een oogenblik in verlegenheid te brengen. Hij doet opmerken, dat men ook met divergeerende gezichtslijnen enkel ziet, wanneer slechts gelijke beelden, bijv. van twee naalden, op de gele vlekken vallen. Naar de projectie-theorie, zoo meent hij, zouden de naalden dubbel moeten gezien worden. Maar blijkbaar toch is deze eisch niet rechtmatig. Zijn de beelden der beide gele vlekken gelijk, dan staat het reeds vast, dat het voorwerp direct en binoculair enkel wordt gezien: 't is dan maar de vraag, op welken afstand. Bij convergentie nu is die afstand eindig, bij parallelismus kan hij oneindig zijn, en bij divergentie, ... verder dan oneindig is het absoluut ondenkbare en daarvan kan de voorstelling zich aan ons niet opdringen.

---

*) Ook de aanwijzing uit de helling der meridianen (zoogenaamde raddraaiing), die eerst onlangs door J. J. Müller (*Kon. Sächs. Gesellsch. der Wiss.*, 6 Mai 1871), naar eisch gewaardeerd werd.

†) *Physiologische Uuntersuchungen im Gebiete der Optik.* 2tes Heft. S. 185.

Men vergete niet, dat wij het oordeel alleen middellijk tot de richting der gezichtslijnen, onmiddellijk tot de afstandsinnervatie terugbrengen: aan deze is de projectie naar de gezichtslijnen ondergeschikt. Ontbreekt nu de adductie volkomen, dan is de voorwaarde gegeven voor het projiciëeren op de uiterste grens, — den oneindigen afstand. Op kunstmatige divergentie zijn onze voorstellingen niet aangelegd, omdat ze er bij het gewone zien nooit mee te rekenen hadden. Maar onder haren invloed wordt al spoedig een toestand geboren, die het bij evenwijdige gezichtslijnen gefixeerde, vergelijkenderwijze, op eindigen afstand doet plaatsen: wij ondervinden dit, wanneer zwakke prismata, met den hoek naar buiten voor het oog geplaatst, ons, ten behoeve van het enkelzien, dwingen tot divergentie. Hieraan beantwoordt dan weldra de oneindige afstand, en de impulsie tot adductie, die er noodig is, om de gezichtslijnen evenwijdig te stellen, moet de voorstelling van eindigen afstand te voorschijn roepen. Wij zullen later zien, hoe gemakkelijk ook bij het zien in de nabijheid onze voorstelling zich naar de door prismata veranderde convergentie accommodeert.

b. *Naar het oordeel van den afstand regelen wij, omgekeerd, de bewegings-innervatie.* Wanneer ik een voorwerp een oogenblik, al is het slechts indirect, gezien heb, en daarna de oogen sluit, dan ben ik in staat, ze bij of vóór het openen zoo te richten, dat ik het voorwerp onmiddellijk zoo goed als enkel zie. Zoowel de afstands- als de richtings-innervatie beantwoordt aan de voorstelling. Hoogstens neem ik een kleine schommeling waar van het voorwerp, wat ook bij het snelle oogknippen onder blijvende fixatie van hetzelfde punt niet uitblijft en gedeeltelijk aan eene door de oogleden medegedeelde beweging is toe te schrijven. Helmholtz beproefde zijn bij reeds gesloten oogen opgestoken wijsvinger binoculair te treffen, hetgeen hem alleen gelukte, wanneer hij dien vinger met den duim wreef of een uitwendig voorwerp er mede aanraakte. Bij mij wordt de voorstelling van de plaats ook buitendien doorgaans levendig genoeg. Maar de proef is even bewijzend, als men den vinger of het bedoelde voorwerp eerst gezien heeft, nu de oogen sluit, ze heen en weêr draait en eindelijk opent, om bij het openen het primitief geziene te fixeeren. Op deze wijze kan men zich gereedelijk overtuigen,

dat men naar het oordeel over richting en afstand de bewegings-innervatie nauwkeurig weet te regelen.

Zoo leeren ons de beide kategoriën van proeven, dat er een verband bestaat tusschen de willekeurige innervatie en de absolute voorstelling van de plaats, waar de voorwerpen binoculair worden gezien. Opmerkelijk nu is het, hoe snel die voorstelling zich accommodeert, wanneer het verband op kunstmatige wijze wordt verbroken. Plaatst men in een brillenstel twee prismatische glazen, met de brekende kanten naar dezelfde, stellen wij naar de rechter zijde, dan vertoonen zich al de voorwerpen naar die zijde afgeweken. Opent men nu de te voren gesloten oogen, om een oogenblik een voor zich geplaatst voorwerp te beschouwen, en sluit men de oogen op nieuw, dan zal, zooals te voorzien was, de vinger, die recht naar het voorwerp wordt uitgestoken aan de linkerzijde van het voorwerp voorbijgaan. Men kan die proef eenige keeren herhalen, telkens met hetzelfde gevolg. Maar betast men nu de voorwerpen, die in het bereik der handen liggen, een tijd lang met open oogen, dan leert men zeer spoedig ook bij gesloten oogen een te voren gezien punt te treffen, en, na eenigen tijd de prismatische glazen afleggende, zal, bij herhaling der proef, de vinger het voorwerp niet zoo zeker treffen, maar soms aan de tegengestelde zijde voorbijgaan. Nog veel spoediger dan bij het opzetten der glazen zal men nu bij het afzetten zijne *handen* weder georiënteerd vinden. CZERMACK *) heeft zoodanige proeven het eerst verricht, en HELMHOLTZ †), die ze herhaalde en met andere verschijnselen in verband bracht, eindigt met de opmerking: „Alle diese Erscheinungen lassen deutlich erkennen, dass eine „fortdauerende Controlle der für die Augenstellungen und „Augenbewegungen nothwendigen Innervationsstärke durch die „Beobachtung ihres Erfolgs an den Gesichtsbildern stattfinden „muss, wenn richtige Urtheile über die Richtung der Gesichts„linie und der fixirten Gegenstände gefällt werden sollen.”

Een gelijk resultaat verkrijgt men, wanneer zeer zwakke

---

*) Sitzungsberichte. XVII. 575. Wien.

†) l. c. p. 605.

prismata beide met den hoek naar binnen of naar buiten voor de oogen worden geplaatst. In het eerste geval moet, om het voorwerp binoculair te fixeeren, de convergentie zwakker, in het tweede geval sterker zijn. Opent men de oogen achter zoodanige prismata, dan gaat men, van ter zijde met den vinger naderende, in het eerste geval vóór, in het laatste geval achter het voorgehouden voorwerp, een potlood bijv., voorbij. Na eenig gebruik der handen met geopende oogen wijkt ook hier de onjuiste schatting, om, na het wegnemen der prismata, soms voor een korten tijd in tegengestelden zin terug te keeren.

Ten onrechte zou men uit deze accommodatie naar de kunstmatig gewijzigde impulsies afleiden, dat bij het gewone zien de schatting der impulsies geen absolute zijn kan. Met een absolute schatting, onder normale voorwaarden, is eene betrekkelijk snelle accommodatie, onder abnormale, geenszins in strijd. Andere spiergroepen leeren ons het zelfde. Een blind pianist vindt zich in weinige minuten terecht op een klavier met toetsen, breeder of smaller dan die, waaraan hij gewoon is, en een geoefend violist, die op zijn instrument met zekerheid iedere positie weet te grijpen, heeft nauwelijks een altviool in de hand en de toonen gehoord bij het zetten zijner vingers, of hij accommodeert onwillekeurig zijn grepen naar het grootere instrument. De bijziende, voor het eerst met neutraliseerende glazen schrijvende, schrijft, zonder het zelf te weten, al spoedig zoo groot, dat de letters hem niet veel kleiner schijnen dan te voren zonder bril, en zet hij den bril af, dan accommodeeren zich sneller nog alweer de bewegingen zijner hand naar de grootte zijner netvliesbeelden. Zoo is het met het zuiver intoneeren bij het zingen op ongewone toonshoogte, met de door dagelijkschen arbeid bekende impulsie, om steenen tot een zekere hoogte te werpen, enz. En in al deze gevallen is toch aan de absolute schating der innervatie niet te twijfelen. De gemakkelijkheid der hier bedoelde accommodatie berust wel daarop, dat, bij vermoeidheid, om hetzelfde doel te bereiken, een sterker impulsie moet worden gegeven, en dat wij dus, alvast in verband daarmede, het geheele leven door hebben moeten en dus hebben leeren accommodeeren.

Evenmin ligt in de veranderlijkheid van het verband eenig

bewijs, dat zoodanig verband niet in algemeene zin zou zijn aangeboren. Ieder verband toch, dat als gewrocht van oefening in den ruimsten zin ons erfdeel geworden is, blijft vatbaar voor wijziging door individuële oefening, en zal ongetwijfeld aan haren invloed des te minder weerstand bieden, bij hoe grooter speelruimte het zich in de voorgeslachten ontwikkelde, en hoe minder de bestaande aanleg bij de geboorte reeds tot zijn volle recht gekomen is.

8. *Op de voorstelling van afstand hebben de eigenschappen der voorwerpen (licht en schaduw, grootte, perspectivische vorm, enz.) mede invloed. Bij het gewone zien beantwoorden deze aan den werkelijken afstand en werken dus in gelijken zin als de afstands-innervatie. Kunstmatig kunnen zij echter met deze worden in strijd gebracht, en waar dit geschiedt, kan de innervatie de voorstelling niet uitsluitend beheerschen.*

Het hier gezegde komt nergens duidelijker aan den dag, dan bij het beschouwen eener schilderij, die het juiste perspectief en de kleur der voorwerpen, met licht en schaduw, naar eisch weergeeft. Al de punten der schilderij liggen in één vlak, en letten wij op het doek of op de kleur, als zoodanig, dan zien wij ze in een vlak. Maar zoodra wij ons de afgebeelde voorwerpen voorstellen, plaatsen zij zich als op verschillende afstanden voor onze oogen, niettegenstaande zij bij onveranderde convergentie worden gezien. Zelfs op den voorgrond treedt de illusie in, ten aanzien van voorwerpen, die, lichamelijk aanwezig, genoegzaam verschil van convergentie zouden vorderen, om aan de impulsie van den wil een werkzaam aandeel te verzekeren. Intusschen is bij het zien met één oog de illusie volkomener. En waaraan is dit toe te schrijven? Bij het zien met twee oogen, zoo redeneert men, zouden de perspectivische beelden van rechter en linker oog moeten verschillen, en de schilderij geeft voor beide dezelfde: de illusie moet daaronder lijden. Maar zal zij dan volkomener zijn bij het zien met één oog, dat toch zeker geen twee verschillende projecties waarneemt? Ik zie daarvoor geen reden, hoegenaamd, want — het zien met één oog kent zich zelf niet en doet gelijke eischen als het binoculaire. Ik geloof dan ook, dat de reden een andere is, en wel deze: dat men, is het eene oog gesloten, de conver-

gentie kan veranderen naar de voorstelling van den afstand. Men plaatse zich voor een schilderij, zie naar eenig voorwerp op den voorgrond, bedekke daarop het eene oog met een klein scherm en richte vervolgens den blik op eenig voorwerp, dat men zich op grooteren afstand heeft voor te stellen, dan zal men, bij het wegnemen van het scherm, dat voorwerp in gekruiste dubbelbeelden zien, die nu spoedig tot elkander naderen, waarmede — de illusie voor een deel verloren gaat. Ook een ander kan waarnemen, dat het oog achter het scherm een beweging naar buiten maakt, — wanneer men, onmiddellijk onder de eerst beschouwde grens van een nabijgelegen voorwerp, de aandacht op een afgelegen richt. Zoo blijft dus de afstands-innervatie werkzaam bij het uni-oculair beschouwen eener schilderij en maakt de illusie zoo veel volkomener dan bij het binoculaire. Ik geloof, dat hiermede de éénige grond van het verschil is aangegeven. Het is dan de uitsluiting der afstands-innervatie, die bij het binoculaire zien aan de illusie afbreuk doet.

In andere gevallen weten wij, dat het voorwerp zich niet daar bevinden kan, waar, onder kunstmatigen drang, de gezichtslijnen tot overkruising kwamen. Hier heeft zich dus, onafhankelijk van de bewegings-innervatie, reeds een voorstelling gevormd. Dat ook deze niet onvoorwaardelijk wijkt voor de eischen der innervatie, kan ons niet bevreemden. Letters plaatsen wij niet op oneindigen afstand, al zien wij ze, onder den invloed van prismata, met evenwijdige gezichtslijnen, en evenmin zullen de wanden der kamer, waarin wij ons bevinden, hierbij tot op het oneindige terugwijken. Ook stereoscopische figuren, al zou de graad van convergentie het vorderen, zien wij niet op een onbestaanbaren afstand: hoe groot de dwang der convergentie zijn moge, hij noodzaakt ons niet, aan het ongerijmde te gelooven. 't Is voorts natuurlijk, dat men nabeelden bij voorkeur op een scherm of een ander vlak projiciëert. „Ich erzeuge „mir," zegt HERING *) „auf den Netzhautmitten von einer far- „bigen auf complementären Grunde liegende Oblate ein Nach- „bild, halte dann eine feine Nadel nahe vor's Gesicht und „fixire ihre Spitze, während ich ein Blatt Papier von der Farbe

*) *Archiv. f. Anat. u. Phys.* 1864. S. 37.

„der Oblate 6—10 Zoll dahinter halte. Nadel und Nachbild „erscheinen einfach; aber das Nachbild erscheint hinter der „Nadel auf dem Papiere.”

Ik wil dit gaarne aannemen. Tegenover het vreemde, dat een ouwel zou stil staan in de lucht, zal de aanwijzing uit de convergentie bij sommigen reeds niet bestand zijn. Maar hierbij komt, dat de indruk van het op een scherm geprojiciëerde nabeeld, al gaat het van beide oogen uit, door zijn altijd diffuse vlakte en twijfelachtige begrenzing zich in geenen deele onderscheidt van dien van een halfbeeld, waarvan de weerga verborgen is of aan de aandacht ontsnapt, zooals bij het gewone zien ons telkens en telkens onder het oog komt. Er is dus niets, wat ons beletten zou, het nabeeld van den ouwel met zulk een halfbeeld gelijk te stellen. Maar zijn de nabeelden scherp, dan gelukt het wel degelijk, zoo zegt ook HELMHOLTZ, ze in het convergentie-punt te zien, al ligt dit in de lucht: het nabeeld eener vlam bijv. plaats ik gaarne op een niet brandende bougie en zie het schijnbaar grooter worden, als ik mij van de bougie verwijder, kleiner, wanneer ik er toe nader.

De conclusie, waartoe wij komen, is: dat bij het gewone zien tot het beoordeelen van den afstand de netvliesbeelden met de convergentie harmonisch samenwerken; maar dat, bij een *kunstmatig* conflict met deze, de aanstoot tot convergentie onze voorstelling niet tegen beter weten in dwingen kan, en, voert hij tot het ongerijmde, zich gewonnnen geeft.

De grond nu, waarom de afstands-innervatie in absolute aanwijzing voor de richtings-innervatie onderdoet, meen ik te moeten zoeken in het volslagen gemis aan zelfstandige oefening. Wie altijd geholpen wordt gaat op die hulp steunen. 't Is hem genoeg, dat hij met haar zijn doel treft. Waar ze hem nu begeeft, bereikt hij het onvolkomen, en waar ze, na lang beproefde trouw, zich vijandig tegen hem keert, wordt het geheel gemist. Door zelfstandige oefening, met uitsluiting van alle andere aanwijzing, zou de convergentie iedere hulp spoedig leeren ontberen. — Of ook de vermoeienis, waaraan het lang voortgezette convergeeren, in tegenstelling met de steeds afwisselende richtings-innervatie, blootstelt, zooals HELMHOLTZ vermoedt, daarbij in 't spel is, waag ik niet te beslissen.

De middelen overigens, die in het oordeel over afstand de convergentie ondersteunen, de perspectivische projecties, met licht en schaduw, de correspondeerende hellingen der meridianen en de parallaxen ga ik met stilzwijgen voorbij. Alleen wil ik kortelijk wijzen op de accommodatie, die de convergentie regelmatig vergezelt en behoudens zekere speelruimte daaraan gebonden is. Op zich zelve, bij proeven met één oog, laat de accommodatie, zooals de proeven van WUNDT leerden, bij de meeste personen zoo goed als geen oordeel toe. Verandering van afstand van den draad, die als voorwerp diende, werd daarentegen vrij wel herkend. Met twee oogen gevoelde HELMHOLTZ duidelijk, dat hij sterker moest accommodeeren voor een roode dan voor een blauwe lichtspleet; maar zeer moeielijk ontwikkelde zich daaruit de illusie van verschil in afstand en ze ging ook licht weer verloren. Onder twee omstandigheden nu was, bij 't binoculaire zien, geheel afgescheiden van de convergentie, de invloed der accommodatie op de voorstelling van afstand, mij reeds gebleken. Op een blauw vlak met zwarte strepen, teekene men een rood traliewerk en plaatse zich op eenigen afstand. Onmiddellijk treedt nu het traliewerk sterk naar voren, en zoo absoluut is de illusie, dat bij zijdelingsche bewegingen van het hoofd het heen en weer schijnt te gaan, omdat de parallaxe ontbreekt, die bij het naderbij liggen van het traliewerk zou hebben moeten aanwezig zijn *). De tweede omstandigheid is die eener door een zwak mydriaticum verzwakte accommodatie. Daarbij zag ik mikropsie ontstaan, die zich eenvoudig daardoor verklaarde, dat men, om de voorwerpen scherp te zien, sterker accommodeeren moet, en ze zich nu dichter bij voorstelt. Terwijl de gezichtshoek evenwel aan den waren afstand beantwoordt, schijnen ze kleiner †). FÖRSTER §) heeft, onafhankelijk van mij, hetzelfde waargenomen en uitvoerig beschreven en zich ook aan dezelfde verklaring gehouden. Wat mij hierbij bijzonder getroffen heeft, en uit een psychisch oogpunt

---

*) *Archief voor natuur- en geneeskunde*: 1865. D. II. bl. 212.

†) *Nederl. Lancet*. 1851. D. VI. bl. 607.

§) *Ophthalmol. Beiträge*. Berlin 1862.

inderdaad merkwaardig is, is dit: dat uit het kleiner zien van bekende voorwerpen, bijv. bekende personen, ten gevolge van de accommodatie voor een kleineren afstand, nu onmiddellijk zich weer de voorstelling ontwikkelt, dat ze zich op een grooteren afstand bevinden. Hierin ligt stof genoeg, om na te denken over de wijze, waarop onze voorstelllingen ontstaan. De eerste is die van kleiner zien, en, met verloochening van den onbewusten grond voor die voorstelling, ontwikkelt zich uit haar, op meer bewuste wijze (uit den kleiner gedachten vorm), die van grooteren afstand. Ligt in de accommodatie, zooals uit het bovenstaande blijkt, een middel tot beoordeeling van den afstand, — waar zij, zooals gewoonlijk, tegelijk met de convergentie werkzaam is, treedt zij, als zoodanig, op den achtergrond. Sprekend is ze slechts, waar ze, als relatieve accommodatie, zich moet losmaken van de convergentie, zooals in de boven aangehaalde proeven, wat haar niet zonder betrekkelijk groote inspanning mogelijk is.

Het algemeen resultaat blijkt aldus: een binoculair en direct gezien punt vertoont zich daar, waar de willekeurige bewegingsinnervatie de gezichtslijnen doet kruisen.

Wij hebben thans in de tweede plaats te handelen over *projectie bij het indirecte zien.* Daarbij is te onderscheiden tusschen hetgeen binoculair enkel wordt gezien en wat zich onder dubbelbeelden vertoont.

9. *Wat indirect, binoculair, enkel wordt gezien, vertoont zich in het kruispunt der richtingslijnen.*

Hier geldt dezelfde syllogismus als bij het directe zien. Wij zien de voorwerpen op de plaats, waar zij zich werkelijk bevinden (zooals blijkt uit het blindelings betasten van ieder voorwerp in onze nabijheid, en uit het richten der gesloten oogen op ieder voorwerp, dat we alleen indirect hebben gezien); in het voorwerp kruisen zich de richtingslijnen: bij gevolg, zien wij ze in het kruispunt der richtingslijnen.

In het algemeen zijn deze praemissen en de daaruit gemaakte conclusie juist. Vooral mag dit gezegd worden in betrekking

tot de middelste gedeelten van 't gezichtsveld, die bij het zien vooral in aanmerking komen. Maar wij moeten erkennen, dat er afwijkingen voorkomen.

Vooreerst, in strijd met de eerste praemisse, zien wij de verschillende punten niet volkomen in de richting, waarin zij zich werkelijk bevinden, in betrekking tot ons lichaam. Wij hebben het boven reeds gezegd: het schijnbare gezichtsveld beantwoordt niet in allen deele aan het geometrische. Dit blijkt bij het zoogenoemde uitmeten van het gezichtsveld. Alle bijzonderheden hieromtrent heeft HELMHOLTZ in § 28 van zijn klassiek werk vereenigd. Dit uitmeten betreft alleen *de richting* der projectie, niet *den afstand*, en wij kunnen ons dus bij deze beschouwing tot één oog bepalen. Vooreerst dan in verticale richting schijnen de gezichtshoeken iets grooter dan in horizontale. Bijna iedereen, zooals ADOLF FICK bewees, ziet de vertikale afmeting van een zuiver vierkant grooter dan de horizontale, zoowel bij het onbewegelijk fixeeren van een punt als bij beweging der oogen. — Voorts heeft HELMHOLTZ doen zien, dat wij in het kogelvormig gezichtsveld, zoowel de groote cirkels, die niet door het fixatiepunt, als de parallel-cirkels van een door 't fixatie-punt gaanden grooten cirkel gekromd zien, — de eersten hol, de laatsten bol naar de zijde van 't fixatie-punt, en bij de proef vond hij nu zijne onderstelling bevestigd, dat bij het fixeeren van het hoofdblikpunt de door hem aldus genoemde directie-lijnen *) zich als rechte, dus als de kortste lijnen tusschen twee punten vertoonen zouden, hetgeen van de evengenoemde afwijkingen rekenschap geeft. Hiermede staat in verband, dat de in de geheel zijdelingsche deelen van 't gezichtsveld de voorwerpen hooger schijnen, dan wanneer men ze fixeert, — wat ik bewaarheid vinde, hoezeer niet in die mate, als het zien der directie-lijnen als rechte lijnen zou vorderen. Ook aan de door RECKLINGHAUSEN ontdekte schijnbare kromming van rechte lijnen in de peripherische deelen van het gezichtsveld mag hier herinnerd worden. In deze nu en vele andere afwijkingen, die ik hier met stilzwijgen voorbij ga, ligt opgesloten, dat wij zelfs in het kogelvormig gedacht

---

*) l. c. p. 548.

gezichtsveld bij het indirecte zien niet volkomen juist projicieëren. Maar wij constateeren tevens, dat, althans in het tamelijk bruikbare gedeelte van het gezichtsveld die afwijkingen zoo gering zijn, dat men ze mag verwaarloozen, en dus gerechtigd is de stelling vast te houden: dat, op ieder oog, de indirect geziene voorwerpen in betrekking tot het fixatie-punt, gezien worden in een *richting*, waarin ze zich werkelijk bevinden. Binoculair gezien, vertoonen zij zich dan op de *plaats*, waar ze zich werkelijk bevinden. Ik zou nog kunnen vragen, of het zoogenoemde uitmeten van het gezichtsveld wel in allen deele is gelijk te stellen met de onmiddellijke spontane projectie. Op vele verschijnselen zou ik kunnen wijzen, die hier eenig recht tot twijfel geven. Zooveel is zeker, dat wij het indirect geziene met den vinger weten te treffen en de gesloten oogen er op weten te richten. En dat is voldoende, om in het algemeen onze stelling te handhaven.

Op eene afwijking zij hier nog in het bijzonder oplettend gemaakt. Ik bedoel die, welke door RECKLINGHAUSEN tusschen den schijnbaren en den waren verticalen meridiaan werd aangetoond, eene afwijking, die bij velen zich naar de horizontale meridianen allengs verliest. Die afwijking behoort, namelijk, tot een geheel andere kategorie, als de vroeger genoemde, omdat ze op beide oogen in tegengestelden zin werkt, en daarom bij het binoculaire zien kan worden opgeheven. Bij mij is de compensatie echter onvolkomen (verg. bijlage C). 't Zal te bezien staan, of ze zich bij éénoogigen handhaaft.

Op zich zelve hebben al deze afwijkingen geen groote beteekenis; maar in den grond en de voorwaarden van haar ontstaan, en van haar verdwijnen, tot welker navorsching zij uitlokken, vertoonen ze ons eene zeer belangrijke zijde.

De tweede onze praemissen is deze, *dat het indirect waargenomene zich in het kruispunt der richtingslijnen bevindt.* Ook deze stelling is niet algemeen bewezen. Vooreerst mag het reeds twijfelachtig heeten, of men, zich bepalende tot één oog, gericht op oneindigen afstand, zeggen kan, dat ieder indirect gezien punt op de richtingslijn ligt, wanneer dat althans den zin hebben zal, dat de lijnen, die, bij juiste accommodatie, van ieder netvliesbeeld naar het correspondeerend voorwerp getrokken worden, voor de peripherie van het gezichtsveld zoowel als voor

het centrum, door een en hetzelfde (vereenigde) knooppunt gaan. Want deze onderstelling wacht nog op haar bewijs en is zelfs zeer problematisch. Zeer wel denkbaar is het intusschen, dat voor de zijdelingsche gedeelten van het gezichtsveld het dioptrisch stelsel andere knooppunten heeft, en dat eene daaraan beantwoordende projectie, naar richtingslijnen, door die knooppunten gelegd, de afwijkende ligging dier netvliesbeelden compenseert. Er ligt alléén in opgesloten, dat de netvliesbeelden dan geen zuivere reductie zijn van het kogelvormig gezichtsveld. — Van een *kruispunt* der richtingslijnen kan voorts slechts sprake zijn, in betrekking tot voorwerpen, die in het binoculaire gezichtsveld gelegen zijn. Maar in zoover een punt op ieder oog zich in de richtingslijn vertoont, kan het zich dan ook in het kruispunt der richtingslijnen bevinden.

De slotsom is: er bestaan afwijkingen, en zeer belangrijk is het, zooals ik opmerkte, haren grond na te gaan. Maar als feiten spreken ze niet sterk genoeg, om voor de bruikbare gedeelten van het gezichtsbeeld de algemeene stelling in gevaarte brengen: dat alles wat indirect, binoculair enkel wordt gezien zich vertoont in het kruispunt der richtingslijnen.

Wij komen hier, evenals bij het directe zien, tot de vraag, waaróm wij *indirect* de voorwerpen in het kruispunt zien. Weder hebben wij hier voorloopig slechts aan één oog en de richting der projectie zijner netvliespunten, in betrekking tot het direct geziene punt, te denken.

VOLKMANN *) leidde de richtingsvoorstelling af uit de spierwerking, die noodig is, om op het indirect geziene punt den directen blik te vestigen. De daartoe vereischte impulsie, die wij door ervaring hebben leeren kennen, zou de richting bepalen, waarin wij het buiten de gezichtslijnen gelegen punt zien. Ook HELMHOLTZ †) is deze meening toegedaan. Reeds bij HERBART en LOTZE vindt hij daartoe den weg gebaand, die op physiologisch gebied door MEISSNER en CZERMAK, in betrekking tot de gezichtsvoorstellingen meer bijzonder door WUNDT betreden is. Zij strookt volkomen met zijne theorie der uitsluitend langs

*) WAGNER'S *Handwörterbuch*. Art. Sehen. B. III. S. 340 u. f.

†) l. c. § 28; het historische is op p. 593 e. v. te vinden.

empirischen weg ontstaande voorstellingen. Ik kan mij hiermede niet vereenigen. Zooals die theorie in het algemeen, schijnt mij ook de toepassing, waarvan hier sprake is, niet van eenzijdigheid vrij te pleiten. Is die beschouwing juist, dan zou, evenals de projectie van het gezichtsveld als geheel, die zijner afzonderlijke punten, middellijk althans, op impulsie tot spierwerking berusten. Wat wij constateeren, is, dat er een innig verband bestaat tusschen de richting, waarin wij indirect een voorwerp zien, en de impulsie, die er noodig is, om den blik direct er op te richten. Dat verband is zeer volkomen; want bij de beweging, die aan die impulsie beantwoordt, schijnen de voorwerpen stil te staan, en wordt dus de verschuiving der beelden over het netvlies door de bewuste impulsie nauwkeurig gecompenseerd. De grond ook van dit innig verband zien wij gereedelijk in; want iedere beweging van den blik naar een indirect gezien punt is als een oefening op te vatten, die de harmonie volmaakt. En wat aldus door oefening in het individu is onstaan, plant zich voort op het nageslacht, en treedt bij bestendige vernieuwing als vaste typus op. Bij het erfelijke nu onderscheiden wij tusschen hetgeen reëel en virtuëel wordt aangeboren. Het eerste is bij de geboorte te constateeren. Het laatste ontwikkelt zich eerst na de geboorte, en wel met voortdurende wijziging, onder den invloed der medewerkende individuëele oefening, zoodat in het product de ervaring van voorgeslacht en individu tot een geheel samensmelt. In deze weinige woorden ligt de kern mijner zienswijze, waaraan ik sedert 1848, toen ik mijne inaugureele rede uitsprak, ben getrouw gebleven. *) Tot eene breedere ontvouwing en staving is het hier niet de plaats, maar vind ik elders wellicht aanleiding. Op gelijke wijze hebben zich OPZOOMER †) en DU BOIS-REYMOND §) geuit, met merkwaardige overeenkomst in den vorm der uitdrukking. Ik zal nu niet beslissen, wat bij

---

*) Verg. Naschrift op de onderzoekingen van ADAMÜK, in *Archief voor natuur en geneeskunde.* 1870. D. V. bl. 247.

†) *De wetenschap, haar vrucht, haar gang en haar regt.* Amsterdam 1867. bl. 31 e. v.

§) *Leibnizische Gedanken in der neueren Naturwissenschaft* Berlin 1870. p. 847. e. v.

de geboorte reeds meer reëel geworden is, óf de projectie-richting der onderscheiden netvliespunten, in betrekking tot de fovea centralis, óf de schatting der wilsimpulsie, noch, waar zich bij de verdere ontwikkeling deze meer naar gene, gene meer naar deze heeft te richten: ik wel slechts opmerken, dat beide, reeds bij de geboorte, in de verschijnselen zich onmiskenbaar openbaren. Weinige minuten na de geboorte, bij een eerste experiment, zag ik een kind een voorgehouden woorwerp zeer bepaald binoculair fixeeren, en niet slechts bij zijdelingsche bewegingen volgen, maar de convergentie vermeerderen, bij het naderen, verminderen bij het verwijderen van het voorwerp. Zonder twijfel indiceerden de ontstaande dubbelbeelden het vereischte convergeeren en divergeeren. En bestond dit verband onmiskenbaar, dan laat zich niet loochenen, dat én de projectie én de impulsie, zij het dan in half bewusten toestand, werkzaam waren. Eenige voorstelling, hoe duister ook, moest nu hieraan verbonden zijn. Of zou die de tweede maal, de tiende maal, de *n*-de maal ontstaan? Het willekeurige eener dergelijke onderstelling springt in het oog. Wij besluiten: de aanvang was daar, zonder voorafgaande ervaring, en dat is voor hetgeen wij hier willen betoogen voldoende. Om mijne onderscheiding van reëel en virtuëel aangeboren wel te verstaan, moet men in het oog houden, dat het moment der geboorte, het moment dus, waarop de individuëele ervaring begint in te grijpen, in zekeren zin toevallig is. Bleef de geboorte langer uit, het reëele zou voortgaan zich uit het virtuëele te ontwikkelen. Zijn ontwikkeling is zeker minder gevorderd bij een kind, dat te vroeg dan bij een kind, dat tijdig geboren wordt. En bij den mensch. bepaaldelijk ten aanzien der werkzaamheden van den geest, staat zij op het oogenblik der geboorte bij die der dieren betrekkelijk ten achter. In verband met de lange kindschheid, verkrijgt daardoor bij den mensch de individuëele ervaring het overwicht. Maar wanneer bij de geboorte ook alle onmiddellijke voorstelling uit indrukken nog ontbrak, men zou geen recht hebben, het *virtuëel* aangeborene, het erfelijke in dezen te ontkennen. Aan eene nativistische theorie, in dezen zin opgevat, zal HELMHOLTZ zeker niet ten laste leggen, dat zij het onderzoek naar het ontstaan onzer voorstellingen uit de gezichtsverschijnselen zou buitensluiten.

Het is klaar, dat zij alles wat de voorstander eener exclusief empiristische theorie aan het licht brengt, gretig opneemt. Maar zij draagt de factoren, door dezen aangewezen, ook op het verledene over. Wat gene tot het individu beperkt, strekt zij uit over het geheele phylon. Wanneer HELMHOLTZ „die Wahr„scheilichkeit" erkent, „dass das Wachsthum der Muskeln und „vielleicht selbst die „Leitungsfähigkeit der Nervenbahnen sich „den Forderungen, die an sie gemacht werden, in Laufe jedes „individuellen Lebens und vielleicht selbst durch Vererbung „*im Laufe des Lebens der Gattung* so anpasst, dass die ge„forderten zwechmässigsten Bewegungen auch die leichtesten „werden," dan bestaat er geen principiëel verschil en licht er geen onoverkomelijke kloof tusschen zijne beschouwingswijze en de mijne. Dat onze voorstelling van ruimte geworden is in verband met de voorwaarden, waaronder wij leven, en onder andere voorwaarden eene andere had kunnen zijn, is door RIEMANN en HELMHOLTZ in het licht gesteld. Dat die voorstelling het resultaat is van ervaring, zich in verband met de ervaring heeft ontwikkeld, — welk voorstander der afstammingsleer zal het betwijfelen? Maar daarin kan toch niet opgesloten liggen, dat ieder individu ze geheel nieuw zou moeten opbouwen, als ware hij zonder voorouders in het aanzijn getreden. Om op het bijzondere terug te komen, voor mij is het een ervaringsfeit, dat onmiddellijk na de geboorte de projectie in de ruimte en de wilsimpulsie tot beweging der oogen reeds in verband met elkander werkzaam zijn. Het ligt niet op mijn weg, de verdere ontwikkeling van dat verband nu schrede voor schrede te volgen, om te zien, hoever langs dien weg ook rekenschap kan gegeven worden van de verschillen tusschen het schijnbare en het geometrische gezichtsveld. Het onderzoek zou ons ook niet bevredigen. Maar ik wil er toch op wijzen, dat, zooals HELMHOLTZ bewees, de wetten, die de oogbewegingen beheerschen, hierin kennelijk een rol spelen. In die wetten schijnt de grond te liggen, waarom in den primairen stand alle directie-lijnen zich als rechte lijnen vertoonen. Dat bij de beweging zelve de directielijn, ontstaande door draaiing om een vaste as, zich in de voorstelling als een rechte lijn vertoonen zal, schijnt a priori noodzakelijk. Wel is waar, zijn wij niet in staat, het oog om een

vaste as te draaiien. Men fixeere in een donkeren nacht de vlam van een helderen straatlantaarn, en trachte nu rechtstreeks, langs den kortsten weg, den blik op een ander punt te richten: men ziet dan het positive nabeeld der vlam als een veelszins gebogen lijn, en — twee zoodanige lijnen, als bij de proef de beide oogen open waren. Draaiing om een vaste as bleek dus niet mogelijk te zijn. Maar van al die gebogen lijnen zal de rechte toch de gemiddelde wezen. Daarom kan de doorloopende directie-lijn voor ons toch de rechte lijn worden. En nu zijn wij veelal gewoon, na verschillende bewegingen in den primairen stand terug te keeren. Hieruit zou dan kunnen volgen, dat de directie-lijn, die bij het fixeeren als rechte lijn gezien werd, nu ook, indirect gezien, nog voor een rechte lijn gehouden wordt, en dat de directie-lijnen in 't algemeen de beteekenis krijgen van rechte lijnen. Intusschen valt op de juistheid van een en ander af te dingen, en, afgezien hiervan, laten zich uit dat gezichtspunt toch nog slechts een deel der afwijkingen tusschen het schijnbare en het geometrische gezichtsveld verklaren.

Moet de individuëele ervaring des te minder ingrijpen, hoe meer de overgeërfde eigenschappen reeds een reëelen vorm hebben aangenomen, zij blijft toch het geheele leven door werkzaam. Bijzonder belangrijk zijn die gevallen, waarin onder haren invloed een verbroken verband zich herstelt, of liever bij iedere allengs ontstaande wijziging het verband zich handhaaft. De voorwaarden hiervan sporen wij na, en in die voorwaarden, die ook in de voorgeslachten werkzaam waren, vinden wij den sleutel tot verklaring der harmonie, die ons erfdeel geworden is. Door uitrekking der vliezen bij progressieve myopie verandert ongetwijfeld voor sommige netvliespunten de hoek hunner richtingslijnen met de gezichtslijn. Maar gaandeweg wijzigt zich ook de projectie dier punten, in dier voege, dat de voorwerpen, door wier beelden zij getroffen worden, in het kruispunt der richtingslijnen worden gezien en even zeker als te voren met de hand worden bereikt. Ook de aanstoot tot spiercontractie is daarmede in harmonie gebleven, zoodat bij het richten van den blik op een te voren indirect gezien punt alle schijnbare beweging uitblijft. Maar het is nog niet gebleken, dat de bij paraese gevorderde sterkere impulsie de voorstelling

omtrent de ligging van indirect geziene punten zou hebben gewijzigd. Trouwens de beweging der handen voor het grijpen en die van het hoofd en den tronk voor het fixeeren, die zich daarbij onveranderd doen gelden, moesten aan zoodanige wijziging der voorstelling in den weg staan.

De slotsom kan wel geen andere wezen, dan dat de projectie van het indirect geziene en de impulsie tot beweging in de voorgeslachten zich in harmonie met elkander hebben ontwikkeld, zooals zij in het individu elkander wederkeerig modificeeren, dat het verband tot in zekere mate is aangeboren, en dat het even eenzijdig is, de projectie uit de wilsimpulsie als deze uit gene af te leiden.

10. *Waar dubbelbeelden gegeven zijn, maar in de voorstelling tot één beeld samensmelten, wordt het voorwerp insgelijks in het kruispunt der richtingslijnen gezien.*

Dubbelbeelden zijn gegeven, wanneer de netvliesbeelden van eenig voorwerp niet op correspondeerende plaatsen vallen, — in het algemeen dus, wanneer het voorwerp niet op denzelfden afstand van de oogen gelegen is als het gefixeerde punt. Bij 't gewone zien worden de dubbelbeelden echter zelden opgemerkt. Liggen ze ver van elkander, dan wordt óf geen van van beide gezien, — óf hoogstens één, bijaldien het niet ver buiten de richting ligt van een der gezichtslijnen. Liggen ze digt bijeen, dan zijn ze niet te onderscheiden, of vloeien, waar ze te onderscheiden zijn, in de voorstelling tot één beeld samen. In deze beide laatstgenoemde gevallen wordt het voorwerp gezien — in het kruispunt der richtingslijnen. Immers men ziet het op de plaats, waar het zich werkelijk bevindt, en die plaats is het genoemde kruispunt.

Een paar proeven mogen vooreerst bewijzen, dat men het op zijn plaats ziet.

In het physiologisch laboratorium heb ik, op het voorbeeld van Prof. HEYNSIUS, een groote kast ingericht voor spectraalonderzoekingen. Op een vaste tafel staan de toestellen, op

---

*) Een geval is mij voorgekomen van *klachten* over de normale dubbelbeelden, die de betroffene. een geestelijke, voor een abnormaal verschijnsel hield, en met een nauwkeurigheid, een physioloog waardig, had bestudeerd.

eenige planken aan den muur zijn alle benoodigdheden geborgen, en voor de tafel kan men een paar krukjes zetten. Bij gewone onderzoekingen laat men de deur half open; voor scherpe bepaling sluit men ze af, — en nu dringt geen lichtstraal van buiten door. In die donkere ruimte nu late men een ongeoefende, die twee goede oogen heeft, het hoofd geleund, een uit een reeks der allerkleinste inductie-vonken bestaande lichtpunt binoculair fixeeren, en vervolgens op verschillende afstanden, en tevens ter zijde, boven of onder, een vonk overspringen, die goed onderscheidbare dubbelbeelden geeft. Van die dubbelbeelden heeft onze waarnemer niets gezien: hij zag een vonk. Maar met den vinger weet hij zoowel den vonk als het lichtpunt te treffen. De plaats van het lichtpunt herkent hij uit de innervatie der oogspieren, die van iederen vonk in betrekking tot het lichtpunt uit de samengesmolten dubbelbeelden. Alleen bij sterke zijdelingsche ligging van den vonk, of bij grooten afstand van het fixeerpunt, zoodat de dubbelbeelden wel niet samensmelten, wordt de miswijzing soms grooter (verg. bijlage B). — Het lichtpunt en de vonk moeten zoo zwak zijn, dat in de donkere ruimte verder absoluut niets wordt gezien.

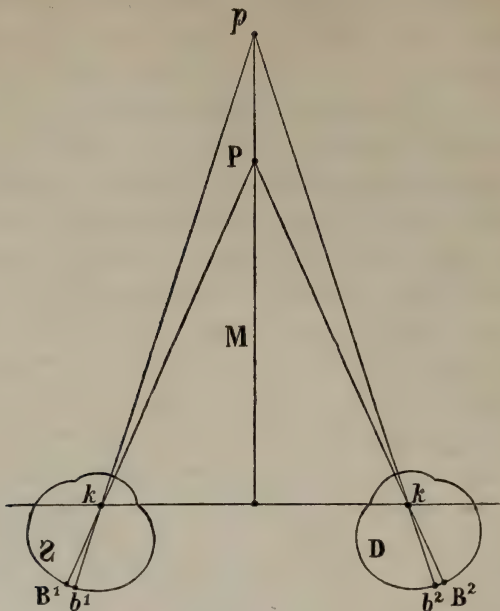
Minder scherp, maar toch afdoende is de volgende proef. Men fixeere binoculair, het hoofd weder geleund, door een korten koker voor een gelijkmatig verlichte vlakte, het een of ander punt, en stelle zich daarbij de ligging voor van een indirect gezien klein voorwerp, zonder op zijne overigens zeer wel waarneembare dubbelbeelden te letten. Sluit men nu de oogen, dan weet de hand het alléén indirect gezien voorwerp nauwkeurig genoeg te treffen. Ook de gesloten oogen, zooals wij reeds vroeger zagen, weten er zich, hetzij met, hetzij zonder beweging van het hoofd, op te richten. De plaats, die het voorwerp inneemt, afstand zoowel als richting, zijn bekend.

Nu is het klaar, dat op de plaats, waar het voorwerp zich bevindt, de richtingslijnen zich kruisen: immers strekken de richtingslijnen zich uit tusschen het netvlies en het voorwerp. Het besluit is dus gerechtvaardigd: wij zien een voorwerp, welks dubbelbeelden samensmelten, ongeveer in het kruispunt der richtingslijnen.

Wederom vragen wij, waaróm het zich in het kruispunt der richtingslijnen vertoont.

Beide oogen, *S* en *D* (fig. 1) zijn gericht op het punt *P*, dat zijn

fig. 1.



beelden B^1 en B^2 in de foveae centrales heeft, en zij zien dus beide *P* op dezelfde plaats, — de plaats waar de gezichtslijnen zich kruisen. Een ander punt *p*, verderaf gelegen dan *P*, ligt voor *S* blijkbaar links, voor *D* rechts van *P*, en wel, terwijl *P* en *p* beide in het mediaanvlak *M* liggen, voor *S evenveel* rechts als voor *D* links: de gezichtshoeken *P k p* en *P k p* zijn, namelijk, aan beide zijden gelijk. Bij gevolg ligt het *midden tusschen de dubbelbeelden* in het mediaanvlak, en in dat midden plaatst zich natuurlijk het voorwerp, wanneer zijn dubbelbeelden tot één beeld samensmelten. In dat mediaanvlak ligt het nu werkelijk, en terwijl uit de samensmeltende dubbelbeelden bij het binoculaire zien tevens een juiste voorstelling van den afstand, in betrekking tot het gefixeerde punt, geboren wordt, zoo is het verklaard, dat wij het voorwerp op zijn plaats zien, dat is daar, waar de richtingslijnen b^1 *p* en b^2 *p* zich kruisen.

Denken wij ons de oogen op *p* gericht, dan liggen de gezichtshoeken, waaronder *P* indirect gezien wordt, aan de binnenzijde der respectieve gezichtslijnen: voor 't linker oog *S* is *P* dan rechts, voor 't rechter oog *D* links van het gefixeerde

punt gelegen, en de dubbelbeelden zijn dus gekruist. Maar ze liggen weder symmetrisch tot het mediaanvlak, en wij zien dus, bij het samensmelten der dubbelbeelden, het voorwerp in dat vlak, daarbij, wegens 't gekruist zijn, naderbij dan *p*, en wel op de juiste plaats, waar de richtingslijnen zich kruisen.

Ligt, eindelijk, terwijl wij *P* fixeeren, een ander punt *p'* ter zijde van het mediaanvlak (en daarbij ook al of niet buiten het fixatievlak, d. i. het vlak, waarop de figuur gedrukt is), dan zijn de gezichtshoeken aan beide zijden niet even groot en kunnen voor beide oogen ook aan dezelfde zijde van de gezichtslijn liggen; maar op gelijke wijze als boven ontleent onze voorstelling richting en afstand uit de samensmeltende dubbelbeelden.

Hiermede is rekenschap gegeven, waarom een indirect gezien punt, welks dubbelbeelden óf niet te onderscheiden zijn, óf althans in onze voorstelling zich tot het beeld van één voorwerp vereenigen, zich in het kruispunt der richtingslijnen vertoont.

11. *Waar de dubbelbeelden zich niet tot het beeld van een voorwerp verbinden, geven ze den indruk van twee voorwerpen. De richting, in betrekking tot het gefixeerde punt, waarin deze zich vertoonen, is, voor ieder afzonderlijk, gegeven door den hoek, dien op het respectieve oog de richtingslijn van het netvliesbeeld met de gezichtslijn vormt. Den afstand stellen wij ons voor gelijk aan dien van het gefixeerde punt, wanneer alle andere aanwijzingen zijn uitgesloten. Bij het gewone zien dragen wij echter gewoonlijk kennis van den afstand, en dan blijft de hiermede gegeven voorstelling allicht beslissend.*

Zien wij in de beschreven donkere ruimte naar *P* (fig. 1), dan smelten de dubbelbeelden van een in *p* overspringenden vonk tot één beeld samen. Maar is in *p* niet een voorbijgaande vonk, maar een blijvend lichtpunt, evenals in *P*, opgesteld, dan blijven zijn dubbelbeelden veel lichter gescheiden. Dit verschil is opmerkelijk. Zou niet het gelijktijdig ontstaan, stijgen, afnemen en verdwijnen der indrukken van een lichtvonk op de beide oogen het samensmelten bevorderen? Van een blijvend lichtpunt doorloopen de indrukken op beide oogen hunne bijzondere phasen *),

---

*) Ik meen hier nog eens te mogen wijzen op mijne bevinding, dat, onder momentane verlichting, de wedstrijd van kleuren is uitgesloten, en de verbinding der indrukken volkomen is (zie binoculair zien).

en schijnen dus eer hun zelfstandigheid te zullen doen gelden. Wij weten, hoe ook alléén de door een en hetzelfde mechanisme aangeblazen toonen der mixturen van het orgel zich tot een klank verbinden.

De gescheiden beelden van het lichtpunt *p* zien wij nu, bij het onbewegelijk fixeeren van *P*, als twee lichtpunten naast elkander (in dit geval aan weerszijde van het gefixeerde punt), en het wordt ons, alsof er drie lichtpunten waren, allen binoculair gezien. Zeer doelmatig voor deze proef zijn de twee reflexie-beelden eener gekleurde lens, waarvan het eene zich gekleurd, het andere niet gekleurd vertoont: ook van ongeoefenden verkrijgt men bij het aanwenden van deze een zeer juist bescheid. Dat ieder halfbeeld slechts met één oog gezien wordt, daarvan heeft men, ook bij het vrije zien in de ruimte, geen voorstelling. Men herinnert zich, hoe VON GRAEFE voorgewende blindheid van het eene oog ontmaskerde, door een prisma met den hoek naar boven voor het andere oog te houden: de bedriegster, bedrogen, meende de twee beelden, die zich aan haar vertoonden, met hetzelfde oog te zien. Ik heb die methode bij eigen ervaring als zeer doeltreffend leeren kennen. Trouwens ook bij het gewone zien zijn wij ons niet bewust, wat we slechts met één, wat wij met beide oogen zien.

Wanneer men de dubbelbeelden nu voor twee naast elkander gelegene voorwerpen aanziet, dan is het wel zeker, dat men ze geen van beide op de plaats zien kan, waar het voorwerp zich werkelijk bevindt. De vraag is dus: waar ziet men ze? De richting is *voor alle gevallen* beslissend aangegeven door de richtingslijn: bij 't fixeeren van *P* ligt het halfbeeld van *p* op het linker oog rechts, op het rechter links van het fixeerpunt, — en *alles* omgekeerd, bij 't fixeeren van *p*. De gezichtshoeken zijn op de figuur af te lezen. Maar op welken afstand liggen ze op die richtingslijnen? Als alle verdere aanwijzing ontbreekt (zooals in de donkere ruimte), dan liggen zij, bij onbewegelijk fixeeren, met het gefixeerde punt absoluut in denzelfden horopter. De voorstelling, dat wij met drie op een rij gelegen voorwerpen te doen hebben, is zoo vast, dat zij bij het achtereenvolgens fixeeren volkomen onbewegelijk blijven. Men verkeert geheel in den waan, dat men ook de beide halfbeelden werke-

lijk ziet in *het kruispunt der richtingslijnen* van het getroffene en van het correspondeerende (schoon niet getroffen) netvliespunt. De proef gelukt even goed, wanneer de lichtpunten niet in het mediaanvlak liggen en het gefixeerde punt naast de twee halfbeelden gezien wordt.

De illusie van binoculair zien der halfbeelden is bij deze proef zoo volkomen, omdat, terwijl aan het lichtpunt voor het eene oog een volstrekt duister voor het andere beantwoordt, de wedstrijd der gezichtsvelden voldoende is uitgesloten.

Doet men dezelfde proef bij 't vrije zien, daarbij in plaats van vonken kleine voorwerpen gebruikende, dan blijft, zooals wij reeds zeiden, de richtingslijn van ieder netvliesbeeld beslissend voor de richting van het zien. Maar de kennis, die men van het voorwerp heeft, is van invloed op de voorstelling van den afstand. Wat mij betreft, ik kan mij alle dubbelbeelden zonder moeite voorstellen, als in den horopter gelegen, en de drie beelden achtereenvolgens fixeeren, zonder dat ze zich schijnen te bewegen. Aan vele anderen zal de proef beter gelukken, wanneer de halfbeelden door vorm en ligging zich aan het gefixeerde voorwerp aansluiten. Men plaatse bijv. een ijzeren staafje op kleinen afstand in het mediaanvlak, terwijl men een in hetzelfde vlak op grooteren afstand gelegen kachelpijp ziet. Nadert men nu zooveel tot het staafje, dat zijn dubbelbeelden zich even breed als de kachelpijp vertoonen, dan zal een ieder zich gemakkelijk voorstellen, drie gelijke kachelpijpen naast elkander te zien en ze bij afwisselend fixeeren in rust zien blijven: hij plaatst ze dus in één vlak naast elkander. Bij deze proef moet het hoofd leunen, om parallactische beweging te voorkomen. 't Is daarenboven goed, dat de achtergrond vrij donker en effen zij, en dat een paar kleine schermen de uiteinden der voorwerpen verbergen.

Intusschen is het waar, dat, bij het gewone zien, waarbij men doorgaans met bekende voorwerpen te doen heeft en de bewegingen van het hoofd ze naar hun verschil van afstand parallactisch doen bewegen, de dubbelbeelden, inzoover men er op let, op de ware distantie worden geplaatst van het voorwerp, waartoe ze behooren, zoodat, wanneer men van het gefixeerde punt bijv. tot een naderbij gelegen wil overgaan, onmiddellijk vrij

nauwkeurig den vereischten aanstoot tot beweging weet te geven, om het binoculair te fixeeren. Ziet men daarbij nauwlettend toe, dan bemerkt men, dat de dubbelbeelden van beide zijden tot elkander naderen. Het duidelijkst blijkt die beweging der dubbelbeelden, wanneer men twee kleine voorwerpen, bijv. twee potlooden, in het mediaanvlak houdt en afwisselend het meer en minder verwijderde fixeert. Hierbij komt het gefixeerde, zooals men weet, altijd tusschen de dubbelbeelden van het niet gefixeerde te staan. Men kan nu ook het naderbij gelegen potlood, buiten het mediaanvlak, juist tusschen een der oogen en het meer verwijderde inschuiven: dan valt het eene dubbelbeeld altijd op het gefixeerde voorwerp, terwijl het andere er respectievelijk rechts en links naast staat.

Het afwisselend tot elkander naderen en uiteengaan der dubbelbeelden van de afwisselend gefixeerde voorwerpen geeft nu, wanneer het eene oog gesloten blijft, tot een merkwaardig gezichtsbedrog aanleiding. Men zie afwisselend naar een vizier en naar een verwijderd voorwerp, in de richting van het vizier gelegen. Bij het zien naar 't vizier, schijnen dan beide, vizier en voorwerp, zich naar de zijde van het geopende oog, bij het zien naar het voorwerp, beide zich naar de tegengestelde zijde te verplaatsen. De verklaring is deze. Een direct gezien punt vertoont zich op zijn plaats, in het kruispunt der gezichtslijnen, onverschillig of het met één of met beide oogen wordt gezien (verg. bl. 34). Ziet men nu met één oog naar 't vizier, welks afstand men kent, dan richt zich daarop ook het geslotene, en men ziet het vizier op zijn plaats, maar het voorwerp is verschoven. Ziet men naar het voorwerp, dan ook richt zich daarop het geslotene en is het voorwerp op zijn plaats, maar het vizier verschoven. Bij iedere afwisseling verschuiven dus beide: het eene, omdat het op zijn plaats komt, het andere, omdat het die verlaat. Houdt men nu bij deze proef ook het andere oog open, dan wordt ons duidelijk wat er gebeurt. Het vizier, namelijk, vertoont zich in dubbelbeelden, als men naar het voorwerp ziet, het voorwerp, als men naar 't vizier ziet, en bij het afwisselend fixeeren ziet men de dubbelbeelden van het eene respectievelijk van rechter en linker zijde tot elkander komen, terwijl die van het andere naar de rechter en linker zijde uit

elkander gaan. Die verschuivingen naar tegenovergestelde zijden kunnen in onze voorstelling elkander dan opheffen, zoodat vizier zoowel als voorwerp op hunne plaats blijven. Maar doet men de proef met één oog, dan ziet men telkens slechts een der dubbelbeelden, en zijne nu niet gecompenseerde schijnbeweging maakt den indruk van een ware.

Nagenoeg op deze wijze is de proef door HELMHOLTZ *) gedaan en beschreven. Zij is mij reeds voor meer dan 10 jaren getoond geworden door GIRAUD-TEULON, die ons hier met een bezoek vereerde, en ik gaf er toen de verklaring van, die men hier gelezen heeft. Een zeer geschikte wijze is, zich voor een vensterglas te plaatsen en afwisselend een vlekje op het glas en een verwijderd voorwerp te fixeeren.

HELMHOLTZ merkt op, dat bij het gebruik van het rechter oog de verschuiving kleiner schijnt dan bij 't gebruik van het linker. Zoo is het ook bij mij en bij de meesten. Bijzonder treffend is dit verschil, wanneer men door een zeer kleine opening, achtereenvolgens dicht voor het rechter en voor het linker oog gehouden (als bij entoptisch onderzoek), naar de verwijderde voorwerpen ziet en afwisselend de opening zelve tracht te zien, of wanneer men een klein reflexie-beeld in het voorste brandpunt houdt en, onder aanhoudende fixatie met het eene oog, zijn convergentie verandert. Ook bij het uiteenwijken en tot elkander naderen der dubbelbeelden, wanneer beide oogen geopend zijn, krijg ik licht de voorstelling, dat de bewegingen van het met het rechter oog geziene halfbeeld kleiner zijn. Scherpschutters, die gewoon zijn te viseeren met het rechter oog en daarbij afwisselend naar het vizier en naar het voorwerp zien, merken niets van de schijnbare versplaatsing, en hun, die langen tijd het gezicht van een oog hebben gemist, is de voorstelling daarvan op geenerlei wijze bij te brengen.

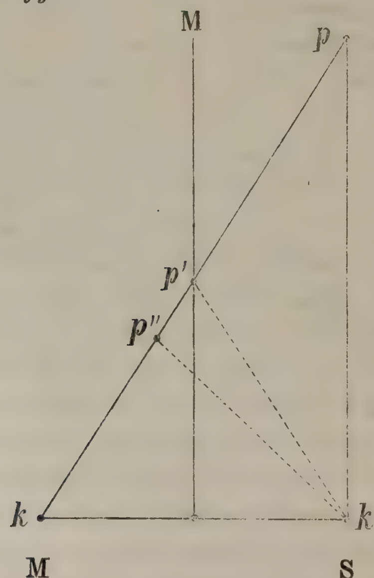
Soortgelijke proeven nu zijn door HERING verricht, en hij heeft daarop grooten nadruk gelegd, om te betoogen, dat wij de voorwerpen niet noodzakelijk op de gezichtslijnen projiciëeren. En werkelijk, terwijl alleen het geslotene oog zich rechts en links beweegt, schijnen de door het andere oog onbewegelijk gefixeerde

*) l. c. p. 607

voorwerpen zich te verplaatsen. Bij onveranderde gezichtslijn dus veranderde projectie!

De verklaring hiervan ligt in het bovenstaande reeds opgesloten. Wij hebben, namelijk, gezien, dat de binoculair gefixeerde voorwerpen zich vertoonen in het *kruispunt* der gezichtslijnen. Welnu, dan moet de voorstelling der ligging, bij onveranderde richting der eene gezichtslijn, door veranderde richting der andere gewijzigd worden. Zij, in fig. 2, *k p* de onveranderde richting der gezichtslijn van het linker oog *S*; *k p* *k p'* en *k p''* drie richtingen der gezichtslijn van het rechter oog

fig. 2.



D, dan ligt het voorwerp, bij deze drie richtingen, eenmaal, in *p*, rechts van het mediaanvlak M, bij *p'* juist in het mediaanvlak, en bij *p''* links van dat vlak. Nu is het onverschillig voor de beoordeeling, of bij het fixeeren een der oogen bedekt wordt. Men fixeere een voorwerp scherp, binoculair, en schuive voor een der oogen een scherm: het voorwerp behoudt onveranderd zijne plaats. Of men houde een scherm in het mediaanvlak: zoo blijft alles op zijn plaats, en men weet zelfs niet, dat men nu bijna alle voorwerpen slechts met een oog ziet. Bij de proef, behoorende bij fig. 2, kan dus het rechter oog gesloten blijven:

mits het achtereenvolgens op p, p' en p'' gericht worde, zal het in de gezichtslijn van S gelegen punt even goed van de rechter zijde, door het mediaanvlak, naar de linker zijde verschuiven. Eigenlijk zou, indien er slechts één voorwerp op de rechter gezichtslijn ligt, bijv. p, wijl de dubbelbeelden uitblijven, dat voorwerp hierbij tevens tot het oog moeten naderen. Maar dat doet het niet, of althans onvolkomen, omdat de gezichtshoek, waaronder het zich vertoont, genoegzaam dezelfde blijft. Men zou dus tevens zich moeten voorstellen, dat het voorwerp in dezelfde evenredigheid kleiner wordt, als men het zich nader denkt, en tegenover dergelijken eisch geeft de afstandsinnervatie zich gewonnen.

Dit ten aanzien der gezichtslijnen. Wat de overige richtingslijnen betreft, men houde daaraan vast, dat die op ieder oog de gezichtslijn volgen. Zij projiciëeren onveranderlijk onder denzelfden hoek met de gezichtslijn. In de boven beschreven proef is die hoek $= o$: dàarom wordt bij het fixeeren van het vizier het voorwerp in dezelfde richting gezien, en omgekeerd het vizier bij het fixeeren van het voorwerp *). Maar wat daar naast ligt, maakt bij de bewegingen van het gesloten oog dezelfde zijdelingsche verplaatsing mede.

Men zal nu nog duidelijker inzien, waarom wij niet zeggen kunnen, dat de dubbelbeelden zich in absoluten zin op de richtingslijnen vertoonen. Immers hare projecties volgen op ieder oog die der gezichtslijn, en ook deze is voor ieder oog niet absoluut, maar integendeel, zooals wij zagen, afhankelijk van de richting der gezichtslijn van het andere oog.

Willen wij de ligging der dubbelbeelden graphisch voorstellen, dan moeten wij de richtingslijnen verlengen tot op den afstand, waar het kruispunt der gezichtlijnen ligt. Dáár eerst hebben de gezichtslijnen een gemeenschappelijk punt in de ruimte, en — nemen dus ook de punten, op de richtingslijnen onverschillig van het eene of van het andere oog gelegen, in betrekking tot elkander en tot het gefixeerde punt de plaats in, die de richting vertegenwoordigt, waarin ze worden gezien. Die gra-

*) Van het verschil tusschen gezichtslijn en viseerlijn mag ik hier wel abstraheeren.

phische voorstelling op den afstand van het kruispunt der gezichtslijnen, is dus noodig, althans bij gekruiste dubbelbeelden (verg. fig. 2), voor de appreciatie der betrekkelijke richting en prejudiciëert niets omtrent den afstand.

Aan het einde dezer uitvoerige beschouwing zien wij ons teruggevoerd tot onze oude stelling: *dat wij de voorwerpen direct zien, dáár, waar de bewegingsinnervatie de gezichtslijnen tot overkruising brengt, en indirect op ieder oog onder een hoek met de gezichtslijn, die door de richtingslijn van het getroffen netvliespunt bepaald wordt.*

Dit is het, wat wij wenschten te betoogen. Het resultaat is gemakkelijk te vatten en zijn grond van bestaan even licht te herkennen. Ik durf daarom hopen, dat de gegeven voorstelling ingang vinden zal.

Aan het slot moet ik nog eens terugkomen op HERING's Cyclopenoog.

Dat het feitelijk juist is, te zeggen: wij zien een gefixeerd punt, én met ieder oog afzonderlijk, én met beide oogen te gelijk, in een richting, waarin een op dat punt gericht oog, in het midden tusschen de beide geplaatst, het zien zou, — ligt in mijn betoog opgesloten. Immers wanneer, zooals ik beweer, wij het gefixeerde punt zien in het *kruispunt* der richtingslijnen, dan ligt het ook zeker op de lijn, *die den hoek,* waaronder zij elkander snijden, halveert. Maar om van een kruispunt te kunnen spreken, dat niet slechts de richting, maar ook den afstand bepaalt, zijn twee oogen noodig. De reductie tot een cyclopen-oog doet daarvan afstand. Het denkbeeldige cyclopenoog geeft dus niet, wat het zou moeten geven: het is onvoldoende.

Van het cyclopenoog is intusschen nog verder gebruik gemaakt. „Ich habe gefunden" zegt HELMHOLTZ *), „dass auch für „die scheinbare Lage des Netzhauthorizonts eine ähnliche Ab- „hängigkeit von den Raddrehungen beider Augen besteht, wie „fur die scheinbare Richtung der Gesichtslinie." Heb ik

*) l. c. p. p. 608—612.

HELMHOLTZ goed verstaan, dan zou ik meenen, hierop iets te moeten afdingen (verg. bijlage C). Het is volkomen juist, dat ook ten aanzien der raddraaiing de twee oogen zich tot eene gemiddelde voorstelling combineeren. Zoodanige combinatie tot een gemiddelde komt onder alle omstandigheden voor. Fixeeren wij bijv. met sterke symmetrische convergentie een uitgespannen draaad of beter nog een horizontale lichtspleet, dan zien we deze werkelijk horizontaal; maar wij kunnen ons toch gemakkelijk overtuigen, dat zich eigenlijk twee in het fixeerpunt zich overkruisende beelden vertoonen, die, door ieder oog afzonderlijk gezien, in tegengestelde richtingen van de horizontale afwijken, maar waarvan de gemiddelde horizontaal is.

Bij asymmetrische convergentie zijn de afwijkingen minder gelijk, maar wij nemen binoculair weer ongeveer de gemiddelde, de ware horizontale.

Eene juiste aanwijzing voor den stand van verticale en horizontale lijnen zou dus een cyclopen-oog geven, dat de gemiddelde asdraaiing had ondergaan. Dit cyclopen-oog zou zien als de beide oogen, gezamenlijk. Maar men kan niet zeggen, dat het zien zou als ieder oog afzonderlijk. Dit is reeds daarom onmogelijk, omdat ieder oog een verschillende helling ziet. Voor de gezichtslijnen is dit geheel anders. Men ziet het gefixeerde punt met ieder oog in het kruispunt der richtingslijnen. Dat kruispunt verschuift naar dezelfde zijde, waarheen het bedekte oog zich draait: die richting van draaiing deelt zich dus mede aan de voorstelling, die van het geopende oog uitgaat. Maar bij de raddraaiing ontstaat de voorstelling als de gemiddelde tusschen twee hellingen, waarvan, met het sluiten van een der oogen, de eene wegvalt. Zij houdt dus op compenseerend te werken, in betrekking tot de andere. Wij zien dan met het eene oog noodzakelijk een helling, die in werkelijkheid zou moeten bestaan, om op de beide oogen als gemiddelde voort te brengen, wat op het eene aanwezig is, want — wat met één oog gezien wordt meenen we met beide te zien.

Inderdaad is het evenzoo gesteld met de schijnbare helling, die aan de verticale meridianen eigen is. Met beide oogen door een koker ziende, tegen een wit vlak, stelt men een draad verticaal in. Een oog ziet zijn eigen helling, die, onder alle om-

standigheden, des te meer van de binoculaire zal afwijken, hoe meer het andere oog bij het binoculaire zien zou hebben gecompenseerd.

Voor de raddraaiingen schijnt mij dus het cyclopen-oog om een andere reden onvoldoende te zijn, als voor de richtingen der bliklijnen: bij deze, omdat het abstraheert van het kruispunt, bij gene, omdat het slechts een gemiddelde geeft van voorstellingen, voor het eene oog verschillend van die van het andere.

Bedoelt het cyclopen-oog niets meer, dan een samensmelting der afzonderlijke voorstellingen, dan liet het zich nog verder toepassen. Men zou dan kunnen zeggen, dat het de kleuren combineert. Bij momentane verlichting althans krijgt men ongeveer de voorstelling der gemengde kleur, zonder spoor van wedstrijd, en is het dus, alsof een cyclopen-oog het licht van de beide oogen ontving. Hetzelfde geldt tot in zekere mate voor de grootte van den gezichtshoek, waaronder wij een voorwerp zien. Een klein voorwerp, ter zijde van het aangezicht gehouden, ziet men grooter met het oog van dezelfde, kleiner met dat der tegengestelde zijde, met beide oogen op zijn gemiddelde grootte, en wel ongeveer zoo groot als een cyclopisch oog het zien zou.

Maar ik vermijd toch bij voorkeur de uitdrukking van cyclopisch oog, omdat men er onjuiste of onvoldoende voorstellingen mee verbinden kan, en het toch waarlijk niet moeielijk te begrijpen is, dat men een voorstelling krijgt, die ongeveer aan de gemiddelde uit de indrukken der beide oogen beantwoordt.

Later komt HELMHOLTZ *) nog eens op het cyclopisch oog terug, om te doen opmerken, dat de daarvan uitgaande „Sehrichtungen" zich nooit kunnen snijden, en dat het bezwaar, dat de gekruiste dubbelbeelden der beide oogen in dit opzicht opleveren, hiermee vervalt. Men heeft echter slechts, zooals door HELMHOLTZ †) zeer juist betracht wordt, iedere richtingslijn op

*) l. c. p. 745.

†) l. c. p. 696.

de gezichtslijn van haar eigen oog terug te brengen, om alle bezwaar uit den weg te ruimen. En verlengt men de richtings-lijnen voor de gekruiste beelden tot op den afstand van het kruispunt der gezichtslijnen, waar beide een en hetzelfde punt in de ruimte vertegenwoordigen, dan geeft het diagram ook de juiste ligging der dubbelbeelden aan.

Wij willen dus liever het dubbeloog van HERING niet cyclopisch verbinden.

BIJLAGEN.

A. *Schatting van den afstand uit de convergentie, bij direct zien. a.* De waarnemer bevindt zich in een volstrekt donkere kast, in staande houding, leunende met het voorhoofd onbewegelijk op twee steunpunten, en ziet naar een op veranderlijken afstand voortgebracht lichtpunt, bestaande uit snel op elkander volgende zeer kleine inductie-vonken. Na fixatie, gedurende een paar sekunden, heeft hij met zijnen met caoutchouc bekleeden wijsvinger der rechterhand, den vonk te treffen. Onmiddellijk na de beweging wordt het daglicht toegelaten en de afstand van het lichtpunt en van den vingertop tot het oog in milimeters afgelezen. Om alle aanwijzing omtrent den afstand uit de sterkte van het lichtpunt uit te sluiten, werd de secundaire rol nu dan verschoven. Voortdurend werd het lichtpunt echter zoo zwak gehouden, dat zelfs de electroden, en voorts al wat er in de kast aanwezig was, volstrekt onzichtbaar bleven.

Afstand van			
lichtpunt.	vingertop.	Miswijzing.	Rolafstand.
400	397	— 3	20
510	510	0	〃
360	351	— 9	〃
560	569	+ 9	〃
450	447	— 3	〃
450	459	+ 9	0
400	381	— 19	10
200	207	+ 7	〃
260	268	+ 8	40
140	136	— 4	〃
360	388	+ 28	30
210	217	+ 7	〃
430	465	+ 35	0
530	514	— 16	0
200	209	+ 9	5
200	205	+ 5	5
450	476	+ 26	10
230	231	+ 1	〃

Afstand van lichtpunt.	Afstand van vingertop.	Miswijzing.	Rolafstand.
115	124	+ 9	10
450	448	— 2	30
110	114	+ 4	0
460	475	+ 15	0
300	310	+ 10	20
460	476	+ 16	15
350	343	— 7	15
580	580	0	25
120	140	+ 20	20
390	412	+ 22	0
65	70	+ 5	35
470	474	+ 4	35
610	576	— 34	15

Gemiddelde miswijzing. . . . 10.8.

b. De kast blijft open. Alle voorwerpen zijn verlicht. Men opent de oogen, ziet de electroden, schat den afstand, sluit weder de oogen en heeft nu met den vinger het punt tusschen de electroden te treffen. De uitkomsten zijn:

420	422	+ 2
260	280	+ 20
230	255	+ 25
150	146	— 4
460	470	+ 10
250	251	+ 1
80	105	+ 25
490	478	— 12
330	327	— 3
600	610	+ 10
210	227	+ 17
420	442	+ 22
80	110	+ 30
540	544	+ 4
330	227	— 3
130	130	0
450	465	+ 15
630	527	— 3
130	133	+ 3
130	135	+ 5
330	344	+ 14

Gemiddelde miswijzing. . . . . 10.7.

c. Een nieuwe reeks met lichtpunt in de donkere kast, evenals *a.*

330	314	— 16	20
480	503	+ 23	〃
510	522	+ 12	〃
390	402	+ 12	0
300	311	+ 11	0
155	161	+ 5	0
70	95	+ 25	30
540	580	+ 40	15
600	602	+ 2	〃
220	235	+ 15	〃
80	80	0	25
510	538	+ 28	20
610	629	+ 19	〃
380	376	— 4	〃
150	159	+ 9	5
60	60	0	5
107	111	+ 4	10
200	211	+ 11	10
580	578	— 2	15

Gemiddelde miswijzing . . . . 12.9.

Het blijkt, dat bij geopende kast, terwijl alle voorwerpen in daglicht werden gezien, de miswijzing bijna even groot is als bij een enkel zichtbaar lichtpunt. Het oordeel over den afstand van een lichtpunt binnen het bereik der hand is voor hem, die twee goede oogen heeft, dus bijna even volkomen, als wanneer alle andere factoren tot beoordeeling van den afstand tevens gegeven zijn. Het van den rolafstand afhankelijk verschil in helderheid van het lichtpunt bleef zonder invloed.

Verscheidene mijner vrienden hebben deze proeven herhaald en geene grootere miswijzing bekomen dan ik, de Heer ABRAHAMSZ slechts 9.7 millimeter.

B. *Schatting van den afstand, bij indirect zien.* Terwijl het lichtpunt in de kast op een vasten afstand van 300 millimeters werd gefixeerd, liet men een enkelen sterkeren inductie-vonk overspringen, nu op grooteren dan op kleineren afstand van het fixeerpunt, en meer of minder ter rechter of ter linker zijde, altijd binnen het bereik der handen: de plaats, waar die vonk was overgesprongen, moest nu weder met den vinger worden aangewezen.

Ik verkreeg de volgende resultaten:

FIXEERPUNT OP 300 MILLIMETERS.

Afstand van vonk.	vingertop.	Miswijzing.	Aanmerkingen.
530	590	+ 60	
300	310	+ 10	
600	560	— 40	
240	237	— 3	
440	468	+ 28	
220	213	— 7	
580	520	— 60	
410	455	+ 45	
220	277	+ 57	zeer sterk rechts.
550	628	+ 78	id. id.
240	234	— 6	id. id.
210	202	— 8	
580	512	— 68	
450	490	+ 40	zeer sterk links.
240	233	— 7	
500	466	— 34	
540	506	— 34	
290	380	+ 90	id. id.
250	250	0	id. id.
290	299	+ 9	
340	365	+ 25	id. id.
520	504	— 16	
350	352	+ 2	
520	471	— 49	
400	520	+ 120	zeer sterk rechts.
240	254	+ 14	id. links.
410	434	+ 24	
223	250	+ 27	id. links.
330	285	— 45	id. rechts.

Gemiddelde miswijzing = 35

Gemiddelde afstand. . = 380.

De miswijzing bedraagt dus ongeveer $\frac{1}{11}$ van den afstand. Blijkbaar wordt zij het grootst, wanneer de vonk ver van het fixeerpunt verwijderd of sterk ter zijde overspringt. In het eerste geval liggen zijne dubbelbeelden ver uiteen, in het laatste werd zeker somtijds, door het in den weg staan van den neus, de vonk slechts

met één oog gezien. Sluiten wij deze gevallen uit en bepalen wij ons tot afstanden van 200 tot 400 millimeters, zoo blijkt de gemiddelde miswijzing slechts 6 millimeters te bedragen.

Een punt verdient nog opmerking: dat, namelijk, wanneer de vonk sterk ter zijde overspringt, en wel ongeveer op gelijken afstand als het fixeerpunt, de afstand regelmatig te groot geschat wordt. Dit strookt met de uitkomst, door HERING en HELMHOLTZ (l. c. p. 654) bij het direct zien van verticale draden verkregen.

C. *Schatting van de richting van gefixeerde lijnen, bij verschillende standen der oogen.* Deze proeven bestonden in het zoo goed mogelijk verticaal of horizontaal stellen van een draad, gezien door een korten koker en geprojicieërd op een gelijkmatig vlak, en het telkens constateeren der afwijking resp. van de verticale of horizontale. Deze methode is door HERING en anderen aangewend. Mij was het hier bijzonder te doen om bepalingen voor het geval, dat het eene oog onveranderlijk in een richting, evenwijdig aan het medi-vlak, bleef fixeeren, terwijl het andere (al of niet bedekte) naar binnen werd gedraaid. Eenvoudigheidshalve bepaalde ik mij tot bewegingen in het horizontale vlak, bij rechtstandig hoofd. Daarbij bracht de convergentie reeds voldoende helling der medianen mede, om de vraag, waarop het aankwam, te onderzoeken. Hiertoe behoort meer bijzonder de reeks *c*. Ter vergelijkidg moesten echter ook de overige uitkomsten worden medcgedeeld. Ik bepaal mij tot het opgeven der gemiddelden van 10 of 20 waarnemingen, met opmerking, dat, afgezien van zeer geforceerde convergenties, de waarschijnlijke fout gering was.

Draait het oog *links* om de gezichtsas (men kan dit tusschen twee vingers gemakkelijk bewerkstelligen), dan ziet men alle lijnen zich *rechts* om het fixeerpunt draaien, — als de wijzer van een uurwerk: een lijn, die in werkelijkheid links overhelt, zal daarbij dus verticaal kunnen schijnen. Hieruit volgt, dat, wanneer wij den draad in den cilinder links doen overhellen, het oog ook links om zijn as is gedraaid: deze richting noemen wij de negatieve. Positief is de draaiing van het oog, wanneer wij een rechts overhellenden draad voor verticaal houden.

a. Bij bedekking van het eene oog wordt, afwisselend met het rechter en linker, de draad verticaal, later horizontaal gesteld, en de afwijking van de werkelijk verticale en horizontale afgelezen. Het stellen geschiedt bij rechtstandig hoofd en horizontaal gerichte,

evenwijdige gezichtslijnen.

	Verticaal.	Horizontaal.	Verschil.
Rechter oog.	+ 0°.22	— 0°,69	0°.91
Linker oog.	— 3°.86	— 3°.25	0°.61
Hoek *m* =	4°.08	2°.56	1°.52

Op andere tijden gaven nieuwe reeksen mij de volgende waarden:

	Verticaal.	Horizontaal.	Verschil.
Rechter oog.	— 0. 93	*)	
Linker 〃	— 4°.30		
Hoek *m* =	3°.37	2°.71	0°.66

Voorts:

	Verticaal.
Rechter oog	+ 0.53
Linker oog	— 3.38
Hoek *m* =	3.97

Uit deze resultaten blijkt, dat, wanneer bij het binoculair zien de gemiddelde aanwijzing der beide meridianen wordt gevolgd, de verticale lijn mij moet voorkomen rechts over te hellen, en wel, in de conditie, bij de eerste reeks van proeven aanwezig, 0°.22 + 3°.86 : 2 = 2°.04, de horizontale 0°.69 + 3°.25 : 2 = 1°.97. Een afwijking in dien zin komt werkelijk bij mij voor: met het rechter oog alléén beoordeel ik de richtingen van lijnen juister dan met beide oogen.

b. Afwisselend wordt een der oogen gedekt, onmiddellijk na de dekking de draad verticaal gesteld, de dekking opgeheven en het resultaat als juist aangenomen, wanneer bleek, dat tijdens de dekking de convergentie onveranderd gebleven was.

Symmetrische convergentie, naar een in het mediaanvlak gelegen punt, op Ctm.

	Oneindig.	30	19	10	6	4
Rechter oog.	— 0°.93	— 0°.81	— 0°.16	+ 1°.44	+ 1°.86	+ 1°.79
Linker oog.	— 4°.3	— 3°.53(?)	— 5°,34	— 6°45	— 7°.44	— 9°.5
Hoek *m* =	3°.37	2°.72(?)	5°.18	7°.89	9°.30	11°.29

*) Ik had geen absoluut horizontale ter vergelijking en kon dus slechts den hoek *m* uit het verschil van rechter en linker oog afleiden.

	Oneindig.	30	19	10	6	4
Berekende bi-noc. helling.	— 2°.61	— 2°.17(?)	— 2°.7	— 2°.5	— 2°.79	— 3°.58
Waargenomene		— 1°.76	— 1°.72	— 1°.21	— 1°.26	— 1°.7

Het blijkt, dat bij toenemende convergentie de verticale meridiaan van het rechter oog meer en meer rechts, die van het linker meer en meer links overhelt. De gemiddelde overhelling blijft links. Op de gemiddelde (de waargenomene) doet de helling van het rechter oog zich sterker gelden dan die van het linker.

In een vroegere reeks van proeven namen de overhellingen zoowel voor het rechter als voor het linker oog, bij gelijke convergenties als boven, nagenoeg $\frac{1}{4}$ minder toe. Ook in een andere reeks, waarbij de waarneming met horizontale lijnen geschiedde, werden kleinere waarden gevonden.

HORIZONTALE STELLING.

Symmetrische convergentie.

	Oneindig.	Matige.	Zeer sterke.
	— 0°.69	+ 0°.83	+ 1°.99
	— 3°.25	— 4°.8	— 5°.55
Hoek *m*	2°.56	5°.63	7°.54.

c. 1. Gezichtslijn van *rechter* oog blijft, onveranderd, evenwijdig aan het mediaanvlak, terwijl die van het linker oog, naar binnen draaiende, die van het rechter snijdt in

asymmetrische convergentie, op ctm.

	30	19	10	6	max.
Rechter oog.	— 1°.35	— 0°.33	+ 1°.3	+ 1°85	+ 1°.25
Linker oog.	— 5°.87	— 5°.66	— 7°.07	— 8°.16	— 9°.81
Hoek *m*	4°.52	5°.33	8°.37	10°·01	11°.96
Berekende bi-noc. helling.	3°.61	2°.99	2°.89	blijven dubbelbeelden.	
Waargenomene	2°.98	2°.69	2°.33	„	„

Hieruit blijkt ten duidelijkste, dat, terwijl, bij toenemende convergentie, de verticale meridiaan van het linker oog meer en meer links overhelt, die van het rechter een overhelling rechts bekomt. Van een convergentie van 30 tot 6 ctm. bedraagt die hier niet minder dan 1°.35 + 1°.85 = 3°.2. Moge de werkelijke overhelling aan deze schijnbare niet geheel beantwoorden, in elk geval blijkt er uit,

dat de stijgende negatieve overhelling op het linker oog op het rechter geen schijnbare helling in *gelijken* zin voortbrengt, zooals HELMHOLTZ vermoedde. — Hij merkt trouwens op, dat hij zich van proeven met sterke convergentie moest onthouden, wijl deze hem hoofdpijn gaven.

Ik heb door oefening mijne oogen in velerlei opzicht leeren beheerschen en daarbij ook een groote virtuositeit gekregen in het volstrekt onbewegelijk houden van de eene gezichtslijn, terwijl de andere zelfs tot een maximum naar binnen draait. Daarbij is niet het minst van de schommeling te zien, die HERING hieraan verbonden acht. Om intusschen zeker te zijn, dat de gezichtslijn van het rechter oog bij het fixeeren van den draad evenwijdig was en bleef aan het mediaan-vlak, werd aan een sterk brillenstel een buigzamen metalen draad met blinkend uiteinde bevestigd en, bij vasten stand van het stel op den neus, zoo gebogen, dat, bij het zien op afstand met rechtstandig hoofd en horizontale gezichtslijnen, evenwijdig aan het mediaanvlak, het diffuus beeldje van het blinkend uiteinde het gefixeerde punt dekte. Bij de bovenstaande bepalingen nu werd afwisselend voor het eene en voor het andere oog een klein scherm gehouden en de stelling van den draad als juist beschouwd, wanneer bij het wegmen van het scherm de richting der gezichtslijn bleek onveranderd te zijn. Bij de hoogste graden van binnenwaartsche draaiing konden beide oogen open blijven, wijl de dubbelbeelden dan ver genoeg uit elkander stonden, om bij de stelling van den draad voor het eene van het andere halfbeeld te abstraheeren: deze waarnemingen beloven juist de grootste nauwkeurigheid.

2. Gezichtslijn van *linker* oog onveranderd. Hierbij werden enkel voor het maximum van binnenwaarts-draaiing van het rechter de standen waargenomen en vergeleken:

Asymmetrische convergentie.

	Evenwijdige gezichtslijnen.	Maximum binnenwaartsche draaiing van rechter oog.
Rechter oog.	— 0. 93	+ 4. 95
Linker 〃	— 4°.3	— 5°.31
Hoek *m*	3°.43	10°.26.

In dit geval wordt de positieve helling op het rechter oog veel meer verhoogd dan de negatieve op het linker. Maar ontwijfelbaar neemt toch ook de laatste toe, en in geen geval ontwikkelt zich schijnbaar eene overhelling als die van het rechter oog.

De proeven werden op verschillende tijden herhaald, onder anderen, in het bovenvermelde geval, toen bij evenwijdige gezichtslijnen het rechter oog een positieven stand van den verticalen meridiaan aantoonde. — Gezichtslijn *rechter* oog onveranderd.

Asymmetrische convergentie.

		Evenwijdige gezichtslijnen	Maximum binnenwaartsche draaiing van linker oog.
Rechter oog.		+ 0°.53	+ 2°.48
Linker 〃		— 3°.38	— 6°.06
Hoek *m*.	=	3°.91	9°.54.

Ook met *horizontale* stelling van den draad werden dezelfde proeven gedaan, en wel twee reeksen I en II. — Gezichtslijn *rechter* oog onveranderd.

		Evenwijdige gezichtslijnen.	Maximum-draaiing linker oog. I.	Maximum-draaiing linker oog. II.
Rechter oog.		— 0°.69	+ 2°.7	+ 2°.68
Linker 〃		— 3°.25	— 6°	— 6°.77
Hoek *m*	=	2°.56	8°.7	9°.45.

Eindelijk met *horizontale* stelling nog een reeks, waarbij de gezichtslijn van het *linker* oog, onveranderd, recht naar voren bleef gericht.

		Evenwijdige gezichtslijnen.	Maximum draaiing rechter oog.
Rechter oog		— 0°.69	+ 2°.9
Linker 〃		— 3°.25	— 4°.78
Hoek *m*	=	2°.56	7°.68.

Al deze proeven, hoezeer eenigszins uiteenloopende, leveren het stellige bewijs, dat bij asymmetrische convergentie, terwijl het eene oog onveranderlijk evenwijdig aan het mediaanvlak gericht blijft, zijn meridiaan in tegengestelden zin overhelt als die van het andere sterk naar binnen gerichte oog.

Een paar opmerkingen mogen hier nog plaats vinden. Vooreerst wil ik wijzen op de afwijkingen der stelling bij horizontale evenwijdige gezichtslijnen op verschillende dagen. Voor het rechter oog verschilden de uitersten 0.53 + 0.9 = 1°.43. Ook de binoculaire instelling liep tamelijk uiteen. Trouwens, zelfs bij het vrije zien, is

ons oordeel omtrent den loodrechten stand tamelijk wankelend. In Amsterdam is een nauwe straat, waarin de gevels der huizen eenigszins tot elkander neigen. Toen men nu daar een huis bouwde met loodrechten gevel, scheen deze zeer bepaald achter over te hellen. Zou ons oordeel over verticaal niet onder den invloed staan vooral van de laatste waarnemingen van lijnen, die wij meenden voor verticaal te mogen houden? — Niet altijd evenwel zullen wij de oorzaak der afwijkingen van ons oordeel kunnen opsporen.

In de tweede plaats is het de vraag, of, natuurlijk bij gelijken stand van het hoofd en bij beweging der oogen in het horizontale vlak, de schijnbare helling der meridianen als de ware mag worden aangezien. Wel is de hoek *m*, dien bijv. de schijnbaar verticale meridianen der twee oogen met elkander maken, naar ik meen, uit de helling der met beide oogen gelijktijdig nabij elkander geziene beelden met goed recht af te leiden. Maar op de beoordeeling van den stand van ieder beeld in het bijzonder zou de spierwerking, vooral wanneer ze geforceerd is, wijzigend kunuen ingrijpen. Zekerheid zouden hier slechts de nabeelden geven, van een gekleurden band bijv., te voren bij evenwijdige gezichtslijnen gezien. Maar ik vind, dat deze, althans bij de sterkste graden van convergentie, waarbij de veranderde helling eerst recht duidelijk zou te constateeren zijn, zich zeer onvolkomen ontwikkelen en dus in den steek laten. Dit was mij reeds gebleken, toen mijn te vroeg overleden jeugdige vriend BLOEMERT SCHUERMAN (verg. vijfde jaarlijksch verslag van het Nederl. Gasthuis voor ooglijders, — met wetenschappelijke bijlagen, bl. 23. en volgende. Utrecht 1864) meende te vinden, dat bij die geforceerde bewegingen zelfs de correspondeerende punten der beide netvliezen hunne betrekking wijzigen. Dit zeker hoogst zonderlinge resultaat waagde ik niet aan te nemen; maar het maakte op mij toch eenigen indruk, dat SCHUERMAN zich zoo stellig daarvan meende overtuigd te hebben.

OVER DEN METEORIET VAN TJABÉ

IN

NEDERLANDSCH INDIË.

DOOR

E. H. VON BAUMHAUER.

Door de welwillende tusschenkomst van Zijne Excell. den Minister van Koloniën en van Zijne Excell. den Gouverneur-Generaal van Neêrlandsch Indië, ben ik in het bezit gesteld geworden van ruim een kilo van den op 19 September 1869 in de dessa Tjabé, district Padangan gevallen meteoriet, terwijl door genoemde welwillendheid ik tevens in staat ben gesteld, de volgende mededeeling omtrent den val van dien steen te bekomen.

„Op den 19^{den} September 1869 werd omstreeks 9 uur des avonds, niet alleen in de dessa Tjabé (district Padangan, afdeeling Bodjo-Negoro) maar ook op de districtshoofdplaats Padangan, ± 9 paal van genoemde dessa verwijderd, alsmede op de hoofdplaats Bodjo-Negoro, 20 paal beoosten Padangan een lichtende bol gezien, die zich in N.O.-waartsche rigting bewoog en welks licht het maanlicht overtrof.

Tegelijkertijd viel er in gemelde dessa, op twee roeden afstand van het huis van zekeren inlander SOKROMO een meteoorsteen neder.

Daarna werd er een hevige slag, evenals een kanonschot, gehoord, waarna men een geluid vernam, gelijk aan het rollen van een wagen over een brug, welk geluid eenigen tijd aanhield. In de dessa Tjabé zelve, hadden de inwoners het gevoel

alsof er eene aardbeving was. De vrouw van bovengemelden SOKROMO, alleen in huis zijnde, werd door een hevigen slag wakker en kwam haar huis uit, om te zien wat er gaande was. Zij vond op haar erf verscheidene dessa-bewoners, die bezig waren met de plaats te zoeken, waar de steen gevallen was.

Eerst den volgenden morgen om 6 uur werd de steen, zooals bovengemeld, op twee roeden afstand van het huis van SOKROMO en 2 voet diep in den grond gevonden.

Volgens de verklaring der dessa-bewoners, was de meteoorsteen, toen zij hem vonden, nog zoo warm, dat men hem niet met de handen kon aanraken.

Dat de steen niet dieper dan twee voet in den grond is gedrongen, kan toegeschreven worden aan de hardheid van den grond, door de lang aanhoudende droogte. De meteoorsteen werd daarop door het hoofd van de dessa Tjabé naar Pandangan bij den wedono gebragt; deze dompelde den steen in een emmer met water, waardoor, volgens zijne verklaring, het water begon op te bruissen, even alsof het begon te koken.

Ook werden in den omtrek van de plaats waar de steen gevallen was, nasporingen gedaan naar andere steenen, doch te vergeefs."

De President van Rembang,
(was Get.) MEIJER.

Voor eensluidend Afschrift
De Gouvernements Secretaris
(was Get.) DE GROOT.

Meerdere inlichtingen over de verschijnselen bij het vallen van dien meteoriet waargenomen, heb ik niet kunnen verkrijgen; opmerkelijk is in deze mededeeling, dat de steen, die 's avonds om 9 uur gevallen is, den volgenden morgen om 6 uur, dus na 9 uren nog zoo warm zoude zijn bevonden, dat men hem, zonder zich te branden, met de handen niet kon aanraken; ik geloof dat men aan deze mededeeling niet veel waarde mag hechten, evenmin als aan de bewering van het dessa-hoofd, dat bij de indompeling van den steen in het water, dit opbruiste alsof het begon te koken: wij weten toch dat de hitte, welke de meteoriten bij hun val hebben, een gevolg van de snelheid

waarmede zij door onzen dampkring zich hebben bewogen, alleen oppervlakkig is; in negen uren tijds zal die oppervlakkige hitte wel zijn verloren gegaan.

Het stuk hetwelk ik ontving was een van den gevallen meteoriet, die ongeveer 20 kilo's moet hebben bedragen, afgeslagen stuk, waarvan ongeveer de helft met eene grauw-zwarte doffe korst van een half millimeter dikte was bedekt; op de breukvlakte vertoonde de steen een donker-grauwe kleur met eene menigte kleine glinsterende punten; hier en daar glinsterende plaatjes van ongeveer een vierkante millimeter oppervlakte; op eenige weinige plaatsen worden meer donkere bijna zwarte kogelvormige stukjes waargenomen, die soms 2 millimeter middellijn hebben.

Ofschoon met de loup metaalglanzende deeltjes worden gezien, en de niet versche breukvlakte vele roestvlekken vertoont, mist men in dezen steen metaalkorrels van eenige uitgebreidheid, zooals die in vele meteorieten worden waargenomen.

De steenmassa is grofkorrelig en zeer hard, zoodat zij zich in den achaten mortier niet gemakkelijk laat fijn maken en men slechts met moeite met den hamer er stukken van kan afslaan.

Welke de vorm van den geheelen meteoriet is geweest heb ik niet kunnen vernemen; het met korst bedekte gedeelte van het mij toegezonden stuk vertoonde een stompen geheel afgeronden hoek.

De gelegenheid, die mij op zoo welwillende wijze was aangeboden en waarvoor ik hunne Excellenties den Minister van Koloniën en den Gouverneur-Generaal openlijk mijnen dank breng, om mij op nieuw met de analyse van een meteoorsteen bezig te houden, was mij hoogst welkom.

Toen ik voor ruim 25 jaren de meteorieten van Nashville (9 Mei 1827 te Drake Creek Sumner County in Tennessee in Noord-Amerika gevallen) en van Utrecht (2 Junij 1843 in het gehucht Blaauwkapel gevallen) aan een scheikundig onderzoek onderwierp, volgde ik *) getrouw de door BERZELIUS †) aangegevene analyseermethode.

*) POGG. *Ann.* LXVI. pag. 465.
†) POGG. *Ann.* XXXIII. pag. 1 en 113.

Deze door den grooten meester voorgeschreven weg is nog steeds die, welke met kleine wijzigingen door alle scheikundigen wordt gevolgd. De moeielijkheden om tot eene juiste kennis der meteoorsteenen te geraken, waarop BERZELIUS reeds voor 40 jaren heeft gewezen, bestaan nog grootendeels, niettegenstaande de vele voortreffelijke onderzoekingeu in verschillende richtingen in het werk gesteld, door de broeders H. en G. ROSE, door WOEHLER, C. RAMMELSBERG, SHEPARD, VON REICHENBACH, O. BÜCHNER, DAUBRÉE, NORDENSKJÖLD, G. VOM RATH en zoovele anderen.

Die moeielijkheden zijn van dubbelen aard. De methoden voor de quantitatieve scheiding van sommige daarin voorkomende grondstoffen zijn nog zeer onvolkomen. Ik behoef alleen te wijzen op de scheiding der metalen ijzer, nikkel en kobalt, waarop ik vroeger de aandacht heb gevestigd. Mochten al deze moeielijkheden door het vinden van verbeterde analyseermethoden worden weggenomen, en al konde men zoo ver komen om van een stukje meteoriet de procentische samenstelling volkomen juist te verkrijgen, zoo zoude ons dit voor de kennis van de samenstelling der meteorieten (wij laten hier de uitsluitend uit meteoorijzer bestaande meteorieten buiten behandeling) weinig verder brengen. Wie toch zal beweren iets te weten van een in willekeurige verhouding gemaakt mengsel van eenige tot gruis gestooten mineralen, indien hij de juiste procentische verhouding der in dat mengsel voorkomende zuren en basen kent. En dit is toch het geval bij de meteorieten. Reeds eene oppervlakkige beschouwing van een stuk meteoorsteen met het ongewapend oog, maar nog oneindig beter een mikroskopisch onderzoek van een zeer dun schijfje uit zulk een steen gesneden, toont aan een hoogst ongelijkmatig agglomeraat van in kleur, aanzien en doorschijnendheid zeer verschillende mineralen. Bij de meesten komt daarenboven nog behalve kristallijn zwavelijzer eene metallische verbinding: het nikkelijzer, dat overal de mineraalkorreltjes omgeeft, zoodat bij vele meteorieten men zich de zaak zoo voorstellen kan, dat, indien het mogelijk ware al de mineralen daaruit te verwijderen, eene metallische spons, met op vele plaatsen uiterst dunne wanden, als skelet zoude overblijven, terwijl diezelfde metaalverbinding op andere plaatsen dikkere korrels vormt.

Ofschoon reeds BERZELIUS daarop vooral heeft gewezen, dat men trachten moet tot de kennis te gerakeu der verschillende mineralen waaruit de meteoriet is samengesteld en om daartoe te geraken de voorloopige scheiding door den magneet en de daarop volgende scheiding door zoutzuur, waarin sommige sili-katen oplosbaar andere onoplosbaar zijn, heeft aanbevolen, in welke richting vooral RAMMELSBERG, ROSE, en anderen bij het onderzoek van vele meteoorsteenen met meer of minder goed gevolg zijn werkzaam geweest, zoo moet men toch bekennen, dat de resultaten, die uit deze onderzoekingen zijn verkregen, niet in verhouding staan tot den kostbaren tijd en het vele werk daaraan besteed. In die overtuiging ben ik op nieuw be-vestigd geworden, door het onderzoek van den straks genoem-den Oost-Indischen steen, van welken ik een ruim materiaal voor mijn onderzoek kon afzonderen en aan welk onderzoek ik, door het in verschillende richtingen te doen, veel tijd, doch eveneens met weinig positieve resultaten, heb besteed.

Het was daarom ook niet zonder zelfvoldoening dat ik voor korten tijd kennis maakte met de *Beiträge zur Kenntniss der Meteoriten,* die RAMMELSBERG in de zitting der Berlijnsche Aka-demie van 27 Juni 1870 heeft medegedeeld.

De daarin vermelde resultaten, door geleerden als RAMMELS-BERG, WERTHER, SHEPARD en SILLIMAN verkregen bij het onder-zoek van denzelfden meteoorsteen verschillen evenveel zoo niet veel meer van elkander dan die, getrokken uit mijne vergelijkende proeven over de samenstelling van den Oost-Indischen steen.

Nemen wij als voorbeeld de eerst in de beide laatste jaren en dus met al de verbeterde analyseerwijzen door C. RAMMELS-BERG, WERTHER, G. VOM RATH ingestelde analysen van steenen van den op 30 Januarij 1868 te Pultusk in Polen plaats ge-had hebbende meteorietregen, waarbij eenige duizende mogelijk honderd-duizende steenen op eene oppervlakte van meerdere kwa-draatmijlen zijn gevallen.

Voor de samenstelling van het daarin voorkomend nikkelijzer vinden de drie onderzoekers :

	v. Rath.	Werther.	Rammelsberg. in 4 verschillende analysen.			
IJzer. . . .	93,07	92,0	90,51	90,87	90,60	91,75
Nikkel. . .	6,93	8,0	9,49	9,13	9,40	8,25

Berekenen wij dit in aequivalenten, zoo zoude hetzelfde nikkelijzer bestaan volgens:

	v. Rath.	Werther.	Rammelsberg.
Fe. . . .	93,04 = 14	92,05 = 12	90,61 = 10
Ni. . . .	6,96 = 1	7,95 = 1	9,39 = 1

Voor het in zoutzuur oplosbaar silikaat, na aftrek van het nikkelijzer en van het zwavelijzer, dus, zooals algemeen aangenomen wordt, voor het enkelvoudig silikaat *olivin*, in de Pultuskersteenen, werd de volgende procentische samenstelling gevonden:

	v. Rath.	Werther.	Rammelsberg.			
			1.	2.	3.	4.
Kiezelzuur. . . .	39,67	40,53	41,08	40,56	40,19	40,41
IJzeroxydul . . .	16,64	13,08	9,42	12,16	14,11	12,84
Magnesia.	43,69	44,36	49,50	47,28	45,70	46,75
Kalk		2,03				

Zoodat de atoomverhouding tusschen het ijzer en het magnesium zoude zijn:

Fe	1	1	1	1	1	1
Mg	4,7	6,3	9,5	7	5,8	7

Rammelsberg zegt, na mededeeling dezer cijfers, van welke de uitersten door hem zelven gevonden, zijn 5,8 en 9,5: „Hiernach scheint 1 : 6 das annehmbarste Verhältniss der Olivin; mithin $Fe_2 Si O_4 + 6 Mg_2 Si O_4$."

Het gemiddelde zijner proeven is echter meer gelegen tusschen de verhoudingen 1 : 7 en 1 : 8.

Eindelijk nog voor het in zuur onoplosbaar gedeelte wordt door de drie onderzoekers gevonden:

	v. Rath.	Werther.	Rammelsberg.	
			1.	2.
Kiezelzuur	60,1	57,76	56,93	55,48
Alumina	1,7	2,70	4,17	4,58
IJzeroxydul	10,0	10,71	9,54	9,01
Magnesia.	24,8	22,43	24,23	24,14
Kalk.	0,6	4,96	3,10	3,65
Soda	2,8	1,44	—	2,22
Potassa.	—	—	—	0,92

Terwijl RAMMELSBERG tot de conclusie komt: de silikaatmassa van den Pultuskersteen bestaat uit olivin en broncit in de verhouding van 4 : 5, besluit V. RATH uit zijn onderzoek, dat die massa bestaat uit olivin en shepardit in de verhouding van 3 : 1.

Deze zoozeer uiteenloopende resultaten moeten ons niet verwonderen; ze zijn meer schijnbaar dan wezénlijk; eene mikroskopische beschouwing van een dun plaatje van een meteoriet toont reeds dadelijk hoe onregelmatig de verschillende samenstellende mineralen in den steen zijn verdeeld, zoodat eene bepaling van de verhouding in welke die mineralen in den steen voorkomen geen waarde heeft. Het in den steen verspreide nikkelijzer is geene enkele verbinding van nikkel en ijzer in eene vaste verhouding, maar een mengsel van verschillende dier verbindingen. De verhouding van de magnesia en het ijzeroxydul in de olivin is ook niet constant, maar even als in de aardsche olivinen zeer varieerende. Eindelijk wordt de bepaling van de samenstelling van het in zuren onoplosbaar silikaat der meteorieten hoogst moeielijk door de onzekerheid of niet daarin nog onopgeloste olivin of vrijgemaakt kiezelzuur uit die olivin aanwezig is. De uitlegging der resultaten der analyse wordt, naar mijn oordeel, zeer beneveld door de aanwezigheid eener niet geïndividualiseerde grondmassa, waarin de mineralen zijn ingesloten, en over wier samenstelling nog geen licht is verspreid; in het algemeen moet men er zich ook voor wachten bij de berekening der uitkomsten der analyse tot het opstellen der formulen de analogie met terrestrische mineralen te ver te drijven.

Om in deze moeielijke zaak meer licht te verkrijgen, moet men eerst over den aard en de samenstelling der voorkomende mineralen eenige zekerheid trachten te verkrijgen en deze kan naar mijn oordeel alleen verkregen worden door een mikroskopisch mineralogisch onderzoek, terwijl de scheikundige moet trachten eenige der samenstellende mineralen afgezonderd van de anderen aan de analyse te onderwerpen. Deze scheiding echter behoort tot de zeer moeielijke vraagstukken, en ofschoon ik reeds vooraf moet zeggen, dat de weg dien ik daartoe volgen wil nog zeer onvolkomen is, geloof ik toch, dat hij leiden kan tot verkrijging van meer licht in deze nog geheel duistere zaak.

Beschouwen wij een meteoriet op eene oude breuk, zoo vinden wij in de witte, grijze of meer donker gekleurde grondmassa, behalve hier en daar glinsterende kristalletjes, ook met metaalglans voorziene deeltjes, doch veelal ook roestkleurige plekken, die op eene versch gemaakte breuk wel minder zijn, maar toch bij steenen, die reeds lang bewaard zijn, ook op de versche breuk bijna nimmer ontbreken; het zijn vroeger metaaldeeltjes geweest, die door de lucht en vochtigheid geoxydeerd zijn; trouwens weet ieder, die in zijne collectie meteoorijzer bewaart, hoe moeielijk het is dit ijzer tegen roesten te beveiligen; hetgeen nog het best geschiedt door de verwarmde stukken met paraffine te bestrijken.

Men heeft dus niet meer te doen met den meteoriet zooals die in de wereldruimte is geweest, maar met eene massa die voor een gedeelte verweerd is.

Welke zijn de gevolgen van die verwering? een gedeelte van het magnetisch nikkelijzer is in ijzeroxydhydraat en nikkeloxydul omgezet; bij de mikroskopische beschouwing van dun geslepen plaatjes van een meteoorsteen vindt men dan ook altijd de omtrekken van het metallisch gedeelte met een bruine oxydlaag omgeven. Het in de massa, ofschoon in de meeste meteorieten slechts spaarzaam voorkomend zwavelijzer (magneetkies $Fe_8 S_9$ of troiliet $Fe S$) kan evenzeer eene oxydatie ondergaan hebben; het gevormde ijzeroxydhydraat en het zwavelzuur ijzeroxydul kunnen daarenboven op de silikaten hebben ingewerkt.

Daar nu de in de meteorieten voorkomende silikaten allen ijzeroxydulsilikaten (vooral van ijzeroxydul en magnesia) zijn, komt het ijzer in de meteorieten voor als metallisch ijzer, als zwavelijzer, als uit beiden ontstaan ijzeroxyd en als ijzeroxydul der silikaten; men staat dus hier voor een bijna onoplosbaar vraagstuk hoe bij de bepaling van de procentische samenstelling het ijzer in rekening moet worden gebracht.

Men heeft dit bezwaar door eene mechanische scheiding trachten uit den weg te ruimen, door namelijk het metallisch nikkelijzer, uit den tot poeder gebrachten meteoriet door den magneet uit te trekken; doch niet alleen dat aan dit door den magneet uitgetrokken gedeelte heel wat silikaat blijft hangen, terwijl in de grovere metaaldeeltjes ook silikaten zijn ingesloten,

het blijkt daarenboven bij onderzoek, dat in het teruggebleven poeder nog heel wat fijn nikkelijzer terug blijft, dat door den magneet, al wordt die herhaaldelijk door het poeder heengeleid, niet wordt uitgetrokken; verder blijft ook terug al dat oorspronkelijk nikkelijzer, hetwelk door de lucht in oxyd is omgezet zoodat de mechanische scheiding door den magneet eene zeer ruwe en onvolkomene scheidingsmethode is.

Wöhler heeft, om deze zwarigheid te voorkomen, de behandeling van het poeder met koperchlorid aanbevolen, waardoor de silikaten en het zwavelijzer onaangetast zouden blijven, terwijl het metallisch gedeelte alleen in oplossing zoude komen. Rammelsberg heeft in stede van het koperchlorid, hetwelk, moeielijk volkomen neutraal te verkrijgen is en dus het zwavelijzer en de silikaten niet geheel onaangetast laat, het kwikchlorid aanbevolen, hetwelk daarenboven zeer gemakkelijk zoowel als sulfureet als door vervluchtiging van het gevormde kwik uit de analyse kan verwijderd worden; hij vond echter dat ook het kwikchlorid de silikaten eenigszins aantast. Het gebruik van dit chlorid in de meteoorsteen-analysen is tot scheiding van het metallisch gedeelte van de andere bestanddeelen een groote aanwinst; het laat echter dat gedeelte van het nikkelijzer, hetwelk door oxydatie in ijzeroxydhydraat en nikkeloxydul is omgezet, onaangetast, zoodat dit als tot de silikaten behoorende in rekening zou worden gebracht.

Ik geloof, dat dit bezwaar op eene eenvoudige wijze is weg te nemen: eene zachte verhitting in een stroom droog waterstofgas ontleedt niet een silikaat b.v. de in de meteoorsteenen voorkomende olivin, evenmin het enkelvoudig zwavelijzer; het zal daarentegen het gevormde ijzeroxydhydraat en het nikkeloxydul reduceeren en dus in een toestand brengen, waarbij het door het kwikchlorid in oplossing wordt gebracht en evenzeer door den magneet wordt aangetrokken. Dewijl nu, zooals ik straks opmerkte, eene nauwkeurige bepaling van de verhouding waarin de bestanddeelen in een meteoriet voorkomen, geheel doelloos is, dewijl zij in geen twee stukken van denzelfden steen dezelfde kan zijn, vermeen ik dat de volgende methode van scheiding practisch nut heeft.

Een stuk meteoriet, liefst met versche breukvlakten, wordt

in een achaten mortier tot poeder gestampt en na een gedeelte van dit poeder te hebben afgewogen, wordt door den magneet alles wat volgen wil uitgetrokken. Het magnetisch gedeelte wordt in den mortier nog eenige malen fijn gestooten en door den magneet uitgetrokken om zooveel mogelijk het magnetisch gedeelte van de aanhangende silikaten te bevrijden; zoowel het magnetisch gedeelte als het niet magnetische worden gewogen en door deze ruwe proef bij benadering de verhouding bepaald dezer twee hoofdbestanddeelen.

De analyse van het magnetisch gedeelte geschiedt op de volgende wijze: na in een platinumschuit bij ongeveer 120° te zijn gedroogd, wordt het in een glazen buis in een stroom zuiver droog waterstofgas, zacht gegloeid en in dien stroom bekoeld en gewogen. De geoxydeerde metaalverbindingen zijn daardoor gereduceerd. De inhoud van het schuitje wordt uitgestort in een kolfje half gevuld met eene koude oplossing van kwikchlorid en 't kolfje gesloten door een dubbel doorboorden kurk, terwijl gedurende de geheele inwerking een stroom waterstofgas wordt doorgevoerd om de omzetting van ijzerchlorur in onoplosbaar basisch ijzerchlorid *) te voorkomen. Na eene inwerking van een paar uren, wordt de heldere vloeistof voorzichtig afgeschonken en uit deze de verhouding tusschen ijzer, nikkel en kobalt bepaald.

De verwijdering van het overvloedig kwikchlorid kan zoowel gebeuren door behandeling met zwavelwaterstofgas als door indamping der vloeistof in eene porceleinen kroes en vervluchtiging door hitte. In ieder geval moet het ijzeroxyd op de aanwezigheid vau alumina en kiezelzuur en het verkregen nikkeloxydul op het aanwezen van magnesia worden onderzocht.

Bij het onopgelost teruggeblevene wordt eene nieuwe hoeveelheid kwikchlorid gedaan en de bewerking nu herhaald onder verwarming der vloeistof. Ook uit deze vloeistof wordt de verhouding tusschen ijzer, nikkel en kobalt bepaald; de vergelijking dezer beide uitkomsten geeft ons het antwoord op de vraag, of het nikkelijzer van den meteoorsteen eene enkele verbinding van ijzer en nikkel is of wel een mengsel van verschillende verbindingen. Wij zullen later zien, dat in de meteoor-

*) Het is mij gebleken dat dit basisch chlorid nikkelhoudend is.

steenen verschillende zoodanige verbindingen voorkomen, hetwelk men wel vermoedde doch nimmer proefondervindelijk had aangetoond. Wenscht men tot grootere nauwkeurigheid bij de bepaling van de verhouding tusschen het magnetisch en niet magnetische poeder de aan het eerste hangende silikaten te bepalen, zoo kan men het nu onopgelost geblevene, na uitspoeling van het kwikchlorid, droging en gloeiing, wegen. Om de boven opgegeven gronden heeft echter de bepaling der verhouding waarin de samenstellende mineralen van den meteoorsteen voorkomen, weinig waarde.

Het door den magneet niet uitgetrokken poeder wordt op nieuw in den achaten mortier fijn gemalen, hetgeen nu gemakkelijker gaat, dewijl de grovere meestal taaie metaalkorrels verwijderd zijn; ook dit poeder wordt in een stroom droog waterstofgas gereduceerd, zoo men wil met bepaling van het daardoor veroorzaakte verlies aan O en H_2O uit het ijzeroxyd en het ijzeroxydhydraat.

Dit poeder wordt op de straks genoemde wijze met kwikchlorid behandeld, terwijl uit deze oplossing eveneens de verhouding tusschen het ijzer en het nikkel wordt bepaald. De vergelijking dezer uitkomsten met de vorige kan ter beantwoording strekken der vraag of het nikkelijzer der grovere metaalkorrels dezelfde samenstelling heeft als het nikkelijzer hetwelk in zeer dunne lagen de silikaatkogels omgeeft. Het herhaaldelijk met koud en warm kwikchlorid uitgetrokken poeder wordt met kokend water uitgespoeld, gedroogd en gewogen. Dit bevat nu uitsluitend de silikaten, het chroomijzer, hetwelk meestal in chondrit-meteorieten aanwezig is, en het zwavelijzer; dit laatste echter is meestal voor een gedeelte door de vorige bewerkingen ontleed geworden.

Om tot de kennis te geraken van het zwavelijzer-gehalte der steenen moet het zwavelgehalte door eene afzonderlijke proef op onbehandeld poeder van den meteoorsteen bepaald worden. Het behoeft nauwelijks gezegd te worden, dat het zwavelijzergehalte bij verschillende proeven op denzelfden steen gedaan, zeer uiteenloopend zal worden bevonden, dewijl dit even als al de andere mineralen in grootere of kleinere kristallijne klompjes zeer verschillend in den steen is verspreid.

Ik heb vergeefsche pogingen aangewend om zonder ontlee-

ding der silikaten het zwavelijzer te verwijderen. Evenmin kan men op scheikundigen weg de vraag beantwoorden of het zwavelijzer is enkelvoudig-zwavelijzer: Fe S of magneetkies: $Fe_8 S_9$. Alleen een mikroskopisch onderzoek kan ons hieromtrent licht verschaffen.

Dewijl nu in de door kwikchlorid uitgetrokken silikaten nog zwavelijzer voorkomt, is het noodig de juiste verhouding te kennen van het zwavelgehalte van dit poeder, om daaraan eene evenredige hoeveelheid ijzer te binden, die anders bij de berekening der silikaten op de uitkomst zou drukken.

Het poeder wordt nu in een glazen kolfje met dubbel doorboorden kurk en onder doorvoering van waterstofgas met zoutzuur bij zachte verwarming behandeld en de gassen gevoerd door eene ammoniakale zilveroplossing, terwijl daaruit op de bekende wijze het zwavelgehalte wordt bepaald.

De behandeling met vernieuwde hoeveelheden zoutzuur wordt gedurende ruim 12 uren voortgezet, steeds bij zachte verwarming, doch niet bij koking. Het onopgelost geblevene poeder wordt met kokend water uitgespoeld en daarna nog vochtig overgebracht in eene in een platinumschaal kokende oplossing van koolzure soda en daarmede onder vernieuwing van de koolzure soda-oplossing gedurende een paar uren verwarmd. Uit deze koolzure soda-oplossing wordt op de gewone wijze en onder inachtneming der bekende voorschriften het kiezelzuurgehalte bepaald; doch behalve dit kiezelzuur bevat ook de zoutzure oplossing daarvan eene aanzienlijke hoeveelheid in oplossing, die daaruit door verdamping in een platinumschaal en droging van het residu gedurende eenige uren op de bekende wijze wordt afgescheiden. Nimmer mag men nalaten het verkregen kiezelzuur door middel van vloeispaatzuur op zijne zuiverheid te onderzoeken. Het in zoutzuur en koolzure soda onoplosbaar gedeelte kan men na uitspoeling en droging of gloeiing wegen. Deze bepaling heeft echter geene waarde; zij toont geenszins aan de verhouding waarin de oplosbare en niet oplosbare silikaten in den steen voorkomen. Het bleek mij toch, dat het poeder van den Oost-Indischen steen, hetwelk ik meer dan 24 uren met zoutzuur en daarna met koolzure soda had behandeld, bij eene vernieuwde behandeling met sterk kokend zoutzuur ge-

durende ruim drie dagen, meer dan de helft van zijn gewicht op nieuw had verloren, zoodat ik tot de overtuiging ben gekomen, dat door de behandeling met zoutzuur men niet tot eene scheiding kan komen van bepaald in zoutzuur oplosbare en bepaald onoplosbare silikaten; maar de scheiding door zoutzuur is daarom niet te verwerpen en kan ons wel degelijk leiden tot eene nadere kennisneming van de samenstelling der verschillende silikaten. Indien men namelijk het silikaat-mengsel onvolkomen door zoutzuur uittrekt en het alsdan onopgelost geblevene met koolzure soda behandelt, zal hetgeen nu van den steen is opgelost, bevatten de het meest oplosbare silikaten; hetgeen bij eene voortgezette koking met zoutzuur wordt opgelost, is een mengsel der meerder en minder oplosbare silikaten en hetgeen eindelijk na langdurige behandeling met zoutzuur en koolzure soda onopgelost terugblijft, de minst oplosbare of geheel onoplosbare silikaten. Deze gefractioneerde behandeling schijnt mij voor het oogenblik de eenige ware weg te wezen, die ons in de behandeling dezer hoogst moeielijke kwestie eenig meerder licht kan geven.

Ofschoon ik hier niet treden wil in eene beoordeeling der verschillende methoden tot scheiding der verschillende basen, zoo wil ik toch met een enkel woord daarop wijzen, dat bij de analyse van meteoorsteenen men vooral nimmer meer dan hoogstens 1 gram aan het onderzoek moet onderwerpen en zoo min mogelijk niet vluchtige reagentiën in de analyse moet brengen; Van de zuiverheid der vluchtige reagentiën kan men zich zoo gemakkelijk overtuigen, hetgeen bij de niet vluchtige niet steeds het geval is.

RESULTATEN VAN HET ONDERZOEK VAN DEN METEOORSTEEN VAN TJABÉ.

De scheiding door den magneet gaf ongeveer:

16,5 % magnetisch poeder
83,5 „ niet magnetisch poeder,

terwijl in het magnetische ongeveer 2,33 % aanhangende silikaten werden gevonden, zoodat de verhouding tusschen het magnetische en het niet magnetische ongeveer is als 14 : 86. Deze verhouding is ook alweêr niet juist, daar uit het niet magnetische gedeelte door behandeling met H en Hg Cl ongeveer 3 % werd uitgetrokken.

In een gedeelte van den steen werd (berekend als Fe S) 6,17 % zwavelijzer gevonden.

In het door H gereduceerd metallisch gedeelte werd gevonden:

65,37 % waarin de verhouding van Ni tot Fe was 1 : 15
20,51 „ „ „ „ „ „ „ „ „ 1 : 7
14,12 „ aanhangend silikaat.

Het soortelijk gewicht van het magnetisch gedeelte werd gevonden = 6,80 bij 15°, hierbij waren echter nog aanhangende silikaten; het soortelijk gewicht der silikaten, nadat zij herhaaldelijk met H en Hg Cl waren behandeld, was 3,36 bij 15°, terwijl het soortelijk gewicht der silikaatmassa, nadat zij gedurende twaalf uren met zoutzuur en daarna met koolzure soda was behandeld, bedroeg 3,01; dit soortelijk gewicht daalde tot 2,85, na een verdere uittrekking met zoutzuur en koolzure soda gedurende eenige dagen. Al deze bepalingen geschiedden in den piknometer.

Eene bepaling van het soortelijk gewicht van een ongeschonden stuk van den meteoorsteen gaf de volgende opmerkelijke resultaten:

Gewicht van den steen met platinumdraad in de lucht 159,215 bij 18°
„ „ „ „ „ „ water 113,130 „ 18°
„ „ platinumdraad in de lucht . . . . . 1,129 „ 18°
„ „ „ gedeeltelijk in water 1,112 „ 18°
dus soortelijk gewicht = 3,456.

Bij deze bepaling waren met een penseel alle aanhangende luchtbollen van den steen verwijderd. Bij de behandeling onder de klok van de luchtpomp bleek echter dat deze zoo harde op het oog zoo zeer compacte steenmassa eene zeer groote hoeveelheid lucht ingesloten, bevatte; zoodat na eene langdurige uitpomping der lucht, het gewicht van den steen met den platinumdraad in water, gevonden werd = 116,115; dus een soortelijk gewicht van 3,695.

Bij de analyse van de door H en Hg Cl behandelde silikaatmassa door middel van zoutzuur gedurende een twaalftal uren en daarop herhaalde behandeling met kokende koolzure soda werden de volgende resultaten verkregen:

Onoplosbaar gedeelte	50,14
Zwavelijzer	3,71
Kiezelzuur	15,95
Magnesia	16,40
IJzeroxydul	12,01
Kalk	0,74
Soda (spoor potassa)	0,32
Alumina	0,22
Mangaanoxydul	0,30
Nikkeloxydul	spoor
	99,79

De analyse van hetgeen bij de vorige bewerking onopgelost teruggebleven was, gaf het volgende resultaat:

	door behandeling met vloeispaatzuur.		door koolzure soda en potassa.
Kiezelzuur	60,83	(het verlies)	61,31
Magnesia	14,14		14,63
IJzeroxydul	12,92		12,74
Kalk	3,30		2,93
Alumina	4,74		4,96
Mangaanoxydul	0,60		
Soda	1,53		
Potassa	0,82		
Chroomijzer	1,12		
	100,00		

Terwijl eindelijk de analyse der onopgelost teruggeblevene silikaatmassa, die gedurende meerdere dagen met kokend zoutzuur en daarna herhaaldelijk met koolzure soda was uitgetrokken, het volgende resultaat opleverde:

	door H Fl.		door $NaCO_3$ en KCO_3.
Kiezelzuur	58,50	(het verlies)	59,10
Magnesia	16,39		
IJzeroxydul	11,63		
Kalk	3,05		
Alumina	4,35		
Mangaanoxydul. . .	0,50		
Soda	1,78		
Potassa	1,29		
Chroomijzer.	2,51		
	100,00		

Indien wij uit deze gegevens tot de kennis van de samenstelling der silikaten willen komen, zoo vinden wij dat 100 deelen van het in zoutzuur oplosbaar silikaat bestaan uit:

		O.	
Kiezelzuur	34,72	18,39	18,39
Magnesia	35,70	14,28	21,10
IJzeroxydul.	26,14	5,81	
Kalk	1,61	0,46	
Soda en spoor potassa .	0,48	0,22	
Alumina	0,70	0,18	
Mangaanoxydul	0,65	0,15	

Wij zien dus dat wij hier bepaald te doen hebben met een monosilikaat: $R_2 SiO_4$, waarin de verhouding tusschen de zuurstof van het zuur en die van de basen is al 1 : 1.

Het kiezelzuur-gehalte is stellig te laag gevonden, zooals in de meeste analysen van meteoorsteenen, wegens de groote moeielijkheid om door koolzure soda het in zuren onoplosbaar silikaat geheel te bevrijden van het door het zoutzuur vrij geworden kiezelzuur.

Het in zuren oplosbaar gedeelte is dus een Olivin, waarin de atoomverhouding der metalen ijzer en magnesium is als 2 : 5.

De procentische samenstelling van het teruggebleven silikaat

na eene uittrekking door zoutzuur gedurende 12 uren en daaropvolgende behandeling met koolzure soda is, indien wij het chroomijzer er aftrekken en de analyse door vloeispaatzuur, waaraan ik de meeste waarde hecht, tot grondslag nemen:

		O.	
Kiezelzuur	61,52	32,59	32,59
Magnesia	14,30	5,74	12,50
IJzeroxydul	13,07	2,91	
Kalk	3,34	0,95	
Soda	1,55	0,40	
Potassa	0,83	0,14	
Alumina	4,79	2,23	
Mangaanoxydul	0,60	0,14	
	100,00		

Wij vinden hier een silikaat, waarin de verhouding van de zuurstof der basen is tot de zuurstof van het kiezelzuur als 1 : 2,6.

Berekenen wij op dezelfde wijze de samenstelling van het silikaat hetwelk teruggebleven is na eene uittrekking van meerdere dagen, eerst met kokend zoutzuur en daarna met kokende koolzure soda, zoo vinden wij:

		O.	
Kiezelzuur	60,02	31,80	31,80
Magnesia	16,81	6,70	13,13
IJzeroxydul	11,93	2,65	
Kalk	3,13	0,89	
Soda	1,82	0,47	
Potassa	1,32	0,22	
Alumina	4,46	2,08	
Mangaanoxydul	0,51	0,12	
	100,00		

Wij zien hieruit, dat door die langen tijd voortgezette uittrekking de samenstelling van het silikaat niet belangrijk veranderd is; de verhouding van de zuurstof in de basen tot de zuurstof in het kiezelzuur is slechts weinig gewijzigd; zij is namelijk 1 : 2,4 à 2,5, niettegenstaande ruim de helft van het

bij de eerste behandeling met zoutzuur onopgelost teruggebleven silikaat, door de tweede bewerking was opgelost geworden. Er kan dus hier geen bisilikaat worden aangenomen, zoo als bij vele chondrit-meteorieten het geval schijnt te zijn; die zelfde verhouding echter tusschen de zuurstof der basen en die van het kiezelzuur namelijk van 1 : 2,6 is ook gevonden in het in zuren onopgelost gedeelte van den op 4 September 1852 te Mezö-Madaras in Zevenbergen gevallen steen, die door WÖHLER en ATKINSON is geanalyseerd; de groote overeenkomst in samenstelling van het onoplosbaar silikaat van dien steen en van onzen Oost-Indischen steen is opmerkelijk:

	Tjabé.	Mezö-Madaras.
Kiezelzuur	61,52	61,23
Magnesia	14,30	15,44
IJzeroxydul	13,07	15,35
Mangaanoxydul	0,60	
Kalk	3,34	3,08
Soda	1,55	1,91
Potassa	0,83	1,16
Alumina	4,79	1,83

In de meteoormassa werden, zoo als vroeger is gezegd, zwarte kogelvormige stukjes gevonden, die hoewel moeielijk, uit de massa met de punt van een mes kunnen worden uitgelicht; de Hoogleeraar VOGELSANG had de goedheid eenige dezer kogels te verzamelen, die als homogene chondritkogels mogen worden beschouwd. Hunne hoeveelheid was echter zeer gering, zoodat ik over niet meer dan ruim $^1/_{10}$ gram beschikken kon. Ik achtte het echter van hoog gewicht om zoo nauwkeurig mogelijk hunne zamenstelling te bepalen.

Deze kogeltjes werden in een achaten mortier tot fijn poeder gebracht. Bij behandeling met den magneet bleek dat daarin het nikkelijzer niet ontbrak; de hoeveelheid daarvan was echter te gering om kwantitatief bepaald te kunnen worden. Het poeder was grijs van kleur, werd echter bij verhitting geelachtig bruin.

0,1013 van dit poeder, na behandeling door den magneet, werd in een platinumschaal op een waterbad met zoutzuur ver-

warmd, waarbij geen merkbare reuk van zwavelwaterstofgas ontstond, doch eene gedeeltelijke oplossing plaats vond. Ik zette de behandeling met vernieuwde hoeveelheden zoutzuur voort, dampte de vloeistof uit en na eene droging van een uur op het waterbad, werd het onopgeloste afgefiltreerd. Het zoutzuur had 0,0195 of 9,37 $^0/_0$ der massa opgelost, behalve eene zekere hoeveelheid kiezelzuur, die door de uitdamping en droging onoplosbaar was geworden. Het onoplosbare werd op een platinum schaaltje met verdund zwavelzuur bevochtigd en in een looden vat aan de dampen van vloeispaatzuur blootgesteld. Na verjaging van het overvloedig zwavelzuur werd aan sulfaten gevonden 0,1075, die in zoutzuur geheel oplosbaar waren.

Deze zoutzure oplossing werd vermengd met die welke vroeger bij dadelijke behandeling van het poeder was verkregen; na herhaalde uitdamping met salpeterzuur tot oxydatie van het ijzeroxydul, werd het ijzeroxydhydraat en de alumina door ammonia liquida gepraecipiteerd; dit praecipitaat werd nog tweemaal in zoutzuur opgelost en door ammonia neêrgeslagen; waarbij bleek, dat het door de laatste bewerking verkregen chloorammonium slechts $^1/_2$ mgr bij vervluchtiging achterliet; het verkregen ijzeroxyd en alumina bedroeg 0,0213; dit praecipitaat werd in een zilveren kroes met sodahydraat gegloeid; het residu was groen gekleurd door mangaan, en gaf bij oplossing eene groene vloeistof, waaruit aan door mangaanoxyd verontreinigde alumina werd verkregen 0,0032.

De vloeistoffen, waaruit het ijzeroxyd en de alumina waren verwijderd, werden in een platinumschaal uitgedampt, en na vervluchtiging van het chloorammonium werd het residu met zwavelzuur bevochtigd; aan zacht gegloeide sulfaten werd verkregen 0,089; hierin werd aan zwavelzuren kalk (door oxalas ammoniae gepraecipiteerd) 0,011 en aan zwavelzure magnesia (als pyrophosphas magnesiae gewogen) 0,0783 verkregen; dus te zamen 0,0893; alkaliën schijnen dus in deze kogels niet aanwezig te zijn; de geringe hoeveelheid, waarover ik te beschikken had, liet niet toe dit punt nader te onderzoeken.

Rekenen wij deze gevonden cijfers uit en brengen het verlies in rekening als kiezelzuur, zoo verkrijgen wij voor de samenstelling dezer kogels:

		O.	
Kiezelzuur	50,33	26,66	26,66
Magnesia	25,96	10,38	16,50
IJzeroxydul	16,09	3,57	
Kalk	4,47	1,27	
Aluinaarde met Mangaanoxydul	3,15	1,28	
	100,00		

Dus een silikaat waarin de verhouding tusschen de zuurstof der basen en die van het kiezelzuur is al 1 : 1,6.

Zijn nu deze kogels uit een bepaald silikaat gevormd, waarin de verhouding van de zuurstof van de basen tot die van het kiezelzuur is als 2 : 3 = $R_4 Si_3 O_{10}$, of bestaan zij uit hetzelfde mengsel van silikaten in willekeurige verhouding, zooals de geheele steen zelf? dit wil ik ter dezer plaatse niet beslissen, evenmin eenige theorie vormen over de waarschijnlijk in den Oost-Indischen steen voorkomende mineralen; ik hoop hierop later terug te komen bij de mededeeling van de analyse van nog twee andere chondrit-meteorieten, waarmede ik mij tegenwoordig bezig houd, namelijk die van *l'Aigle* en die van *Knyahinya*, van welke nog geene of zeer onvolledige analysen bestaan.

Ik wil alleen nog maar de aandacht vestigen op het feit dat A. E. NORDENSKJÖLD *), die de chondritkogels van den op 1 Januari 1869 bij Hessle in Zweden gevallen steen, daaruit afgezonderd en aan de analyse heeft onderworpen, daarin bijna dezelfde zuurstofverhouding van 2 : 3 heeft gevonden:

		O.	O.	
Kiezelzuur	47,55	25,19	25,19	1,46
Magnesia	29,22	11,68	17,25	1
IJzeroxydul	17,09	3,80		
Kalk	1,86	0,53		
Alumina	2,41	1,12		
Soda	0,47	0,12		
Chroomijzer	0,52			
Nikkel- en Mangaanoxydul	spoor			

*) POGG., *Ann.* B. CXLI, pag. 205.

BIJDRAGE

TOT DE

KENNIS DER AFRIKAANSCHE PIJL-VERGIFTEN.

DOOR

A. W. M. VAN HASSELT.

Aangeboden in de gewone Vergadering van 25 Maart 1871.

In bevreemdende tegenstelling met onze reeds vrij volledige kennis der geschiedenis van de Aziatische en Zuid-Amerikaansche pijl-vergiften, weet men nog altijd zeer weinig omtrent die, waarvan zich sommige stammen in Afrika, zoo op de jacht als tot oorlogsgebruik, bedienen. Niet dan zeer ter loops wordt over de pijl-vergiften van dit werelddeel in de vergiftkundige handboeken melding gemaakt. In de tweede uitgaaf mijner *Handleiding* (van 1856) had ik dáárover in eenige weinige regelen slechts te berichten „dat men er nagenoeg niets van wist." In de tien jaren later verschenen *Vergiftleer* van HUSEMANN en zelfs nog in het *Supplement* daarop (van 1867) werd daaraan mede niets nieuws toegevoegd. In de drie laatste jaren nogtans heb ik, zoo uit oudere als nieuwere literatuur, mij ten deele toevallig onder de oogen gekomen, en vooral door eene vriendelijke toezending uit de Kaap de Goede Hoop, daarvan eenige meerdere kennis verkregen, die ik, hoe onvolkomen nog, gemeend heb toch der mededeeling aan de Akademie niet geheel onwaardig te zijn.

De Bedouinen, Kabylen en andere volksstammen van Noordelijk Afrika schijnen zich in onzen tijd niet meer van vergiftpijlen te bedienen; de Fransche militair-geneeskundige Tijdschriften maken daarvan, — evenmin als de Spaansche bericht-

gevers over den laatsten oorlog met Marocco, — hoegenaamd geen gewag. Ook in de beschrijvingen der jongste Engelsche expeditie naar Abyssinië heb ik daaromtrent niets gevonden. Bij alle noordelijke oud-Moorsche stammen schijnen trouwens pijl en boog, althans in den oorlog, — even als in het grooter deel onzer Oost-Indische bezittingen, — door vuurwapenen te zijn verdrongen.

Wat Centraal-Afrika betreft, gewagen enkele reisberichten, zeer in vago, over het gebruik van pijl-vergiften, onder anderen dat van BARTH, alsmede later dat van W. VON HARNIER (*Reise am Obern-Nil*), die ze bij sommige Nubische volksstammen, zoo als de Tschir's, en bij de Mandari's van centraal Nigritië, zonder meer, „wit" van kleur en op „ebbenhouten" spitsen uitgestreken noemt (waarschijnlijk alzoo eene nog geheel onbekende, andere soort van pijl-vergiften, dan die waarover nader).

Over de Oostkust (met inbegrip van Madagaskar) vond ik, — wáár is mij ontgaan, — door ARNOTT passim te boek gesteld, dat in het bijzonder de neger-stam der Somauli's, uit het binnenland grenzende aan de golf van Aden, gebruik zou maken van vergift-pijlen in werking analoog aan die der „strychnacea" (alzoo mede eene andere variëteit dan de later te vermelden specimina).

Op de Westelijke kust van Afrika, aan onze (?) nederzettingen in den omtrek van St. George d'Elmina, bij de Ashantijnen en Fantijnen, evenmin als bij de negerbevolking van Commendah, — althans in de Verslagen onzer laatste marine-expeditie in die gewesten vond ik daarvan niet gewaagd, — schijnen geene vergift-pijlen te worden gebezigd, alhoewel bij eene afdeeling *) der Amazonen-lijfwacht van den naburigen vorst van Dahomey (wiens vrouwen-soldaten ook gewapend zijn met een kort zwaard en dolkmes, waarvan ik exemplaren ten geschenke ontving van den Heer GRAMBERG), pijl en boog nog altijd tot de gewone uitrusting schijnen te behooren. Ik meen echter, uit eene reisbeschrijving van eenen Franschen marine-officier, in de *Tour du monde* opgenomen, mij te herinneren, dat de lange pijlen der Amazonen niet tot de vergiftigden behooren, evenmin als de

*) Eene andere afdeeling dezer Amazonen is met lange geweren gewapend.

werpspietsen of lansen, waarvan zich sommigen onder haar bedienen. Daarentegen worden in de mede ten westen, doch iets zuidelijker, gelegen binnenlanden, zoo van Opper- als Neder-Guinea, vooral door de olifantsjagers, of „pahouins" wel vergift-pijlen aangewend. Onafhankelijk van elkander verhalen zulks twee reizigers in die streken. Vooreerst de Engelschman CLAPPERTON, die, van de golf van Benin uit, in Nigritië is doorgedrongen. Bijzonder in den omtrek van Kiama, bij de Eyo-rivier, een tak van de Niger, ontdekte hij dit bij den stam der Boussanezen of Bouissanezen (*Reis in de binnenlanden van Afrika*, *Opper-Guinea*, door HUGO CLAPPERTON, Rotterdam, Wed. ALLART, 1830, Iste Deel, blz. 144 en 155). Nagenoeg hetzelfde, omtrent jachtgebruik van vergift-pijlen, deelde de Fransche Officier van gezondheid bij de Marine, GRIFFON, mede, die uitgaande van de kust van Gabon, meer binnenwaarts, oud-Calabar heeft bereisd (*Archives génerales de médecine,* Juillet 1865 en, vermoedelijk uit dezelfde bron, *Gazette médicale de Paris,* 1866, N°. 37).

In Zuid-Afrika eindelijk, en meer bijzonder in de Kaapsche binnenlanden, wordt echter niet alleen op de jacht, maar insgelijks in onderlinge schermutselingen en bij strooptochten tegen de Europeanen, ook oorlogsgebruik van vergift-pijlen gemaakt, niet zoo zeer bij de kustlanden, door de Kaffers, dan meer binnenslands, door de z.g. „wilde" Hottentotten of „echte" Bosjesmans. Reeds vóór 1832 berichtte LICHTENSTEIJN zulks voor hunne in de omstreken van de Oranje-rivier zwervende stammen (*Reisen im Südlichen Africa*, Th. II), doch eerst in den zomer van 1868 ontving ik zelf daarvan eene nadere mededeeling door het vriendelijk schrijven en de beleefde toezending van den Heer K. G. F. BRIEDÉ van de Kaap de Goede Hoop. Destijds tijdelijk te 's Gravenhage vertoevende, schreef ZEd. mij daarover, onder anderen, het volgende:

's Hage, 22 Junij 1868.

„WelEdHeer!

„Ik heb, voor land- en volkenkennis, uit Zuid-Afrika mede-
„gebragt eenen boog en een' koker met pijlen, waarvan ik u

„een paar toezend, met verzoek, om, indien mogelijk, mij de „kracht van het vergift mede te deelen, en welke soort van „tegengift daarvoor dienstig zou wezen, om reden ik binnen „kort wederom naar de binnenlanden aldaar denk terug te kee„ren en het mij misschien in dat geval van nut kan wezen. „Deze pijlen zijn in het begin van Januarij van dit jaar ver„meesterd van de wilde Bosjesmannen langs de Hartebeest„rivier, in een gevecht tusschen hen en de inwoners."

Hierop, met mijnen geachten vriend, den Heer Officier van Gezondheid der 1ste klasse Dr. KOOYKER, een voorloopig experimenteel onderzoek naar de werkingswijze der toegezonden pijlvergiften in het werk gesteld hebbende, berichtte ik den Heer BRIEDÉ de resultaten daarvan terstond, en verzocht ZEd. mij, die, bij zijne terugkomst, in het Kaapsche nieuwsblad te mogen publiceeren.

Sedert dien tijd nogmaals naar bronnen over de Afrikaansche pijl-vergiften zoekende, vond ik nergens meer licht, dan alleen nog, onder andere namen van schrijvers daarover, bij HUSEMANN, echter zonder meer, den naam van „KREBS." En wat wil nu het gelukkig toeval? Dat eenige maanden later, kort na mijne overplaatsing naar Amsterdam, één der eerste werkjes, dat op een z. g. „boekenstalletje" mijn oog tot zich trok, juist een was met een opengeslagen plaatje van een' Bosjesman met boog en pijlen. Dit gretig opslaande, vond ik eene betrekkelijk reeds oude dissertatie uit Berlijn, gedagteekend van 1832 en getiteld: *De Afrorum veneno sagittario*, auctore G. KREBS.

Dit tot inleiding van het altijd nog weinige positieve wat ik nu verder van de pijl-vergiften der Afrikanen meer algemeen bekend wensch te maken.

De overige pijl-vergiften van Afrika, in mijn voorwoord aangeroerd, verder daarlatende, komen dus alleen in aanmerking het pijl-vergift der binnenlanden van Guinea en dat der Bosjesmans uit de omstreken van de Kaap; het eerste zal ik verder het *Guinee'sche*, het laatste het *Kaapsche* pijl-vergift noemen.

BOTANISCHE AFKOMST.

a. Van het *Guinee'sche* pijl-vergift.

Komt, woordelijk, volgens CLAPPERTON, loc. cit., van de „*Kong-konie*," eene kruipende plant, zoo dik als de kuit van een mensch, die langs den stam en de takken van hooge boomen tot in den top voortslingert. De schors der jonge takjes heeft de kleur van den notenboom, die van den stam en de oude takken is glad en witachtig als bij den esch. De bladeren zijn ruw en gerimpeld en er sijpelt, even als uit de takken, eene kleverige hars uit. De bloem bestaat uit vijf bladen, die al smaller zamenloopen tot één punt, van hetwelk een steunsel, of kelk, van omtrent twee duimen lengte, afhangt; zij heeft ongeveer de grootte van onze Primula veris, maar is meer donkergeel (op eene andere plaats noemt hij de bloem klein en witkleurig, met een zeer langen stengel). De kapsel in het midden der bloem, waarin de zaden zitten, is omtrent anderhalven voet lang en heeft op de dikste plaats omtrent twee duim diameter. De zaden of korrels zijn klein en in eene wollige zelfstandigheid of schil gewikkeld.

Volgens opgave van GRIFFON, loc. cit., draagt deze (of eene andere (?) plant) de inlandsche benaming van „*iné*" (ook „inée", — inaije", — „onage"). Hij beschrijft alleen de behaarde zaadkorrels, ter bereiding van het pijl-vergift dienende, als „graines à aigrettes plumeuses," die den vorm en grootte hebben van gewone meloenzaadjes en in grooten getale bevat zijn in eene peul („gousse"), ter lengte van 15 à 20 centimeters. Hij, — of waarschijnlijk PELIKAN, die dit bericht schijnt te hebben overgenomen, — vermoedt, dat zij afkomstig zijn van eene *Echites*-soort. Naar het mij toeschijnt, hebben beide schrijvers, zoowel de Engelsche als de Fransche, hier eene en dezelfde plant op het oog, en beider aanwijzingen, hoe onvolledig ook, laten wel toe, dat de vooronderstelling van den laatste juist kan zijn. In de tribus der Echiteae van ENDLICHER's Ordo Apocynaceae, subordo Euapocyneae, — in het algemeene vele giftige planten-geslachten opleverde, — wordt het voorkomen van meerdere „frutices volubiles" en „lactescentes" met „semina comosa" enz. vermeld. Over de species echter kan zelfs geen vermoeden worden uitgesproken. Wat meer is, er bestaat zelfs

twijfel, of hier wel aan het genus Echites mag worden gedacht, uithoofde dit planten-geslacht, volgens welwillende toelichting der bovenstaande diagnose door ons geacht medelid, den Hoogleeraar C. A. J. A. OUDEMANS, misschien niet in Afrika voorkomt, dewijl DE CANDOLLE, *Prodromus* VIII, p. 446, vermeldt, dat het, op een paar uitzonderingen na, nagenoeg geheel in Amerika te huis behoort.

b. Van het *Kaapsche* pijl-vergift.

Hierover vind ik in de door mij gevonden bronnen niets dan namen, nergens plantkundige beschrijvingen. Zoo noemt LICHTENSTEIJN, in het algemeen, de *Euphorbiaceae*, — ENDLICHER, in het bijzonder, de *Euphorbia cereiformis*, *virosa*, *heptagona* (latex), — HENKEL, bij eene zeer ter loops uitgesproken hypothese, de *Hyaenanche globosa* (fructus), — als moederplanten van dit pijl-vergift. Anderen beschuldigen, uit de *Anacardiaceae*, den *Rhus toxicodendron* (latex), of eene andere *Rhus*-soort, „*wabie*" genaamd (succus radicis). Nog vind ik, uit de *Amaryllideae*, den *Haemanthus toxicarius* (bulbus) vermeld. KREBS eindelijk is van oordeel, dat het Kaapsche pijl-vergift niet alleen bestaat uit extracten van deze en andere „*plantae* acres," maar dat er ook „humores aut succi *animales*", van slangen of hagedissen afkomstig, zijn bijgemengd. Hoe deze schrijver kon beweeren, dat zijne (of ERDMANN's) „analysis chemica" (zie deze later) dit vermoeden bevestigt, kan ik volstrekt niet inzien. Zelfs geloof ik, integendeel, dat het bekende, althans over de werking der Zuid-Afrikaansche pijl-vergiften, weinig of niet overeenstemt met al deze „vermoedens." Liever moeten wij voor als nog onze onwetenheid over het ware hoofdbestanddeel van het Kaapsche pijl-vergift bekennen. Misschien is dit, — op grond der overeenkomstige physiologische werkingswijze, — meer te zoeken in hetzelfde planten-genus, dat voor het Guinée'sche pijl-vergift is verondersteld. Dat er ook bestanddeelen van scherpe plantensappen bovengenoemd in voorkomen, wil ik overigens gaarne toestemmen; zelf ondervond ik, bij het overhevelen eener licht aangezuurde waterige oplossing er van, een paar droppels in den mond gekregen hebbende, eenen eigenaardigen, lang aanhoudenden, prikkelenden, als peperachtigen, smaak op de tong en in de keel.

PHYSISCH-CHEMISCHE EIGENSCHAPPEN.

a. Van het *Guinée'sche* pijl-vergift.

Alleen CLAPPERTON beschrijft dit kortweg als een „lijmig deeg" door het koken van de zaadkorrels der „Kongkonie" verkregen.

b. Van het *Kaapsche* pijl-vergift.

Met de beschrijving daarvan, door KREBS gegeven, als eene „substantia atro-fusca, nitida, solida, sicca, tenax, viscida, odoris „specifici, in veneno calefacto nauseosi saporis acri-amari, aqua „solubilis, relicto sedimento nigro pulverulento", kan ik mij grootendeels of geheel vereenigen, alleen met uitzondering van den reuk, dien ik weinig of niet aan mijn specimen heb kunnen waarnemen. Volgens het scheikundig onderzoek, in der tijd door ERDMANN bewerkstelligd, en waarvan ik de wetenschappelijke waarde als buiten mijne bevoegdheid niet kan beoordeelen *), zou het giftig bestanddeel moeten worden gezocht in eene stikstofhoudende, niet vluchtige „extractiefstof," in water, alcohol, azijnzuur oplosbaar, terwijl dit pijl-vergift voorts, behalve veel looizuur, ook koolzure, zwavelzure, zoutzure potasch-, soda- en kalk-zouten bevat. Verder, dat er mede onschadelijke harsen en elastieke gom, afkomstig uit melksap leverende planten, in voorkomen, hetgeen mij zelven ook zeer waarschijnlijk voorkomt, afgaande reeds op de physische geaardheid, waarbij het mij bleek, niet alleen kleverig te zijn, maar ook, zelfs na drooging, uiterst moeijelijk of niet fijn te wrijven, alsmede omdat het bij oplossing en verdeeling in water sterk lactesceert. KREBS vermeldt eindelijk nog, dat het door temperatuursverhooging of verlaging niets van zijne kracht verliest, en dat het door hem beproefde pijl-vergift, — dat door zijn' broeder voor „vele jaren" was medegebracht, — langen tijd zijne volle werkzaamheid behoudt,

---

*) In de inleiding der dissertatie van KREBS betuigt hij zijnen dank voor de „analysis accuratissima" aan den Hoogleeraar ERDMANN. Ik meen mij te herinneren, dat ons Rustend medelid G. J. MULDER, vermoedelijk over deze zelfde „analysis," destijds zeker ook in de chemische tijdschriften overgenomen, ergens heeft gezegd: „dat de onderzoekingen van ERDMANN over het Afrikaansche pijl-vergift eigenlijk niets hadden geleerd" Ik geloof niet, dat mijn hooggeachte vriend deze dissertatie in originali heeft gelezen; althans mij komt het voor, dat, voor dien tijd (1832), ERDMANN's arbeid niet zóó geheel onverdienstelijk is.

eene eigenschap, welke meest alle mij bekende Oost- en West-Indische pijl-vergiften met dit Afrikaansche deelen.

De *pijlen*, met het Kaapsche pijl-vergift bedeeld, zijn zoowel volgens de afbeelding van KREBS, als mijne eigene waarneming, vervaardigd uit eene sterke rietsoort; zij hebben de dikte van gewone boogpijlen en eene slechts middelmatige lengte, van 7 Ned. palmen (die van K. maten 2 à 2½ Pruiss. voet). Beide zijn van onderen, op de gewone wijze, met vederen voorzien, aan het vooreinde ingekeept en veeltijds gewapend met een daarin geplaatst, aan de toppen zoowel als de gelijkzijdige kanten zeer scherp geslepen, driehoekig ijzeren plaatje van ongeveer 2 Ned. duimen. Dit was bij de pijlen van K. wel, bij de mijnen niet, bedeeld met pijl-vergift, hetgeen zich bij allen in zeer ruime hoeveelheid bevindt aan het daaronder zich voortzettende riet. Trouwens op ijzeren pijlspitsen, evenmin als op lansen en krissen, blijft pijl-vergift in 't algemeen niet lang bevestigd, daar het met het roest daarvan afschilfert. De vervaardiging van zulk eene pijl, met een ijzeren driehoek, alleen door hameren en slijpen bewerkt („malleo et cote") kost den Bosjesman, volgens getuigenis van den broeder van KREBS, soms wel 24 uren arbeid, daar zij het smeeden niet schijnen te verstaan. — De *boog*, door welke deze pijlen worden gedreven, is mij door aanschouwing niet bekend, doch wordt door K. afgebeeld en beschreven als ter lengte van 5 Pruissische voeten, vervaardigd uit eene zware houtsoort en bespannen met eene snaar, ter dikte van eene pennenschacht, ineengedraaid uit „tendines animales."

PHISIOLOGISCHE WERKINGSWIJZE.

a. Van het *Guinée'sche* pijl-vergift.

Hieromtrent vond ik niet dan eene kleine mededeeling, in extracto, afkomstig van den beroemden Russischen physio-toxicoloog PELIKAN (zie GRIFFON, locis citatis). Daaruit bleek, dat de boven beschreven zaden, waaruit het Guineesche pijl-vergift wordt bereid, volgens genomen dierproeven (op welke dieren vond ik niet vermeld), tot de zoo eigendommelijke groep der z. g. „hart-vergiften" behooren. „Het hart staat weldra stil, „in systole; de auriculae pulseeren nog eenigen tijd door." — Bij CLAPPERTON kon ik over de wijze van werking niets vinden; omtrent de kracht er van zegt hij alleen: „dat een vol-

„ wassen olifant door een' enkelen vergiftigen pijl der Guinée'sche „ olifantjagers in den tijd van 1 uur kan worden gedood."

b. Van het *Kaapsche* pijl-vergift.

KREBS, die eene ruime hoeveelheid daarvan ter beschikking blijkt te hebben gehad, heeft met dit pijl-vergift, onder medewerking van den Hoogleeraar HERTWIG, aan de Vee-artsenijschool te Berlijn, een groot aantal dierproeven genomen, niet alleen op duiven, hoenders, konijnen, honden, katten, maar zelfs op schapen, kalveren en paarden. Het werd, op de verschillende, algemeen gebruikelijke wijzen, soms met, veelal zonder binding van den oesophagus, in vrij hooge doses toegediend, van 5 tot zelfs 20 greinen en meer, in- en uitwendig, zoowel onveranderd als na verschillende oplossingen en scheikundige bewerkingen. Uit deze proeven bleek niet alleen ten duidelijkste de doodelijke kracht van dit pijl-vergift, maar ook de mogelijke groote spoed van werking, daar verscheidene dezer dieren, met eenig verschil naar de hoeveelheid, de plaats van aanwending en de bewerkingswijze, niet slechts na verloop van 1, 2 à 3 uren, daardoor bezweken, maar zelfs na $\frac{1}{2}$ uur, $\frac{1}{4}$ uur, enkelen nog iets sneller, na 10 minuten, eens zelfs, door het extractum alcoholicum, na 5 minuten. De voornaamste *verschijnselen* bij het leven (die in cadavere boden niets merkwaardigs of kenmerkends aan) leverden het volgende collectieve vergiftigings-beeld op: onrust duizeling, pupil-verwijding, beving, braking, alvus liquida, herhaald urineeren, dyspnoea, palpitatio cordis, in den beginne soms zeer hevig *), convulsies, algemeen krachtverlies en verlamming der ledematen.

Ingevolge dezer verschijnselen-reeks kan ik mij zeer goed vereenigen met de uitspraak van KREBS, dat het pijl-vergift der Bosjesmans in het algemeen tot de venena narcotico-acria behoort en in het bijzonder eene groote symptomatologische overeenkomst vertoont met het meer bekende *oepas antsjar* der

---

*) Bij eene proef op eene duif waren de *hartkloppingen* zelfs zóó sterk, dat daardoor een (naar het schijnt, met het ongewapend oor en zelfs op afstand waarneembaar) geluid ontstond: „ Cor enim, vertebrarum columnam violenter feriens, *sonum* excitavit, tanquam duo corpora dura pulsarentur!" — Bij onze proeven op kikvorschen hebben wij van versnelde of versterkte hartsbewegingen geen spoor kunnen waarnemen.

Aziaten *). Daar hij echter destijds niet bekend kon zijn met de eerst veel later door KÖLLIKER en PELIKAN ontdekte eigenaardige werking van het laatstgenoemde pijl-vergift op het *hart*, heb ik gemeend, op dit orgaan mijne bijzondere aandacht te moeten bepalen. Wegens gemis eener voldoende hoeveelheid van het Kaapsche pijl-vergift was ik niet in de gelegenheid, de dierproeven van KREBS in het groot te herhalen, en was zulks, bij de uitvoerigheid waarmede die genomen zijn, dan ook niet noodig. Ter aanvulling van zijne experimenten, beperkte ik alzoo de mijne tot een nader onderzoek omtrent de werking daarvan op het blootgelegde kikvorschen-hart, hoofdzakelijk ten einde waartenemen, of de vermoedelijke overeenkomst tusschen deze beide pijl-vergiften zich ook op dit punt bevestigde.

In den zomer van het jaar 1868, nog te Utrecht met het onderwijs in de heelkunde belast zijnde, had mijn waarde ambtgenoot KOOYKER, hiervoor reeds genoemd, de goedheid, in het toxicologisch laboratorium der toenmalige Kweekschool voor militaire geneeskundigen, voor mij een paar voorloopige kikvorschproeven te nemen, uit welken ons toen reeds terstond eenigermate de verlammende werking van dit pijl-vergift op het hart scheen te blijken. Door omstandigheden hebben wij eerst in het afgeloopen voorjaar van 1869 dezelfde, zoo karakteristieke, physiologische reactie op de hartvergiften kunnen herhalen en werd ons die toen recht duidelijk. Daarop zijn, op mijn verzoek, ook in het physiologisch laboratorium hier ter stede, door groote welwillendheid van de H.H. Prof. KÜHNE en Dr. SANDERS, enkele experimenten met het K. pijl-vergift bewerkstelligd, doch ontving ik door bemiddeling van Dr. KOOYKER, en ook schriftelijk, de mededeeling, dat deze een negatief resultaat ten opzigte der werking van dit pijl-vergift als „Herz-gift” hadden opgeleverd †). Uit dien hoofde hebben wij het noodzakelijk geoordeeld, zeer onlangs op nieuw de proef te herhalen en heb-

---

*) „Similitudo ejus apparuit inprimis cum veneno Indorum Orientalium, quod *Upas anthiar* vocatur, *Loc. cit*, pag. 18.

†) Deze mij bevreemdende uitkomst kan alleen verklaring vinden in het misschien gebruik maken van een onvoldoend minimum van het pijl vergift, hetgeen een zamengesteld mengsel zijnde, slechts een betrekkelijk klein aandeel werkzaam agens bevat, of ook dat wellicht geen verdund zuur bij het pijl-vergift is gevoegd vóór het inbrengen.

ben wij wederom bepaaldelijk de specifieke werking op het hart kunnen constateeren.

Ziet hier wat wij bij 8 van een 10tal kikvorschen, bij verschillende gelegenheden opgeofferd, in den regel, met enkele kleine schakeeringen, hebben gedaan en gezien.

Telkens bij twee kikvorschen te gelijk wordt, op de bekende wijze, alleen het hart ten volle blootgelegd. Nu vergelijkt men gedurende eenige minuten de kracht en den spoed der hartslagen, de laatsten noteerende. Een van dezen, steeds de zwakste, kleinste of soms zelfs oedemateuse of gepigmenteerde, indien geene anderen ten dienste stonden, ontvangt nu niet dan eene oppervlakkige huidwond op den rug, of bij de op een plankje gespelden, in de lies, door een knipje met eene schaar.

Bij den anderen, steeds den grooteren en bij vergelijking den meest gezonden, op volkomen gelijke wijze verwond, wordt $^1/_4$ tot hoogstens $^1/_2$ grein pijl-vergift, — na dit alvorens met een paar droppels sterk verdund azijnzuur (waarvan als tegenproef ook bij de geen pijl-vergift bekomende dieren meermalen eenige droppels onderhuids werden ingespoten), tot een dunne brei te hebben verweekt, — met een dun glazen staafje, zoo diep mogelijk, in het onderhuidsche wondkanaal ingebracht.

Terwijl nu bij de niet met pijl-vergift bedeelde dieren het hart, krachtig en onveranderlijk, uren lang met gelijken rhythmus blijft voortkloppen en meer dan eens nog den volgenden dag, hoezeer trager en met sterkere vulling, pulseerde, ziet men, vooral bij voortdurende vergelijking duidelijk, dat, bij de met dit pijl-vergift vergiftigde kikvorschen, niet alleen de *frequentie* der hartslagen langzamerhand afneemt *), maar ook, dat de

---

*) Ik vermeld slechts één onzer proeven ten voorbeeld, komende de overigen daarmede, alleen met eenig verschil in spoed, grootendeels overeen:

Intoxicatio	11′ 20″	in	1′	ictus	28	perfecti	ventriculorum
	11′ 30″	〃	〃	〃	28 minus	〃	〃
	11′ 40″	〃	〃	〃	26	imperfecti	〃
	11′ 45″	〃	〃	〃	25	〃	〃
	11′ 55″	〃	〃	〃	22 valde	〃	〃
	12′ 10″	〃	〃	〃	20	〃	auricularum
	12′ 30″	〃	〃	〃	16	〃	〃
	12′ 50″	〃	〃	〃	14	〃	〃
	1′ 45″	〃	〃	〃	12	〃 vix perceptibiles	〃
	2′ 20″	〃	〃	〃	0 (obiit).		

vulling van de voorliggende hartekamer steeds minder en minder volkomen wordt, zoodat de hartswand, van de apex naar de basis, meer en meer begint te verbleeken, tot dat de kamer bijna geheel ledig blijft in systole, terwijl de diastole zich nog eenigen tijd, in meerdere of mindere mate, alleen tot de hartooren bepaalt, en de bovengenoemde frequentie zich eindelijk nog slechts bij gunstig lichtreflex, door eene naauwelijks waarneembare rimpeling of vormsgewijze beweging in minimo van den geheelen voorliggenden hartswand, tellen laat.

Bij al onze proeven hield eerst *daarna* ook de algemeene spiercontractiliteit op; meermalen zagen wij, bij nagenoeg volkomen stilstand van het hart, de kikvorschen nog in staat, hunne rugligging in eene buikligging te veranderen, en nog later zoo de ledematen als oogleden, op aangebrachte mechanische prikkels, reflectorisch te bewegen; hetgeen, zelfs door speldeprikken dan met het hart niet meer het geval was. Ten slotte treedt ook sterkere en sterkere paralyse der willekeurige spieren, nu en dan door lichte convulsiën afgebroken, in.

De tijd van den *dood* verschilde naar de grootte der dieren, het jaargetijde, en vooral de aangebrachte hoeveelheid pijl-vergift, doch het geheel ophouden niet alleen van alle hart-contractiën, maar ook van de ademhalings- en ligchaamsbewegingen, geschiedde bij ons niet zoo spoedig als bij de meeste experimenten van KREBS (met hoogere doses genomen). De kortste tijd van dood, door ons na de genoemde giften geobserveerd, was van 3 uren ongeveer; de langste tijd wanneer alle levensuiting, — bij stilstaand hart, — was verdwenen, bedroeg ruim 24 uren *).

Wat den *aanvang* der eerste zichtbare uitwerking op dit orgaan betreft, — door beginnende mindere vulling, bij nog nagenoeg gelijke frequentie, waarneembaar, — zoo hebben wij die meermalen reeds vrij spoedig, doch nimmer vroeger dan na verloop van 10 minuten zien ontstaan.

Mag nu uit de proeven van KREBS op grootere diersoorten, gecomplementeerd door de onze op het kikvorschen-hart, wor-

---

*) Dit exemplaar heb ik, in de Akademie-zitting van 19 Maart des vorigen jaars, met volkomen rust van het hart, bij nog in geringen graad voorhanden reflectiebeweging der willekeurige spieren, aan de toen aanwezige leden vertoond.

den aangenomen, dat het Kaapsche pijl-vergift dezelfde zamenstelling bezit of gelijken oorsprong heeft als het *oepas antsjar?* Dit zij verre. Niettegenstaande de groote analogie in physiologische werking, door KREBS reeds vermoed, zelfs ook in werking op het hart, zooals onze proeven aantoonen, schijnt mij toch het Kaapsche pijl-vergift in elk geval een minder krachtig en snel werkend „Herzgift" te bevatten, dan het *antsjar*, ofschoon wij dáármede ten dezen nog geene vergelijkende proeven of tegen-proeven hebben genomen.

Ook durf ik zulks niet vast beweeren, maar geloof ik, dat de *Antiaris toxicaria* in Afrika niet tehuis behoort. Meer althans dan voor het vermoeden, dat deze het hoofdingrediënt van het Kaapsche pijl-vergift zou opleveren, bestaat er grond voor de veronderstelling, dat de moederplant van het Kaapsche pijl-vergift misschien te zoeken is in dezelfde of eene overeenkomstige *Echites*(?)-soort, wier zaden tot de bereiding van het Guinée'sche pijl-vergift, uit Nigritië en Oud-Calabar, schijnen te dienen.

Wat de overige vergift-planten aangaat, hierboven ter loops als vermoedelijk bestanddeelen van het Kaapsche pijl-vergift leverende aangehaald, van genen dezer is het mij bekend, dat zij tot de hartvergiften *) behooren, onder welken men overigens weet, dat op de Antiaris, — die bovenaan in hunne reeks staat, — in kracht, naar rangorde, volgen: de *Tanghinia venenifera*, de *Helleborus viridis*, sommige *Digitalis*-soorten, waarschijnlijk ook de *Nerium oleander* en de *Physostigma venenosum* (die de bekende Calabar-boonen oplevert), waaromtrent de mededeelingen van PELIKAN, DYBKOWSKY, LASCHKEWICH en anderen kunnen worden vergeleken.

Zoowel van het eerste als het laatste dezer gewassen, — plantae *cardicidae* te noemen, — als beide van Afrikaanschen oorsprong zijnde, zou overigens het gebruik tot bereiding van pijl-vergift niet zoo geheel vreemd klinken, daar zij in dit werelddeel, ook op andere

---

*) Door sommige Fransche schrijvers worden daartoe ook twee z. g. Amerikaansche pijl-vergiften, het „*vaö*" en „*corroval*" gebracht. Ik kan, volgens mijne studiën, bijna niet aannemen, dat die werkelijk daar te lande inheemsch zijn, maar beschouw ze slechts als ingevoerde specimina van het Oost-Indische oepas antsjar en tieuté.

wijzen, tot vergiftiging in misbruik zijn, onder anderen bij de z. g. ordeals of Godsgerichten van sommige Neger-stammen.

Daar intusschen zeer waarschijnlijk nog meer andere vergiften uit het plantenrijk eene met die der „Herz-gifte" analoge werkingswijze bezitten, en terwijl men voor het Kaapsche pijl-vergift eigenlijk geene noemenswaardige botanische indicia ter beschikking heeft, is het voor als nog onmogelijk, met eenigen graad van zekerheid, uit de physiologische werking en onvolledige scheikundige nasporing, te bepalen, aan welke vergift-plant dit nu eerst meer en meer bekend wordende pijl-vergift zijne doodelijke kracht ontleent. Zelfs zou, met KREBS, het vermoeden kunnen worden geopperd, dat daarin wellicht eene *dierlijke* vergiftstof als principium agens optreedt. Volgens hem, of liever volgens verspreide berichten van reizigers in Afrika, worden daarbij, onder anderen ook door de Bosjesmans, somtijds vergiftslangen en hagedisachtige dieren gebezigd.

Daar men nu voornamelijk uit de herhaalde proefnemingen van VULPIAN heeft geleerd, dat het huidklier-vergift van *Triton palustris* en van *Rana bufo* *), althans op jonge gewervelden en op lagere diersoorten, eene uitwerking heeft analoog met die der plantaardige hartvergiften, is het nog niet eens zoo zeker, of het werkzaam beginsel van het Kaapsche pijl-vergift wel van vegetalen oorsprong zij. Nogtans moet ik ten opzigte van het virus der padden en watersalamanders doen opmerken, dat dit niet zóó primair paralyseerend op het hart werkt als het Kaapsche pijl-vergift, het oepas antsjar en andere ware „Herz-gifte", doch slechts dan, — meer secundair, — zijn' verlammenden invloed op dit orgaan uitoefent, wanneer de algemeene paralyse van het willekeurige spierstelsel is voorafgegaan.

Hoe dit zij, ik acht het niet onbelangrijk, dat de physio-toxicologen uit mijne oppervlakkige bijdrage aanleiding mogten nemen, om het nasporen van de werking, den aard en den oorsprong van het pijl-vergift der Bosjesmans, — dat uit de Kaap de Goede Hoop waarschijnlijk wel in toereikende hoeveelheid zal kunnen worden verkregen, — tot onderwerp van eene meer

*) CL. BERNARD meent te weten (?), dat, in Nieuw-Grenada, het dáár gebezigde blaaspijl-vergift in hoofdzaak uit *padden-venijn* wordt bereid.

gezette, vergelijkende studie te maken, waartoe mij in mijnen tegenwoordigen werkkring tijd en gelegenheid ten eenenmale ontbreken.

Uit het medegedeelde meen ik echter nu reeds tot de volgende besluiten gerechtigd te zijn:

1°. Even als in Azië en Amerika schijnen ook van de pijl-vergiften van Afrika *verschillende* soorten en variëteiten te moeten worden onderscheiden.

2°. Even zeker als onze kennis omtrent afkomst en bereidingswijze is voor de pijl-vergiften der eerstgenoemde werelddeelen, zoo groote *onzekerheid* bestaat er nog steeds aangaande die der Afrikaansche pijl-vergiften.

3°. In *botanischen* zin zijn eigenlijk alleen voor het pijlvergift van Guinea eenige aanwijzingen of slechts wenken gegeven.

4°. In *physiologische* werkingswijze schijnt het pijlvergift der Kaapsche binnenlanden met het vorige eene groote overeenkomst te vertoonen.

5° Misschien wordt het hoofdbestanddeel van beiden door eene *Echites*-soort opgeleverd.

6°. Het schijnt, zoo door de dierproeven van PELIKAN, als door de onzen, uitgemaakt, dat beiden tot de z. g. „*Herz-gifte*" der toxico-physiologische school mogen worden gerekend.

Amsterdam, Maart 1871.

OVER LANGZAME VERBRANDING.

DOOR

P. J. VAN KERCKHOFF.

Medegedeeld in de gewone vergadering van 25 Maart 1871.

Een groot aantal stoffen bezit de eigenschap om zich, naar gelang van omstandigheden, binnen een korteren of langeren tijd met zuurstof te verbinden, en daarbij of volledig of onvolledig geoxydeerde producten op te leveren. In vele gevallen is die spoedige of langzame oxydatie afhankelijk van de temperatuur, al het overige gelijkstaande, maar die temperatuur is niet de eenige factor. Onder de vele omstandigheden die invloed op de oxydatie kunnen uitoefenen, behoort ook die van de aanwezigheid eener stof die na afloop der werking onveranderd teruggevonden wordt, hetzij ze gedurende de werking aan scheikundige veranderingen onderworpen is geweest, al of niet. Vele dier werkingen, vroeger contact-werkingen of ook wel catalytische genoemd, zijn door nader onderzoek opgehelderd geworden, daar ze gebleken zijn, óf tot de gewone scheikundige werkingen teruggebragt te kunnen worden, waarbij de invloeduitoefenende stof alternatief scheikundig veranderd werd (verdween) en weêr ontstond, óf tot verandering van physische toestanden, waarbij in den regel eene verandering van temperatuur plaats heeft.

Tot de eerste soort van werkingen, dat is die van het alternatief opnemen en afstaan van zuurstof, behoort b.v. die van stikstofoxyde en van ijzeroxyde; tot de laatste de merkwaardige, door DAVY het eerst ontdekte eigenschap van platina, scheikundige verbindingen in het algemeen, en dus ook oxydaties, tot stand te brengen, zonder zelf daarbij scheikundige

verandering te ondergaan. Deze heeft aanleiding tot eene menigte proeven gegeven, waaruit gebleken is, dat ook vele andere stoffen eene dergelijke rol vervullen. De onderzoekingen van DÖBEREINER, PLEISCHL, DULONG, THÉNARD, CLOEZ en anderen hebben daaromtrent eene menigte feiten aan het licht gebragt.

Toch zijn er verschillende omstandigheden, waarvan de invloed niet altijd is nagegaan en die het wenschelijk is nader te leeren kennen.

Het is mij voorgekomen, dat een onderzoek van eenige dier omstandigheden niet overbodig was. Ik heb mij beperkt tot de werking van zuurstof op een paar brandbare gassen en wel 1° van een zuiver gas, namelijk kooloxyde en 2° van het mengsel van gassen, zooals die in ons gewoon lichtgas voorkomen, na volkomen van koolzuur te zijn bevrijd.

Daarbij heb ik mij voorgesteld te onderzoeken:

1°. in hoeverre de tijd van contact tusschen het brandbare gas en de zuurstof bij aanwezigheid van scheikundig passive stoffen van invloed is:

2°. of die tijd met den aard der vaste stof verschilde;

3°. of bij verschillende gasmengsels een verschil in temperatuur noodig was om de langzàme verbranding te doen plaats hebben;

4°. onder de vaste stoffen bij welker aanwezigheid eene verbranding kan worden tot stand gebragt, eene op te nemen, die tot nog toe niet of weinig onderzocht, in zuiveren toestand kon worden gebezigd, zonder aanleiding te geven tot het verschijnsel van overbrenging van zuurstof;

5°. of het koolzuur dat in geval van oxydatie moet optreden, als vrij gas te voorschijn komt of in de poreuse stof gecondenseerd blijft.

Mijne eerste proeven werden zoo ingerigt dat een mengsel van zuurstof en het brandbare gas, na elk afzonderlijk volkomen van koolzuur bevrijd te zijn, in een langzamen stroom door eene U-vormige buis werd gevoerd, in welke zich de vaste stof bevond aan den invloed waarvan men dat mengsel wenschte bloot te stellen. Na over die vaste stof te zijn heengestreken, werd het gas in eene waschflesch met helder kalkwater gevoerd.

De U-vormige buis kon in een waterbad worden geplaatst en

zoodoende de vaste stof, terwijl het mengsel er doorheen streek, op eene bepaalde temperatuur worden gehouden.

Het zuurstofgas, uit chloorzure kali bereid, en in een gasometer boven zuiver water verzameld, werd bij elke proef eerst door eene buis met natronkalk gevoerd om koolzuur en chloor, die mogelijkerwijze uit het water en uit de bereiding konden afstammen, weg te nemen en vervolgens door eene waschflesch met helder kalkwater, dat als contrôle diende.

Op dezelfde wijze werd gehandeld met het kooloxyde, dat uit oxaalzuur met zwavelzuur bereid, reeds dadelijk bij de bereiding door het wasschen met kalkmelk en het opvangen in een met kalkmelk gevulden gasometer van bijna al het koolzuur was ontdaan.

Zoo werd ook het gewone lichtgas, dat bijna altijd nog eenig koolzuur bevat, van de laatste sporen daarvan ontdaan.

Bij alle proeven zonder onderscheid had steeds de contrôle op de afwezigheid van koolzuur plaats.

De vaste stoffen van welke ik mij bediend heb, waren:

1°. geplatineerd asbest, behoorlijk uitgegloeid;

2°. puimsteen, met verdund zoutzuur, herhaaldelijk uitgekookt, uitgewasschen en gegloeid;

3°. pijpaarde, op dezelfde wijze behandeld.

Bij meermalen herhaalde proeven bleek het, dat op de gewone temperatuur, afwisselende tusschen 5° en 15°, het geplatineerd asbest de eenige der drie beproefde stoffen was, die aanleiding gaf tot de oxydatie van het kooloxyde. Dit gasmengsel, daarover gevoerd, deed, na betrekkelijk korten tijd, een duidelijken neêrslag in de flesch met kalkwater ontstaan, terwijl noch bij het gebruik van puimsteen, noch bij dat van pijpaarde de geringste troebeling was waar te nemen.

Deze uitkomst met geplatineerd asbest was trouwens te verwachten, daar het bekend was, dat platina-spons zelfs in staat is een mengsel in behoorlijke verhouding van kooloxyde en zuurstof, het best 2 vol CO en 1 vol O, te doen ontploffen. Bij het gebruik van geplatineerd asbest was natuurlijk door de verdeeling van het platina tusschen de vezels van het asbest de werking zooveel vertraagd dat er geen ontploffing kon plaats hebben.

Werd een mengsel van ongeveer 1 vol lichtgas met 2 vol zuurstof over het geplatineerd asbest gevoerd, altijd bij eene temperatuur 5° à 15°, dan was er slechts een spoor van vorming van koolzuur waar te nemen.

Dezelfde proeven, doch nu alleen met puimsteen en later met pijpaarde, werden herhaald, eerst bij eene temperatuur van 50° à 60° en vervolgens bij 80° à 90°. In al die gevallen ontstond er geen koolzuur hoegenaamd.

Als voorbeeld van de gevolgde handelwijze haal ik de volgende proef aan.

Lichtgas, van koolzuur volmaakt bevrijd, werd met zuurstof, die er insgelijks vrij van was, in de verhouding van 1 vol van het eerste tot 2 vol van het laatste, in de U-vormige buis van omstreeks 10 CC inhoud geleid, in welke zich ongeveer 5 gr. der gezuiverde pijpaarde bevonden, en die in een waterbad op 50° à 60° gehouden werd. De snelheid van doorstrooming werd zoo geregeld dat omstreeks 4 bellen van het gasmengsel per secunde door de aanvoerbuis, die een inwendigen diameter van 5^{mm} had, geleverd werden. De proef werd gedurende een half uur voortgezet. Noch gedurende dien tijd noch na afloop daarvan, was de allergeringste troebelheid te bespeuren in de flesch met kalkwater, waardoor het van de pijpaarde komende gas werd heengevoerd. Op grond van de straks te vermelden proeven kon het mogelijk geacht worden dat eenig gevormd koolzuur bij de aangewende temperatuur in de pijpaarde teruggehouden was. Daarom werd, na afloop der proef, het in de U-vormige buis nog aanwezige gasmengsel door een stroom koolzuurvrije lucht bij de gewone temperatuur verjaagd, daarna de buis met pijpaarde, door middel eener lamp tot boven 100° verhit en gedurende dien tijd koolzuurvrije lucht er doorheen gevoerd. Ook bij deze verhitting der buis bleef het kalkwater in de waschflesch volmaakt helder.

Bij de tweede reeks proeven, die ik met de reeds gemelde mengsels van een brandbaar gas en zuurstof gedaan heb, is de duur van het contact met de vaste stof veel langer geweest. De inrigting der toestellen moest daarom eene andere zijn. De te onderzoeken gassen werden in eene glazen van eene kraan voorziene klok boven kalkwater in de verhouding van 2 vol CO

en 1 vol O (of van 1 vol lichtgas en 2 vol O) afgemeten, en gemengd; door indompeling der klok kon het gasmengsel daaruit worden ontleend. Het ging dan eerst door eene buis met natronkalk en vervolgens door eene contrôle-flesch met kalkwater, dat, zou de proef eene beteekenis hebben, volmaakt helder moest blijven, zoo als steeds bij de opgeteekende proeven het geval was. Men vulde nu met dit gasmengsel eenen dubbel getubuleerden glazen ballon van omstreeks 600 C.C. inhoud, door het gas gedurende een geruimen tijd daardoor heen te laten strijken, ten einde de lucht uit den ballon te verdringen. Telkens werd minstens het drievoudige volum van den ballon aan gas er door heen gevoerd vóór dat deze gesloten werd. Elke tubulus van den ballon was met een digt sluitenden gevernisten kurk voorzien, door welken eene korte glazen buis heen ging, die eene dikwandige caoutchoucbuis droeg, welke door eene schroefklem gesloten kon worden. De aldus gevulde en gesloten ballon, waarin vóór de vulling van de goed uitgegloeide vaste stof 5 à 6 gram gebragt was, kon nu zeer langen tijd op de temperatuur die men verkoos aan te wenden worden gehouden, zonder dat zich eenige uitwisseling met dampkringslucht liet bemerken. De negative uitkomsten, bij sommige der te vermelden proeven verkregen, getuigen daarvan.

Bij het eindigen der proef werd de inhoud op de volgende wijze onderzocht om de al of niet plaats gehad hebbende oxydatie tot koolzuur te ontdekken.

Aan den eenen tubulus van den ballon werd door middel der caoutchoucbuis eene contrôle-flesch met kalkwater verbonden, die uit eene met natronkalk gevulde bnis de dampkringslucht kon ontvangen, welke zou dienen om het gas van den ballon te verdringen Aan het caoutchoucbuisje van den anderen tubulus werd de glazen buis bevestigd tot afvoer van dat gas bestemd, en in eene flesch met kalkwater dompelende, terwijl deze laatste met een aspirator in verbinding werd gebragt. Men kon op die wijze het gas uit den ballon naar verkiezing met meerder of minder snelheid door het kalkwater laten strijken.

Ofschoon er, naar aanleiding der reeds vermelde proeven, geen twijfel bestond dat geplatineerd asbest aanleiding tot oxydatie zou geven, werd toch ter vergelijking bij de eerste op

deze wijze gedane proeven, behalve puimsteen en pijpaarde, ook geplatineerd asbest gebezigd.

Elke der volgende proeven werd meer dan eens gedaan, sommige meermalen herhaald en steeds met dezelfde uitkomsten.

PROEVEN MET KOOLOXYDE.

Temperatuur - 0° tot 10°.

Duur der proef — 16 dagen.

	Kalkwater.
Geplatineerd asbest . . .	geeft reeds bij de eerste bellen eene troebeling, later een zeer sterken neêrslag.
Puimsteen.	blijft geheel helder.
Pijpaarde	blijft geheel helder.

Temperatuur — 5° tot 15°.

Duur der proef — 16 dagen.

	Kalkwater.	
	bij doorvoering van het gas van den ballon zonder den inhoud te verhitten.	bij doorvoering van lucht, na het gas weggezogen te hebben en bij verhitting van de vaste stof.
Puimsteen	blijft geheel helder.	blijft geheel helder.
Pijpaarde.	blijft geheel helder.	blijft geheel helder.

Temperatuur — 50° tot 60°.

Duur der proef — 9 uren.

	Kalkwater.
	bij doorvoering van het gas van den ballon zonder den inhoud van den laatste bij het onderzoek te verhitten.
Puimsteen.	spoedig een neêrslag, die weldra aanzienlijk wordt.
Pijpaarde	blijft geheel helder.

Temperatuur — 64° tot 65°.

Duur der proef — 16 uren.

	Kalkwater.	
	bij doorvoering van het gas van den ballon zonder den inhoud te verhitten.	bij doorvoering van lucht na het gas weggezogen te hebben, en bij verhitting van de vaste stof.
Pijpaarde.	blijft geheel helder.	wordt spoedig duidelijk troebel, hetgeen na korten tijd vermeerdert.

Temperatuur — 80° tot 90°.

Duur der proef — 12 uren.

	Kalkwater.	
	bij doorvoering van het gas van den ballon zonder den inhoud te verhitten.	bij doorvoering van lucht, na het gas weggezogen te hebben, en bij verhitting van de vaste stof.
Pijpaarde.	blijft geheel helder.	wordt spoedig vrij sterk troebel.

PROEVEN MET LICHTGAS.

Temperatuur — 5° tot 15°.

Duur der proef — 9 dagen.

	Kalkwater.
	bij doorvoering van het gas van den ballon zonder den inhoud van den laatsten bij het onderzoek te verhitten.
Puimsteen.	blijft helder.
Pijpaarde	wordt zeer duidelijk troebel.

Temperatuur — 80° tot 90°.

Duur der proef — $11^1/_2$ uren.

	Kalkwater.	
	bij doorvoering van het gas van den ballon zonder den inhoud te verhitten.	bij doorvoering van lucht, na het gas weggezogen te hebben, en bij verhitting van de vaste stof.
Puimsteen	wordt duidelijk troebel.	wordt sterk troebel en geeft een neêrslag.
Pijpaarde	wordt dadelijk sterk troebel en geeft een neêrslag.	niet onderzocht.

Ten aanzien van de proeven met geplatineerd asbest heb ik alleen te doen opmerken, dat onder diens invloed, die zich reeds in korten tijd bij lage temperatuur vertoont, het lichtgas minder gemakkelijk door zuurstof wordt verbrand dan kooloxyde. Het schijnt wel, dat het in de eerste plaats de in lichtgas aanwezige kleine hoeveelheid kooloxyde (7 à 9 °/₀) is, die de oxydatie onder die omstandigheden ondergaat.

Laat men verder de werking van geplatineerd asbest buiten beschouwing, dan blijkt uit het voorgaande: —

1°. Dat op de gewone temperatuur een korte tijd van werking onvoldoende is om door middel van puimsteen of pijpaarde eene waarneembare oxydatie van kooloxyde of lichtgas door zuivere zuurstof tot stand te brengen.

2°. Dat bij kortstondig contact die oxydatie zich evenmin laat bemerken, wanneer de temperatuur tot tusschen 50° en 60°, ja zelfs tot tusschen 80° en 90° verhoogd wordt.

3°. Dat de verbranding dier beide gassen, die bij korten duur niet valt waar te nemen, zeer bemerkbaar wordt wanneer de werking langer wordt voortgezet. Niet onwaarschijnlijk is het dus, dat, zoo de proeven veel langer worden voortgezet, nog oxydatie zou worden waargenomen bij de lage temperaturen, bij welke thans in 16 dagen geen koolzuurvorming kon worden aangetoond.

4°. Dat voor de oxydatie of verbranding tot koolzuur des te langer tijd noodig is, naarmate de temperatuur lager is.

5°. Dat er verschil bestaat in de temperatuur waarbij puimsteen en pijpaarde invloed beginnen uit te oefenen op de oxydatie van kooloxyde, en wel zoo, dat puimsteen bij klimmende warmte spoediger actief is dan pijpaarde.

6°. Dat, ten aanzien van lichtgas, eene omgekeerde verhouding wordt waargenomen, daar pijpaarde reeds werking voortbrengt bij eene temperatuur bij welke puimsteen, even lang met de gassen in aanraking, nog geen oxydatie te voorschijn roept.

7°. Dat het gevormde koolzuur niet altijd dadelijk als vrij gas optreedt en bij beperkte hoeveelheid der gassen, geheel in de poriën der vaste stof kan verblijven.

8°. Dat pijpaarde het gevormde koolzuur veel gemakkelijker terughoudt dan puimsteen en eerst bij sterkere verhitting afgeeft.

BERIGT

OMTRENT

EENIGE DER MAATREGELEN, DIE GENOMEN ZIJN TER WAARNEMING VAN DEN

OVERGANG DER PLANEET VENUS VOORBIJ DE ZONNESCHIJF,

op den 8sten December 1874.

DOOR

F. KAISER.

Medegedeeld in de Gewone Vergadering van 28 October 1871.

Ter vervulling mijner spreekbeurt van heden wensch ik de aandacht der Academie te vestigen op eene naderende gebeurtenis, die nu reeds eene groote beweging onder de sterrekundigen heeft veroorzaakt en ongetwijfeld bij hen eene zeer uitgebreide tijdelijke landverhuizing ten gevolge zal hebben. Ik zal namelijk een kort berigt bij haar overleggen omtrent eenige der maatregelen, die genomen zijn ter waarneming van den overgang der planeet Venus voorbij de zonneschijf, die op den 8sten December van het jaar 1874 plaats zal hebben, daar het mij niet onmogelijk voorkomt, dat de Academie eenige mededeelingen aangaande dit reeds veel besproken verschijnsel van mij verwacht.

De bepaling van den afstand der zon tot de aarde, uitgedrukt in eene maat die wij kennen, is een vraagstuk voor welks oplossing vele sterrekundigen sedert een paar eeuwen zich eene groote inspanning hebben laten welgevallen. In het begin des jaars 1866 heb ik een kort verslag gegeven *) van de pogin-

*) *Album der Natuur.* 1866, Afl. 3.

gen, die men tot op dien tijd voor de oplossing van het vraagstuk had aangewend en ik zal daarop nu alleen in zoo ver terugkomen, als dit noodig is om voor hen, die zich niet aan de sterrekunde wijden, de hooge beteekenis toe te lichten, die aan den naderenden overgang der planeet Venus wordt toegekend. Zulk een overgang heeft voor de sterrekunde eene bijzondere waarde, daar hij de gelegenheid aanbiedt om, zonder metingen, de parallaxis en daarmede den afstand der zon te bepalen, met eene naauwkeurigheid, die door metingen naauwelijks bereikt kan worden. Ongelukkiglijk hebben de overgangen der planeet Venus slechts zelden plaats. De laatste hebben plaats gehad in de jaren 1761 en 1769, de eerstvolgende zullen plaats hebben in de jaren 1874 en 1882 en daarna zal het verschijnsel niet voor het jaar 2004 kunnen wederkeeren. Bij de overgangen in de jaren 1761 en 1769 werden onderscheidene sterrekundigen door de Staten, waartoe zij behoorden, naar ver van elkander verwijderde oorden der aarde gezonden, waar de waarneming van het verschijnsel voor het beoogde doel het meest gunstig wezen zoude, maar de verkregene uitkomst was niet zoo volkomen als men wenschte. Nadat reeds vele anderen zich met dat onderzoek hadden bezig gehouden, werd door ENCKE, in het jaar 1824, uit het geheel der volbragte waarnemingen, met de uiterste zorgen de parallaxis en de afstand der zon afgeleid, en de toen verkregene uitkomst werd daarna, als de meest naauwkeurige, algemeen aangenomen.

De parallaxis der zon kan ook afgeleid worden uit gelijktijdige bepalingen, aan ver van elkander verwijderde oorden der aarde, van de schijnbare plaatsen der planeten Venus en Mars, als deze ligchamen op hunnen kortsten afstand van de aarde gekomen zijn. Hadden die onderzoekingen vroeger niet veel opgeleverd, de stelselmatige waarnemingen omtrent de planeet Mars in het jaar 1862 gaven voor de parallaxis der zon eene uitkomst, die in naauwkeurigheid scheen te kunnen wedijveren met die, welke uit de overgangen van Venus was afgeleid. De vooruitgang der wetenschap heeft het daarbij voor eenige jaren mogelijk gemaakt de parallaxis der zon ook, en zelfs met eene hooge naauwkeurigheid, af te leiden uit verschijnselen van den hemel, die met haar in volstrekt geen verband schijnen te staan.

Zoo is zij afgeleid uit onregelmatigheden in de beweging der aarde en der maan, en daarbij uit onregelmatigheden in de beweging der planeten Venus en Mars, en uit de onderzoekingen van FOUCAULT omtrent de snelheid van het licht. Al die nieuwere uitkomsten kwamen zeer goed met elkander overeen, maar weken zeer kennelijk af van die welke ENCKE door de overgangen der planeet Venus in de jaren 1761 en 1769 had verkregen. Dat verschil heeft vele sterrekundigen zeer verontrust, daar het op eene belangrijke leemte in onze kennis van den hemel scheen te wijzen.

De waarnemingen, bij de overgangen in de jaren 1761 en 1769 volbragt, hebben in de allerlaatste jaren tot vele nieuwe onderzoekingen aanleiding gegeven, wier uitkomsten door mij niet met stilzwijgen kunnen worden voorbijgegaan, daar zij de hoogst kostbare maatregelen verklaren, die voor het waarnemen van den overgang in het jaar 1874 worden noodig geoordeeld. Het eerst heeft POWALKY te Kiel, in het jaar 1865, de waarnemingen in de jaren 1761 en 1769 volbragt aan een nieuw critisch onderzoek onderworpen. Ten gevolge van dat onderzoek gebruikte POWALKY waarnemingen die door ENCKE waren afgekeurd, verwierp hij andere die door ENCKE waren aangenomen en nam hij onderscheidene waarnemingen in de afleiding der uitkomst op, die door ENCKE niet konden worden gebruikt, omdat de geographische ligging der plaatsen waar zij volbragt waren in zijnen tijd niet met eene toereikende juistheid bekend was. POWALKY verkreeg aldus, door de overgangen van Venus, eene uitkomst voor de parallaxis der zon, die vrij aanmerkelijk van de uitkomst weleer door ENCKE verkregen afweek, maar zeer na overeenkwam met de uitkomsten, die andere verschijnselen hadden opgeleverd. In het oog van POWALKY was daarmede de zwarigheid opgelost en de gewenschte overeenstemming verkregen.

Het onderzoek van POWALKY mogt bij sommige sterrekundigen volstrekt geenen bijval vinden en heeft niet alleen nieuwe onderzoekingen, maar ook een vrij levendig twistgeschrijf uitgelokt, waaraan door LEVERRIER, STONE, NEWCOMB, FAYE, WOLF en ANDRÉ is deelgenomen. Men was het oneens niet slechts over de waarnemingen die aangenomen en verworpen moesten

worden, maar ook over de beteekenis, die aan de bewoordingen moest worden gehecht, waarin de waarnemingen beschreven waren. Het verschijnsel dat waargenomen moest worden was namelijk geenszins zoo eenvoudig als het schijnen kon en het was dikwijls moeijelijk, zoo niet onmogelijk, uit de woorden waarin het beschreven was af te leiden, wat eigenlijk voor het tijdstip waarop alles aankomt moest worden aangenomen.

Bij de overgangen in de jaren 1761 en 1769 had men niets anders waartenemen dan de juiste oogenblikken waarop de planeet voor de zonneschijf trad en die weder verliet. De planeet vertoont zich voor de zonneschijf als een ronde zwarte vlak met eene vrij groote middellijn, die zelfs door een gewonen zakkijker zeer goed kan worden waargenomen. Zijn, bij den ingang, de randen van zon en planeet met elkander in aanraking gekomen, zoo moet, onmiddellijk daarop het verschijnen der planeet voor de zon eene kleine inkerving aan den rand der zon ten gevolge hebben, maar de waarneming van dat oogenblik werd gewoonlijk gemist, omdat men het oog niet naauwkeurig genoeg op het punt van den rand der zon wist te vestigen, waar het optreden der planeet moest plaats hebben. Is de planeet gedeeltelijk voor de zon, zoo kan men haar in het oog blijven houden en het oogenblik waarnemen, waarop zij zich ten volle vóór de zon begint te vertoonen, het oogenblik der inwendige aanraking op welks waarneming men het meest vertrouwen stellen kan. Men zoude meenen dat, onmiddellijk na de inwendige aanraking, zich een zeer smal lichtstreepje tusschen de randen van planeet en zon moest vertoonen, waardoor het oogenblik der inwendige aanraking zich met scherpte bepalen liet, maar dit is geenszins het geval. Als de planeet grootendeels voor de zonneschijf getreden is, ondergaat zij eene misvorming aan de zijde naar het punt van den rand der zon waar zij verschenen is. Aan die zijde loopt de planeet uit in een zwarten band, die zich tot aan den rand der zon uitstrekt, die bij het voortgaan der planeet allengs smaller wordt en bij wiens verdwijnen zich dadelijk eene aanmerkelijke ruimte tusschen de randen van zon en planeet openbaart. Bij den uitgang worden dezelfde bijzonderheden, maar in eene omgekeerde volgorde, waargenomen. Dat verschijnsel,

hetwelk door den eenen meer, door den anderen minder duidelijk is gezien, en door zeer weinigen met de wenschelijke juistheid is beschreven, maakt het dikwijls zeer onzeker wat eigenlijk voor het juiste oogenblik van de inwendige aanraking moet worden aangenomen. Het is klaar, dat het zich openbaren moet, als de zon zich door den kijker grooter, of de planeet zich kleiner vertoont dan zij werkelijk is, en eene oorzaak daarvoor wordt gezocht in eene zoogenaamde irradiatie en in de onvolkomenheid der kijkers, maar terwijl men erkent dat een dampkring der planeet Venus het verschijnsel wijzigen kan, wordt zijne meest natuurlijke oorzaak, de interferentie van het licht, gewoonlijk voorbijgezien.

De sterrekundigen NEWCOMB en STONE hebben zich de moeite getroost om de waarnemingen omtrent den overgang der planeet Mercurius voorbij de zonneschijf, die op den 4den November van het jaar 1868 heeft plaats gehad, aan een streng onderzoek te onderwerpen. Die waarnemingen zijn volbragt ook met de grootste en voortreffelijkste kijkers van den tegenwoordigen tijd, maar het bleek dat het treurig verschijnsel, waardoor de waarnemingen bij de overgangen der planeet Venus zoo onzeker waren geworden, ook toen geenszins is achtergebleven. Het genoemd verschijnsel zal zich alzoo, zonder twijfel, ook bij de toekomstige overgangen der planeet Venus openbaren, doch hoe groot verschil in meeningen daaromtrent moge zijn blijven bestaan, men is algemeen van oordeel dat het minder onbepaald en minder schadelijk is, naarmate men grooter en voortreffelijker kijkers gebruikt, en dat daarom bij den toekomstigen overgang volstrektelijk zeer groote en zeer voortreffelijke kijkers aangewend zullen moeten worden. WOLF en ANDRÉ, die bijzondere onderzoekingen hebben volbragt met kunstmatige overgangen van ligchamen voorbij de zonneschijf, eischen dat, voor de waarneming van den toekomstigen overgang, kijkers zullen worden bestemd op parallatische voeten, met openingen van 9 Parijsche duimen. Een werktuig van dien aard kost te München ƒ 15000 en in Grootbrittanje niet veel minder. Naar de plannen, die nu reeds ontworpen zijn, zoude men althans een 20-tal van die werktuigen behoeven, en al vond men geen bezwaar om de daartoe gevorderde gelden bijeen te bren-

gen, zoude de tijdige voltooijing dier werktuigen toch niet mogelijk zijn.

Ofschoon het onderzoek van POWALKY geen algemeenen bijval vinden mogt, heeft toch STONE, die zich het meest daartegen verklaarde en het geheele onderzoek, zoo hij meende op betere grondslagen, vernieuwde, uit de overgangen van Venus geene uitkomst afgeleid, aanmerkelijk van die verschillende, welke POWALKY had verkregen. Ook de uitkomst, die het strenge onderzoek van STONE heeft opgeleverd, komt zeer goed met die van de overige verschijnselen des hemels overeen en de strijd werd nog volkomener opgeheven dan te voren. De toekomstige overgang der planeet Venus heeft nu zekerlijk de hooge beteekenis niet, die hij gehad zoude hebben, indien de genoemde strijd was blijven bestaan, maar hij kan toch aanmerkelijk nader tot de kennis der waarheid voeren. FAYE beweert, op goede gronden, dat de parallaxis der zon uit de overgangen der planeet Venus in de jaren 1761 en 1769, niet met eene zekerheid van het tiende deel eener secunde kan worden afgeleid. Nu de voorname bron der onzekerheid bekend is, zal men ongetwijfeld, bij den toekomstigen overgang der planeet Venus, een aanmerkelijk hoogeren graad van naauwkeurigheid kunnen bereiken.

De eerste voorbereidingen voor het waarnemen van de toekomstige overgangen der planeet Venus moesten bestaan in het berekenen van de plaatsen der aarde, voor wie de waarneming tot de meest naauwkeurige uitkomst voor de parallaxis der zon leiden moest. De Astronomer Royal van Groot-Brittanje, de beroemde AIRY, heeft reeds in het jaar 1857 deze berekening voor de overgangen van de jaren 1874 en 1882, op eene groote schaal, volbragt. Toen LEVERRIER zijne tafelen voor de beweging der planeet Venus uitgegeven had, konden die berekeningen met meer naauwkeurigheid worden herhaald en de mededeeling der uitkomsten door AIRY in de jaren 1864 en 1869 verkregen, hebben bij de koninklijke sterrekundige maatschappij te Londen vele beraadslagingen uitgelokt, omtrent de meerdere of mindere geschiktheid der plaatsen, die door AIRY voor de waarnemingen waren aangewezen. Soortgelijke berekeningen zijn ook volbragt door HANSEN, OPPOLZER, DÖLLEN, HIND,

PROCTOR, PUISEUX en PETERS. HANSEN ontwierp eene geheel nieuwe theorie van het verschijnsel en gaf nieuwe handelwijzen om uit de volbragte waarnemingen de parallaxis der zon af te leiden. Hetzelfde deed OPPOLZER van zijne zijde en de voorbereidende onderzoekingen in het algemeen gaven aanleiding tot zoo vele inzigten, opmerkingen en wenschen, dat ik daarvan geen volledig verslag zoude kunnen geven, zonder de grenzen, die ik mij hier moet stellen, zeer ver te overschrijden. Enkele bijzonderheden kunnen echter door mij niet met stilzwijgen worden voorbijgegaan.

Bij de overgangen in de jaren 1761 en 1769 heeft men niets anders dan de tijdstippen van den ingang en van den uitgang waargenomen en ook bij de toekomstige overgangen zal die waarneming de meest gewigtige zijn. Men heeft daarbij twee gevallen van elkander te onderscheiden, die aanleiding hebben gegeven tot twee handelwijzen om de parallaxis der zon te berekenen, die de methode van HALLEY en de methode van DELISLE genoemd worden. De methode van HALLEY geldt alleen voor plaatsen, waar zich beiden, ingang en uitgang laten waarnemen. De tijd, tusschen ingang en uitgang verloopen, geeft, met de bekende beweging der planeet, de koorde, die de planeet over de zonneschijf heeft afgelegd en den afstand dier koorde tot het middelpunt der zon. Is die bepaling op twee ver van elkander verwijderde plaatsen volbragt, zoo geeft zij het verschil tusschen de parallaxen van zon en planeet en dus ook de parallaxen zelve, daar hare verhouding naauwkeurig bekend is. Deze methode biedt het groote voorregt aan, dat zij geene zeer naauwkeurige kennis van de geographische ligging der plaatsen vordert, en voor hare toepassing moeten minstens twee plaatsen der aarde worden gezocht, waar zich ingang en uitgang beide laten waarnemen en voor wie de koorden zoo veel mogelijk van elkander verschillen. De methode van DELISLE geldt voor plaatsen waar zich alleen de ingang of de uitgang laat waarnemen. Is een van die verschijnselen aan twee plaatsen der aarde waargenomen, zoo leidt men daaruit, naar de bekende beweging der planeet, de punten met betrekking tot den rand der zon af, die de planeet, uit beide plaatsen gezien, op hetzelfde oogenblik innam, hetgeen weder het

verschil tusschen de parallaxen en daarmede de parallaxen zelve geeft. Deze methode heeft het bezwaar, dat zij eene naauwkeurige kennis vordert van het Lengte-verschil tusschen de plaatsen der waarnemingen en voor hare toepassing moet men minstens twee toegankelijke plaatsen opsporen, voor de eene van welke het verschijnsel door de parallaxis zoo veel mogelijk wordt vervroegd, terwijl het voor de andere zoo veel mogelijk wordt vertraagd. Het hangt van bijzondere omstandigheden af, of bij een bepaalden overgang de eene methode boven de andere de voorkeur verdient. Bij den overgang in het jaar 1874 zal het verschil niet zeer groot zijn, en zal men het best doen zoo veel mogelijk beide methoden te volgen.

Een voorstel van HUGGINS en PROCTOR om bij den overgang der planeet Venus in het jaar 1874 de waarneming van den in- en uitgang, door aanwending van het spectroscoop, zoo mogelijk van het genoemd lastig verschijnsel te bevrijden, heeft veel bijval gevonden en zal niet zonder gevolgen blijven. Wijders is men geenszins voornemens om, bij den overgang in het jaar 1874, alleen den in- en uitgang waartenemen. Vooral hebben HANSEN en OPPOLZER het hooge gewigt trachten aan te toonen van naauwkeurige metingen, die gedurende den overgang worden volbragt en waaruit de onderlinge ligging der middelpunten van zon en planeet voor bepaalde tijdstippen kan worden afgeleid. Die metingen zijn van gewigt, daar zij zich gedurende het verschijnsel zeer dikwijls laten herhalen, maar naar mijne meening belooven zij niet veel, als daartoe geene vrij groote en kostbare heliometers aangewend worden. Ook verlangt men dat gedurende het verschijnsel talrijke photographische afbeeldingen der zon zullen worden gemaakt, die later kunnen worden uitgemeten en de metingen met den heliometer kunnen vervangen of ondersteunen. Die photographische afbeeldingen vorderen echter zeer kostbare hulpmiddelen, als zij geschikt zullen zijn om ter bereiking van het beoogde doel mede te werken.

Op grond van vele voorbereidende berekeningen en onderzoekingen heeft men in onderscheidene staten van Europa plannen ontworpen, omtrent de maatregelen, die men voor het waarnemen van den eerstvolgenden overgang der planeet Venus

te nemen had. Reeds in het jaar 1869 besloot het bureau des Longitudes te Parijs sterrekundigen met de noodige werktuigen af te zenden naar Peking, naar Shanghai of Yokohama, naar het eiland St. Paulus, naar het eiland Amsterdam, naar de Marquisas-eilanden en naar Suez of Mascat. Officieren der Fransche Marine werden voorloopig belast met de Lengtebepaling van Yokohama, Shanghai en Mascat, en ware de oorlog niet uitgebroken, zoo zoude er geen twijfel bestaan, dat het plan zal worden ten uitvoer gebragt. Het is mij niet bekend welken invloed de gebeurtenissen van de laatste tijden daarop zullen uitoefenen, maar het is niet waarschijnlijk dat een land, waar men JANSSEN, te midden van een vreeselijken oorlog, in de gelegenheid stelde om, met eenen schat van werktuigen, door eenen luchtballon, voor het waarnemen van eene totale zons-verduistering, het belegerde Parijs te ontvlugten, zich door zijne ongelukken van wetenschappelijke ondernemingen zal laten afschrikken.

Na vele beraadslagingen is door den Astronomer Royal een plan ontworpen voor Groot Brittanje, dat vermoedelijk, met of zonder kleine wijzigingen, zal worden opgevolgd. Naar dat plan zullen, in het jaar 1874, uit Groot-Brittanje vijf zendingen van sterrekundigen uitgaan, namelijk naar Alexandrië, naar Nieuw-Zeeland, naar de Sandwich-eilanden, naar de Kerguelen-eilanden en naar het eiland Mauritius. De sterrekundigen zullen worden toegerust met de noodige werktuigen voor tijds- en geographische plaatsbepaling en met kijkers wier openingen minstens 6 Eng. duimen bedragen zullen. Van Engelands zijde zal zekerlijk de photographie niet vergeten worden.

Reeds in het jaar 1869 benoemde de Academie van Wetenschappen te St. Petersburg eene commissie voor het ontwerpen van een plan, dat van Ruslands zijde gevolgd zoude moeten worden. DÖLLEN heeft de inzigten dier commissie openlijk bekend gemaakt. — Sommige der voor de waarneming meest gewigtige plaatsen liggen op Ruslands grondgebied en in overleg met de Commissie van den Noord-Duitschen bond, zullen die plaatsen van wege Rusland bij voorkeur worden bezet en zal het zich wijders tot de aangrenzende deelen van Persië en en China bepalen. Een geheel uitgewerkt plan voor Rusland

schijnt nog niet openlijk te zijn bekend gemaakt, maar er is niet aan te twijfelen dat het op eene groote schaal zal worden ten uitvoer gebragt.

In het jaar 1869 heeft ook de regering van den Noord-Duitschen Bond eene Commissie benoemd voor het ontwerpen van plannen, volgens welke van zijnentwege aan de waarneming van den overgang in het jaar 1874 zoude worden deelgenomen. Die Commissie is het eerst in de maand October des jaars 1869 en later in de maand Maart van dit jaar te Berlijn vergaderd geweest en heeft daarna uitgewerkte plannen bij den Bondsraad ingediend. Zij had de goedheid mij verslagen van hare vergaderingen te doen toekomen, en stelde mij daardoor in de gelegenheid om van de door haar ontworpen plannen naauwkeurig kennis te nemen. Die plannen zijn, in overleg met de Russische Commissie, ontworpen en er op berekend dat de waarnemingen van wege den Noord-Duitschen Bond met die van wege Rusland een groot geheel zouden vormen. De Commissie van den Noord-Duitschen Bond heeft tot vijf zendingen besloten: twee naar de Zuidzee op de Kerguelen- of de Aucklands-eilanden; eene naar het eiland Mauritius, eene naar Japan of China en eene naar Persië, ergens tusschen Mascat en Teheran. De juiste punten waar de sterrekundigen van den Bond zich vestigen zullen, zijn nog niet bepaald, daar zij afhangen moeten van berigten die omtrent de luchtsgesteldheid der plaatsen worden ingewonnen en van eene verkenningsreis, waartoe men hoopt dat Oostenrijk Dr. Neumaijer in de gelegenheid zal stellen. Het voornemen bestaat om ieder dezer stations met de noodige kijkers en werktuigen voor tijds- en plaatsbepalingen, vier daarvan bovendien met heliometers, spectroscopen en toestellen voor het photographisch afbeelden der zon toe te rusten. Men zal zich van draagbare sterrewachten en voor de zendingen naar de Zuid-zee ook van draagbare woningen voorzien en wenscht dat tot vervoer van personen en goederen voor de twee laatstgenoemde, twee groote schepen zullen worden uitgerust.

De Commissie van den Noord-Duitschen Bond heeft ook de kosten berekend aan de verwezenlijking van de door haar beraamde plannen verbonden. Zij verlangt voor de sterrekundigen

en photographen, die uitgezonden zullen worden, eene bezoldiging en bovendien eene vergoeding voor reis- en verblijfkosten. Naar hetgeen bij ons zoude geschieden, is die vergoeding vrij ruim berekend, maar de geldsommen voor de werktuigen zijn zoo laag gesteld als dit mogelijk was. De Commissie stelt zich voorloopig met kijkers, wier opening slechts 52 Parijssche lijnen bedragen, tevreden en heeft voor de heliometers eene zoo kleine som uitgetrokken, dat men naauwelijks begrijpt, hoe met werktuigen van zoo geringe prijzen het beoogde doel bereikt zal worden. De gezamentlijke kosten zijn echter op 152180 Pruissische daalders d. is op 266315 Ned. guldens geraamd, en bij die raming is, op grond van bepaalde beloften, aangenomen, dat, ten behoeve der zendingen, al de noodige tijdmeters, twee slinger-uurwerken, twee passage-instrumenten, zeven universaal-instrumenten en al de noodige toestellen voor een der photographische stations ter leen zullen worden afgestaan. De ontworpene plannen moeten nog den rijksdag worden voorgelegd, maar er is naauwelijks aan te twijfelen dat zij zullen worden aangenomen en dat de aangevraagde som zal worden goedgekeurd.

De plannen der Commissie van den Noord-Duitschen Bond hebben geenen veel grooteren omvang dan die welke voor Frankrijk, Engeland en Rusland ontworpen zijn, zoodat de verwezenlijking der laatstgenoemde ook geene veel minder groote geldsommen zal vorderen. Het is niet onwaarschijnlijk dat ook door andere Staten van Europa ter waarneming van het verschijnsel zal worden bijgedragen en er is volstrekt niet aan te twijfelen, dat Noord-Amerika ondernemingen zal verordenen, op eene zeer groote schaal aangelegd. Naar het zich laat aanzien zal voor het waarnemen van den eerstvolgenden overgang der planeet Venus aanmerkelijk meer dan een millioen Nederlandsche guldens worden uitgegeven.

Reeds herhaaldelijk heb ik hooren vragen of ons vaderland, eershalve, niet behoorde voor de waarneming van het verschijnsel medetewerken. Ofschoon daartoe niet geroepen, zal ik mij de vrijheid veroorloven mijn gevoelen daaromtrent medetedeelen. Het was nimmer een zwak van ons vaderland zich voor de bevordering der wetenschap te verarmen en in deze zaak kan

het met de groote Staten van Europa of met Noord-Amerika volstrekt niet wedijveren. Het komt mij veel beter voor dat van onze zijde niets geschiede, dan dat wij ons door beuzelachtige maatregelen bespottelijk maken. Er is sprake van geweest of de Staten, die zich niet tot zelfstandige zendingen kunnen verbinden, door tusschenkomst van de vereeniging van sterrekundigen, die te Leipzig haren hoofdzetel heeft, in gemeenschap met elkander, iets tot stand zullen brengen. Is daaromtrent een plan ontworpen en wordt ons vaderland uitgenoodigd om aan de verwezenlijking daarvan mede te werken, dan zal, naar mijne meening, eerst de tijd zijn aangebroken om dit in overweging te nemen. Ik voor mij geloof, dat de eer en het belang van een land veel meer bevorderd worden door den bloei der wetenschap en haren weldadigen invloed op algemeene volksverlichting, dan door geldelijke bijdragen voor wetenschappelijke onderzoekingen, die door anderen volbragt zullen worden.

Wij verkeeren in het bijzonder geval van een zeer ervaren sterrekundige te bezitten in eene onzer Koloniën, waar het verschijnsel, van het begin tot het einde, zal kunnen worden waargenomen, en het is eene belangrijke vraag of van deze gunstige omstandigheid geene partij behoort te worden getrokken. Op die vraag kan alleen onder voorbehoud een toestemmend antwoord worden gegeven, nademaal in onze Oost-Indische bezittingen, wegens den hoogen stand der zon, de parallaxis slechts een geringen invloed op het verschijnsel zal uitoefenen en alzoo ook de beste waarnemingen, aldaar volbragt, slechts een klein stemregt verkrijgen. Op het eiland Java zal de ingang slechts 3 minuten en de uitgang slechts 2 minuten door de parallaxis worden vertraagd, terwijl de vervroeging of vertraging aan sommige der, voor de waarneming uitgekozene plaatsen tot meer dan 10 minuten opklimt. In de overige deelen van onze Oost-Indische bezittingen is het niet beter gesteld, en het is daarom ook in niemands gedachten gekomen waarnemers daarhenen te zenden De Heer OUDEMANS, die zich in Oost-Indië bevindt, zal het verschijnsel niet onopgemerkt laten voorbijgaan. De kijker welken de Heer OUDEMANS te zijner beschikking heeft, is voor de waarneming van het verschijnsel vrij klein en het moet, naar mij voorkomt, van de inzigten

en wenschen des Heeren OUDEMANS zelven afhangen of al of niet pogingen zullen worden aangewend om hem, voor de waarneming van het verschijnsel, een grooteren kijker te verschaffen. Er zouden eenige duizenden guldens gevorderd worden om den Heer OUDEMANS met eenen heliometer en eenen toestel voor photographische opnemingen toe te rusten. Mij komt het twijfelachtig voor of dit, al is in Oost-Indië het personeel voor een doelmatig gebruik dier werktuigen aanwezig, tot groote gevolgen zoude kunnen leiden.

Onder het zestal der thans bestaande beste bepalingen van de parallaxis der zon, langs geheel verschillende handelwijzen verkregen, is er slechts *een* die kennelijk van het algemeen midden afwijkt en die groote afwijking klimt niet ten volle tot vier honderdste deelen eener secunde op. Men kan alzoo zonder bezwaar aannemen, dat de parallaxis der zon althans met eene zekerheid van vijf honderdste deelen eener secunde bepaald is, en de toekomstige overgangen der planeet Venus zullen niet veel beteekenen, als zij niet eene zekerheid van weinige honderdste deelen eener secunde zullen geven. De parallaxis der zon gaat, ruim twee malen vergroot, op het verschijnsel over, maar om eene uitkomst te verkrijgen moet men ook de waarnemingen, aan minstens twee plaatsen volbragt, met elkander verbinden, en op iedere dier plaatsen zullen de waarnemingen toch minstens op het tiende deel eener secunde behooren zeker te zijn. Als ik het oog vestig op de verschillen tusschen de uitkomsten, die b.v. voor de parallaxen van vaste sterren, door de volkomenste metingen en met de grootste werktuigen van den tegenwoordigen tijd, na jaren arbeids verkregen zijn, twijfel ik zeer of de genoemde naauwkeurigheid met vrij kleine heliometers en met metingen op photographische afbeeldingen bereikt zal kunnen worden. Bij eenen overgang der planeet Venus zijn de omstandigheden voor het volbrengen van metingen zekerlijk gunstig, maar men heeft vroeger aan die verschijnselen eene zoo hooge waarde toegekend, juist omdat zij voor de bepaling van de parallaxis der zon geene metingen vorderden. Mijne verwachting van de metingen is niet groot, en ik vrees dat ook hier de wezenlijke fouten der metingen vrij aanzienlijk zullen zijn, al mogen hare waarschijnlijke fouten zich klein betoonen.

Naar mijn gevoelen is, bij het ontwerpen van plannen voor het waarnemen van den naasten overgang der planeet Venus, over eene dringende behoefte wat ligtvaardig henen gestapt, namelijk over die aan geschikte waarnemers. Er wordt eene veeljarige oefening gevorderd om met heliometers en met micrometers in het algemeen de naauwkeurigheid te kunnen bereiken, waarvoor die werktuigen vatbaar zijn. Het photographisch afbeelden der zon, met de hier gevorderde naauwkeurigheid, is eene zware taak. Bij de waarneming van in- en uitgang heeft men binnen den tijd van eene halve minuut verschijnselen waartenemen, waarop alles aankomt en die met de uiterste kalmte moeten opgenomen en beschreven worden. Het zal inderdaad niet ligt zijn om voor al die waarnemingen een toereikend aantal geoefende sterrekundigen te vinden. Er zijn vele sterrewachten op aarde, maar vrij weinige, waar openlijke blijken van eene onverdroten werkzaamheid wordt gegeven. Het getal van hen die sterrekundigen worden genoemd is zeer aanzienlijk, maar er zijn waarlijk niet velen, die bewezen hebben met de werktuigen het fijnste te kunnen voortbrengen, waarvoor zij vatbaar zijn. Men zal tijdelijk de sterrewachten moeten ontvolken en van hare beste waarnemers moeten berooven, maar ook bij dien maatregel zullen Frankrijk, Engeland, Rusland en Noord-Amerika hunne sterrekundigen dringend behoeven. De Commissie van den Noord-Duitschen Bond eischt, voor zich alleen, negen ontwikkelde sterrekundigen, negen helpers, die in de sterrekunde niet onbedreven mogen zijn en acht photographen. Het zal niet aan jongelieden ontbreken, die gaarne op kosten van den Staat en met eene goede bezoldiging eene belangrijke reis willen ondernemen, maar ik geloof dat het niet zoo ligt zal vallen het toereikend getal bereidwilligen te vinden, op wier ervaring men staat kan maken. Kan Nederland een of twee uitmuntende waarnemers bijzetten, dan zal het daardoor de zaak meer bevorderen dan door het aanbrengen van eenige duizenden guldens. Ik zoude mij daar niet tegen verklaren, al moesten de werkzaamheden aan de sterrewacht te Leiden, ten gevolge daarvan, voor eenige maanden worden gestaakt.

Ten slotte wil ik nog kortelijk vermelden hoedanig de over-

gang der planeet Venus in het jaar 1874 zich over de aarde zal vertoonen. Over geheel Amerika zal niets van het verschijnsel kunnen worden waargenomen. Hetzelfde geldt voor het grootste gedeelte van Europa aan zijne westelijke zijde en voor het westelijk deel van Afrika. De strook der aarde waarvoor alleen de ingang zigtbaar zal wezen loopt over den Atlantischen Oceaan, omtrent in het midden tusschen Nieuw-Holland en Amerika en treft ook Kamschatka. Over het grootste gedeelte van Afrika, het oostelijk gedeelte van Europa, over Arabië, klein-Asië, Persië en het hooger westelijk gedeelte van Asië zal alleen de ingang zigtbaar zijn. Het gedeelte van de oppervlakte der aarde, waar het verschijnsel zich van het begin tot het einde zal laten waarnemen, omvat geheel Australië, al onze Oost-Indische bezittingen, Hindostan, Mongolië, China, Japan en een gedeelte van Siberië.

INHOUD

VAN

DEEL VI. — STUK 1.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER - KRÖBER - BAKELS.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

Zesde Deel. — Tweede Stuk.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1872.

RAPPORT

UITGEBRAGT

IN DE GEWONE VERGADERING VAN 25 MAART 1871.

De ondergeteekenden, in de vorige Vergadering benoemd, om der Afdeeling Natuurkunde van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam van raad en voorlichting te dienen omtrent de opneming in de Werken in 4°. eener door den Heer P. A. LEUPE aangeboden Verhandeling over: *Georgius Everardus Rumphius*, Ambonsche natuurkundige der 17e eeuw, hebben de eer hierover het volgende te berichten:

De genoemde verhandeling — een lijvig stuk met aanteekeningen en bijlagen — bevat de levensgeschiedenis van den beroemden RUMPHIUS uit officiëele bescheiden breedvoerig toegelicht. Men vindt daarin geene beschouwing van den natuuronderzoeker in de lijst van zijn tijd en evenmin eene wetenschappelijke beoordeeling zijner werken, doch de schrijver heeft nauwgezet de biographische bronnen en vooral het archief der voormalige O. I. Compagnie geraadpleegd, welk laatste met dit oogmerk nog niet doorzocht schijnt te zijn. Bovendien is hij door de goedheid van den Heer DU RIEU, Conservator van de Akademische manuscripten te Leiden, in staat gesteld, afschriften van onuitgegeven brieven van en aan RUMPHIUS als bijlagen op te nemen, en hierdoor sommige bijzonderheden van diens leven en werken in beter licht te plaatsen.

De verhandeling leert RUMPHIUS kennen als een man, die bewondering en achting verdient, zoowel om zijn heldere en juiste beschrijvingen, als om de volharding waarmede hij, onder een tropisch klimaat, niettegenstaande allerlei moeilijkheden en rampen, zijn werk heeft volbracht.

Als Adelborst van de Kamer Amsterdam in 1652 naar Indië vertrokken, wordt RUMPH naar Amboina gedestineerd, maar weldra, als: „tot de militaire chergie niet wel gehumeurt," aangesteld tot onderkoopman en Hoofd te Larike en in 1657 bevorderd tot koopman en Hoofd van de kust van Hitoe. Toen reeds schijnt hij zich met natuurstudiën bezig gehouden en moeite gehad te hebben om de noodige boeken te bekomen. Getuige zijn verzoekschrift aan de Bewindhebberen der O. I. Compagnie, als bijlage aan de verhandeling toegevoegd, een stuk dat voor de kennis der toestanden in die dagen niet onbelangrijk is.

Na het verstrijken van zijn diensttijd verzocht RUMPHIUS 8 à 10 maanden rust te Batavia te mogen hebben, ten einde zijne studiën voort te zetten. Dit wordt hem aanvankelijk geweigerd, later na eenige moeilijkheden in 1669 toegestaan, doch het vaartuig, dat hem moet overvoeren, is zoo rank, dat dat hij weigert het leven der zijnen daaraan toe te vertrouwen. Als hij eindelijk, na wegruiming ook van dit bezwaar, de lang gewenschte reis zal aanvaarden, wordt hij blind en verliest hij daardoor zijne betrekking. Naar Amboina getransporteerd, ontvangt hij in 1671, door de bescherming van den Gouverneur-Generaal, den post van Commissaris en Praeses in het Collegie van Huwelijkszaken.

Doch niet lang mag RUMPHIUS een kalm en onbezorgd leven leiden. Eene vreesselijke aardbeving, welke den 17^{den} Februari 1674 geheel Amboina teistert, doet hem zijne vrouw en jongste dochter verliezen.

Diep terneer geslagen door deze smartelijke gebeurtenis, laat hij echter zijn aangevangen werk niet varen, en kort nadat hem een klerk tot hulp is toegevoegd, verzendt hij in 1679 zijn *Ambonsche Historie* aan de Hooge Regeering. Deze erkent de waarde van het werk, maar houdt het geheim, als „een zeer dienstig document voor de Secretarie."

Eenige jaren gaat nu RUMPHIUS in stilte voort met zijn natuurkundigen arbeid en men vindt van hem alleen een aantal rapporten, waaronder een belangrijk Verslag over den Ambonschen landbouw, dat als bijlage bij de Verhandeling gevoegd is.

Den 11^{den} Jan. 1687 treft hem eene nieuwe ramp door een

zwaren brand, die zijn inboedel en het grootste deel zijner boeken, handschriften en verzamelingen vernielt. Ter nauwernood blijft het origineel van het *Amboinsche Kruytboek* bewaard. RUMPHIUS begint weer op nieuw te verzamelen en te beschrijven, zooveel zijn zwak gezicht hem toelaat, en in 1692 zijn reeds de zes eerste boeken van het *Ambonsch Herbarium* op reis van Batavia naar het moederland. Doch nog is de maat zijner verliezen niet vol. De genoemde zes boeken gaan met het schip, dat ze moet overbrengen, in de Fransche wateren te gronde.

Gelukkig had de oud–Gouverneur-Generaal CAMPHUYS het manuscript vóór de afzending doen overschrijven, maar de oorspronkelijke figuren zijn alle verloren. RUMPHIUS, die inmiddels reeds een appendix tot zijn werk had afgezonden, hoort nauwlijks de nieuwe calamiteit, of de meer dan zestigjarige man begint andermaal zijn arbeid om te werken en zendt zijn klerk en teekenaar naar Batavia, om de daar aanwezige copy zooveel mogelijk te ordenen en aan te vullen en nieuwe figuren daaraan toe te voegen. In 1696 vertrekken de 3 laatste boeken van het *Herbarium* naar Nederland, in 1701 zijn een *Auctuarium* en andere kleine geschriften gereed, doch nu ook zijn de krachten van den grijsaard uitgeput. Hij wordt zieklijk en sterft den 15den Juni 1702.

Eenige zijner werken zijn na zijn dood uitgegeven, de *Ambonsche Rariteitskamer* voor het eerst in 1705; zijn hoofdwerk, het *Herbarium* eerst een halve eeuw later, door de zorg van Prof. BURMANNUS.

Ter nagedachtenis van den grooten natuurkundige heeft de Gouverneur Generaal VAN DER CAPELLEN in 1824 te Amboina eene eenvoudigen gedenksteen doen oprichten.

De hier in korte trekken geschetste levensloop van den beroemden Plinius Indicus wordt in de verhandeling van den Heer LEUPE breedvoerig beschreven, met toevoeging van onderscheiden bijzonderheden aangaande zijne werken. De schrijver wijst tevens aan, hoe veel van hetgeen VALENTIJN in zijn bekende *India litterata* over Amboina mededeelt, aan de nasporingen van RUMPHIUS is ontleend, zonder dat deze daarbij genoemd wordt.

8*

In de Bijlagen vindt men onuitgegeven brieven van RUMPHIUS, van zijn beschermer, den oud-Gouverneur-Generaal CAMPHUYS, van Dr. TEN RHYNE en anderen, welke stukkeu voor de kennis, zoowel der Flora en Fauna van Amboina, als der lotgevallen van RUMPHIU's geschriften, niet zonder gewicht zijn.

De ondergeteekenden beschouwen alzoo de verhandeling van den Heer LEUPE als eene belangrijke historische bijdrage, en hebben op dien grond de eer, aan de Afdeeling voortestellen, haar in de werken in 4°. der Koninklijke Akademie van Wetenschappen op te nemen.

Leiden, 23 / *Amsterdam*, 24 Maart 1871.

N. W. P. RAUWENHOFF.
C. A. J. A. OUDEMANS.

NOTICE

SUR LES

PEINTURES CHINOISES DE CYPRINOÏDES,

DÉPOSEÉS AU MUSÉUM DE L'UNIVERSITÉ DE GRONINGUE
PAR M. J. SENN VAN BASEL.

PAR

P. BLEEKER.

Le Muséum de l'Université de Groningue possède une belle collection de peintures chinoises de poissons, deposée maintenant à la Bibliothèque de la dite Université, qu'il doit à la générosité de feu M. J. SENN VAN BASEL, ci-devant consul néerlandais en Chine.

Lorsque je composai le Mémoire sur les Cyprinoïdes de Chine, publié dans les „Verhandelingen van de Koninklijke Akademie der Wetenschappen," je n'avais pas connaissance de cette collection, mais depuis M. le professeur SALVERDA m'informa de son existence et eut l'extrême obligeance, d'obtenir, sur ma demande, de M. le professeur ENSCHEDÉ, Bibliothécaire de l'Université de Groningue, l'autorisation de me l'envoyer pour en prendre notice.

J'ai l'intention de traiter, dans un article séparé, sur l'ensemble de ces peintures et je me borne ici à noter que la collection contient les figures de 440 poissons de Chine dont 31 de Cyprinoïdes.

Quant aux Cyprinoïdes, il est à remarquer, que les figures, bien que d'une exéeution artistique assez partaite, laissent manifestement beaucoup à désirer par rapport à l'exactitude historique. L'artiste n'a fait aucune attention aux caractères des parties de la bouche et des os sousorbitaires, et l'exactitude de l'insertion des nageoires ventrales, de la forme des nageoires en

général, et du nombre des rayons des nageoires, reste sujette à de sérieux doutes. On ne saurait pas non plus avoir pleine confiance dans les nombres des rangées d'écailles, quoiqu'il soit manifeste que l'artiste n'ait point négligé d'exprimer les différences que présente l'écaillure de ses espèces.

Nonobstant ces inexactitudes il me semble qu'en général les figures doivent rendre assez bien les espèces qu'elles ont le but de représenter et en tant que ces espèces ont déjà été introduites positivement dans la science on les y reconnaît sans peine. Or, on sait du reste qu'une assez grande partie des espèces de Cyprinoïdes de Chine ne sont connues jusqu'ici que sur des peintures chinoises conservées aux Musées de Paris et de Londres, et il reste difficile de rapprocher avec certitude plusieurs des dessins de la collection SENN VAN BASEL, des descriptions prises sur ceux qu'ont examinés VALENCIENNES, RICHARDSON et M. GÜNTHER.

Je reconnais positivement parmi les peintures de la Bibliothèque de Groningue, plusieurs variétés et monstruosités du Carpio vulgaris et du Carassius auratus et puis le Leuciscus aethiops Bas., le Hypophthalmichthys nobilis Blkr et le Hemiculter leucisculus Blkr.

Dans d'autres figures je crois retrouver le Leuciscus aeneus Val., le Leuciscus hemistictus Rich. et le Leuciscus fintella Val., mais, même si les rapprochements sont justes, l'histoire de ces espèces n'e pourrait pas en profiter, puisque les figures n'éclaircissent point les doutes par rapport à leurs véritables affinités, les Leuciscus hemistictus et le Leuciscus fintella me paraissant nullement être de vrais Leuciscus.

Deux autres figures vont assez bien aux descriptions du Mrigala chinensis (Cirrhina chinensis Günth.) et du Leuciscus molitorella Val., rapproché des Labeo par M. GÜNTHER et des Gymnostomus dans le Mémoire sur les Cyprinoïdes de Chine. Il paraît que, dans cette dernière figure, le dessinateur ait exagéré la longueur de l'anale, qui montre 17 rayons, et peut-être aussi celle de la dorsale où je compte 19 rayons. L'inexactitude de cette figure est du reste prouvée par l'insertion fort avancée de la ventrale sous la base de la pectorale.

Les figures qui méritent plus spécialement l'attention, comme

indiquant probablement des espèces nouvelles pour la science, ne sont qu'au nombre de quatre. De ces espèces deux paraissent être des Pseudobrama, tandis que les autres appartiennent probablement aux genres Rohita et Chela. Ces espèces se distinguent par les caractères suivants, caractères cependant qui ont besoin d'être vérifiés sur nature. Aussi n'introduis-je les espèces dans la science que provisoirement et en ajoutant les copies des figures chinoises.

Rohita macrochir Blkr, Fig. 1.

Hauteur du corps $3\frac{1}{2}$ fois dans sa longueur sans la caudale. Tête plus longue que haute 3 fois et quelque chose dans la longueur du corps sans la caudale. Barbillons maxillaires plus longs que l'oeil. Environ 33 écailles dans la ligne latérale. Nageoire dorsale de la longueur de la tête à environ 19 rayons. Pectorales atteignant l'anale. Corps nuagé de brunâtre. Une grande tache verte sur l'angle de l'opercule.

Pseudobrama melanotopterus Blkr, Fig. 2.

Hauteur du corps $2\frac{2}{3}$ fois dans sa longueur sans la caudale. Tête 4 fois dans cette longueur, plus longue que haute. Profil rostro-nuchal fort concave. Environ 40 écailles dans la ligne latérale. Epine dorsale forte, un peu plus longue que la tête. Couleur du corps uniforme. Moitié supérieure de la dorsale noirâtre. D. 1/9. A. 12.

Pseudobrama hypselosoma Blkr, Fig. 3.

Hauteur du corps environ $2\frac{1}{2}$ fois dans sa longueur sans la caudale. Tête $3\frac{2}{3}$ fois dans cette longueur, plus longue que haute. Profil rostro-nuchal peu concave Environ 30 écailles dans la ligne laterale. Epine dorsale forte, de la longueur de la tête. Couleur du corps et des nageoires uniforme. Base des écailles de la moitié superieure du corps à tache noirâtre. D. 1/9. A. 12.

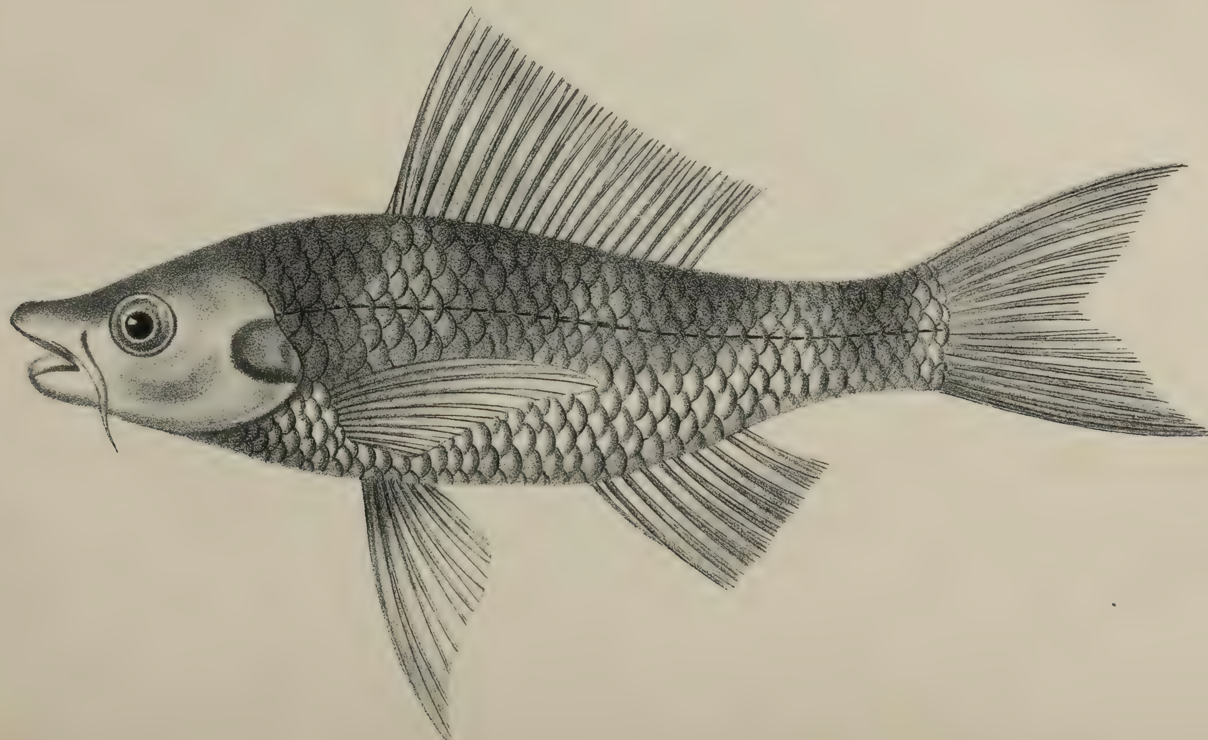
Chela melanopus Blkr, Fig. 4.

Hauteur du corps 4 fois et quelque chose dans sa longueur

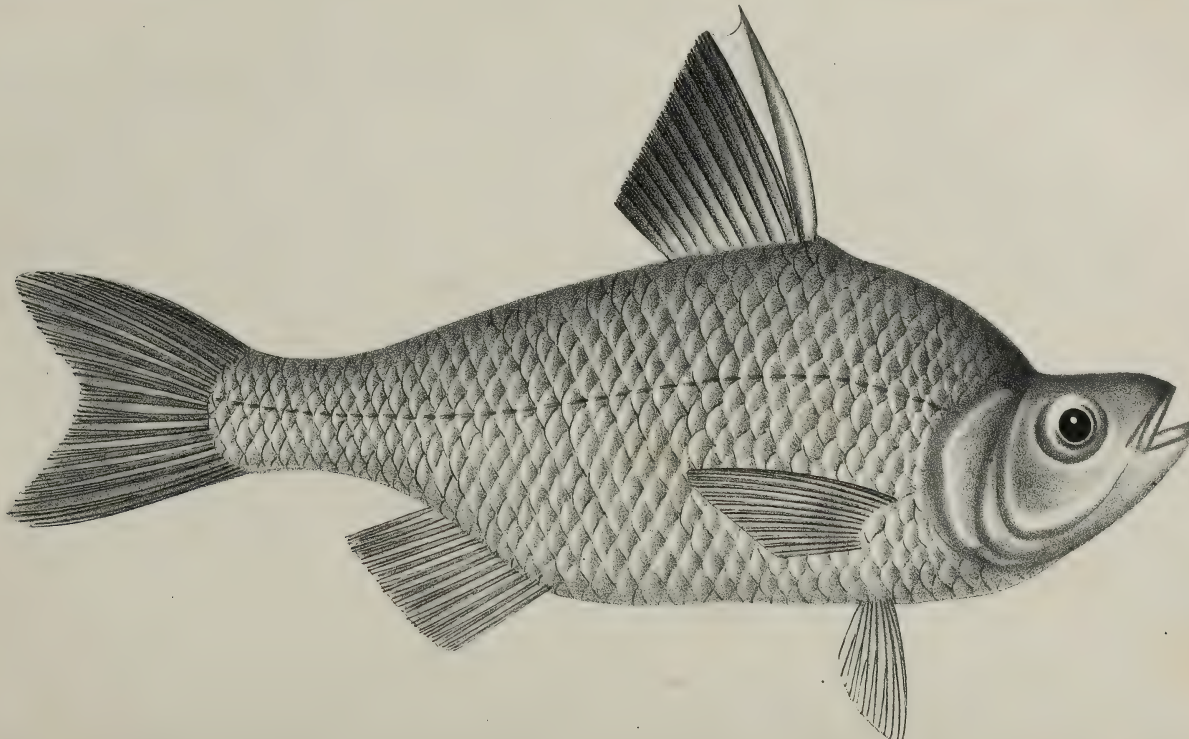
sans la caudale. Tête environ $3\frac{2}{3}$ fois dans cette longueur, beaucoup plus longue que haute. Profil ventral plus convexe que le profil dorsal. Yeux supérieurs 6 fois dans la longueur de la tête. Environ 50 écailles dans la ligne latérale. Pectorale plus courte que la tête. Ventrale atteignant l'anale. Anale plus courte que la tête. Dorsale située entièrement ou presqu'entièrement en avant de l'anale. Ligne latérale fortement courbée dans la région postaxillaire. Couleur uniforme. Une grande tache anguleuse et noirâtre à la base de la ventrale. D. 7. A 13.

Les espèces de Cyprinoïdes figurées dans la collection SENN VAN BASEL se réduisent donc, d'après mes déterminations, à 14, dont les noms systématiques ainsi que ceux notés sur les peintures, vont suivre

1. Carpio vulgaris Rapp. — 7 figures portant les noms chinois de Ky-li, Hop-pi-sian, Phang-li, Tjong-pi-gu, Thong-gu, Thon-lien-gu et Thong-lien-gu.
2. Carassius auratus Blkr.
   a. 2 figures, Variations dorée et verte — Nom. sin. Tshang-gu et Gu-pa.
   b. 3 figures, Monstr. monopterus diuropterus aureus. — Nom. sin. Tshung-fa-la, Ky-long-tshan et Kam-gu.
   c. 1 figure, Monstr. monopterus diuropterus fuscus. — Nom. sin. Hong-thai.
   d. 1 figure, Monstr. anotopterus diuropterus aureus. — Nom. sin. That-naan-kiem-gu.
   e. 1 figure, Monstr. anotopterus diuropterus argenteus fusco nebulatus. — Nom. sin. Pa-kiem-yu.
3. Rohita macrochir Blkr — Nom. sin. Ka-lu.
4. Mrigala sinensis Blkr = Cirrhina sinensis Günth. — Nom. sin. Wang-bi-lan.
5. Gymnostomus? molitorella Blkr? = Leuciscus molitorella Val.? — Nom. sin. Thoe-lang. — La figure va assez bien à ce que l'on sait du Leuciscus molitorella Val. excepté l'anale laquelle y est représentée allongée et à 17 rayons, mais ce qui n'est peut être qu'une phantasie du dessinateur, qui a placé aussi la ventrale comme dans les poissons thoraciques.

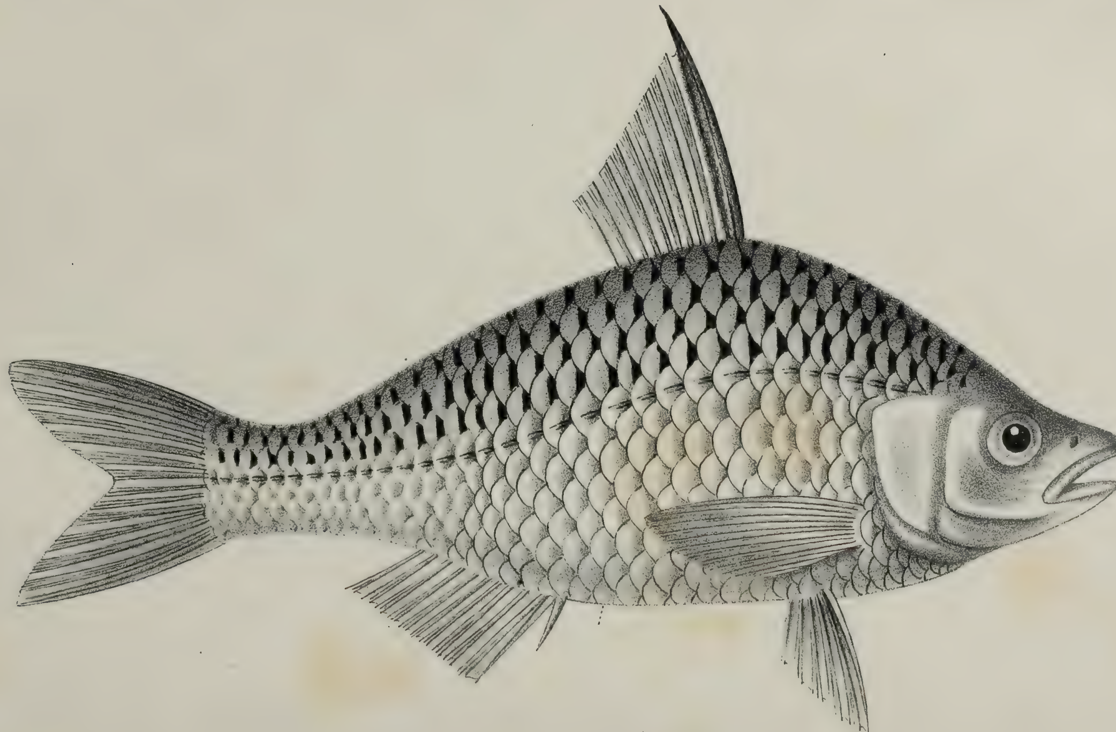


ROHITA MACROCHIR BLKR.

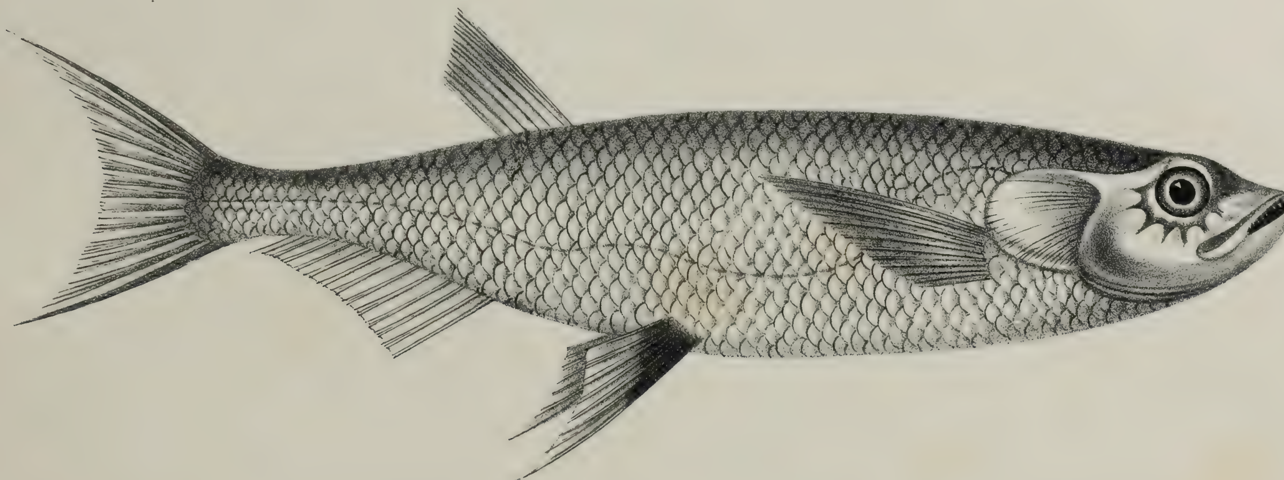


PSEUDOBRAMA MELANOTOPTERUS BLKR.

Lith. Emrik & Binger.



PSEUDOBRAMA HYPSELOSOMA BLKR.



CHELA MELANOPUS BLKR.

Lith. Emrik & Binger.

6. Leuciscus aethiops Bas. 4 figures. Nom. sin. Kai-pho, — Kaipho-li, Uun-mu et Hak-nun.
7. 〃 aeneus Val.? 2 figures. — Nom. sin. Tshang-gu et Ta-thien-sa.
8. 〃 hemistictus Rich.? — Nom. sin. Tsang-hu.
9. 〃 fintella Val.? — Nom. sin. Tjoen-gu.
10. Pseudobrama melanotopterus Blkr. — Nom. sin. Au-kien.
11. 〃 hypselosoma Blkr. — Nom. sin. Sai-wa.
12. Hemiculter leucisculus Blkr. — Nom. sin. Lan-thou.
13. Chela melanopus Blkr. — Nom. sin. Tshong-a.
14. Hypophthalmichthys nobilis Blkr = Leuciscus rosetta Val ? — Nom. sin. Ta-poi-loe.

Schéveningue, Juillet 1871.

DE EULERSCHE METHODE

BIJ SOMMIGE LINEAIRE DIFFERENTIAAL-VERGELIJKINGEN,

BEWEZEN DOOR DE

INTEGREERENDE VERGELIJKING.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

1. Bij de theorie der differentiaal-vergelijkingen speelt de integreerende factor, de multiplicator van EULER, een grooten rol, al geeft hij slechts zelden veel hulp bij de oplossing, omdat hij in den regel zoo moeijelijk te vinden is. Het verst nog zijn wij in dit opzicht gevorderd, wanneer het lineaire differentiaal-vergelijkingen geldt, dat is zulke, waarin de afhankelijk veranderlijke en hare onderscheidene differentiaal quotienten slechts tot de eerste macht opklimmen.

Wanneer we nu bij zulke differentiaal-vergelijking

$$N + P\frac{dy}{dx} + Q\frac{d^2 y}{dx^2} + R\frac{d^3 y}{dx^3} + S\frac{d^4 y}{dx^4} + \ldots = 0, \quad (1)$$

waar derhalve N, P, Q, R, S,... functiën van x alleen voorstellen, φ als integreerenden factor aannemen, dan wordt het produkt van deze vergelijking met φ eene volkomen differentiaal: het moet dus voldoen aan de voorwaarde van integreerbaarheid

$$N\varphi - \frac{d}{dx}(P\varphi) + \frac{d^2}{dx^2}(Q\varphi) - \frac{d^3}{dx^3}(R\varphi) + \frac{d^4}{dx^4}(S\varphi) - . = 0. (2)$$

of, als men hierin de differentialen uitwerkt,

$$\varphi\left(N - \frac{dP}{dx} + \frac{d^2Q}{dx^2} - \frac{d^3R}{dx^3} + \frac{d^4S}{dx^4} - \ldots\right) -$$

$$- \frac{d\varphi}{dx}\left(P - 2\frac{dx}{dQ} + 3\frac{d^2R}{dx^2} - 4\frac{d^3S}{dx^3} + \ldots\right) +$$

$$+ \frac{d^2\varphi}{dx^2}\left(Q - 3\frac{dR}{dx} + 6\frac{d^2S}{dx^2} - \ldots\right) - \frac{d^3\varphi}{dx^3}\left(R - 4\frac{dS}{dx} + \ldots\right) +$$

$$+ \frac{d^4\varphi}{dx^4}(S - \ldots) - \ldots = 0. \qquad (3)$$

Deze differentiaal-vergelijking ter bepaling van φ noemde AL. MAYER *) de *integreerende vergelijking;* zij is mede eene lineaire en evenzeer van de n^{de} orde als de gegevene differentiaal-vergelijking (1).

Het schijnt dus, dat de moeielijkheid slechts verplaatst is geworden; maar werkelijk is in sommige gevallen de laatste vergelijking (3) gemakkelijker te behandelen: en daarenboven bestaan er soms gewichtige betrekkingen tusschen de integralen y en φ. Theoretisch is dus de vergelijking (3) van gewichtige beteekenis.

2. Zoo is het aan Dr. J. DE JONG †) gelukt, haar te gebruiken tot eene wetenschappelijke afleiding van de integreerende factoren voor de vergelijking (1), en daarop tot het bepalen van de overeenkomstige integralen zelve, in de beide gevallen, dat de coefficienten N, P, Q, R, ... of standvastigen of opklimmende machten van x zijn. EULER had vroeger diezelfde vormen voor de integraal reeds gebruikt, maar had ze geheel langs empirischen weg gevonden.

---

*) *Der integrirende Factor und die particularen Integrale mit besonderer Anwendung auf die linearen Differenzial-Gleichungen;* Prologomena zur Theorie der Integration. Von Dr. ALOYS MAYR, Oeff. ord. Professor der Mathematik und Astronomie an der K. Julius-Maximilians Universität zu Würzburg. Würzburg, JULIUS KELLNER'S Buchhandlung. 1868. IV en 140 Seiten. 8⁰.

†) De integreerende factor en de integreerende vergelijking. Academisch Proefschrift door JOS. DE JONG, Leiden, Akademische Boekhandel van P. ENGELS. 1871. VIII en 101 bladz. 8⁰.

Deze uitkomst van Dr. DE JONG acht ik van genoegzaam wetenschappelijk belang om het geven van de volgende afleiding te rechtvaardigen; die, wat de eerste vergelijking betreft, eenigzins van de zijne verschilt, en ten opzichte van de tweede differentiaal-vergelijking een geheel anderen weg inslaat.

3. Zij eerst de lineaire differentiaal-vergelijking met standvastige coefficienten

$$Ay+B\frac{dy}{dx}+C\frac{d^2y}{dx^2}+D\frac{d^3y}{d^3x}+\dots+K\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}+L\frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}}+\dots+R\frac{d^ny}{dx^n}=0 \,.\,(4)$$

Men ziet dadelijk dat de integreerende vergelijking in den vorm (2) uit termen bestaat, waarin een produkt met standvastigen factor moet gedifferentieerd worden; en dat men dus daarvoor verkrijgen zal

$$A\varphi-B\frac{d\varphi}{dx}+C\frac{d^2\varphi}{dx^2}-D\frac{d^3\varphi}{dx^3}+\dots+K\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}-L\frac{d^{2k+1}\varphi}{dx^{2k+1}}+\dots+(-1)^nR\frac{d^n\varphi}{dx^n}=0 \,..\,(5)$$

Beide differentiaalvergelijkingen (4) en (5) zijn tegelijk integreerbaar, want is voor (4) $y=\chi(x)$, dan wordt voor (5) $\varphi=\chi(-x)$. Zij moeten te zamen bestaan geheel onafhankelijk van de waarden der standvastige coefficienten A, B, C, D,.... K, L,... R.

Vermenigvuldig derhalve de eerste met φ, en de tweede met y, dan zal het verschil

$$B\left(\varphi\frac{dy}{dx}+y\frac{d\varphi}{dx}\right)+C\left(\varphi\frac{d^2y}{dx^2}-y\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right)+D\left(\varphi\frac{d^3y}{dx^3}+y\frac{d^3\varphi}{dx^3}\right)+\dots+$$
$$+K\left(\varphi\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}-y\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}\right)+L\left(\varphi\frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}}+y\frac{d^{2k+1}\varphi}{dx^{2k+1}}\right)+\dots+$$
$$+R\left(\varphi\frac{d^ny}{dx^n}-(-1)^ny\frac{d^n\varphi}{dx^n}\right)=0 \,\dots\dots\dots\dots\, (6)$$

evenzeer onafhankelijk van die standvastige coefficienten moeten verdwijnen; dat is de tweeledige factoren moeten ieder op zich zelf verdwijnen. Dit geeft de volgende twee stellen van betrekkingen

$$\left.\begin{aligned}
0 &= \varphi\frac{dy}{dx}+y\frac{d\varphi}{dx},\\
0 &= \varphi\frac{d^3y}{dx^3}+y\frac{d^3\varphi}{dx^3}=\frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi\frac{dy}{dx}+y\frac{d\varphi}{dx}\right)-3\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\frac{d\varphi}{dx}\right),\\
0 &= \varphi\frac{d^5y}{dx^5}+y\frac{d^5\varphi}{dx^5}=\frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi\frac{d^3y}{dx^3}+y\frac{d^3\varphi}{dx^3}\right)-\\
&\quad -2\frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^3y}{dx^3}+\frac{dy}{dx}\frac{d^3\varphi}{dx^3}\right)+\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{d^3y}{dx^3}+\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d^3\varphi}{dx^3}\right),\\
0 &= \varphi\frac{d^7y}{dx^7}+y\frac{d^7\varphi}{dx^7}=\frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi\frac{d^5y}{dx^5}+y\frac{d^5\varphi}{dx^5}\right)-\\
&\quad -2\frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^5y}{dx^5}+\frac{dy}{dx}\frac{d^5\varphi}{dx^5}\right)+\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{d^5y}{dx^5}+\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d^5\varphi}{dx^5}\right),\\
0 &= \varphi\frac{d^{2k+1}\varphi}{dx^{2k+1}}+y\frac{d^{2k+1}\varphi}{dx^{2k+1}}=\frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}+y\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}}\right)-\\
&-2\frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}+\frac{dy}{dx}\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}}\right)+\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}+\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}}\right).
\end{aligned}\right\}\text{.(7)}$$

$$\left.\begin{aligned}
0 &= \varphi\frac{d^2y}{dx^2}-y\frac{d^2\varphi}{dx^2},\\
0 &= \varphi\frac{d^4y}{dx^4}-y\frac{d^4\varphi}{dx^4}=\frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi\frac{d^2y}{dx^2}-y\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right)-2\frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right),\\
0 &= \varphi\frac{d^6y}{dx^6}-y\frac{d^6\varphi}{dx^6}=\frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi\frac{d^4y}{dx^4}-y\frac{d^4\varphi}{dx^4}\right)-\\
&\quad -2\frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^4y}{dx^4}-\frac{dy}{dx}\frac{d^4\varphi}{dx^4}\right)+\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{d^4y}{dx^4}-\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d^4\varphi}{dx^4}\right),\\
0 &= \varphi\frac{d^8y}{dx^8}-y\frac{d^8\varphi}{dx^8}=\frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi\frac{d^6y}{dx^6}-y\frac{d^6\varphi}{dx^6}\right)-\\
&\quad -2\frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^6y}{dx^6}-\frac{dy}{dx}\frac{d^6\varphi}{dx^6}\right)+\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{d^6y}{dx^6}-\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d^6\varphi}{dx^6}\right),\\
0 &= \varphi\frac{d^{2k+2}y}{dx^{2k+2}}-y\frac{d^{2k+2}\varphi}{dx^{2k+2}}=\frac{d^2}{dx^2}\left(\varphi\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}-y\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}\right)-\\
&\quad -2\frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}-\frac{dy}{dx}\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}\right)+\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}-\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}\right).
\end{aligned}\right\}\text{.(8)}$$

In beide stellen voorwaardensvergelijkingen verdwijnt de eerste term telkens van het laatste lid, omdat hij, wegens de voorgaande vergelijking, nul moet wezen. Bij analogie onderstellen wij, dat de beide overige termen evenzeer ieder op zich zelve nul worden: en wij willen aantoonen, dat die onderstelling voor een der beide stelsels aangenomen zijnde, tevens aan het andere stelsel voldoet; zoodat zij blijkt, eene ware onderstelling te zijn. Zoo geven de stelsels (7) en (8)

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}+\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}}=0 \, \ldots\ldots \quad (9)$$

en

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}+\frac{dy}{dx}\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}}\right)=0=$$

$$=\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}+\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}}+\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}+\frac{dy}{dx}\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}},$$

of naar (9)

$$=\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}+\frac{dy}{dx}\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}=0 \, \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Evenzoo wordt

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}-\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}=0 \, \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

en

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}-\frac{dy}{dx}\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}\right)=0=$$

$$=\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}-\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}+\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}}-\frac{dy}{dx}\frac{d^{2k+1}\varphi}{dx^{2k+1}},$$

of naar (11)

$$\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}}-\frac{dy}{dx}\frac{d^{2k+1}\varphi}{dx^{2k+1}}=0. \ldots\ldots \quad (12)$$

Maar onafhankelijk van onze onderstelling moet in de tweede vergelijking van het stelsel (7) de laatste term verdwijnen, dat is:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{dy}{dx}\right)=0, \ldots\ldots\ldots \quad (13^a)$$

of na uitvoering van het integreeren

$$\frac{d\varphi}{dx}\frac{dy}{dx}=C, \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Als men de differentiatie in (13^a) uitvoert, komt er

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{dy}{dx}+\frac{d^2y}{dx^2}\frac{d\varphi}{dx}=0. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13^b)$$

Elimineert men nu tusschen (9) en (13^b) de $\frac{d^2\varphi}{dx^2}$ en $\frac{d^2y}{dx^2}$, zoo komt er de betrekking (12), wanneer men hierin k in $k-1$, dus $2k+1$ in $2k-1$ eerst verandert. Elimineert men evenzoo tusschen (10) en (13^b) de $\frac{d\varphi}{dx}$ en $\frac{dy}{dx}$, zoo komt er dadelijk de (11) terug. Men ziet dus, dat met behulp van (13^b), die altijd moet gelden, eene der onderstellingen (9), (10), (11) en (12) tot de drie overige voert, en derhalve tot de oplossing van de beide stelsels (7) en (8) leidt.

Wanneer men nu weder voortgaat, en tusschen de vergelijkingen (9) en (11) de $\frac{d^2\varphi}{dx^2}$ en $\frac{d^2y}{dx^2}$ elimineert, verkrijgt men

$$\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}:\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}+\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}:\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}}=0,$$

en na integratie

$$l\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}+l\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}}=l\,C_2 \text{ of } \frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}\cdot\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}}=C_2\,;(14)$$

die voor $k=1$ weder tot de reeds gevondene formule (13) terugvoert.

Evenzoo kan men nu tusschen de vergelijkingen (10) en (12) de grootheden $\frac{d\varphi}{dx}$ en $\frac{dy}{dx}$ elimineeren: dit geeft ons

$$\frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}}:\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}+\frac{d^{2k+1}\varphi}{dx^{2k+1}}:\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}=0,$$

of wederom na integratie

$$l\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}+l\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}=l\,C_3 \text{ of } \frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}\cdot\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}}=C_3\,;\ .\ (15)$$

eene belangrijke uitkomst, omdat zij leert, dat de vorige (14) ook even goed voor evene indices geldt, en men dus algemeen heeft

$$\frac{d^k y}{dx^k} \cdot \frac{d^k \varphi}{dx^k} = C_4 \ldots \ldots \ldots \ldots (16)$$

Dat deze laatste voor $k = 1$ geldt, zagen we reeds in de formule (13), die langs geheel anderen weg werd afgeleid; maar de uitkomst (16) geldt evenzeer nog voor $k = 0$, dat is men heeft

$$y \cdot \varphi = C_5 \,; \ldots \ldots \ldots \ldots (17)$$

want dit blijkt uit de behandeling van de eerste vergelijking van het stelsel (7). Deze toch geeft

$$0 = \varphi \frac{dy}{dx} + y \frac{d\varphi}{dx} = \frac{d}{dx} \cdot \varphi y \,,$$

waaruit door integratie de vergelijking (17) volgt.

4. De vergelijking (17), die een eenvoudig verband aangeeft tusschen de integralen en de integreerende factoren der lineaire differentiaalvergelijkingen met standvastige coefficienten (4), is van veel bēlang. Hier zij daaromtrent naar de aangehaalde dissertatie verwezen: terwijl wij nu tot de eigenlijke integratie zelve moeten overgaan.

Die vergelijking geeft ons

$$\varphi = \frac{C_5}{y}, \text{ dus } \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{C_5}{y^2} \cdot \frac{dy}{dx};$$

en daarmede wordt (13)

$$-\frac{C_5}{y^2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = C, \text{ dus } \frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \sqrt{-\frac{C_1}{C_5}};$$

waaruit door integratie volgt, als men kortheidshalve $\sqrt{-\frac{C_1}{C_5}} = \alpha$ stelt,

$$l\frac{y}{C_6} = \alpha x, \text{ dus } \varphi = C_6 e^{\alpha x}; \ldots \ldots (18)$$

en daarna uit (17)

$$\varphi = C_7 e^{-\alpha x} \ldots \ldots \ldots \ldots (19)$$

Dit is de oude uitkomst van EULER. Men kan haar uit het vorige nog op de volgende wijze afleiden.

De vergelijking (14) geeft

$$\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}} = C_2 : \frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}},$$

en nu door differentieeren

$$\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}} = -C_2 \frac{d^{2k}y}{dx^{2k}} : \left(\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}\right)^2.$$

Substitueert men dit in (15), zoo komt er

$$\left(\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}\right)^2 : \left(\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}}\right)^2 = -\frac{C_3}{C_2} \text{ of } \frac{d^{2k}y}{dx^{2k}} : \frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}} = \sqrt{-\frac{C_3}{C_2}} = \beta,$$

kortheidshalve dus na integratie

$$l\frac{1}{C_8}\frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}} = \beta x, \text{ of } \frac{d^{2k-1}y}{dx^{2k-1}} = C_8\, e^{\beta x} \quad . \; . \; . \quad (20)$$

Evenzoo zoude (15) gegeven hebben

$$\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}} = C_3 : \frac{d^{2k}y}{dx^{2k}};$$

differentieert men dit, zoo komt er

$$\frac{d^{2k+1}\varphi}{dx^{2k+1}} = -C_3 \frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}} : \left(\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}\right)^2.$$

Verandert men in (14) k in $k+1$, dat is $2k-1$ in $2k+1$, en substitueert men de uitkomst in de vorige, zoo verkrijgt men

$$\left(\frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}}\right)^2 : \left(\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}}\right)^2 = -\frac{C_2}{C_3} \text{ of } \frac{d^{2k+1}y}{dx^{2k+1}} : \frac{d^{2k}y}{dx^{2k}} = \sqrt{-\frac{C_3}{C_2}} = \gamma,$$

kortheidshalve, waaruit door integratie volgt

$$l\frac{1}{C_9}\frac{d^{2k}y}{dx^{2k}} = \gamma x, \text{ of } \frac{d^{2k}y}{dx^{2k}} = C_9\, e^{\gamma x} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (21)$$

Vergelijkt men de uitkomsten (20) en (21) overeenkomstig met de voorwaardensvergelijkingen (14) en (15), zoo blijkt het, dat

$$\frac{d^{2k-1}\varphi}{dx^{2k-1}} = C_{10}\, e^{-\beta x}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (22)$$

$$\frac{d^{2k}\varphi}{dx^{2k}} = C_{11}\, e^{-\gamma x} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (23)$$

Even als boven, ziet men ook hier, dat in de beide formulenparen (20) en (21), (22) en (23) het onderscheid tusschen evene en onevene waarden van k verdwenen is. Integreert men nu deze uitkomsten, dan komen er wel de formulen (18) en (19) terug, maar nu vermeerderd met complementaire functiën van denzelfden graad als de orde van de differentiaalvergelijking. Het blijkt echter dadelijk uit het vergelijken met de voorwaarde (16), waaraan alle opeenvolgende differentiaalquotienten moeten voldoen, dat in het algemeen alle willekeurige coefficienten in die complementaire functiën moeten verdwijnen en daarmede die complementaire functiën zelve.

Ten aanzien van het geval van uitzondering bij de EULER'sche methode, indien de hoogere machtsvergelijking, die de waarde van de α in (18) moet leveren, gelijke bestaanbare of complexe wortels heeft, kan men hier ook naar de voornoemde dissertatie verwijzen; men zal aldaar zien, hoe het opeenvolgend gebruiken der verschillende integreerende factoren om de orde van de differentiaalvergelijking te verlagen, als van zelf dien eigenaardigen vorm der overeenkomstige bijzondere integralen levert, wier afleiding door de EULER'sche methode, minstens gezegd, niet boven alle bedenking verheven is. Het zijn juist deze en dergelijke bijzonderheden, die juist aan de methode van de integreerende vergelijking, als men ze zoo noemen wil, zulk eigenaardig belang bijzetten.

5. Laat ons nu overgaan tot de lineaire differentiaalvergelijkingen met coefficienten, die opeenvolgende machten van x bevatten.

$$Ay + Bx\frac{dy}{dx} + Cx^2\frac{d^2y}{dx^2} + Dx^3\frac{d^3y}{dx^3} + Ex^4\frac{d^4y}{dx^4} +$$

$$+ Fx^5\frac{d^5y}{dx^5} + Gx^6\frac{d^6y}{dx^6} + \ldots = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Vergelijkt men deze met de vergelijking (1), dan wordt voor vergelijking (3)

$N = \varphi A$;

$P = \varphi B x$, dus $\dfrac{dP}{dx} = B\varphi + Bx\dfrac{d\varphi}{dx}$;

$Q = \varphi C x^2$, dus $\dfrac{d^2 Q}{dx^2} =$

$$= C\varphi . 2 \quad + 2C\frac{d\varphi}{dx} 2\, x \quad + \quad C\frac{d^2\varphi}{dx^2} x^2;$$

$R = \varphi D x^3$, dus $\dfrac{d^3 R}{dx^3} =$

$$= D\varphi . 3.2 \quad + 3D\frac{d\varphi}{dx} 3.2\, x \quad + \quad 3D\frac{d^2\varphi}{dx^2} 3x^2 +$$

$$+ \quad D\frac{d^3\varphi}{dx^3} x^3;$$

$S = \varphi E x^4$, dus $\dfrac{d^4 S}{dx^4} =$

$$= E\varphi . 4.3.2 \quad + 4E\frac{d\varphi}{dx} 4.3.2\, x \quad + \quad 6E\frac{d^2\varphi}{dx^2} 4.3\, x^2 +$$

$$+ \quad 4E\frac{d^3\varphi}{dx^3} 4x^3 \quad + \quad E\frac{d^4\varphi}{dx^4} x^4;$$

$T = \varphi F x^5$, dus $\dfrac{d^5 T}{dx^5} =$

$$= F\varphi . 5.4.3.2 + 5F\frac{d\varphi}{dx} 5.4.3.2\, x + 10F\frac{d^2\varphi}{dx^2} 5.4.3\, x^2 +$$

$$+ 10F\frac{d^3\varphi}{dx^3} 5.4\, x^3 + 5F\frac{d^4\varphi}{dx^4} 5\, x^4 + F\frac{d^5\varphi}{dx^5} x^5;$$

$U = \varphi G x^6$, dus $\dfrac{d^6 U}{dx^6} =$

$$= G\varphi . 6.5.4.3.2 + 6G\frac{d\varphi}{dx} 6.5.4.3.2x + 15G\frac{d^2\varphi}{dx^2} 6.5.4.3\, x^2 +$$

$$+ 20G\frac{d^3\varphi}{dx^3} 6.5.4x^3 + 15G\frac{d^4\varphi}{dx^4} 6.5x^4 + 6G\frac{d^5\varphi}{dx^5} 6x^5 + G\frac{d^6\varphi}{dx} x^6;$$

zoodat men voor de integreerende vergelijking verkrijgt

$$0 = \varphi\Big[A - 1^2 B + 2.1^2 C - 2.3.\ 1^2 D + 2.3.4.\ 1^2 E - $$
$$- 2.3.4.5.1^2 F + 2.3.4.5.6.1^2 G - \ldots\Big] -$$
$$- x\frac{d\varphi}{dx}\Big[B - 2^2 C + 2.3^2 D - 2.3.\ 4^2 E + 2.3.4.\ 5^2 F -$$
$$- 2.3.4.5.\ 6^2 G + \ldots\Big] +$$
$$+ x^2\frac{d^2\varphi}{dx^2}\Big[C - 3^2 D + 2.6^2 E - 2.3.10^2 F + 2.3.4.15^2 G - \ldots\Big] -$$
$$- x^3\frac{d^3\varphi}{dx^3}\Big[D - 4^2 E + 2.10^2 F - 2.3.20^2 G + \ldots\Big] +$$
$$+ x^4\frac{d^4\varphi}{dx^4}\Big[E - 5^2 F + 2.15^2 G - \ldots\Big] -$$
$$- x^5\frac{d^5\varphi}{dx^5}\Big[F - 6^2 G + \ldots\Big] +$$
$$+ x^6\frac{d^6\varphi}{dx^6}\Big[G - \ldots\Big] \quad - \ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

Op denzelfden grond als in het begin van N°. 3, kan men ook hier beweren, dat de beide differentiaal-vergelijkingen (24) en (25) tegelijk zullen moeten bestaan, geheel onafhankelijk van de standvastige grootheden A, B, C,.... Ook hier zal men best doen om de eerste met φ, de tweede met y te vermenigvuldigen; bij het aftrekken dier produkten valt dan, evenzeer als boven, de grootheid A weg, en er blijft over

$$0 = \varphi y\Big[1^2 B - 2.1^2 C + 2.3.1^2 D - 2.3.4.1^2 E +$$
$$+ 2.3.4.5.1^2 F - 2.3.4.5.6.1^2 G + \ldots\Big] +$$
$$+ x\Big[B\varphi\frac{dy}{dx} + \frac{d\varphi}{dx}yB - y\frac{d\varphi}{dx}\{2^2 C - 2.\ 3^2 D + 2.3.4^2 E -$$
$$- 2.3.4.5^2 F + 2.3.4\ 5.\ 6^2 G - \ldots\}\Big] +$$
$$+ x^2\Big[C\varphi\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{d^2\varphi}{dx^2}yC + y\frac{d^2\varphi}{dx^2}\{3^2 D - 2.\ 6^2 E + 2.3.10^2 F -$$
$$- 2.3.4.15^2 G + \ldots\}\Big] +$$
$$+ x^3\Big[D\varphi\frac{d^3y}{dx^3} - \frac{d^3\varphi}{dx^3}yD - y\frac{d^3\varphi}{dx^3}\{4^2 E - 2.10^2 F + 2.3.20^2 G - \ldots\}\Big] +$$

$$+x^4\left[E\varphi\frac{d^4y}{dx^4}-\frac{d^4\varphi}{dx^4}yE+y\frac{d^4\varphi}{dx^4}\{5^2F-2.15^2G+\ldots\}\right]+$$

$$+x^5\left[F\varphi\frac{d^5y}{dx^5}-\frac{d^5\varphi}{dx^5}yF-y\frac{d^5\varphi}{dx^5}\{6^2G-\ldots\}\right]+$$

$$+x^6\left[G\ \frac{d^6y}{dx^6}-\frac{d^6\varphi}{dx^6}yG+\ldots\right]+\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

En nu behoort men hierin alle factoren van de coefficiënten B, C, D,... afzonderlijk gelijk aan nul te stellen: op die wijze komen er de volgende voorwaardens-vergelijkingen.

$$\left.\begin{array}{l}
0=\varphi y+x\left(\varphi\frac{dy}{dx}+y\frac{d\varphi}{dx}\right),\\[2ex]
0=-\varphi y.2-xy\frac{d\varphi}{dx}2^2+x^2\left(\varphi\frac{d^2y}{dx^2}-y\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right),\\[2ex]
0=\varphi y.2.3+xy\frac{d\varphi}{dx}2.3^2+x^2y\frac{d^2\varphi}{dx^2}3^2+x^3\left(\varphi\frac{d^3y}{dx^3}+y\frac{dx^3}{dx^3}\right),\\[2ex]
0=-\varphi y.2.3.4-xy\frac{d\varphi}{dx}2.3.4^2-x^2y\frac{d^2\varphi}{dx^2}2.6^2-x^3y\frac{d^3\varphi}{dx^3}4^2+\\
\qquad\qquad+x^4\left(\varphi\frac{d^4y}{dx^4}-y\frac{d^4\varphi}{dx^4}\right),\\[2ex]
0=\varphi y.2.3.4.5+xy\frac{d\varphi}{dx}2.3.4.5^2+x^2y\frac{d^2\varphi}{dx^2}2.3.10^2+x^3y\frac{d^3\varphi}{dx^3}2.10^2+\\
\qquad\qquad+x^4y\frac{d^4\varphi}{dx^4}5^2+x^5\left(\frac{d^5y}{dx^5}+y\frac{d^5\varphi}{dx^5}\right),\\[2ex]
0=-\varphi y.2.3.4.5.6-xy\frac{d\varphi}{dx}2.3.4.5.6^2-x^2y\frac{d^2\varphi}{dx^3}2.3.4.15^2-\\
\qquad-x^3y\frac{d^3\varphi}{dx^3}2.3.20^2-x^4y\frac{d^4\varphi}{dx^4}2.15^2-x^5y\frac{d^5\varphi}{dx^5}6^2+\\
\qquad\qquad+x^6\left(\varphi\frac{d^6y}{dx^6}-y\frac{d^6\varphi}{dx^6}\right);
\end{array}\right\}(27)$$

en derhalve in het algemeen

$$\left.\begin{array}{l} 0 = \varphi y . 1^{n/1} + xy\dfrac{d\varphi}{dx}1^{n-1/1}\binom{n}{1}^2 + x^2y\dfrac{d^2\varphi}{dx^2}1^{n-2/1}\binom{n}{2}^2 + \\ \quad + x^3y\dfrac{d^3\varphi}{dx^3}1^{n-3/1}\binom{n}{3}^2 + \ldots + x^ky\dfrac{d^k\varphi}{dx^k}1^{n-k/1}\binom{n}{k}^2 + \ldots \\ \quad + x^{n-1}y\dfrac{d^{n-1}\varphi}{dx^{n-1}}\binom{n}{1}^2 + x^n\left(y\dfrac{d^n\varphi}{dx^n} + (-1)^{n-1}\varphi\dfrac{d^n y}{dx^n}\right). \end{array}\right\}(27)$$

Tot het oplossen van dit stel vergelijkingen, die tamelijk zamengesteld worden, slaan wij een anderen weg in dan in N°. 3.

Zoodra men de eerste vergelijking nader beschouwt, ziet men, dat zij ook aldus kan geschreven worden $0 = \frac{d}{dx} \cdot (\varphi\, x\, y)$, waaruit door integratie volgt

$$\varphi\, x\, y = C_1 \,, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (28)$$

eene zeer belangrijke betrekking, overeenkomende met de vorige (17) die in N°. 3 gevonden werd. Wij hebben nu slechts aan te toonen, dat deze (28) aan het geheele stel (27) voldoet

Daartoe telle men het dubbel der eerste vergelijking uit het stelsel (27) bij de tweede; waardoor men heeft

$$2\,\varphi x\frac{dy}{dx} - 2\,xy\frac{d\varphi}{dx} + x^2\left(\varphi\frac{d^2y}{dx^2} - y\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right) = 0.$$

Na deeling door x, kan men deze vergelijking in den volgenden vorm schrijven

$$\left(\varphi\frac{d^2y}{dx^2} - y\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right) : \left(\varphi\frac{dy}{dx} - y\frac{d\varphi}{dx}\right) = -\frac{2}{x}.$$

Daar nu de teller van de breuk in het eerste lid juist de differentiaal is van haar noemer, zal de integratie hier geven

$$l\left(\varphi\frac{dy}{dx} - y\frac{d\varphi}{dx}\right) = -2\,l\,x + l\,C_2$$

of

$$\varphi\frac{dy}{dx} - y\frac{d\varphi}{dx} = \frac{C_2}{x^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (29)$$

Indien men deze schrijft

$$\varphi\, x\frac{dy}{dx} - x\, y\frac{d\varphi}{dx} = \frac{C_2}{x},$$

en dan de som en het verschil neemt met de eerste der vergelijkingen (27), zoo vindt men

$$\varphi y + 2\varphi x \frac{dy}{dx} = \frac{C_2}{x}, \text{ dus } y + 2x\frac{dy}{dx} = \frac{C_2}{\varphi x} = \frac{C_2 y}{C_1},$$

$$-\varphi y - 2xy\frac{d\varphi}{dx} = \frac{C_2}{x}, \text{ dus } \varphi + 2x\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{C_2}{xy} = -\frac{C_2\varphi}{C_1}.$$

Hiervoor kan men schrijven

$$\frac{2\,dy}{y} = \left(\frac{C_2}{C_1} - 1\right)\frac{dx}{x} \text{ en } -\frac{2\,d\varphi}{\varphi} = \left(\frac{C_2}{C_1} + 1\right)\frac{dx}{x};$$

en nu volgt door integratie

$$y^2 = C_3\, x^{\frac{C_2}{C_1} - 1}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (30)$$

$$\varphi^{\frac{1}{2}} = C_4\, x^{-\frac{C_2}{C_1} + 1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (31)$$

Hieruit volgt door deeling

$$\varphi^2 y^2 = \frac{C_3}{C_4}\frac{1}{x^2} \text{ of } \varphi^2 x^2 y^2 = \frac{C_3}{C_4};$$

die met (28) zamenvalt, en dus aantoont, dat ook de tweede vergelijking van het stelsel (27) door die (28) wordt bevredigd.

Verder geeft de vermenigvuldiging van (30) en (31)

$$\frac{y^2}{\varphi^2} = C_3 C_4\, x^{2\frac{C_2}{C_1}} \text{ of } \frac{y}{\varphi} = x^{\frac{C_2}{C_1}} \sqrt{C_3 C_4} = C_5\, x^{\frac{C_2}{C_1}} \quad \ldots \quad (32)$$

6. En nu zijn wij in staat, om overtegaan tot het integreeren der beide differentiaal-vergelijkingen (24) en (25).

Kortheidshalve stelle men $\frac{C_2}{C_1} = -(2\alpha + 1)$; dan geven de vergelijkingen (30) en (31)

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{C_4}}x^\alpha = C_6\, x^\alpha, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (33)$$

en

$$y = \sqrt{C_3}\, x^{-\alpha-1} = C_7\, x^{-\alpha-1}. \quad \ldots\ldots \quad (34)$$

Ook aldus kan men tot deze uitkomst geraken. De eerste der vergelijkingen (27) geeft, als men naderhand differentiëert,

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\varphi y}{x}+\varphi\frac{dy}{dx}+x\frac{d\varphi}{dx}\right)=\frac{d}{dx}\cdot\frac{\varphi y}{x}+\left(\varphi\frac{d^2y}{dx^2}+y\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right)+2\frac{d\varphi}{dx}\frac{dy}{dx}.$$

Bedenkt men hierbij, dat naar (28)

$$\frac{d}{dx}\frac{x}{\varphi y}=\frac{d}{dx}\frac{C_1}{x^2}=\frac{-2C_1}{x^3}=\frac{-2\varphi y}{x^2}$$

is; vermenigvuldigt men nu met x^2, en trekt men dan de tweede der vergelijkingen (27) daarvan af; zoo verkrijgt men ten slotte

$$x^2\frac{d}{dx}\left(\frac{\varphi y}{x}+\varphi\frac{dy}{dx}+x\frac{d\varphi}{dx}\right)=2x^2\frac{d\varphi}{dx}\frac{dy}{dx}+4xy\frac{d\varphi}{dx}+2x^2y\frac{d^2\varphi}{dx^2}.$$

Omdat de grootheid, die in het eerste lid gedifferentiëerd moet worden, nul is naar de eerste vergelijking (27), verdwijnt dit eerste lid geheel.

Deelt men dan door $2x^2y\frac{d\varphi}{dx}$, zoo komt er

$$\frac{\frac{dy}{dx}}{y}+\frac{2}{x}+\frac{\frac{d^2\varphi}{dx^2}}{\frac{d\varphi}{dx}}=0;$$

waaruit, als men integreert,

$$ly+2lx+l\frac{d\varphi}{dx}=lC_8,$$

of

$$x^2y\frac{d\varphi}{dx}=C_8, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (35)$$

eene nieuwe betrekking van dergelijke beteekenis als de vorige (28).

Deelt men deze op de laatste uitkomst, zoo geeft het quotient

$$\frac{d\varphi}{dx}:\varphi=\frac{C_8}{C_1}\frac{1}{x};$$

dat is na integratie

$$l\varphi=\frac{C_8}{C_1}lx+lC_9;$$

waardoor men weder tot de vergelijking (33) wordt gevoerd: en daaruit verder tot (34), als men bedenkt dat $y = \frac{C_1}{\varphi x}$ is.

7. Men heeft evenwel tot nog toe slechts aangetoond, dat de vergelijking (28), die uit de eerste der vergelijkingen (27) werd afgeleid, ook aan de tweede dier vergelijkingen (27) voldoet; en vervolgens, dat zij voert tot de uitkomsten (33) en (34). Men moet echter nog bewijzen, dat die vergelijking (28), of wat nu hetzelfde is, de beide vergelijkingen (33) en (34), voldoen aan den algemeenen vorm der vergelijkingen (27), die als laatste vergelijking (27^a) aldaar voorkomt. Voor dit betoog kan men gerust de standvastigen in de formulen (33) en (34) verwaarloozen, daar die toch door deeling naderhand zouden wegvallen, omdat iedere term tot coëfficiënt krijgt het product $C_6\, C_7$. En dan worden de algemeene hoogere differentiaal quotienten van φ en y naar (33) en (34)

$$\frac{d^l\varphi}{dx^l} = \alpha^{l|-1}\, x^{\alpha-l}, \quad \frac{d^ly}{dx^l} = (\alpha+1)^{l|1}\, (-1)^l\, x^{-\alpha-l-1};$$

waaruit verder volgt

$$y\,\frac{d^l\varphi}{dx^l} = \alpha^{l|-1}\, x^{-l-1}, \quad \varphi\,\frac{d^ly}{dx^l} = (-1)^l\, (\alpha+1)^{l|-1}\, x^{-l-1}.$$

Wanneer men nu deze uitkomsten substitueert in de laatste algemeene vergelijking uit het stelsel (27), na die met x vermenigvuldigd te hebben, zal men achtereenvolgens voor iederen term den factor, die van x, y en φ afhangt, gelijk aan de eenheid verkrijgen. De eerste term toch wordt $\varphi\, x\, y$, en deze is nu naar (33) en (34) gelijk aan één; vervolgens heeft de algemeene term tot factor

$$x^{k+1}\, y\,\frac{d^k\varphi}{dx^k} = x^{k+1}\cdot\alpha^{k|-1}\, x^{-k-1} = \alpha^{k|-1},$$

die niet meer van x, y of φ afhangt. Langs dien weg verkrijgt men dus

$$\varphi\, x\, y\,.\,1^{n|1} + x^2 y\,\frac{d\varphi}{dx}\,1^{n-1|1}\binom{n}{1}^2 + x^3 y\,\frac{d^2\varphi}{dx^2}\,1^{n-2|1}\binom{n}{2}^2 +$$
$$+\, x^4 y\,\frac{d^3\varphi}{dx^3}\,1^{n-3|1}\binom{n}{3}^2 + \ldots$$

$$+ x^{k+1} y \frac{d^k \varphi}{dx^2} 1^{n-k|1} \binom{n}{k}^2 + \dots + x^n y \frac{d^{n-1}\varphi}{dx^{n-1}} \binom{n}{1}^2 +$$

$$+ x^{n+1} \left(y \frac{d^n \varphi}{dx^n} + (-1)^{n-1} \varphi \frac{d^n y}{dx^n} \right)$$

$$= 1^{n|1} + \alpha .\, 1^{n-1|1} \binom{n}{1}^2 + \alpha(\alpha-1)\, 1^{n-2|1} \binom{n}{2}^2 +$$

$$+ \alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\, 1^{n-3|1} \binom{n}{3}^2 + \dots + \alpha^{k|-1}\, 1^{n-k|1} \binom{n}{k}^2 + \dots$$

$$+ \alpha^{n-1|-1} \binom{n}{1}^2 + \left\{ \alpha^{n|-1} - (\alpha+1)^{n|1} \right\}$$

$$= 1^{n|1} \Big[1 + \frac{\alpha}{n} \binom{n}{1}^2 + \frac{\alpha.\alpha-1}{n.n-1} \binom{n}{2}^2 + \frac{\alpha.\alpha-1.\alpha-2}{n.n-1.n-2} \binom{n}{3}^2 + \dots$$

$$+ \frac{\alpha^{k|-1}}{n^{k|-1}} \binom{n}{k}^2 + \dots + \frac{\alpha^{n-1|-1}}{n^{n-1|-1}} \binom{n}{1}^2 + \frac{\alpha^{n|-1}}{n^{n|-1}} - \frac{(\alpha+1)^{n|1}}{n^{n|1}} \Big]$$

$$= 1^{n|1} \Big[1 + \frac{\alpha}{1} \binom{n}{1} + \frac{\alpha.\alpha-1}{1.\ 2} \binom{n}{2} + \frac{\alpha.\alpha-1.\alpha-2}{1.\ 2.\ 3} \binom{n}{3} + \dots$$

$$+ \frac{\alpha^{k|-1}}{1^{k|1}} \binom{n}{k} + \dots + \frac{\alpha^{n-1|-1}}{1^{n-1|1}} \binom{n}{1} + \frac{\alpha^{n|-1}}{n^{n-|1}} - \frac{(\alpha+1)^{n|-1}}{1^{n|1}} \Big]$$

$$= 1^{n|1} \Big[1 + \binom{\alpha}{1}\binom{n}{1} + \binom{\alpha}{2}\binom{n}{2} + \binom{\alpha}{3}\binom{n}{3} + \dots + \binom{\alpha}{k}\binom{n}{k} + \dots$$

$$+ \binom{\alpha}{n-1}\binom{n}{n-1} + \binom{\alpha}{n}\binom{n}{n} - \binom{\alpha+n}{n} \Big].$$

De laatste term van de reeks tusschen de haakjes heeft, volgens de theorie der binomiaalcoefficiënten, juist de voorafgaande reeks tot waarde: de geheele grootheid tusschen de haakjes verdwijnt dus. En daarmede wordt bewezen, dat aan die laatste vergelijking van het stelsel (27) voldaan wordt: omdat deze de algemeene vorm is, geldt zulks dus evenzeer van alle vergelijkingen van dat stelsel. Dat is de betrekking (28) met de daaruit afgeleide integralen (33) en (34) voldoen aan het geheele stelsel (27); zij geven dus werkelijk de integralen van de differentiaalvergelijkingen (24) en (25).

8. Even als in N°. 4 zullen wij hier onze beschouwingen niet verder voortzetten. Daartoe behoort vooreerst het opmaken der hoogere machtsvergelijking, die de verschillende waarden voor α moet opleveren voor de integralen en de integreerende factoren, zoo als zij in de vergelijkingen (33) en (34) worden gevonden. Vervolgens het onderzoek der uitkomsten, die men verkrijgt voor het geval, dat twee of meer dier wortels α van de genoemde hoogere machtsvergelijking, onderling gelijk worden. Ook hier kan men volstaan met naar de vermelde dissertatie te verwijzen.

OVER

DE ENERGIE EENER ELECTRISCHE LADING.

DOOR

C. H. C. GRINWIS.

Aangeboden in de gewone Vergadering van 25 November 1871.

De potentiele energie eener electrische lading wordt, zooals bekend is, bepaald door de uitdrukking

$$W = \frac{1}{2}\int V\, dq \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (1)$$

waarbij dq een element der electrische massa, V de potentiaal dier massa is.

Voor een geleider, waarop electriciteit zich in evenwigt bevindt, gaat deze uitdrukking over in

$$W = \frac{1}{2}\int V \varrho\, ds = \frac{1}{2} V \int \varrho\, ds = \frac{1}{2} VQ \quad . \ . \ . \quad (2)$$

Q de aanwezige electrische hoeveelheid zijnde.

Wij willen thans de energie der lading over eene oppervlakte voor verschillende gevallen nader beschouwen en daarbij nagaan hoe zij gewijzigd wordt, wanneer het oppervlak van grootte verandert.

In verband met dit onderzoek is het van belang er op te wijzen, dat W, die het electrisch arbeidsvermogen aangeeft, voor het geval (2) ook terstond wordt afgeleid uit den door de electrische krachten verrigten arbeid, wanneer de geleider vergroot wordt, zoodat hij een verwijderd niveauvlak, $V = C$ der primitieve lading tot buitenvlak bekomt. Dan toch zal, daar op de eenheid van electriciteit aan de oppervlakte eene kracht

$$F = 2\,\pi\,\varrho$$

werkt, de verrigte arbeid als de hoeveelheid $\varrho\, ds$ naar het nieuwe oppervlak gevoerd wordt, zoo dn een element der normale trajectore der evenwigtsoppervlakken is, gelijk zijn aan:

$$\varrho\, ds \int \mathrm{F}\, dn = 2\,\pi\, \varrho\, ds \int \varrho\, dn$$

$$= -\frac{1}{2}\,\varrho\, ds \int \frac{d\,\mathrm{V}}{d\,n}\, dn = \frac{1}{2}\,(\mathrm{V}-\mathrm{C})\,\varrho\, ds;$$

dus voor de geheele lading

$$\frac{1}{2}\,(\mathrm{V}-\mathrm{C})\,\mathrm{Q}.$$

Vallen de grenzen van het nieuwe oppervlak in het oneindige, zoo is $\mathrm{C} = 0$, en voor den totaal verrigten arbeid, die gelijk het aanvankelijk aanwezige arbeidsvermogen is, volgt

$$\mathrm{W} = \frac{1}{2}\,\mathrm{V}\,\mathrm{Q}$$

als boven.

Het blijkt dus dat, zoo Q dezelfde blijft, het beschikbare arbeidsvermogen afneemt als het oppervlak grooter wordt. Hoe nu in dit en andere gevallen de totale energie en die voor de eenheid van oppervlakte verandert, blijkt bij toepassing op evenwigtsoppervlakken niet, daar omtrent de grootte dier oppervlakken in betrekking tot de corresponderende potentiaal geen verband is aan te wijzen.

Wij zullen daartoe steeds het geval beschouwen dat de geleider bij vergrooting gelijkvormig aan zich zelf blijft en eens en vooral aannemen, dat na de verandering de lineaire afmetingen van den geleider λ maal grooter zijn geworden.

Beschouwen wij dan achtereenvolgens wat gebeurt:

1e *Als de hoeveelheid* Q *dezelfde blijft.*

$$\int \varrho'\, ds' = \int \varrho\, ds,$$

daar

$$ds' = \lambda^2\, ds$$

moet

$$\varrho' = \frac{1}{\lambda^2}\,\varrho,$$

derhalve zal

$$V' = \int \frac{\varrho'\,ds'}{r'} = \frac{1}{\lambda}\int \frac{\varrho\,ds}{r} = \frac{1}{\lambda}\,V$$

en dus

$$W' = \frac{V\,Q}{2\,\lambda} = \frac{1}{\lambda}\,W.$$

W is dus *verminderd* en wel met

$$-\Delta W = \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) W = \frac{\lambda - 1}{\lambda}\,W.$$

Wat de energie voor de eenheid van oppervlakte betreft, wij hebben, deze vóór en na de vergrooting k en k' noemende,

$$k = \frac{dW}{ds} = \frac{1}{2}\,V\varrho\,;\quad k' = \frac{dW'}{ds'} = \frac{1}{2}\,V'\varrho' = \frac{1}{2}\,\frac{V\varrho}{\lambda^3} = \frac{1}{\lambda^3}\,k\,.\,.\,(3).$$

Als dus het oppervlak λ^2 maal grooter wordt zal de energie voor de eenheid van oppervlakte λ^3 maal kleiner zijn. Voor twee homologe elementen is de energie in de verhouding $1 : \frac{1}{\lambda}$.

Dit resultaat geldt blijkbaar ook als V niet constant is.

Voor een bol is

$$V = \frac{Q}{R} = 4\,\pi\,R\,\varrho$$

dus

$$k = 2\,\pi\,\varrho^2\,R,\quad k' = \frac{2\,\pi\,\varrho^2\,R}{\lambda^3}.$$

2e *Als de potentiaal* V *niet verandert*, d.i. als de geleider met een grooten constant geladen conductor verbonden blijft.

$$V' = \int \frac{\varrho'\,ds'}{r'} = \int \frac{\varrho\,ds}{r},$$

daar nu $ds' = \lambda^2\,ds$ en $r' = \lambda\,r$ moet $\varrho' = \frac{\varrho}{\lambda}$, dus

$$Q' = \int \varrho'\,ds' = \lambda \int \varrho\,ds = \lambda\,Q$$

$$W' = \frac{1}{2} Q' V' = \frac{1}{2} \lambda Q V = \lambda W$$

de energie is dus *vermeerderd* en wel met

$$\triangle W = (\lambda - 1) W.$$

Voor de energie op de eenheid van oppervlakte volgt

$$k = \frac{dW}{ds} = \frac{1}{2} V \varrho, \quad k' = \frac{dW'}{ds'} = \frac{1}{2} V' \varrho' = \frac{1}{2} \frac{V\varrho}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} k \, .. \quad (4).$$

Als dus het oppervlak λ^2 maal grooter is wordt k in dit geval λ maal kleiner. Voor twee homologe elementen is de energie in de verhouding $1 : \lambda$.

Voor een bol zal dan

$$k = 2 \pi \varrho^2 R, \quad k' = \frac{2 \pi \varrho^2 R}{\lambda}.$$

3e *Bij influentie.*

Wanneer vaste electrische massa's tegenover een geleider zijn geplaatst, wordt op dezen electriciteit geïnduceerd; de totale energie van het stelsel is dan

$$W = \omega + \frac{1}{2} \int U \varrho \, ds + \frac{1}{2} \int V \varrho \, ds + \frac{1}{2} \int U \, dq \quad . \; . \; . \quad (5)$$

waarin ϱ de digtheid, U de potentiaal van den geleider, ω de energie der electrische massa, waarvan dq een element en V de potentiaal is.

De lading Q op den geleider in evenwigt zijnde, laat zich voor (5) schrijven

$$W = \omega + \frac{1}{2} (U + V) \int \varrho \, ds + \frac{1}{2} \int U \, dq$$

of daar

$$\int U \, dq = \int V \varrho \, ds$$

$$W = \omega + \frac{1}{2} \int V \varrho \, ds + \frac{1}{2} (U + V) Q \quad . \; . \; . \; . \quad (6).$$

De laatste term van het tweede lid verdwijnt:

1e als de geleider met den grond verbonden is, daar dan $U + V = 0$,

2e als de geleider geïsoleerd, doch aanvankelijk neutraal was; dan toch $Q = 0$.

In deze, de meest voorkomende gevallen, gaat W over in

$$W = \omega + \frac{1}{2} \int V \varrho \, ds \quad \dots \dots \dots \dots (7)$$

daar V en ϱ tegengesteld teeken hebben is $W < \omega$; stellen wij

$$\frac{1}{2} \int V \varrho \, ds = -p,$$

zoo wordt

$$W = \omega - p. \quad \dots \dots \dots \dots (8).$$

Door influentie wordt de totale energie (aanvankelijk ω) verminderd, wat te verwachten was, daar uitwendigen arbeid verrigt moet worden om den geïnfluenceerden conductor te verwijderen.

Daar bij influentie de vaste massa niet veranderd wordt en dus hare energie ω dezelfde is gebleven, stelt $-p$ de energie der lading op den niet geïsoleerden conductor, onder invloed der electrische massa voor. Deze energie is *negatief*. Er is arbeid noodig om den geïnfluenceerden conductor in den normalen, niet electrischen toestand te brengen.

Zoo de geleider een bol is met den straal R, wiens middenpunt op een afstand a van de vaste massa, waarin de hoeveelheid q, verwijderd is, vindt men

$$W = \omega - \frac{q^2 R}{2(a^2 - R^2)} \quad \dots \dots \dots \dots (9)$$

Wanneer de conductor vergroot wordt zal zoowel de met den afstand veranderde influentie als de veranderde oppervlakte tot de wijziging van W bijdragen.

Om den invloed der vergrooting zuiver na te gaan kan men een afgeleid boloppervlak beschouwen, in welks middenpunt eene kleine electrische massa q; de op den bol geïnfluenceerde electriciteit is dan $= -q$, derhalve wordt de totale energie

$$W = \omega - \frac{q^2}{2R}; \text{ (R straal des bols);}$$

wordt de oppervlakte kleiner zoo zal de *totale* energie *afnemen* en omgekeerd, wat hier te voorzien was.

De energie der gebondene electriciteit per eenheid van oppervlakte wordt dan

$$k = -\frac{q^2}{8\,R^3\pi}$$

terwijl

$$k' = \frac{1}{\lambda^3}\,k.$$

De verandering is dus in dit speciaal geval dezelfde als bij gewone verdeeling gevonden werd; toen was echter de energie positief.

Bij influentie van geleiders op elkander wordt (5)

$$W = \frac{1}{2}\int V\varrho\,ds + \frac{1}{2}\int V\varrho'\,ds' + \frac{1}{2}\int U\varrho\,ds + \frac{1}{2}\int U\varrho'\,ds' \,.. \quad (10)$$

Hier is weder

$$\int V\varrho'\,ds' = \int U\varrho\,ds$$

dus

$$W = \frac{1}{2}\int V\varrho\,ds + \int V\varrho'\,ds' + \frac{1}{2}\int U\varrho'\,ds' \,.\,. \quad (11)$$

De 1e en 3e integralen geven de energie van de ladingen op den 1en en 2en geleider; de 2e integraal geeft de energie der beide ladingen, voor zoo ver dit hunne werkingen op elkander betreft; deze is niet voor scheiding vatbaar, d. w. z. er laat zich niet aangeven welk aandeel elk der oppervlakken daarvan toekomt. (11) geeft dan de energie van het geheele stelsel. Zoo de tweede geleider met den grond verbonden is geeft (10)

$$W = \frac{1}{2}\int (V + U)\,\varrho\,ds$$

$$= \frac{1}{2}(V + U)\,Q \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,. \quad (12)$$

daar U en V tegengestelde teekens hebben, wordt de totale energie door den tweeden geleider verminderd.

Die vermindering laat zich voor twee bollen terstond aangeven: zij R hun staal, Q de lading van den eersten bol, de tweede is met den grond verbonden, terwijl a de afstand hunner middenpunten is.

Als W de aanvankelijke energie van den eersten bol, wordt de totale energie

$$W' = \frac{1}{\alpha} W,$$

waarin

$$\alpha = 1 + \frac{R^2}{a^2 - R^2} + \frac{R^4}{a^4 - 3a^2 R^2 + R^4} + \text{enz.}$$

dus

$$\Delta W = \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) W = \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \frac{Q^2}{2 R}.$$

Inderdaad laat zich aantoonen dat deze laatste uitdrukking den arbeid voorstelt, die vereischt wordt om de lading van den tweeden conductor op oneindigen afstand te brengen.

De vergrooting van oppervlak geeft hier geen zuiver resultaat; wel is dit het geval bij den spherischen condensator, waarvan het buitenvlak met den grond verbonden wordt; zoo de binnenlading Q is en de stralen R en R' zijn, is de totale energie

$$W = \frac{1}{2} Q V = \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'}\right) \frac{Q^2}{2};$$

wordt de straal van het buitenvlak λ maal grooter, zoo veranderd W in

$$W' = \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\lambda R'}\right) \frac{Q^2}{2};$$

de totale energie is dus toegenomen, zooals te verwachten was; de vermeerdering bedraagt

$$\Delta W = \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) \frac{Q^2}{2 R'}.$$

Utrecht, Nov. 1871.

UITKOMSTEN VAN

BEREKENING VOOR EENE MICA-VERBINDING

VAN *E. REUSCH*,

VOOR REGTLIJNIG GEPOLARISEERD LICHT EN EVENWIJDIGE STRALEN.

DOOR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

1. Voor eenigen tijd had ik de eer dezer vergadering een paar mica-verbindingen van den Heer E. REUSCH te Tübingen te toonen, die ik van den mechanicus STEEG te Homburg ontving *). Sints dien tijd heb ik mij met het onderzoek en de berekening van die stelsels bezig gehouden; maar dit eischte velerlei voorafgaande nasporingen en aanverwante beschouwingen. In de eerste plaats wilde ik iets meer omtrent mica en de verschillende soorten van één-assige en twee-assige species van dit mineraal weten: gedeeltelijk kwam ik hiervoor op weg in het 2de deel van BILLET'S *Traité d'optique physique;* wat de verschillende species van mica betreft, vond ik eindelijk alles wat ik verlangde vereenigd in eene verhandeling van GRAILICH †). Uit BILLET bleek mij dat er eene bepaling der indices van breking van mica bestond van HAIDINGER, maar ik wist niet waar die te vinden; het werd mij meer en meer duidelijk dat die bepaling waarschijnlijk de eenige was, die ooit werd in het

*) E. REUSCH, *Untersuchung über Glimmercombinationen.* POGGEND., *Annalen.* CXXXVIII, p. 624. 1869.

†) JOSEPH GRAILICH, *Untersuchungen über den ein- und zweiaxigen Glimmer.* Berichten der Kaiserl. Academie der Wissenschaften. XI, p. 46. Wien, 1853.

werk gesteld. Ik deed toen een beroep op de mij bekende groote belezenheid van den geachten Heer BEIMA te Leiden en werd door hem eindelijk met die verhandeling van HAIDINGER in kennis gebragt *). HAIDINGER was zoo gelukkig zich een prisma van Braziliaansche mica te verschaffen van ééne lijn dik en met zijden van zeven lijnen, dat tusschen twee prismata van crownglas van dezelfde grootte en de dubbele dikte bevestigd was. Op de zijvlakken van dit prisma kleefde HAIDINGER met Canada-balsem dunne zuiver parallel-geslepen plaatjes spiegelglas, zeker wel om eene gebrekkige doorschijnendheid der zijvlakken te verhelpen. Deze Braziliaansche mica behoort tot de twee-assige, waarvan de hoek der beide assen zeer groot, in de lucht namelijk gelijk 68°, is; de voorname as staat loodregt op de platen waarin de mica zich laat splijten; HAIDINGER had het prisma zoodanig gesneden dat een zijner zijvlakken zamenviel met de supplementaire as, die den stompen hoek der optische assen midden door deelt, dat is met het vlak dezer optische assen. De kleinste index van breking, dien HAIDINGER alzoo vond, correspondeerde met de voorname as van het kristal, dat is, hij behoorde bij de as van grootste veerkracht; die index alzoo, welken hij 1,581 vond, is de kleinste index van refractie van mica en dus eene grens-waarde; den anderen index 1,613, welken hij bepaalde, geeft hij zelf niet voor eene grens-waarde uit, wat door latere schrijvers daarvan ook moge gemaakt zijn; hij is noch de index die correspondeert met de gemiddelde, noch die welke correspondeert met de kleinste as van veerkracht. Ik heb hiermede duidelijk aangewezen wat in dezen goed bepaald en wat onzeker mag worden genoemd; van dispersie, dat is van eene bepaling der indices voor verschillende kleuren van 't spectrum is hierbij in het geheel geen spraak. De tweede index dien HAIDINGER geeft is, zooals ik zeide, 1,613; wanneer dit de gemiddelde index van refractie, dat is die voor de gemiddelde as van veerkracht was, dan zoude de index van refractie voor trillingen volgens de kleinste as van veerkracht met den bekenden

---

*) HAIDINGER, *Annähernde Bestimmung der Brechungs-Exponenten am Glimmer und Pennin.* Berichten der Kaiserl. Academie der Wissenschaften. XIV, p. 330. Wien, 1854.

hoek, gelijk 68°, der optische assen, gelijk 1,630 gevonden worden. Maar die index 1,613 zal alleen dan de gemiddelde index zijn wanneer de lichtstraal, die het minimum van breking ondergaat, in het prisma juist evenwijdig aan het vlak der optische assen loopt, en dus de brekende hoek die is, welke tegenover het boven bedoelde zijvlak gelegen is. Is dit niet het geval, en HAIDINGER geeft ons hieromtrent geen uitsluitsel, dan is 1,613 stellig grooter dan die gemiddelde index, welke dan tusschen 1,581 en 1,613 gelegen is.

2. NÖRREMBERG had een even aantal plaatjes van twee-assige mica zoodanig op elkander gelegd, dat de hoofdsneden, dat is de vlakken der optische assen, of de supplementaire assen van veerkracht elkander afwisselend onder een hoek van 90° sneden; en hij had daardoor een zamenstel verkregen, dat de verschijnselen van een loodregt op de as gesneden één-assig kristalplaatje nabootste. REUSCH ging verder en legde de mica-plaatjes van gelijke dikte onder andere hoeken, van 45° en 60° op elkander. Zijne praeparaten zijn van tweederlei soort; hij maakt of eene enkele trede eener trap en stapelt dan eenige zulke onderling gelijke treden op elkander; of wel hij bouwt altijd in dezelfde rigting voort en maakt zoodoende een wenteltrap; eene *linksche* trede van hem of een *van regts naar links opstijgende wenteltrap* zijn zulke waarin de plaatjes op elkander gestapeld worden in de rigting waarin de wijzers van een horlogie voortloopen; deze wijze van vergelijking waarvan FARADAY zich zoo dikwijls bediende, acht ik te verkiezen boven die van regtsche en linksche schroef of van de spiralen der plantkundigen waarvan REUSCH zich bedient. Voor het oogenblik heb ik nog geen zamenstel uit enkele treden van den mechanicus STEEG ontvangen; ik ben nog alleen maar in het bezit van de twee linksche en regtsche wenteltrappen ieder uit 24 plaatjes bestaande, wier hoofdsneden elkander steeds onder hoeken van juist 60° volgen; na iedere zes plaatjes volgt dus een nieuwe omgang. Op mijne nadere aanvraag heeft STEEG berigt, dat hij meende, dat ieder der plaatjes waaruit mijne trappen waren zamengesteld eene waarde had van $^3/_{16}$ golflengte; dat is, dat het phase-verschil der beide normaal doorgelaten stralen 67°,5 zoude bedragen; maar bij onderzoek kwam mij dit wel

wat veel voor en ik stel dat phase-verschil daarom liever op 60°, om een rond getal te noemen. Ik vind te meer vrijheid om mij niet aan dat hoogere getal te houden, omdat ik niet weet hoe STEEG het eigenlijk bepaald heeft en omdat ik vermoed dat misschien de copal-vernis, waarmede die plaatjes op elkander gekleefd worden mede in rekening heeft kunnen komen.

3. Aan de berekening der verschijnselen voor deze trappen heb ik nu eens mijne krachten willen beproeven en ik heb mij eerst bepaald bij verreweg het gemakkelijkste geval, dat namelijk van regtlijnig gepolariseerd en normaal doorvallend licht. Vooraf wil ik opmerken dat de dispersie van mica niet zeer groot schijnt te zijn en dat, daar zij geheel onbekend is, ons niet anders overschiet dan om de waarde der plaatjes voor verschillende kleuren, dat is het phase-verschil dat zij voor verschillende kleuren voor de beide loodregt op elkander gepolariseerde en normaal doorgelaten stralen geven, kortweg omgekeerd evenredig te stellen aan de golflengten dier kleuren in de lucht, die ons vrij goed bekend zijn, dat is: eenvoudig de dispersie of de verandering in den index van refractie te verwaarloozen. Die golflengten zijn voor de strepen van 't spectrum als volgt:

			dus phase-verschil	
voor C, rood licht	=	6566.	43°15′	43°22′
〃 D, geel licht	=	5895.	50°	50°
〃 E, groen licht	=	5178.	57°	56°59′
〃 F, blaauw licht	=	4864.	60°15′	60°12′
〃 G, indigo licht	=	4311.	68°15′	68°22′
〃 H, violet licht	=	3971.	74°15′	74°14′

Ik wil hiermede niet gezegd hebben dat die strepen in 't spectrum juist met de genoemde kleuren zamenvallen; ik wenschte alleen goed bepaalde punten van vergelijking aan te geven die gemakkelijk kunnen worden teruggevonden; voor D neem ik hierbij het phase verschil 50° aan en bereken daaruit met behulp der golflengten de anderen.

De eerste kolom der phase-verschillen geeft de waarden die ik mij voorstel, als voldoende naauwkeurig, voor de verschillende kleuren te bezigen; de tweede kolom geeft de naauwkeurige waarden voor de opvolgende strepen, zooals zij uit de rekening voortvloeijen.

Mica is een negatief twee-assig kristal *), de as van grootste veerkracht deelt den scherpen hoek der assen van conische refractie midden door; de normaal doorgelaten lichtstralen zijn gepolariseerd, de eene volgens het vlak der optische assen, de zoogenaamde hoofdsnede, en de andere volgens het vlak daar loodregt op; en die van deze twee, welke in de hoofdsnede gepolariseerd is en wiens rigting van trilling zamenvalt met de middelbare as van veerkracht, heeft den kleinsten index van refractie, dat is de grootste snelheid en is dus na den doorgang, in phase op den anderen vooruitgekomen: immers, volgens de golfleer, beweegt het licht zich langzamer in sterker brekende middenstoffen en dus is de straal, die den kleinsten index heeft, het minste vertraagd, dat is op den anderen vooruit.

4. Terwijl het op te lossen vraagstuk gaande weg mij meer tot klaarheid kwam, heb ik mij vlijtig met de beschouwing der praeparaten in parallel en convergent licht bezig gehouden, waarvoor ik steeds mijne beide toestellen van NÖRREMBERG nevens elkander gereed had staan en waarbij mij een goede voorraad van kwarts plaatjes ter vergelijking zeer goed te stade kwam. Ik bevond, dat ik in parallel licht den analyseerenden polariscoop eene stelling kon geven, waarbij het doorgelaten licht weder bijna volkomen wit, doch eenigszins met een groene tint was en ik begreep, dat ik daardoor wel den hoek van draaijing voor wit licht voor die praeparaten zoude kunnen bepalen en zoodoende terug besluiten tot de oorspronkelijke waarde van het phase-verschil voor wit ongedeeld licht, waarop ik boven wees, en dat dan in de wandeling als de eigenlijke waarde van die zamenstellende plaatjes kon worden genoemd.

Oorspronkelijk werd ik bij mijne beschouwingen op een dwaalspoor geleid door de eenigszins lastige bepaling van regts en links draaijen waarvan REUSCH zich bedient. Terwijl toch om mij bij een der praeparaten te bepalen, duidelijk de windingen zijner trappen van regts naar links oploopen en dus links draaijen, moest daardoor het vlak van polarisatie van links

*) Vid. *Billet.* II, p. 587.

naar regts worden verplaatst en dus regts draaijen. Ik erken echter gaarne dat de fout bij mij lag en dat ik beter op zijne vergelijking met eene linksche en regtsche schroef had moeten letten; maar om anderen te waarschuwen voor dezelfde fout herhaal ik: een *links opstijgende* wenteltrap van REUSCH draait het vlak van polarisatie *links,* dat is naar de linkerzijde, maar deze draaijing is tegengesteld in rigting aan die van den klimmenden trap. Het is hier weder evenzoo gelegen als bij de plagiedrische kwarts; terwijl de vlakjes van afplatting naar mijne wijze van voorstelling eigenlijk eene *regts* opklimmende trede of een gedeelte eener regts opklimmende schroef vormen, is het kristal eigenlijk *links* draaijend.

In convergent licht vond ik de zwarte punten of knoppen als de naar het centrum gekeerde uiteinden van het zwarte kruis terug, waarvan REUSCH spreekt. Deze knoppen herinneren terstond aan die van de spiralen, welke men waarneemt wanneer circulair gepolariseerd licht geleid wordt door een loodregt op de as gesneden kwarts-plaat; de ligging en intensiteit van die knoppen is afhankelijk van de onderlinge ligging der vlakken van polarisatie van den eersten en tweeden polarisator en daarenboven ook van de oriënteering van het praeparaat. Er is eene oriënteering van het praeparaat met betrekking tot het vlak van polarisatie van den invallenden straal, waarbij dit geheel alleen reeds twee spiralen geeft zonder knoppen, wier mate van ontwikkeling weder van de stelling van den analyseerenden polarisator afhangt; hiervan maakt REUSCH geen dadelijk gewag.

Maar, om bij het eenvoudigste geval te blijven, wanneer de hoofdsnede van het allereerste mica-plaatje van het praeparaat zamenvalt met het polarisatie-vlak van den invallenden straal en het vlak van polarisatie van den analyseerenden nicol loodregt staat op het eerste polarisatie-vlak, dan ziet men volkomen de ringen van kwarts en de rudimentaire takken van het zwarte kruis, dat de ringen doorsnijdt; maar de twee knoppen als uiteinden van twee der armen van het kruis verbergen hierbij eene onregelmatigheid. Draait men nu den nicol tot den parallelen stand toe door, dan ontwikkelt zich, even als bij kwarts, het violette kruis van DELEZENNE binnen den omtrek van den binnensten ring, zooals REUSCH ook opmerkt, ter-

wijl de rudimentaire deelen van het zwarte kruis, die de ringen doorsnijden, al flaauwer en flaauwer geworden, in heldere veeren zijn overgegaan. Men neemt bij deze draaijing zelfs het verschijnsel waar dat DELEZENNE *) bij kwarts opmerkte, dat namelijk de ringen uitzetten wanneer de rigting van draaijing zamenvalt met de rigting der draaijing van het vlak van polarisatie door het mica-trapje en dat zij in het tegengestelde geval inkrimpen. Maar de vorm der ringen wordt onzuiver, zoodra de beide polariscopen onderling van den loodregten of evenwijdigen stand gaan afwijken; en die onregelmatigheid ontwikkelt zich juist uit de knoppen. Laat men echter den nicol onder een scherpen hoek met het vlak van polarisatie van den invallenden straal staan en draait dan het mica-toestelletje links of regts, zoodanig dat de hoofdsnede van zijn eerste plaatje links of regts van dat vlak van polarisatie van den invallenden straal komt te liggen, dan ontwikkelen zich uit die onregelmatig geworden ringen de zoo even genoemde spiralen, die bij eene gemakkelijk te vinden stelling van nicol en mica-trapje met betrekking tot den polarisator hare hoogste volkomenheid bereiken. Het zwarte en het violette kruis zijn daarbij volkomen opgelost en de rigting van draaijing der beide gelijkloopende spiralen is tegengesteld al naardat de hoofdsnede van het eerste mica-plaatje ter linker- of ter regter, ter eener of ter anderer zijde van het vlak van polarisatie van den oorspronkelijken straal ligt.

De eenvoudigste voorstelling die men zich omtrent het zwarte en violette kruis heeft te maken is deze. Bij evenwijdige stelling van de eerste hoofdsnede en het vlak van polarisatie van den polarisator en onderlinge loodregte stelling van polarisator en analyseerenden nicol, ziet men de rudimentaire armen van het zwarte kruis, die de ringen doorsnijden, terwijl de vlakte binnen den binnensten ring helder en licht gekleurd is; wordt nu de stelling van de eerste hoofdsnede van het mica-plaatje en den polarisator evenwijdig gelaten en ook de nicol in den evenwijdigen stand gebragt, dan wordt, wanneer wij nu de meer

*) *Billet.* II, p. 474.

confuse verschijnselen van de tusschenstanden over het hoofd zien, bij dien parallelen stand het zwarte kruis vervangen door twee paar gekruiste witte veeren, welke de ringen doorsnijden en binnen den binnensten ring ontwikkelt zich het violette kruis dat door zijne armen de hoeken tusschen de heldere veeren juist midden doordeelt.

Uit deze vlugtige opmerkingen ziet men wel in, dat het mica-trapje met een kwarts-plaatje overeenkomt, maar toch dat de overeenkomst niet volkomen is, daar zij immers alleen bij coïncidentie van de hoofdsnede van het eerste plaatje met het polarisatie-vlak van den invallenden straal en bij den loodregten en evenwijdigen stand der polariscopen geheel bevredigend is.

5. Ik ben mijne berekeningen voor parallel-licht, waartoe ik nu overga, begonnen, door aan te nemen, dat het polarisatie-vlak van den invallenden lichtstraal, dus de polarisator, een hoek van 45° maakt met de hoofdsnede van het eerste mica-plaatje, dat het licht doordringen moet. Als as van x neem ik de rigting van die eerste hoofdsnede, dus de supplementaire as van het plaatje aan en als as van y, de lijn daar loodregt op; de eerste als positief naar boven en de tweede naar de regterzijde als positief genomen; het azimuth van het polarisatie-vlak van den invallenden straal, hier 45° genomen, en in het algemeen A, is dus positief wanneer dat vlak ter regterzijde van die eerste hoofdsnede van het mica-trapje ligt. Als voorwerp van bewerking koos ik nu die mica-combinatie waarbij de trappen van links naar regts opklimmen, dat is met de wijzers van het horlogie mede gaan; het azimuth der opvolgende hoofdsneden van het 2de, 3de, 4de en volgende plaatje neemt dan steeds in positieven zin met 60° toe en bedraagt 60°, 120° en zoo al verder.

Den in het positieve azimuth 45° gepolariseerden invallenden straal ontleed ik in twee anderen die in de hoofdsnede van het eerste plaatje en loodregt daarop gepolariseerd zijn, en ik voeg aan de vibratie van den eersten dezer twee het phase-verschil toe, dat is de versnellings-waarde van het plaatje. Of algemeener, ik noem het azimuth van het polarisatie-vlak van den invallenden straal A, dat phase-verschil α en den constanten hoek, die aangeeft hoeveel elk volgend plaatje van het voorgaande in rig-

ting verschilt P, dan zijn de vibraties welke na den doorgang door het eerste plaatje bestaan, wanneer de intensiteit van den invallenden straal gelijk de éénheid gesteld wordt:

volgens de hoofdsnede gepolariseerd

$$\cos A \sin (O + \alpha)$$

en loodregt daarop gepolariseerd

$$\sin' A . \sin O$$

waarin $O = \left(\frac{t}{T} - n\right) 2\pi$, gelijk den voortloopenden tijd gedeeld door de vibratie-tijd, verminderd met het grootst mogelijk aantal geheelen en vermenigvuldigd met den omtrek van den cirkel; men ziet dat ik hier de uitslagen en niet de snelheden der vibreerende deeltjes neem; het een zoowel als het ander komt op hetzelfde neder.

Ieder dezer vibraties wordt nu bij den doorgang door het tweede mica-plaatje in twee andere ontleed, die gepolariseerd zijn volgens de hoofdsnede van dit plaatje en loodregt daarop; wij verkrijgen dus vier stralen, namelijk:

twee volgens de hoofdsnede van het nieuwe plaatje, waaraan het phase-verschil wordt toegevoegd,

$$\cos A . \cos P . \sin (O + 2\alpha) \text{ en } \sin A . \sin P . \sin (O + \alpha)$$

en twee volgens het vlak daar loodregt op gepolariseerd, natuurlijk zonder vermeerdering van phase,

$$- \cos A . \sin P . \sin (O + \alpha) \text{ en } \sin A . \cos P . \sin O.$$

Men ziet dat ik hierbij O steeds bezig, om dat gedeelte voor te stellen dat in beide uitdrukkingen der bogen onvoorwaardelijk gelijk is.

Na den doorgang door het derde plaatje krijgt men voor ieder hoofdvlak 4 vibraties; en zoo al verder. Na den doorgang door het zesde plaatje, waarmede de eerste omgang van den trap gesloten is, verkrijgt men voor ieder der laatste vlakken van polarisatie, namelijk de hoofdsnede van dit plaatje en het vlak daar loodregt op, 32 termen, die zich echter tot 16 termen laten te zamen trekken. Ik behoef die hier niet neder te schrijven; ieder kan ze gemakkelijk afleiden; die termen bevatten allen de sinussen van O vermeerderd met de opvolgende veelvouden van α; ik rangschik nu die termen naar O vermeerderd met die veelvouden. Om nu de definitieve inten-

siteit en winst in phase van ieder dezer stralen te vinden, druk ik, naar de bekende formulen, de sinussen en cosinussen der veelvouden van α uit in de opvolgende magten van $\cos \alpha$, waarbij dan enkele vormen zullen voorkomen die nog met de eerste magt van $\sin \alpha$ vermenigvuldigd zijn. P is hier 60°; dus

$$\sin \mathrm{P} = \tfrac{1}{2} \sqrt{3} \text{ en } \cos \mathrm{P} = \tfrac{1}{2},$$

hetgeen al terstond veel tot vereenvoudiging bijbrengt; ten slotte krijg ik dan de verlangde uitdrukking, waarin nog maar alleen $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\sin$ A en $\cos$ A voorkomen. Hierin stel ik nu voor α, dat is het phase-verschil, opvolgende waarden, die ik eerst met 5° of 10° liet opklimmen om daaraan later bij het zoeken naar bijzondere gevallen nog andere toe te voegen. Hierdoor verkreeg ik alzoo de aanwinst in phase en de intensiteit der beide stralen alleen nog maar afhankelijk van het azimuth A van het polarisatie-vlak van den oorspronkelijk invallenden straal en ik stelde A nu achtereenvolgends

$$+ 45°, \; - 45°, \; + 30°, \; - 30°, \; + 60° \text{ en } - 60°.$$

Zoodoende kon ik mij tafeltjes zamenstellen waaruit ik voor eenig gegeven phase-verschil dat door de zamenstellende micaplaatjes ieder voor zich in het leven werd geroepen, voor ieder van de zes genoemde azimuthen van den invallenden straal terstond de definitieve intensiteit en aanwinst in phase na den doorgang door het zesde plaatje kon opgeven. Natuurlijk heb ik bij deze en volgende berekeningen overal waar het mogt voorkomen van iedere phase-aanwinst grooter dan een geheelen omtrek, dien geheelen omtrek terstond weggelaten. Ik koos hierbij de azimuthen + 45° en — 45°, omdat ik mij voorstelde het primitieve licht volgens die azimuthen gepolariseerd te laten invallen; en de azimuthen 30° en 60° voegde ik daaraan toe, omdat de vlakken van polarisatie der uit het zesde plaatje komende lichtstralen, dat is de hoofdsnede van dit plaatje en het vlak daar loodregt op, in de azimuthen — 60° en + 30° ten aanzien van het zevende plaatje kwamen te liggen; omdat evenzoo de vlakken van polarisatie van het 12de plaatje weder hoeken van — 60° en 30° met de hoofdsnede van het 13de plaatje maakten; en eindelijk omdat nog eens het licht uit het

18de plaatje onder die azimuthen gepolariseerd in het 19de plaatje doordringt.

Uitgaande nu van licht dat in het azimuth + 45° gepolariseerd was, berekende ik dus de intensiteit en het phase-verschil der uit het zesde plaatje uitkomende en volgens de hoofdsnede en loodregt daarop gepolariseerde lichtstralen; deze waarden ontleende ik voortaan eenvoudig uit de tafeltjes. Ik verkreeg nu twee stralen van verschillende intensiteit en verschillende phase-aanwinst, van wier vlakken van polarisatie het eene in het azimuth — 60° en het andere in het azimuth + 30° ten aanzien der hoofdsnede van het zevende plaatje lagen. Ik behoefde nu de gegevens van mijne tafeltjes voor die beide azimuthen slechts te nemen en eenvoudig aan de amplitudo de zoo even gevonden waarden der wortels uit de intensiteiten, in plaats van de éénheid, toe te leggen, dan verkreeg ik terstond uit de ontbondenen de vier stralen waarmede ik na het 12de plaatje te doen had, namelijk twee gepolariseerd in de hoofdsnede en twee gepolariseerd in het vlak daar loodregt op; die paren stelde ik naar den bekenden regel ieder tot een enkelen zamen, door berekening der amplitudo en der phase-aanwinst van dezen. Ik stond dan hierdoor weder op hetzelfde standpunt als vóór het 7de plaatje, dat ik namelijk twee stralen had waarvan de eene in het azimuth — 60° en de andere in het azimuth + 30° van het 13de plaatje gepolariseerd was. Volkomen soortgelijke beschouwing bragt mij in eens dan weder van het 12de plaatje op het 18de en eindelijk na nog eens de soortgelijke berekening herhaald te hebben, kwam ik in eens van het 18de op het 24ste plaatje en vond daardoor het resultaat voor de beide stralen die de 24 plaatjes hadden doorloopen en volgens de hoofdsnede van het 24ste plaatje en loodregt daarop gepolariseerd waren; dat is, ik vond hunne amplitudines en hunne aanwinst in phase en dus ook hun onderling phase-verschil.

Evenzoo maakte ik nu dezelfde berekening, uitgaande van een primitieven straal die in het azimuth — 45° gepolariseerd was. Wanneer ik den straal bij de eerste berekening verkregen p of q noem, al naardat hij in de hoofdsnede van het laatste of 24ste plaatje of wel daar loodregt op gepolariseerd is en dan hier van het azimuth — 45° uitgaande, dezelfde onderscheiding

maak door p' den straal te noemen die ten slotte in de hoofdsnede en q' dien, welke ten slotte daar loodregt op gepolariseerd is, dan bestaat deze eenvoudige wet die wel vooruit te zien is, dat de amplitudines van p en q' en die van q en p' gelijk zijn. De wet omtrent het verband der phasen-aanwinsten is zoo eenvoudig niet; maar wel die omtrent de phasen-verschillen voor de beide uitkomende stralen, want dit is eenvoudig met 180° toe- of afgenomen. De telkens bij deze berekeningen voorkomende phasen-aanwinsten zijn echter door regels verbonden die ik van zelf vond en die de berekening controleerden, maar waarmede ik u nu niet wil bezig houden.

6. Die formulen en berekeningen heb ik op vrij groote schaal opgezet; grooter welligt dan noodig was voor mijn bijzonder doel, namelijk de verklaring van de verschijnselen der wentel-trapjes van REUSCH. Maar zij hebben niet dat uiterst bijzondere karakter, dat hun hierdoor slechts zoude toekomen; zij gelden namelijk niet alleen voor den normalen doorgang door mica-blaadjes; maar zij gelden algemeen voor alle loodregt op een der hoofd-assen gesneden plaatjes van twee-assige kristallen en voor alle plaatjes uit één-assige kristallen, die evenwijdig aan de hoofd-as gesneden zijn; al zulk soort van plaatjes vinden, wanneer het phase-verschil, door ieder afzonderlijk tusschen de beide normaal doorgelaten stralen voortgebragt, bekend is, en wanneer de plaatjes maar regelmatig voort steeds 60° gedraaid worden, hun eind-resultaat hier reeds berekend aangegeven. Ik stel mij daarom voor, zoowel formulen als tabellen, regelmatig geordend in de Archiven van TEYLER te deponeren, waar zij eigenlijk te huis behooren.

Ik wil hier enkele bijzonderheden vermelden. Zoo lang de waarde van ieder plaatje, dat is het phase-verschil dat het voortbrengt, kleiner is dan $\frac{1}{8}\lambda$ of 45°, is voor het azimuth + 45° van den oorspronkelijk invallenden straal, de lichtstraal die uit het laatste der 24 plaatjes volgens de hoofdsnede gepolariseerd uittreedt, altijd zwakker dan die welke in het vlak loodregt daarop gepolariseerd is en het verschil in phase is door de verbinding van al die opvolgende plaatjes verminderd in plaats van vermeerderd; voor een oorspronkelijk in het azimuth — 45° gepolariseerden straal is de verhouding der intensiteiten natuur-

lijk omgekeerd en voor het phase-verschil is de eene straal 180° als het ware gedraaid, dat is, het is hier voor de beide uitkomende stralen gelijk 180° vermeerderd met het phase-verschil dat voor het azimuth + 45° gevonden werd. — Bepalen wij ons verder alleen tot dien in het azimuth + 45° gepolariseerden invallenden straal dan zullen, wanneer de waarde van ieder plaatje 46°7′ in phase bedraagt, de beide uit het 24ste plaatje uitkomende stralen precies dezelfde intensiteit, $\frac{1}{2}$ namelijk, bezitten en de in de hoofdsnede gepolariseerde straal zal ook in phase precies 46°7′ op den anderen vooruit zijn. Van hier aan neemt de intensiteit van den in de laatste hoofdsnede gepolariseerden straal de overhand en is deze immer meer dan de waarde van een enkel plaatje in phase op den anderen, die met hem uit het 24ste plaatje te voorschijn komt, vooruit. Voor een oorspronkelijk phase-verschil van elk plaatje van 56°36′ reeds heeft de intensiteit van den in de hoofdsnede van het 24ste plaatje gepolariseerden straal haar maximum bereikt en is die straal juist 90° in phase op den anderen, die met hem uittreedt, vooruit. Voor eene waarde der plaatjes in phase van 70°55′ ongeveer, zijn de beide ten slotte uitkomende stralen weder gelijk in intensiteit en is die, welke in de laatste hoofdsnede gepolariseerd is, bereids 180° in phase op den anderen vooruit. Van hier af blijft de intensiteit van den in de laatste hoofdsnede gepolariseerden straal bij toenemende phase-waarde der zamenstellende plaatjes vooreerst afnemen. Het phase-verschil dezer uit de wenteltrapjes uittredende stralen bereikt een maximum van 188° bij omtrent 76°30′ phase-verschil der door een enkel plaatje doorgelaten stralen, in dien zin natuurlijk steeds te nemen dat voor beide gevallen de in de hoofdsnede gepolariseerde straal de snelste is en dus op den anderen vooruit komt. Het resulteerende phase-verschil gaat nu spoedig weer afnemen met steeds toenemende waarde der zamenstellende plaatjes; bij eene phase-waarde dezer plaatjes van 86° ongeveer bereikt de intensiteit van den in de laatste hoofdsnede gepolariseerden straal weder een minimum en is hij nog slechts 90° in phase op den anderen vooruit. Maar in deze streken, die mij voor het oogenblik minder belang inboezemden, heb ik het verloop van de uitkomsten voor als nog minder nauwkeurig onderzocht. Natuur-

lijk is de verhouding der intensiteiten voor licht, dat oorspronkelijk in — 45° gepolariseerd is, omgekeerd en zijn de phasen met 180° te vermeerderen.

7. Voor ieder willekeurig azimuth van polarisatie kan ik nu den invallenden lichtstraal ontbinden in twee anderen gepolariseerd in de azimuthen + 45° en — 45°, waarvoor mijne uitkomsten gelden. Op die wijze wordt alzoo het algemeene vraagstuk teruggebragt tot de behandeling van twee in de azimuthen + 45° en — 45° gepolariseerde stralen van ongelijke intensiteit. Dit is nu zeer eenvoudig uit te voeren door de amplitudines der stralen, die volgens de berekening uit eenen in het azimuth + 45° gepolariseerden straal resulteeren, te vermenigvuldigen met *cos* (A — 45°), wanneer A het azimuth van polarisatie van den invallenden straal is; en door de amplitudines der stralen die uit een in het azimuth — 45° gepolariseerden straal ontstaan evenzoo te vermenigvuldigen met *cos* (A + 45°). Zoo heb ik nu b.v. de rekening voor verschillende waarden van A uitgevoerd, in de vooronderstelling dat de waarde van ieder elementair-plaatje in phase-verschil eens 60° bedroeg. De beide eindstralen, die in de hoofdsnede van het laatste plaatje gepolariseerd zijn, worden tot een enkelen gereduceerd, waarvoor amplitudo en phase-winst berekend worden; de beide eindstralen die loodregt op die laatste hoofdsnede gepolariseerd zijn worden evenzoo tot een enkelen gereduceerd. Daar nu de phase-aanwinsten dier beide stralen al zeer toevallig aan elkander gelijk zouden zijn of precies 180° verschillen, is het eind-resultaat algemeen een elliptisch gepolariseerde lichtstraal. De vibraties staan nu wel is waar loodregt op de polarisatie-vlakken, maar wij kunnen daar ons geheel buiten houden, omdat wij van den te bezigen analyseur toch ook weer alleen op de rigting van het polarisatie-vlak letten.

Wanneer ik alzoo spreek van trillingen, volgens het vlak x, bedoel ik daarmede eigenlijk zulke, wier vlak van polarisatie met het vlak xz zamenvalt; eveneens zijn trillingen volgens het vlak y eigenlijk trillingen wier vlak van polarisatie met het vlak yz zamenvalt. Dit doet niets ter zake wanneer wij ten slotte maar weder hetgeen omtrent de rigting der resulteerende trillingen blijkt, ook op haar vlak van polarisatie overdragen.

Wanneer nu A = 0° genomen wordt en tevens het phase-verschil van ieder plaatje $\varphi = 60°$, dan wordt vooreerst die invallende straal verdeeld in twee gelijke, die in de vlakken + 45° en — 45° gepolariseerd zijn; het slot van de berekening geeft eene ellips, op de nieuwe coördinaten-assen x' en y', die door de supplementaire as van veêrkracht van het laatste plaatje bepaald zijn. Naar den bekenden regel bepaal ik nu de rigting van de vlakken van polarisatie der assen van deze ellips en de waarden der assen; ik vind dan den hoek dien het vlak van polarisatie der groote as maakt met de coördinaten-as x' of liever met het vlak $x'z'$, dat is met de hoofdsnede van het laatste mica-plaatje; wanneer ik nu hier — 60° bijtel, die de hoek is, welken deze laatste hoofdsnede met het in het azimuth 0° gepolariseerde licht maakt, dan vind ik den hoek tusschen het vlak van polarisatie van de groote as der resulteerende ellips en het vlak van polarisatie van den invallenden straal. Die hoek geeft de draaijing, die het vlak van polarisatie van de groote as der ellips ondergaan heeft en, is dan de waarde der kleine as gering of niet te groot, dan geeft die hoek algemeen gesproken kortweg de draaijing die het vlak van polarisatie door het zamengestelde wenteltrapje ondervindt. De waarden van de beide assen der resulteerende ellips, die ter beoordeeling noodzakelijk zijn, worden volgens den bekenden regel gemakkelijk gevonden.

Blijkt het nu maar dat de kleine as steeds nul of bijna te verwaarloozen is, dan is het bewijs geleverd dat het mica-praeparaat eene draaijing van het vlak van polarisatie uitoefent gelijksoortig met die, welke loodregt op de as gesneden kwartsplaatjes voortbrengen.

De intensiteit van den invallenden lichtstraal stel ik gelijk aan de éénheid; dan is de intensiteit van ieder der in de azimuthen + 45° en — 45° gepolariseerde ontbondenen $\frac{1}{2}$, en de berekening gaf mij voor de lichtstralen, die uit de eerste ontbondene ontstaan en volgens de hoofdsnede van het laatste mica-plaatje en daar loodregt op gepolariseerd zijn,

A. $\sqrt{\frac{1}{2}}\, sin\, (O + 24°17'5)$... I en B. $\sqrt{\frac{1}{2}}\, sin\, (O + 265°48',5)$... II

en voor de lichtstralen die uit de in het azimuth — 45° gepolariseerde ontbondene ontstaan in dezelfde orde

B. $\sqrt{\frac{1}{2}} \, sin\,(O + 94°11'5)$...III en A. $\sqrt{\frac{1}{2}} \, sin(O + 155°42'5)$...IV, waarin

$$log\, A = 9{,}965182 \text{ en } log\, B = 9{,}581282.$$

I en III te zamen geven den volgenden straal gepolariseerd in het vlak der laatste hoofdsnede, dat wij $x'\,z'$ genoemd hebben:

$$\sqrt{0{,}62111}\; sin\; (O + 43°2')$$

en II en IV geven door gelijksoortige berekening voor resultante dezer in het vlak $y'\,z'$ gepolariseerde stralen

$$\sqrt{0{,}37889}\; sin\; (O + 180°0').$$

Deze twee geven nu eene ellips waarvan het vlak van polarisatie der groote as X ligt in het azimuth — 35°34',5, ten aanzien van de as x', dus in het azimuth — 95°34',5 ten aanzien van de oorspronkelijke coördinaten-as x van het eerste plaatje, waarmede het vlak van polarisatie van den invallenden straal zamenvalt. Het vlak van polarisatie der groote as is dus 95°34',5 links gedraaid.

De vergelijking der ellips is $\frac{X^2}{0{,}875} + \frac{Y^2}{0{,}125} = 1$: dit licht is dus nog in belangrijke mate elliptisch; de beweging van het aether-deeltje in deze ellips is linksch. De zamenstellende vibratie volgens de groote as is $X = \sqrt{0{,}875}\; sin\; (O + 27°53')$ en volgens de kleine as $Y = \sqrt{0{,}125}\; sin\; (O + 117°58')$; het aetherdeeltje passeert het positieve deel der groote as, iedere maal dat $(O + 27°53')$ met 2π is toegenomen. Men merke hierbij op, dat het azimuth der groote as 90° van het azimuth van haar vlak van polarisatie verschilt.

Is het vlak van polarisatie van den invallenden straal in het azimuth + 45° gelegen, dat is, wordt de hoofdsnede van het eerste mica-plaatje en dus het geheele wenteltrapje 45° links of naar de linkerhand gedraaid, dan blijven alleen de lichtstralen

$$A.\, sin\; (O + 24°17',5) \text{ en } B.\, sin\; (O + 265°48',5)$$

over, die respectivelijk volgens de hoofdsnede van het 24ste plaatje en daar loodregt op gepolariseerd zijn. Deze geven weder eene ellips waarvan het vlak van polarisatie der groote as nog 12°41' verder links ligt dan deze laatste hoofdsnede en dus in het azimuth — (12°41' + 105°) = — 117°41' van het oorspronkelijke vlak van polarisatie; de draaijing van

regts naar links bedraagt dus hier veel meer dan zoo even; de vergelijking der ellips op hare assen is $\frac{X^2}{0,892} + \frac{Y^2}{0,108} = 1$; het licht is dus een weinig minder elliptisch dan zoo even; de beweging van het aether-deeltje in zijne ellips is nu regtsch, dat is van de linker naar de regter hand; de zamenstellende vibratie volgens de groote positieve as is

$$X = \sqrt{0,892}\, sin\, (O + 28°44')$$

en die volgens de kleine positieve as dus

$$Y = \sqrt{0,108}\, sin\, (O + 298°44').$$

Is het vlak van polarisatie van den invallenden straal daarentegen in het azimuth — 45° gelegen, dat is, wordt de hoofdsnede van het 1ste mica-plaatje 45° regts of van de linker naar de regterhand gedraaid, dan blijven alleen de lichtstralen

$$B.\, sin\, (O + 94°11',5) \text{ en } A.\, sin\, (O + 155°42',5)$$

over als respectivelijk gepolariseerd volgens de hoofdsnede van het 24ste plaatje en daar loodregt op. De resultante is weder eene ellips; het vlak van polarisatie der groote as X dezer ellips ligt in het azimuth + 77°19′ van het vlak $x'z'$, dat is van de hoofdsnede van het 24ste plaatje en dus in het azimuth + (77°19′—15°) = + 62°19′ van het oorspronkelijke vlak van polarisatie; dat is, het supplement nemende, in het azimuth — 117°41′, juist als zoo even.

De vergelijking dezer ellips is weder:

$$\frac{X^2}{0,892} + \frac{Y^2}{0,108} = 1$$

en de zamenstellende vibraties in de rigtingen der groote en der kleine as zijn

$$X = \sqrt{0,892}\, sin (O + 151°14',5) \text{ en } Y = \sqrt{0,108}\, sin (O + 241°14',5);$$

het aether-deeltje loopt in deze ellips van de regter naar de linkerhand, dat is links.

Wordt het azimuth van het vlak van polarisatie van den invallenden straal + 30°, dan zijn de ontbondenen in de azimuthen + en — 45° gelijk cos 15° en sin 15°, die, na den doortogt door het laatste plaatje, geven:

$$A.\, cos\, 15°\, sin\, (O + 24°17',5) \text{ en } B.\, cos\, 15°\, sin\, (O + 265°48',5)$$

en

B. $sin\ 15^\circ\ sin(O + 94^\circ 11',5)$ en A. $sin\ 15^\circ\ sin(O + 155^\circ 42',5)$, weder twee paren, waarvan de eersten in de hoofdsnede $x'z'$ en de laatsten daar loodregt op gepolariseerd zijn. Behoorlijk verbonden geven deze voor de resultanten die in het vlak $x'z'$ en $y'z'$ gepolariseerd zijn

$$\sqrt{0,86765}\ sin(O + 30^\circ 0') \text{ en } \sqrt{0,13235}\ sin\ (O + 227^\circ 40')$$

dat is weder eene ellips, waarin het aether-deeltje van links naar regts rondloopt De eindvergelijking dezer ellips eischt weder eene draaijing in de rigting der zamenstellende vibraties. Het vlak van polarisatie der groote as ligt namelijk in het azimuth — $20^\circ 39'$ ten aanzien van $x'z'$, dat is in het azimuth — $80^\circ 39'$ van het vlak xz en in het azimuth — $110^\circ 39'$ van het vlak van polarisatie van den invallenden straal. En de vergelijking van de resulteerende ellips is

$$\frac{X^2}{0,989} + \frac{Y^2}{0,011} = 1.$$

Wordt het azimuth van den invallenden straal — 30°, dan zijn de ontbondenen volgens de azimuthen $+ 45^\circ$ en $- 45^\circ$ gelijk $sin\ 15^\circ$ en $cos\ 15^\circ$ en de resulteerende, volgens de laatste coördinaten-vlakken $x'z'$ en $y'z'$ gepolariseerde stralen voor de eerste ontbondene respectivelijk:

A. $sin\ 15^\circ\ sin\ (O + 24^\circ 17',5)$ en B. $sin\ 15^\circ\ sin\ (O + 265^\circ 48',5)$

en voor de tweede:

B. $cos\ 15^\circ\ sin\ (O + 94^\circ 11',5)$ en A. $cos\ 15^\circ\ sin\ (O + 155^\circ 42',5)$

dit geeft weder eene ellips; de zamenstellende vibraties volgens $x'z'$ en $y'z'$ gepolariseerd zijn:

$$\sqrt{0,25345}\ sin\ (O + 67^\circ 41') \text{ en } \sqrt{0,74655}\ sin\ (O + 161^\circ 53');$$

dus eene waarin het aether-deeltje van regts naar links omloopt. Het vlak van polarisatie der groote as ligt in het azimuth $+ 93^\circ 40'$ ten aanzien van $x'z'$ dus in $+ 33^\circ 40'$ ten aanzien van xz, dus in $+ 63^\circ 40'$ met betrekking tot het oorspronkelijke polarisatie-vlak, waarvan het supplement is — $116^\circ 20'$; het is dus $116^\circ 20'$ links gedraaid; de resulteerende ellips is

$$\frac{X^2}{0,749} + \frac{Y^2}{0,251} = 1.$$

Wordt het azimuth van het vlak van polarisatie van den invallenden straal $+ 15^o$, dan zijn de ontbondenen volgens de azimuthen $+ 45^\circ$ en $- 45^\circ$ gelijk aan $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ en $\frac{1}{2}$. De resulteerenden, die volgens de laatste vlakken $x' z'$ en $y' z'$ gepolariseerd zijn, worden voor de eerste ontbondene:

$$A. \tfrac{1}{2}\sqrt{3}\, sin\, (O + 24^o 17',5) \text{ en } B. \tfrac{1}{2}\sqrt{3}\, sin\, (O + 265^o 48',5)$$

en voor de tweede:

$$B. \tfrac{1}{2}\, sin\, (O + 94^o 11',5) \text{ en } A. \tfrac{1}{2}\, sin\, (O + 155^o 42',5);$$

de resultanten hiervan zijn: volgens $x' z'$

$$\sqrt{0,78219}\, sin\, (O + 35^o 48')$$

en volgens $y' z'$

$$\sqrt{0,21781}\, sin\, (O + 197^o 22'),$$

te zamen dus eene ellips, waarin het aether-deeltje van regts naar links omloopt. Het vlak van polarisatie der groote as ligt $27^o 8'$ links van $x' z'$, dus in het azimuth $- 102^o 8'$ van het vlak van polarisatie van den oorspronkelijken straal en de resulteerende ellips is

$$\frac{X^2}{0,983} + \frac{Y^2}{0,017} = 1.$$

Wanneer eindelijk het vlak van polarisatie van den invallenden straal in het azimuth $- 15^o$ ligt, zijn de ontbondenen in de azimuthen $+ 45^\circ$ en $- 45^\circ$ gelijk $\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{2}\sqrt{3}$; zij geven de volgens de vlakken $x' z'$ en $y' z'$ gepolariseerde vibraties:

$$A. \tfrac{1}{2}\, sin\, (O + 24^o 17',5) \text{ en } B. {}^1\, sin\, (O + 265^o 48',5)$$

en

$$B. \tfrac{1}{2}\sqrt{3}\, sin\, (O + 94^o 11',5) \text{ en } A. \tfrac{1}{2}\sqrt{3}\, sin\, (O + 155^o 42',5)$$

en als resulteerenden:

$$\sqrt{0,42759}\, sin\, (O + 52^o 36') \text{ en } \sqrt{0,57241}\, sin\, (O + 169^o 6')$$

dus eene ellips, waarin het deeltje van regts naar links loopt; het vlak van polarisatie der groote as ligt $54^o 5',5$ links van $x' z'$, dus in het azimuth $- (54^o 5',5 + 60^o) = - 114^o 5',5$ van het vlak $x z$ en het is dus links $99^o 5',5$ gedraaid ten aanzien van het vlak van polarisatie van den oorspronkelijken straal. De vergelijking der ellips is

$$\frac{X^2}{0{,}732} + \frac{Y^2}{0{,}268} = 1.$$

Om nu alles zamen te trekken, voor eene phase-waarde van elk plaatje gelijk 60°, wanneer wij de draaijing van het vlak van polarisatie van de groote as der slot-ellips als draaijing van het vlak van polarisatie door het wenteltrapje opvatten:

Wanneer de oorsponkelijke straal gepolariseerd is

in Azimuth	Draaijing	Vergel. der ellips	Beweging van het aetherdeeltje
+ 45° . .	— 117°41′ . .	$\frac{x^2}{0{,}892} + \frac{y^2}{0{,}108} = 1$ . .	↻
+ 30° . .	— 110°39′ . .	$\frac{x^2}{0{,}989} + \frac{y^2}{0{,}011} = 1$ . .	↻
+ 15° . .	— 102°8′ . .	$\frac{x^2}{0{,}983} + \frac{y^2}{0{,}017} = 1$ . .	↺
0° . .	— 95°34′,5 . .	$\frac{x^2}{0{,}875} + \frac{y^2}{0{,}125} = 1$ . .	↺
— 15° . .	— 99°5′,5 . .	$\frac{x^2}{0{,}732} + \frac{y^2}{0{,}268} = 1$ . .	↺
— 30° . .	— 116°20′ . .	$\frac{x^2}{0{,}749} + \frac{y^2}{0{,}251} = 1$ . .	↺
+ 45° . .	— 117°41′ . .	$\frac{x^2}{0{,}892} + \frac{y^2}{0{,}108} = 1$ . .	↺

Uit de beschouwing hiervan vloeit nu het volgende voort:

Wanneer het phase-verschil tusschen de beide door ieder plaatje doorgelaten stralen 60° bedraagt, is de groote as der resulteerende ellips, hier vertegenwoordigd door haar vlak van polarisatie, verschillend gedraaid naar gelang het azimuth van het polarisatie-vlak van den invallenden straal verschilt; voor het azimuth 0° vonden wij die draaijing het kleinst en voor de azimuthen + 45° en — 45° het grootst. Wanneer dus de analyseerende polariscoop, b.v. in het azimuth — 110° wordt gesteld, zoude hij, bij het draaijen van het mica-praeparaat in zijn eigen vlak, kleine voor- en achterwaartsche draaijingen moeten ondergaan om op het maximum van intensiteit te blijven; dit is een kenschetsend onderscheid tusschen dit wenteltrapje en loodregt op de as gesneden kwarts-plaatjes Mogt het ons nu blijken dat de minima en maxima van draaijing der polarisatie-vlakken van de groote as der ellips voor verschillende phase-waarden van de plaatjes, dat is dus voor verschillende

kleuren met een zelfde plaatje, niet al te ver uit elkander loopen, dan zal die verplaatsing der groote as, of beter gezegd, die schommeling, wanneer de analyseerende polariscoop stil blijft staan, niet zoo zeer eene verandering van kleur als wel eene verandering in de intensiteit van het doorgelaten licht ten gevolge hebben.

Reusch zegt in verband met eene andere opmerking: „evenzoo ondergaat de kleur bij parallel licht kleine veranderingen bij het draaijen van den nicol, echter meer in de intensiteit dan in den kleurtoon." De draaijing van den nicol, zijn analyseerenden polariscoop, heeft hier, mijns inziens, geen zin, omdat door de draaijing daarvan het mica-toestelletje alle kleuren van het spectrum doorloopt. In verband met hetgeen voorafgaat is dit noodzakelijk eene drukfout en meent hij eene draaijing van het mica-praeparaat zelf. Dan bevestigt hetgeen hij zegt volkomen het zoo even gevonden resultaat mijner rekening, dat ik zelf bij waarneming ook alzoo bevond.

Men ziet verder dat de rigting der beweging in de ellips tusschen de azimuthen $+30^\circ$ en $+15^\circ$ van regts-loopend in links-loopend overslaat; de kleine assen der ellipsen zijn voor deze azimuthen reeds zeer klein, namelijk $\sqrt{0{,}017}$; daartusschen ligt dus zeker een azimuth waarin de kleine as nul en dus het resulteerende licht regtlijnig gepolariseerd is. Dat azimuth zal derhalve dien stand van het wentel-trapje ten aanzien van het polarisatie-vlak van den invallenden straal aanwijzen, die het voordeeligst is en waarbij de intensiteit van het doorgelaten licht gelijk aan die van het opvallende is; de draaijing van het vlak van polarisatie mag dan ongeveer 105° zijn en de hoofdsnede van het eerste mica-plaatje zal dan zoo omtrent in het azimuth -20°, dat is 20° links, van het vlak van polarisatie van dien invallenden straal liggen. Inderdaad werd ik ook steeds bij mijne proeven om dien kleurloozen stand, waarvan ik boven sprak, voor den nicol te bereiken, waarbij ik het wenteltrapje links en regts draaide, op eene draaijing van 105° tot 114° gebragt, zonder juist het minimum van 95° ooit te bereiken.

8. Ik wil nu niet verder gaan om het onderwerp op deze uitgebreide wijze te behandelen; ik laat alleen nog de uitkomsten volgen voor de phase-verschillen 65°, $67^\circ 30'$ en $70^\circ 54'$

van ieder zamenstellend plaatje, waarvan het laatste belangrijk is, omdat daarbij de in het azimuth + 45° en — 45° ingevallen gepolariseerde stralen ten slotte twee straleu geven waarvan de een 180° of 0° op den anderen vooruit is.

Ik vond voor 65°:

Azimuth	Draaijing	Vergel. der ellips	Beweging van het aetherdeeltje
+ 45°	132°46′	$\frac{x^2}{0,971} + \frac{y^2}{0,029} = 1$	↻
+ 30°	125°20′	$\frac{x^2}{0,997} + \frac{y^2}{0,003} = 1$	↺
+ 15°	118°33′	$\frac{x^2}{0,872} + \frac{y^2}{0,128} = 1$	↺
0°	118°11′	$\frac{x^2}{0,797} + \frac{y^2}{0,203} = 1$	↺
— 15°	130°47′	$\frac{x^2}{0,750} + \frac{y^2}{0,250} = 1$	↺
— 30°	137°11′	$\frac{x^2}{0,859} + \frac{y^2}{0,141} = 1$	↻
— 45°	132°48′	$\frac{x^2}{0,970} + \frac{y^2}{0,030} = 1$	↻

Voor 67°30′:

Azimuth	Draaijing	Vergel. der ellips	Beweging van het aetherdeeltje
+ 45°	139°48′	$\frac{x^2}{0,992} + \frac{y^2}{0,008} = 1$	↻
+ 30°	132°5′,5	$\frac{x^2}{0,985} + \frac{y^2}{0,015} = 1$	↺
+ 15°	129°11′	$\frac{x^2}{0,899} + \frac{y^2}{0,101} = 1$	↺
+ 0°	132°43′	$\frac{x^2}{0,800} + \frac{y^2}{0,200} = 1$	↺
— 15°	142°43′	$\frac{x^2}{0,808} + \frac{y^2}{0,192} = 1$	↺
— 30°	141°5′	$\frac{x^2}{0,896} + \frac{y^2}{0,104} = 1$	↺
— 45°	139°48′	$\frac{x^2}{0,992} + \frac{y^2}{0,008} = 1$	↺

Voor 70°54′:

Azimuth	Draaijing	Vergel. der ellips	Beweging van het aetherdeeltje
$+45°$	149°56′,5	regtlijnig gepolariseerd.	
$+30°$	146°56′	$\frac{x^2}{0{,}938}+\frac{y^2}{0{,}062}=1$	↻
$+15°$	145°8′	$\frac{x^2}{0{,}896}+\frac{y^2}{0{,}104}=1$	↻
$+\ 0°$	149°54′	$\frac{x^2}{0{,}855}+\frac{y^2}{0{,}145}=1$	↻
$-15°$	155°31′	$\frac{x^2}{0{,}896}+\frac{y^2}{0{,}104}=1$	↻
$-30°$	152°51′,5	$\frac{x^2}{0{,}934}+\frac{y^2}{0{,}066}=1$	↻
$+45°$	149°56′,5	regtlijnig.	

Hiermede heb ik voor het oogenblik uitkomsten en getallen genoeg gegeven; ik heb nog een grooten voorraad uitkomsten, maar het zonderling verloop der uitkomsten voor de draaijing van het vlak van polarisatie der groote as, bij een zelfde phaseverschil doch verschillende azimuthen van polarisatie van den invallenden straal, houdt mij van verdere mededeeling terug. Vooralsnog heb ik geen regel in den gang der bedoelde getallen kunnen ontdekken en ik wil daarom mijne berekeningen eerst nog eens herzien, of er soms fouten in zijn geslopen. Later kom ik dan daarop nog eenmaal terug. Hier zoude het nu de plaats zijn om de zamengestelde kleur voor verschillende standen van het polarisatie-vlak van den analyseerenden polariscoop te gaan behandelen: maar ik heb daarvan nog niets berekend; bij eene volgende gelegenheid kan ik ook daarop terug komen.

9. Ik herhaal ten slotte dat ik in dit onderwerp van lieverlede meer ben begonnen te zien, dan de oplossing van een speciaal geval. Niet dat ik geloof, dat het blijken zal dat een kwarts-kristal, om het een weinig sterk uit te drukken, ten slotte geacht mag worden optisch overeen te komen met zulk een wenteltrap van dunne plaatjes; verre van daar. Maar omdat ik hoop dat mijne uitkomsten eene meer algemeene waarde

zullen hebben dan alleen voor dit zamenstel van mica blaadjes en omdat mijne methode van bewerking, zoo zij iets nieuws mogt bevatten, mogelijk wel in ruimeren zin kan worden toegepast; en eindelijk omdat ik vertrouw dat dit onderzoek voor mij de aanleiding zal worden om ter afwisseling eens de studie en bewerking der chromatische polarisatie ter hand te nemen, waarin nog werks genoeg te vinden is en waarin ik geloof dat na JOHN HERSCHELL niet veel meer gearbeid is.

Bereids ben ik een eind op weg met de berekening der verschijnselen voor het mica-wenteltrapje in convergent licht. Bij den aanvang scheen mij dit probleem hoogst ingewikkeld; en ik wil wel bekennen, dat ik er niet veel lust in gevoelde en nu gaarne tot verpoozing ook nog mij wel met iets anders bezig houd. Gelukkig echter kwam ik op den inval, dat het eigenlijk niet noodig is, om zes blaadjes achtereenvolgens te nemen en tot een geheel te vereenigen; hierin lag juist de reden van de groote complicatie der formulen. Men kan met eene eenvoudiger voorstelling volstaan. Immers, eene der soorten van trappen welke REUSCH opstapelt, bestaat uit eene reeks van opvolgende treden, waarin op een eerste plaatje een tweede onder een zekeren hoek gelegd wordt en dan eene geheele reeks zulke treden op elkander worden gestapeld. Welnu, de golvenvlakte is geheel symmetrisch en laat zich, wanneer wij alleen op de eene helft letten, die door onze brekende vlakte wordt afgesneden, door hare twee voorname vlakken in vier volkomen gelijke deelen verdeelen; daarom zijn onze regtsche wenteltrapjes b. v. eenvoudig seriën van combinaties door drie plaatjes gevormd, namelijk een eerste plaatje, een tweede een hoek van 60° regts met dit eerste makende en een derde dat een hoek van 60° links met het eerste plaatje maakt; het vierde valt weêr op het eerste; het vijfde op het tweede en het zesde of laatste op het derde, (evenzoo gaat het met de linksche). De onderhavige wenteltrapjes bestaan dus uit zulke stapeltjes van drie blaadjes, even als de eerste soort van trappen uit verbindingen van twee plaatjes; bereken ik dan den invloed van het eerste stapeltje van drie op een paar willekeurige stralen volgens de hoofdsnede $x\ z$ en het vlak $y\ z$ daar loodregt op gepolariseerd en herhaal ik die berekening acht maal achter elkander, wanneer ik telkens de

twee stralen, die uit het vorige stapeltje voor den dag komen, voor invallende stralen op het nieuwe stapeltje neem, dan heb ik ten slotte den invloed van den geheelen wenteltrap, en ik hoop nog immer daarvoor bekorte of althans symmetrische formulen te vinden. Deze wijze van beschouwen heeft ook dit vóór, dat de hoeken waaronder de plaatjes worden opgestapeld geene evenredige deelen van den omtrek behoeven te zijn; immers, die hoeken kunnen dan links en regts b.v. even goed 58° als 60° zijn en de formulen die ik dus ga toepassen zijn in dit opzigt algemeen.

Haarlem, 29 Dec. 1871.

ONTLEEDKUNDIG ONDERZOEK

VAN

DE VERKALKING DER NIERPYRAMIDEN.

DOOR

W. KOSTER.

Eenige jaren geleden was ik in de gelegenheid cystoïd ontaarde nieren te onderzoeken. De aanwezigheid van enkele verkalkte plekken in de niertepels, bij dat geval, gaf mij aanleiding, het ontstaan dier verkalking na te gaan, en het vraagstuk van den samenhang tusschen verkalking in de pyramiden en de aanwezigheid van cysten in de corticale stof der nier te behandelen. In die verhandeling, opgenomen in het *Nederl. Archief voor Genees- en Natuurkunde*, door DONDERS en KOSTER, Dl. I, blz. 207, werd de meening verdedigd, dat de kalkzouten ook in het interstitiëele weefsel tusschen de nierbuisjes zijn afgezet. Volgens de heerschende meening bevinden zich de kalkzouten (phosphorzure en koolzure kalk) in de nierbuisjes, waarop de gebruikelijke naam van „Kalkinfarct" verstopping der buisjes door kalk, berust. Meer bepaald had HENLE *) toen hij zijne ontdekking der lisvormige nierbuisjes bekend maakte, deze laatste ook als de primaire zitplaats van het kalkinfarct aangewezen, terwijl eerst bij verdere ziekelijke veranderingen van zulke plaatsen, de kalkzouten zich ook in het weefsel tusschen de buisjes afzetten, en met de kalk in de buisjes tot grootere klompjes samenvloeien zouden.

Het ontbrak mij, bij het boven vermelde onderzoek, aan ge-

*) *Zur Anatomie der Niere.* Göttingen. 1862, blz. 8.

noegzamen voorraad van ziekelijk veranderde nierplekken, om de zaak meer in het bijzonder na te gaan Ik kon niet door dwarse doorsneden van plaatsen, waar de eerste tijdperken der ziekelijke verandering bestonden, met zekerheid aantoonen, dat de gang van zaken bij de verkalking der nierpyramiden omgekeerd is: eerst ziekelijke verandering en verkalking van het interstitiëele weefsel, en, als einde van het proces, geheele verandering van het nierweefsel in kalkklompjes (met organische stof) waarbij ook de nierbuisjes verdwenen zijn. Wel had ik genoeg gezien, om die meening voor zeer waarschijnlijk te houden.

Na dien tijd ben ik in staat geweest herhaaldelijk verkalkte plekken in de nierpyramiden te onderzoeken, vooral ontleend aan lijken van oude personen, waarbij die verkalking, zooals bekend is, bijna uitsluitend gevonden wordt, al of niet in verband met andere ziekelijke veranderingen der nieren. Het is mijn doel niet hier de pathologische beteekenis dier verkalking, haar samenhang met andere nierziekten, of ziektetoestanden van het overige lichaam, uitvoerig te behandelen. Ik wil alleen kort vermelden wat het ontleedkundig onderzoek van beginnende verkalking der nierpyramiden heeft opgeleverd.

Men vindt nu en dan in de nieren van bejaarde personen, aan de toppen der pyramiden, en iets hooger tot 1 à 2 centimeters naar boven zich uitstrekkende, witte plekken, welke den ganschen top der pyramide, of slechts kleine gedeelten daarvan innemen. Naar boven breidt zich de witte plek niet gelijkmatig uit, maar in den vorm van strepen of strengen, waarvan dan somtijds enkele, divergeerend, tot twee centimeters, naar de basis der pyramide, zeer dun uitloopen. In de ergste gevallen is het gansche onderste derde gedeelte der nierpyramide in een witte massa veranderd, waarvan dan rondom nog stralen naar boven zich voortzetten. Reeds bij betasting en het insnijden van zulke plekken bemerkt men dat er verkalking bestaat. Men voelt een gruisachtige, steenachtige massa, en het mes krast, als men groote plekken doorsnijdt. De nierpyramiden hebben geen merkbare verandering in omvang ondergaan.

Dikwijls heeft men die verkalking aangetroffen, tegelijk met cysten aan de oppervlakte, of met andere ziekelijke veranderin-

gen der nieren (chronische ontsteking, fibreuse degeneratie). Niet zelden vindt men ook kleine witte verkalkte plekken en strepen bij de toppen der pyramiden in schijnbaar overigens normale nieren van oude personen. De gevallen welke ik in den laatsten tijd kon onderzoeken, waren allen van de laatste soort. Slechts éénmaal stond er een chronische ontsteking der nieren, bij een oud man, en waarschijnlijk de anders onverklaarbare dood, mede in verband. Over die verdere veranderingen zal ik thans echter niet, maar alleen over het onderzoek der verkalkte plekken, handelen

Wanneer men doorsneden van de ergst veranderde plekken bij den top der pyramide onder het mikroskoop brengt, is van de normale nierstructuur bijna niets meer te herkennen. Slechts de openingen van sommige der grootste nierbuisjes zijn dan nog te zien, terwijl het tusschenliggende weefsel een ondoorschijnende, donkere massa van grootere en kleinere kalkkorrels vormt. Voegt men verdund zwavelzuur bij het praeparaat, dan ontstaat sterke opbruisching, en later vindt men naalden van zwavelzuren kalk in het veld. Het overgebleven weefsel is dan weder half doorschijnend geworden, en vormt een troebele, licht korrelige massa (veranderd bindweefsel) waarin ook nu van de wanden der vroegere nierbuisjes slechts weinig is waar te nemen.

Aan zulke plekken is van de zitplaats der verkalking en hare wijze van ontstaan weinig te zien. Het geheele nierweefsel is tot ééne verkalkte massa geworden. Slechts blijkt het dat sommige der grootste, op den top der pyramide uitmondende nierbuisjes open zijn gebleven. Het epithelium is daarin niet meer aanwezig, evenmin als gewoonlijk in normale nieren, wanneer die vele uren na den dood uit het lijk genomen zijn.

Dit geldt van dwarse doorsneden dicht bij den top der pyramide, waar vooral de verkalking voorkomt. Maakt men overlangsche doorsneden, in de richting der strepen welke zich naar boven voortzetten, dan is op de ergst aangedane plaatsen het beeld ook dat van geheel door verkalking onkenbaar geworden nierweefsel. Op plaatsen echter, waar tusschen niet verkalkte plekken, slechts enkele kalkstrepen voorkomen, neemt men nu een beeld waar, dat bij den eersten indruk tot de meening moet voeren, dat de nierbuisjes zelve door de kalkmassa zijn gevuld.

Dikwijls krijgt men ook lisvormig gebogen verkalkte strepen te zien, welke de meening van HENLE verklaren, dat het zoogenoemde kalkinfarct vooral in de door hem ontdekte lisvormige buisjes zit.

Nauwkeuriger onderzoek van dwarse doorsneden op zulke plaatsen leert echter dat de lumina, ook der nauwe nierbuisjes, nog geheel open zijn, en door ringen van verkalkt interstitiëel weefsel worden omgeven De kalkkorreltjes liggen verspreid tusschen de nierbuisjes, en dicht daartegen aan. Blijkbaar moet op overlangsche doorsneden daardoor de indruk ontstaan alsof het buisje met kalk gevuld is. Het wordt door een manteltje van verkalkt weefsel omgeven. In de plekken, welke nog weinig veranderd zijn — en dat zijn de eenige welke voor het onderzoek dienen kunnen — ziet men tusschen de naast elkander liggende gewone buisjes, zwarte strepen, somtijds lisvormig ombuigende, en het is niet uit te maken of binnen die zwarte strepen nog de wand en het open lumen der nierbuisjes bestaan; dan of die zwarte strepen van vulling der buisjes met kalk afhangen. Erger veranderde plekken geven weder een niet te ontwarren beeld, een geheel met kalkkorrels doorzaaid en daardoor ondoorschijnend veld. Dwarse doorsneden geven echter zekerheid (fig. 1) en ook op overlangsche doorsneden treft men niet zelden plaatsen aan, waar nierbuisjes, schuins doorgesneden, door kalkringen omgeven liggen naast schijnbaar met kalkzouten gevulde buisjes (fig. 2).

Op dwarse doorsneden verkrijgt men den indruk dat de kalkzouten geheel overeenkomstig den loop der bloedvaten worden afgezet. Rondom de groote buizen ligt dikwijls een ringetje geheel beantwoordende aan de afbeelding der bloedvaten in HENLE's verhandeling.

Eigenaardig is het voorkomen der kalkkorreltjes in het begin der verkalking, wanneer zij nog niet het bindweefsel geheel ondoorschijnend gemaakt hebben. Het praeparaat is bij den eersten blik met zwarte zeer kleine korreltjes doorzaaid, en daardoor ondoorschijnend. Let men echter, bij verplaatsing van het focus, nauwkeuriger op, dan ziet men dat de korreltjes, op zich zelf, geelachtige, half doorschijnende bolletjes zijn, wanneer zij scherp worden gezien, terwijl zij iets hooger of

lager geplaatst, en in meerdere lagen uit den aard der zaak, de plek donker, zwart, maken. Een zeer dunne doorsnede kan daardoor den indruk maken van met vetbolletjes doorzaaid weefsel. Daarnaast liggen dan echter weder donker zwarte plekken, welke met aether niet verdwijnen, en met verdund zwavelzuur opbruischen.

Blijkbaar hebben wij met een verbinding van kalkzouten met organische stof te doen. Het is bekend dat de koolzure kalk met organische stof allerlei vormen kan aannemen, maar vooral den sphaerischen. De lichaampjes maken een geheel anderen indruk dan gewone kalkkorrels. Dat in de verkalkte nierplekken koolzure kalk voorkomt is reeds gebleken. Waarschijnlijk komt er echter ook phosphorzure kalk in voor. Dit is in die mikroskopische hoeveelheden, en in een mengsel van allerlei stoffen, moeielijk aan te toonen, maar waarschijnlijk omdat altijd bij verkalking van weefsels in ziekelijken toestand, evenals bij de de verkalking van normaal beenweefsel, phosphorzure en koolzure kalk vereenigd voorkomen. De kalkbolletjes hebben een middellijn van $^1/_{600}$—$^1/_{200}$ millimeter, daar waar zij op zich zelf in het weefsel kunnen onderscheiden worden. In de erger veranderde ziekelijke plekken treft men grootere klompjes van verschillende grootte aan, maar geen eigentlijke kristalvormen.

Bij beschouwing van plekken waar de verkalking pas begint, op dwarse doorsneden, valt het in het oog, dat het interstitiëele weefsel veel omvangrijker is dan in normale nieren, terwijl de nierbuisjes, daardoor verder van elkander verwijderd liggen, en blijkbaar samengedrukt, vernauwd, zijn. Die betrekkelijke vermeerdering van het interstitiëele bindweefsel valt reeds in het oog op plaatsen waar nog geen kalkbolletjes zijn waar te nemen. Het vergroote bindweefsel ziet er troebel uit, en de nierbuisjes missen den ronden vorm met scherpe omtrekken, zooals zij in normale nieren gezien worden. Het epithelium ontbrak in de meeste nierbuisjes op dwarse doorsneden, zooals bijna altijd het geval is, wanneer menschelijke nieren, vele uren na den dood uit het lijk genomen en in spiritus bewaard zijn. Enkele praeparaten verkreeg ik waarin het epithelium nog geheel of gedeeltelijk bestond. In de wijdere

buisjes vormde het dan licht korrelige opeenhoopingen van cellen zonder duidelijke omtrekken, slechts hier en daar kon nog een epithelium-bekleeding der wanden worden waargenomen. Wat hierbij als wezenlijk ziekelijke verandering, wat als gevolg van de veranderingen na den dood beschouwd moet worden is niet met zekerheid te zeggen Dit alleen bleek mij van sommige praeparaten, dat reeds vroeg, terwijl nog nauwelijks kalkafzetting heeft plaats gehad, het epithelium ziekelijke veranderingen heeft ondergaan. Ik verkreeg een paar praeparaten, waarin donkere ringen van een korrelige epitheliumlaag wier afzonderlijke cellen niet meer te herkennen waren, in een gansche groep van nierbuisjes naast elkander voorkwamen. Hier was in het interstitiëele weefsel nog slechts een spoor van verkalking, en die donkere ringen konden den indruk maken van kalkafzetting primair in de buisjes. Er was echter nog een zeer ruim lumen binnen die ringen vrij, en hun voorkomen verschilde zeer van een door kalkafzetting veranderd weefsel. De eigenaardige bolletjes, zooals in het interstitiëele weefsel daarnaast voorkwamen, ontbraken. De ondoorschijnendheid van de ineengeschrompelde epitheliumlaag hing van een geheel andere korrelige metamorphose af. Daarnaast lagen dan weder groepen van nierbuisjes, welke geheel ledig, en door donkere kalkringen omgeven waren.

De betrekkelijke toename van het verkalkte interstitiëele bindweefsel, en de verdringing der nierbuisjes kan uit den aard der zaak moeielijk door groote verschillen in de afmetingen der buisjes en interstitia blijken. Ik heb de afmetingen van een dwarse doorsnede van een normale nierpyramide op dezelfde hoogte ($^1/_2$ centimeter) boven de papilla renis met die eener verkalkte pyramide vergeleken. Op die hoogte is de hoeveelheid interstitiëel weefsel in een normale nier gering. De afstanden tusschen de nierbuisjes bedragen $^1/_{280}$—$^3/_{280}$—$^5/_{280}$ millimeter. De middellijn der grootste nierbuisjes bedraagt $^1/_{28}$—$^1/_{24}$—$^1/_{14}$, die der kleinere en kleinste $^1/_{40}$—$^1/_{60}$ millimeter.

Daarenboven zijn dan de omtrekken der nierbuisjes cirkelrond en scherp begrensd. Aan de verkalkte nierpyramiden bedragen de afstanden tusschen de buisjes $^3/_{280}$—$^5/_{280}$—$^9/_{280}$ millimeter. De groote, verzamelende, buisjes zijn het minst veranderd. De

kleinere hebben een onregelmatigen vorm en de membrana propria is bij velen onduidelijk geworden. Hunne middellijnen bedroegen voor de kleinere en kleinste $^1/_{70}$—$^1/_{80}$—$^1/_{90}$ millimeter.

Op grond van alles wat het onderzoek der verkalkte plekken in de nierpyramiden heeft opgeleverd, lijdt het geen twijfel, of er bestaat een ziekelijke verandering van het interstitiëele bindweefsel als grondslag der verkalking. De ziekelijke voeding in het bindweefsel heeft ook op het epithelium der nierbuisjes invloed; het wordt secundair atrophisch en korrelig veranderd, en uitgestooten. Neemt de ziekelijke verandering, met name de verkalking van het bindweefsel toe, dan worden de nierbuisjes geheel verdrongen. Men kan plekken van meer dan een vierkanten millimeter aantreffen, waar geen nierstructuur meer te herkennen is, maar slechts een verkalkte bindweefselmassa bestaat, welke na het oplossen der kalkzouten als een troebele, fijnkorrelige, niet duidelijk vezelige massa overblijft.
Het ziekteproces komt in de hoofdzaak overeen met de bindweefsel-veranderingen (hypertrophie, later atrophie en dikwijls verkalking) welke ook in andere organen, in den hoogen leeftijd, zoo vaak voorkomen. Het verschilt geheel van een eigentlijk infarct, welken naam men er aan gegeven heeft, op grond van de vermeende overeenkomst met de verstopping der nierbuisjes, weder in de pyramiden, door acidum uricum en uraten, die bij pasgeboren kinderen voorkomt (piszuur-infarct). Ook bij dat piszuur-infarct zou men op overlangsche doorsneden niet met volkomen zekerheid de zitplaats van de ondoorschijnende strepen kunnen herkennen, ofschoon toch het voorkomen van zulk een doorsnede een geheel anderen indruk maakt dan die van een overeenkomstige bij het zoogenoemde kalkinfarct. Het regelmatige divergeerende verloop der dunne streepjes bij het eerste verschilt zeer van de onregelmatiger zich verbreidende donkere strepen in verkalkte nierpyramiden. Dwarse doorsneden geven terstond zekerheid omtrent den zetel van het piszure infarct; ik meen dat een nauwkeuriger onderzoek van dwarse doorsneden der verkalkte nierpyramiden thans ook de zekerheid heeft gegeven, dat daarbij de kalkzouten niet primair in de nierbuisjes zijn afgezet.

Ik meen aan de uitkomst van dit onderzoek eenig gewicht te

mogen hechten, omdat zij van invloed is op onze voorstelling van den aard en de ontwikkeling van het ziekteproces in de nieren, en het veelbesproken verband tusschen verkalking der nierpyramiden en het ontstaan van niercysten kan ophelderen. Het is hier de plaats niet om het laatste punt uitvoeriger te behandelen Ik merk daaromtrent alleen op dat bij mijne opvatting van het ontstaan der niercysten een interstitiëele nephritis der pyramiden voorafgaat, waarmede, zooals overal met chronische bindweefselziekten in den hoogen leeftijd, verkalking nu eens wel, dan eens niet, gepaàrd kan gaan. Neemt men daarentegen een verstopping der nierbuisjes door „kalkinfarct" aan, dan zou het geheel onbegrijpelijk zijn dat het laatste bij het niercystoïd nu eens wel, dan eens niet gevonden wordt. Vandaar de weifeling omtrent de pathogenie van het niercystoïd bij VIRCHOW, FÖRSTER e. a.

De aard en de ontwikkeling der verkalking in de nierpyramiden stelt dit ziekteproces dus op één lijn met de veranderingen van vele organen in den ouderdom door ziekelijke voeding in het interstitiëele bindweefsel, zooals zij bij voorbeeld in de lever tot de zoogenoemde *cirrhosis* voert. Geheel anders zouden de denkbeelden omtrent de verkalking der nierpyramiden moeten zijn, wanneer men een „infarct" aanneemt. Men kan zich daarbij voorstellen een primaire ziekelijke verandering van het nierepithelium, gelijk zij voorkomen, en waarbij dan (uit de urine of uit het bloed?) kalkafzetting in de epitheliumcellen volgt. Zulk een verkalking in parenchymcellen komt echter nergens elders voor. Overal gaat verkalking uit van veranderingen in het bindweefsel. Verder pleit zeer tegen die meening, dat bij de zoo vaak voorkomende ziekelijke veranderingen van het epithelium der nieren, in de zoogenoemde Brightsche ziekte, die kalkafzetting niet wordt waargenomen.

Men kan echter ook denken aan een abnormalen chemischen toestand der urine, evenals bij het „piszuur-infarct" waar een overlading der urine met acidum uricum en uraten bestaat. Aan zulk eene afzetting van kalkzouten uit de urine hebben zeker de meeste pathologen gedacht, en het feit, dat in hoogst zeldzame gevallen kalkafzetting in de nierbuisjes, tegelijk met een sediment van kalkzouten in de gedurende het leven ge-

loosde urine, is aangetroffen, schijnt zulk een voorstelling te steunen. Bij uitgebreide verwoesting vau beenweefsel door kanker, en in de osteomalacie is zulk een kalksediment in de urine waargenomen, en heeft men ook kalkafzetting in de maagwanden en de longen aangetroffen. Zulke toestanden van verstopping der nierbuisjes door kalkzouten verschillen stellig geheel van hetgeen men steeds als „kalkinfarct" heeft beschreven, en waarbij VIRCHOW *) spreekt van verstopping der rechte nierbuisjes, terwijl HENLE een vulling der lisvormige kanaaltjes met kalkzouten aanneemt. Dat geen van beiden met werkelijke afzetting van kalkzouten in de nierbuisjes hebben te doen gehad, is, na hetgeen ik boven heb medegedeeld, waarschijnlijk. Dat HENLE het „ kalkinfarct" in de lisvormige kanaaltjes plaatste is niet in overeenstemming met het feit dat de verkalking het meest vlak aan de toppen der pyramiden voorkomt. Het vindt echter zijne opheldering in het werkelijk zeer dikwijls voorkomen van lisvormig gebogen kalkstrepen op overlangsche doorsneden, en het liggen der kalkringen rondom de wijde nierbuisjes dicht bij de papilla renis, zoo als HENLE den loop der lisvormige kanaaltjes beschreef. Het is echter duidelijk dat de interstitiëele kalkafzetting langs de bloedvaten overeenkomstige beelden moet teweeg brengen.

VERKLARING DER AFBEELDINGEN.

Fig. 1. Dwarse doorsnede eener verkalkte plek in een nierpyramide, ongeveer $^1/_2$ centimeter boven den top. Kalkringen rondom de nierbuisjes.

Fig. 2. Overlangsche doorsnede eener verkalkte plek in een nierpyramide, ongeveer $^1/_2$ centimeter boven den top.

*) Nach meinen Beobachtungen findet in den meisten Fällen von einfachen Nierencysten eine Obstruction der geraden Harnkanälchen durch kohlensaure oder phosphorsaure Kalksalze statt. (*Gesammelte Abhandl.* S. 840 en 81).

Utrecht, 30 Sept. 1871.

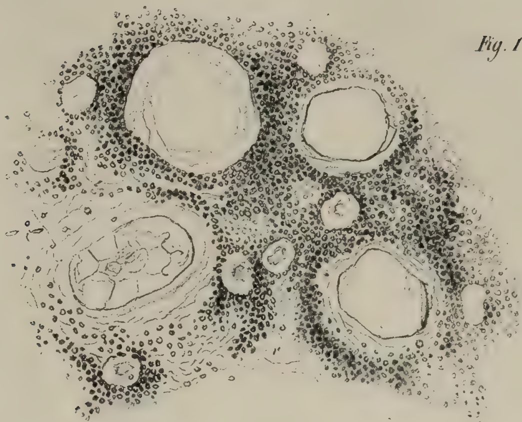


Fig. 1.

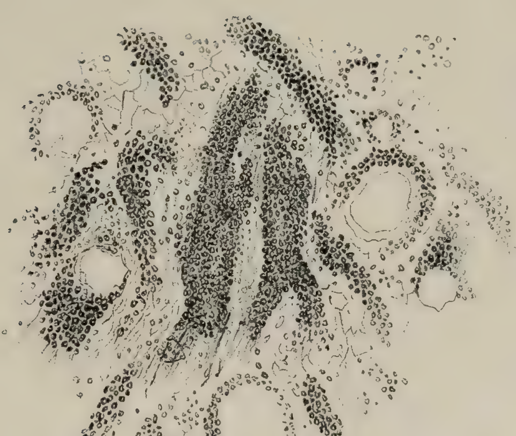


Fig. 2.

EEN WOORD

OVER

EENIGE DIEPE PUTBORINGEN TE UTRECHT.

DOOR

P. HARTING.

Voorgedragen in de gewone vergadering van 27 Jan. 1872.

In den loop der laatste jaren zijn te Utrecht eenige diepe putten geboord: een op het Vreeburg tot eene diepte van ruim 42 meters, een tweede in het Krankzinnigen-gesticht aldaar tot eene diepte van 53 meters, een derde op het Jacobi-kerkhof, tot de diepte van 72,5 meters, eindelijk een vierde, in het middengedeelte der stad, op de Neude, tot de aanmerkelijke diepte van 152 meters. De bij de laatste dezer putboringen verkregen gronden zijn verzameld door den Heer Jhr. Mr. A. D. VAN RIEMSDIJK en door hem beschreven in eene aan de gezondheids-commissie der stad Utrecht ingediende Memorie, getiteld: *Drinkwater en Grondboringen te Utrecht in* 1872. Het strekt mij tot een waar genoegen, namens den schrijver, een exemplaar van dit zeer verdienstelijk geschrift aan de Akademie voor hare bibliotheek aan te bieden. Maar dit doende, mag ik niet nalaten er zelf op te wijzen, dat de kennis die deze putboringen ons van den dieperen Utrechtschen bodem verschaft hebben, er toe leiden om de denkbeelden, welke ik voor twintig jaar in mijne Verhandeling over *den Bodem onder Amsterdam* (Verh. der eerste klasse van het Kon. Ned. Instituut, 3de Reeks, Dl. V) aangaande de zamenstelling van dit gedeelte van onzen vaderlandschen bodem ontwikkeld heb, aanmerkelijk te wijzigen.

Het zij mij veroorloofd dit hier zeer in het kort aan te wijzen. Uit het onderzoek der gronden opgebragt bij de verschillende diepe putboringen te Amsterdam was gebleken, dat deze

tot op eene diepte, welke op de onderscheidene punten verschilde van 38 tot 61 meters, uit afwisselende klei- en zandlagen is zamengesteld, die, blijkens de daarin gevonden organische overblijfselen, in zeewater zijn afgezet. Beneden die diepte komt men in eene fossilenvrije zandlaag, welke op de grootste diepte, door eene der boringen bereikt, namelijk van 174 meters, nog niet doorboord was.

Te Zeist nu werd bij eene boring tot op eene diepte van 161 meters alleen zand gevonden, dat mede geene fossilen bevatte, dan welligt een fragment eener *Corbula*, omtrent hetwelk ik mij echter geene zekerheid heb kunnen verschaffen.

Als middellid tusschen die beide magtige fossilenvrije zandvormingen, waarvan de eene zich tot boven de zee verheft, terwijl de andere daar diep onder nederdaalt, vertoonde zich nu de zandlaag, waarin de Utrechtsche welputten geboord zijn, en die op weinige meters diepte onder den beganen grond gelegen is. Ook in die zandlaag komen geene fossilen voor. En zoo bestond er inderdaad grond om aan te nemen, dat die verschillende zandbeddingen, welke ook door hare mineralogische bestanddeelen, geen belangrijke verschillen aanboden, deelen van eene en dezelfde groote zandvorming waren, namelijk van het diluviale zand onzer heidevelden, dat aldaar onbedekt is, maar waarop zich in de westelijk en noordelijk van onze stad gelegen streken, de alluviale lagen hebben afgezet, die derhalve doorboord moeten worden om dien dieperen, diluvialen zandbodem te bereiken.

In de genoemde Verhandeling gaf ik de figuur eener denkbeeldige doorsnede van den bodem tusschen Zeist, Utrecht en Amsterdam, welke de wijze voorstelde, waarop, naar mijne toenmalige meening, de uit zeewater bezonken alluviale lagen onder Amsterdam zich tegen het daarheen afdalend diluviale zand aansluiten.

Tegen de juistheid dier voorstelling rees echter reeds groot bedenken door den uitslag eener putboring te Vinkeveen, in 1868 uitgevoerd, op voorstel der Commissie, benoemd bij Zijner Majesteits besluit van 16 Julij 1866, tot onderzoek van het drinkwater in ons vaderland, van welke Commissie ik de eer had lid te zijn. Deze putboring werd voortgezet tot eene diepte van 64 meters. Ware mijne voorstelling geheel juist

geweest, dan had men op die plaats op geringe diepte onder den grond eenige lagen van zee-alluvium en vervolgens op eene diepte van omstreeks 20—30 meters het diluviale zand aangetroffen. In de plaats daarvan bleek het, dat zich tot op eene diepte van 60 meters eene bedding van rivierzand uitstrekt, een ontwijfelbaar zoetwater-alluvium. Eerst op die diepte verandert de aard der bedding genoegzaam om het voor mogelijk aan te nemen, dat toen het diluvium bereikt was. (Zie het *Rapport der Commissie*, bl. 344).

Nog duidelijker nu is de onjuistheid dier vroegere voorstelling gebleken uit de gronden, opgebragt bij de boven vermelde diepe boringen in den bodem onder Utrecht. Ik heb gelegenheid gehad die der putboringen in het Krankzinnigen-gesticht en op het Jacobi-kerkhof alle, en ook een goed deel van die verkregen bij de putboring op de Neude te onderzoeken, maar zal thans geen uitvoerig verslag van dit onderzoek geven; te minder omdat de Heer VAN RIEMSDIJK dit door zijn geschrift tamelijk overbodig heeft gemaakt. Het zij derhalve voldoende hier de algemeene uitkomst van dit onderzoek mede te deelen. De bodem onder Utrecht bestaat tot op eene zeer aanmerkelijke diepte, welke bij de eerstgenoemde putboringen zelfs niet bereikt is, uit afwisselende lagen klei, kleimergel en zand, die vermoedelijk enkel zoetwater-alluvia zijn. Er is althans geen spoor van zee-organismen in gevonden, en daarentegen duidt zoowel de aard der minerale bestanddeelen, als de hier en daar voorkomende gehumifiëerde plantenoverblijfsels eenen duidelijken zoetwater-oorsprong aan. Bij de putboring op de Neude heeft men echter op de diepte van 96 meters eene zandbedding bereikt, die zich van de hooger gelegene merkelijk onderscheidt en waarvan men met eenigen grond vermoeden mag, dat zij eene voortzetting is derzelfde magtige zandbedding die te Amsterdam op omstreeks 38—61 meters diepte een aanvang neemt, welligt ook van die welke te Gorinchem tot eene diepte van 117 meters onder A. P. afdaalt (zie mijne Verhandeling: *De bodem onder Gorinchem*, I[e] Deel der Verh. uitgeg. door de Commissie voor de Geologische Beschrijving en Kaart van Nederland), en aldaar op eene zee-formatie rust, welke tot het jongste tertiaire tijdvak behoort.

Ook te Utrecht begint op 142 meters diepte eene ontwijfelbare zee-formatie, herkenbaar aan de overblijfselen van schelpdieren, waaronder soorten zijn die nog tot onze gewone strandschelpen behooren. Toch houd ik het voor geenszins onwaarschijnlijk, dat die zeevorming tot hetzelfde tijdperk behoort als die welke te Gorinchem wordt aangetroffen. Is dit zoo, en is tevens de daarboven gelegen magtige fossilen-vrije zandlaag in zamenhang met het diluviale zand onzer heiden en met de groote zandbedding onder Amsterdam, dan zoude bij diepere boring door deze beide laatsten eindelijk ook op eene dergelijke tertiaire zeewater-vorming moeten gestooten worden. Misschien is de bovengenoemde *Corbula*, die in de diepte van den Zeister put zoude gevonden zijn, een bewijs daarvoor.

Doch ik onthoud mij van verdere gissingen, die, gelijk nu weder gebleken is, op dit gebied zoo ligt gelogenstraft worden, wanneer nieuwe feiten aan het licht treden, welke met vroeger gekoesterde voorstellingen in strijd zijn.

IETS OVER QUADRATUUR BIJ BENADERING.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

Aangeboden in de Gewone Vergadering van 27 Jan. 1872.

1. Zoo als men genoeg weet, zijn er reeds onderscheidene formulen bekend, die tot doel hebben het bepalen bij benadering van den inhoud eener vlakke kromme lijn. Die formulen kunnen alle uit het theorema van TAYLOR worden afgeleid, en zijn ook daarom van gewicht, omdat zij dikwerf van groot nut zijn bij het sommeeren van reeksen, en bij het berekenen der waarde van bepaalde integralen. Het is daarbij altijd van het grootste belang om de fout te leeren bepalen, die men telkens begaat, althans daarvan de grootste waarde aan te geven

Om tot dit doel te geraken, zal in dit opstel het verschil $f(x+h)-f(x)$ eerst worden bepaald, hetzij door de verschillen, hetzij door de sommen van de gelijknamige afgeleiden van $f(x+h)$ en $f(x)$.

2. Het theorema van TAYLOR levert ons

$$f(x+h)-f(x)=hf^{\text{I}}(x)+\frac{1}{2}h^2f^{\text{II}}(x)+\frac{1}{6}h^3f^{\text{III}}(x)+\frac{1}{24}h^4f^{\text{IV}}(x)+$$

$$+\frac{1}{120}h^5f^{\text{V}}(x)+\frac{1}{720}h^6f^{\text{VI}}(x)+\frac{1}{5040}h^7f^{\text{VII}}(x)+$$

$$+\frac{1}{40320}h^8f^{\text{VIII}}(x)+\frac{1}{362880}h^9f^{\text{IX}}(x)+\frac{1}{3628800}h^{10}f^{\text{X}}(x)+\ldots.$$

$$+\frac{1}{1^{2k/1}}h^{2k}f^{2k}(x)+\frac{1}{1^{2k+1/1}}h^{2k+1}f^{2k+1}(x)+\ldots.+\text{R}\ldots(\text{A}).$$

Schrijven wij nu hierin $f^{\text{I}}(z)$ voor $f(z)$ en stellen wij de gelijknamige afgeleiden in de tweede leden onder elkander, dan is

$$f^{\text{I}}(x+h) - f^{\text{I}}(x) = \quad h f^{\text{II}}(x) + \frac{1}{2} h^2 f^{\text{III}}(x) + \frac{1}{6} h^3 f^{\text{IV}}(x) +$$

$$+ \frac{1}{24} h^4 f^{\text{V}}(x) + \frac{1}{120} h^5 f^{\text{VI}}(x) + \frac{1}{720} h^6 f^{\text{VII}}(x) +$$

$$+ \frac{1}{5040} h^7 f^{\text{VIII}}(x) + \frac{1}{40320} h^8 f^{\text{IX}}(x) + \frac{1}{362880} h^9 f^{\text{X}}(x) + \ldots$$

$$+ \frac{1}{1^{2k-1|1}} h^{2k-1|1} f^{2k}(x) + \frac{1}{1^{2k|1}} h^{2k} f^{2k+1}(x) + \ldots \quad (\text{A}_1).$$

Men kan nu in de tweede leden de $f^{\text{II}}(x)$ elimineeren, door (A_1) met $\frac{1}{2} h$ te vermenigvuldigen en dit produkt van (A) af te trekken; alzoo komt er

$$\{f(x+h)-f(x)\} - \frac{1}{2} h \{f^{\text{I}}(x+h) - f^{\text{I}}(x)\} = h f^{\text{I}}(x) - \quad \frac{1}{12} h^3 f^{\text{III}}(x) -$$

$$- \frac{1}{24} h^4 f^{\text{IV}}(x) - \frac{1}{80} h^5 f^{\text{V}}(x) - \frac{1}{720} h^6 f^{\text{VI}}(x) - \frac{1}{2016} h^7 f^{\text{VII}}(x) -$$

$$- \frac{1}{13440} h^8 f^{\text{VIII}}(x) - \frac{1}{103680} h^9 f^{\text{IX}}(x) - \frac{1}{907200} h^{10} f^{\text{X}}(x) - \ldots$$

$$- \frac{k-1}{1^{2k|1}} h^{2k} f^{2k}(x) - \frac{k-\frac{1}{2}}{1^{2k+1|1}} h^{2k+1} f^{2k+1}(x) - \ldots \quad (1).$$

Evenzoo kan men in de reeks van TAYLOR (A) voor $f(z)$ nemen $f^{\text{II}}(z)$ en dan wederom in het tweede lid de gelijknamige afgeleiden onder die der vorige uitkomst schrijven, aldus

$$f^{\text{II}}(x+h) - f^{\text{II}}(x) = \quad h f^{\text{III}}(x) +$$

$$+ \frac{1}{2} h^2 f^{\text{IV}}(x) + \frac{1}{6} h^3 f^{\text{V}}(x) + \frac{1}{24} h^4 f^{\text{VI}}(x) + \frac{1}{120} h^5 f^{\text{VII}}(x) +$$

$$+ \frac{1}{720} h^6 f^{\text{VIII}}(x) + \frac{1}{5040} h^7 f^{\text{IX}}(x) + \frac{1}{40320} h^8 f^{\text{X}}(x) + \ldots$$

$$+ \frac{1}{1^{2k-2|1}} h^{2k-2} f^{2k}(x) + \frac{1}{1^{2k-1|1}} h^{2k-1} f^{2k+1}(x) + \ldots \quad (\text{A}_2).$$

Ten einde nu door deze (A_2) de $f^{III}(x)$ uit (1) te elimineeren, moet men (A_2) met $\frac{1}{12}h^2$ vermenigvuldigen, en het produkt bij (1) bijtellen: maar daarbij ziet men dadelijk, dat ook $f^{IV}(x)$ geëlimineerd wordt. Dit geeft tot uitkomst

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{I}(x+h)-f^{I}(x)\}+\frac{1}{12}h^2\{f^{II}(x+h)-f^{II}(x)\}=$$

$$=hf^{I}(x) \qquad + \frac{1}{720}h^5 f^{V}(x) + \frac{1}{1440}h^6 f^{VI}(x) +$$

$$+\frac{1}{5040}h^7 f^{VII}(x)+\frac{1}{24192}h^8 f^{VIII}(x)+\frac{1}{145152}h^9 f^{IX}(x)+$$

$$+\frac{1}{1036800}h^{10}f^{X}(x)+\ldots.$$

$$+\frac{(k-1\frac{1}{2})(k-2)}{1^{2k/1}.3}h^{2k}f^{2k}(x)+\frac{(k-1)(k-1\frac{1}{2})}{1^{2k+1/1}.3}h^{2k+1}f^{2k+1}(x)+\ldots(2).$$

Om nu op dezelfde wijze voort te gaan, kan men weder de reeks van TAYLOR (A) bezigen, maar nu moet men de $f(z)$ door $f^{IV}(z)$ vervangen. Blijft men daarbij altijd de gelijknamige afgeleiden onder elkander schrijven, zoo geeft dit

$$f^{IV}(x+h)-f^{IV}(x)= \qquad hf^{V}(x)+\frac{1}{2}h^2f^{VI}(x)+$$

$$+\frac{1}{6}h^3 f^{VII}(x)+\frac{1}{24}h^4 f^{VIII}(x)+\frac{1}{120}h^5 f^{IX}(x)+$$

$$+\frac{1}{720}h^6 f^{X}(x)+\ldots$$

$$+\frac{1}{1^{2k-4/1}}h^{2k-4}f^{2k}(x)+\frac{1}{1^{2k-3/1}}h^{2k-3}f^{2k+1}(x)+\ldots(A_3).$$

En werkelijk kan men nu de $f^{V}(x)$ elimineeren door deze uitkomst met $\frac{1}{720}h^4$ te vermenigvuldigen en het produkt van (2) af te trekken. Dan ook hier doet zich de bijzonderheid voor, dat alsdan tegelijker tijd de $f^{VI}(x)$ verdwijnt; men houdt dan over

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{I}(x+h)-f^{I}(x)\}+\frac{1}{12}h^2\{f^{II}(x+h)-f^{II}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{720}h^4\{f^{IV}(x+h)-f^{IV}(x)\}=hf^{I}(x)-\frac{1}{30240}h^7f^{VII}(x)-$$

$$-\frac{1}{60480}h^8f^{VIII}(x)-\frac{17}{3628800}h^9f^{IX}(x)-\frac{1}{1036800}h^{10}f^{X}(x)-\ldots$$

$$-\frac{(k-1\frac{1}{2})(k-2\frac{1}{2})(k-3)(k+4)}{1^{2k/1}.3\ 5.\ 3}h^{2k}f^{2k}(x)-$$

$$-\frac{(k-1)(k-2)(k-2\frac{1}{2})(k+4\frac{1}{2})}{1^{2k+1/1}.\ 3.\ 5.\ 3}h^{2k+1}f^{2k+1}(x)-\ldots.(3).$$

Vervang weder in (A) $f(z)$ door $f^{VI}(z)$, zoo is

$$f^{VI}(k+h)-f^{VI}(x)=\qquad hf^{VII}(x)$$

$$+\frac{1}{2}h^2f^{VIII}(x)+\frac{1}{6}h^3f^{IX}(x)+\frac{1}{24}h^4f^{X}(x)+\ldots$$

$$+\frac{1}{1^{2k-6/1}}h^{2k-6}f^{2k}(x)\qquad+$$

$$+\frac{1}{1^{2k-5/1}}h^{2k-5}f^{2k+1}(x)+\ldots\ldots\ldots\ldots(A_4).$$

Wanneer men deze met $\frac{1}{30240}h^6$ vermenigvuldigt, ten einde na de optelling van het produkt bij (3) de $f^{VII}(x)$ te elimineeren, ziet men dat ook hier tevens de $f^{VIII}(x)$ wegvalt.

Er komt dan

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{I}(x+h)-f^{I}(x)\}+\frac{1}{12}h^2\{f^{II}(x+h)-f^{II}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{720}h^4\{f^{IV}(x+h)-f^{IV}(x)\}+\frac{1}{30240}h^6\{f^{VI}(x+h)-f^{VI}(x)\}=$$

$$=hf^{I}(x)+\frac{1}{1209600}h^9f^{IX}(x)+\frac{1}{2419200}h^{10}f^{X}(x)+\ldots.$$

$$+\frac{(k-1\frac{1}{2})(k-2\frac{1}{2})(k-3\frac{1}{2})(k-4)(k^2+4k+9)}{1^{2k/1}.\ 3.\ 5.\ 7.\ 3.\ 4\frac{1}{2}}h^{2k}f^{2k}(x)+$$

$$+\frac{(k-1)(k-2)(k-3)(k-3\frac{1}{2})(k^2+5k+11\frac{1}{4})}{1^{2k+1/1}.\ 3.\ 5.\ 7.\ 3.\ 4\frac{1}{2}}h^{2k+1}f^{2k+1}(x)+\ldots(4).$$

Ten slotte stelle men in (A) $f^{\mathrm{VIII}}(z)$ voor $f(z)$ in de plaats, dat is

$$f^{\mathrm{VIII}}(x+h)-f^{\mathrm{VIII}}(x)= \qquad hf^{\mathrm{IX}}(x) \qquad +\frac{1}{2}h^2f^{\mathrm{X}}(x)+\ldots$$

$$+\frac{1}{1^{2k-8/1}}h^{2k-8}f^{2k}(x)+$$

$$+\frac{1}{1^{2k-7/1}}h^{2k-7}f^{2k+1}(x)+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (A_5).$$

Deze kan wederom dienen om uit de vergelijking (4) de $f^{\mathrm{IX}}(x)$ te elimineeren; dit geschiedt, als men (A_5) vermenigvuldigt met $\frac{1}{1209600}h^8$ en het komende produkt van (4) aftrekt. Bij deze bewerking wordt wederom de $f^{\mathrm{X}}(x)$ tegelijk geëlimineerd en men verkrijgt

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)-f^{\mathrm{I}}(x)\}+\frac{1}{12}h^2\{f^{\mathrm{II}}(x+h)-f^{\mathrm{II}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{720}h^4\{f^{\mathrm{IV}}(x+h)-f^{\mathrm{IV}}(x)\}+\frac{1}{30240}h^6\{f^{\mathrm{VI}}(x+h)-f^{\mathrm{VI}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{1209600}h^8\{f^{\mathrm{VIII}}(x+h)-f^{\mathrm{VIII}}(x)\}=hf^{\mathrm{I}}(x)+f^{\mathrm{XI}}(x)\ldots+\ldots$$

$$+\frac{(k-1\tfrac{1}{2})(k-2\tfrac{1}{2})(k-3\tfrac{1}{2})(k-4\tfrac{1}{2})(k-5)(k+2)(k^2+k+8)}{1^{2k/1}\ 3.\ 5.\ 7.\ 9.\ \ 5}h^{2k}f^{2k}(x)+$$

$$+\frac{(k-1)(k-2)(k-3)(k-4)(k-4\tfrac{1}{2})(k+2\tfrac{1}{2})(k^2+2k+8\tfrac{3}{4})}{1^{2k+1/1}\ 3.\ 5.\ 7.\ 9.\ \ 5}h^{2k+1}f^{2k+1}(x)+\ldots(5).$$

3. Uit deze laatste uitkomst kan men nu $f(x+h)-f(x)$ oplossen, en daarbij de termen, die h tot coefficiënt hebben, bijeenvoegen; op die wijze komt er

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)+f^{\mathrm{I}}(x)\}=-\frac{1}{12}h^2\{f^{\mathrm{II}}(x+h)-f^{\mathrm{II}}(x)\}+$$

$$+\frac{1}{720}h^4\{f^{\mathrm{IV}}(x+h)-f^{\mathrm{IV}}(x)\}-\frac{1}{30240}h^6\{f^{\mathrm{VI}}(x+h)-f^{\mathrm{VI}}(x)\}+$$

$$+\frac{1}{1209600}h^8\{f^{\mathrm{VIII}}(x+h)-f^{\mathrm{VIII}}(x)\}-\ldots\ldots\ldots (6).$$

Nu bestaat de eerste term van het tweede lid dezer vergelijking uit de som van de eerste afgeleiden van $f(x+h)$ en $f(x)$. Naar dezelfde methode als in N°. 2, kan men ook hier de verschillen van gelijknamige afgeleiden herleiden tot de som van andere gelijknamige afgeleiden. Daartoe stelle men vooreerst in de vorige formule $f^{\mathrm{II}}(z)$ voor $f(z)$ in de plaats, en vermenigvuldige de uitkomst met $\frac{1}{12}h^2$: dit produkt trekke men van de vergelijking (6) af. Alzoo verkrijgt men

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)+f^{\mathrm{I}}(x)\}+\frac{1}{24}h^3\{f^{\mathrm{III}}(x+h)+f^{\mathrm{III}}(x)\}=$$

$$=\frac{1}{120}h^4\{f^{\mathrm{IV}}(x+h)-f^{\mathrm{IV}}(x)\}-\frac{1}{6720}h^6\{f^{\mathrm{VI}}(x+h)-f^{\mathrm{VI}}(x)\}+$$

$$+\frac{13}{3628800}h^8\{f^{\mathrm{VIII}}(x+h)-f^{\mathrm{VIII}}(x)\}-\ldots\ldots \quad (7).$$

Vervolgens verandere men in (6) $f(z)$ in $f^{\mathrm{IV}}(z)$, vermenigvuldige dan met $\frac{1}{120}h^4$ en telle het produkt bij de (7) op; dit zal geven

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)+f^{\mathrm{I}}(x)\}+\frac{1}{24}h^3\{f^{\mathrm{III}}(x+h)+f^{\mathrm{III}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{240}h^5\{f^{\mathrm{V}}(x+h)+f^{\mathrm{V}}(x)\}=-\frac{17}{20160}h^6\{f^{\mathrm{VI}}(x+h)-f^{\mathrm{VI}}(x)\}+$$

$$+\frac{11}{725760}h^8\{f^{\mathrm{VIII}}(x+h)-f^{\mathrm{VIII}}(x)\}-\ldots\ldots\ldots \quad (8).$$

Op dezelfde manier schrijve men eerst $f^{\mathrm{VI}}(z)$ voor $f(z)$ in de vergelijking (6), vermenigvuldige dan de uitkomst met $\frac{17}{20160}h^6$ en trekke dit produkt van de vergelijking (8) af; dan houdt men over

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)+f^{\mathrm{I}}(x)\}+\frac{1}{24}h^3\{f^{\mathrm{III}}(x+h)+f^{\mathrm{III}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{240}h^5\{f^{\mathrm{V}}(x+h)+f^{\mathrm{V}}(x)\}+\frac{17}{40320}h^7\{f^{\mathrm{VII}}(x+h)+f^{\mathrm{VII}}(x)\}=$$

$$=+\frac{31}{362880}h^8\{f^{\mathrm{VIII}}(x+h)-f^{\mathrm{VIII}}(x)\}-\dots\dots (9).$$

Eindelijk vervange men in de vergelijking (6) $f(z)$ door $f^{\mathrm{VIII}}(z)$, vermenigvuldig dan met $\frac{31}{362880}h^8$ en telle de uitkomst bij (9) op; deze som zal geven

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)+f^{\mathrm{I}}(x)\}+\frac{1}{24}h^3\{f^{\mathrm{III}}(x+h)+f^{\mathrm{III}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{240}h^5\{f^{\mathrm{V}}(x+h)+f^{\mathrm{V}}(x)\}+\frac{17}{40320}h^7\{f^{\mathrm{VII}}(x+h)+f^{\mathrm{VII}}(x)\}-$$

$$-\frac{31}{725760}h^9\{f^{\mathrm{IX}}(x+h)+f^{\mathrm{IX}}(x\}=-\dots\dots (10).$$

Wanneer men deze uitkomsten vergelijkt met die van N°. 2, ziet men, dat zij in de volgende opzichten verschillen.

Houdt men den term $\frac{1}{2}h\,\{f^{\mathrm{I}}(x+h)-f^{\mathrm{I}}(x)\}$ buiten beschouwing, dan hebben in N°. 2 alle volgende termen eene *evene macht* van h en een *verschil van gelijknamige afgeleiden van evene orde* tot factoren: terwijl daarentegen in de laatste vergelijking (10) alle termen eene *onevene macht* van h en eene *som van gelijknamige afgeleiden van oneven orde* tot factoren hebben.

4. Bij de toepassing gebruikt men van de vergelijkingen (1) tot (5) behalve de eerste leden slechts den eersten term in het tweede lid, namelijk $hf^{\mathrm{I}}(x)$. Doch alzoo begaat men eene fout door het overige te verwaarloozen; die fout moet echter nagegaan worden.

Om deze verbetering te bepalen, schrijve men het theorema van TAYLOR onder den vorm

$$f(x+h)-f(x)=hf^{\mathrm{I}}(x)+\frac{1}{2}h^2f^{\mathrm{II}}(x)+\frac{1}{2.3}h^3f^{\mathrm{III}}(x)+\dots+$$

$$+\frac{1}{1^{k/1}}h^kf^k(x)+\frac{1}{1^{k/1}}\int_0^h f^{k+1}(x+u)\,(h-u)^k du\,;\dots\dots (B)$$

en met dezen vorm kan men nu de herleidingen van N°. 2 herhalen.

Hierbij wordt de verbetering voorgesteld in den vorm eener bepaalde integraal

$$\int_0^h f^{k+1}(x+u)\,\varphi\,(h-u)\,du \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (a).$$

Indien de $\varphi\,(h-u)$ voor alle waarden van u tusschen de grenzen der integratie, $0 < u < h$, steeds hetzelfde teeken behoudt, kan men, zooals bekend is, eene middelwaarde van die $\varphi(h-u)$ als factor voor het integraalteeken brengen, dat is voor de verbetering (a) schrijven

$$\mathrm{M}[\varphi(h-u)]\int_0^h f^{k+1}(x+u)du = \mathrm{M}[\varphi(h-u)]\,\{f^k(x+h)-f^k(x)\}\;.\;(b).$$

Deze middelwaarde kan men vinden door eerst uit de afgeleide vergelijking

$$\varphi'\,(h-u) = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (c)$$

de waarden van u te zoeken, die de functie $\varphi\,(h-u)$ tot een maximum maken; dan dat maximum te berekenen; en deze uitkomst met θ te vermenigvuldigen $(0 < \theta < 1)$.

Indien men daarentegen aanneemt, dat $f^{k+1}\,(x+u)$ tusschen de grenzen 0 en h van u steeds hetzelfde teeken behoudt, kan men evenzoo (a) vervangen door

$$f^{k+1}(u+\theta\,h)\int_0^h \varphi\,(h-u)\,du\;;\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (d)$$

en heeft men in dat geval de laatste integraal te zoeken.

Langs dien weg verkrijgt men in de plaats der vergelijking (1)

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}\,h\,\{f^{\mathrm{I}}\,(x+h)-f^{\mathrm{I}}\,(x)\}-h\,f^{\mathrm{I}}\,(x) =$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^h \{(h-u)-h\}\,(h-u)\,f^{\mathrm{III}}\,(x+u)\,du\;.\;.\;.\;.\;.\;(1^a)$$

dat is, — omdat hier

$$\varphi(h-u) = \{(h-u)-h\}(h-u) = -u(h-u)$$

altijd negatief is, en men voor het maximum als voorwaarde heeft

$$\varphi'(h-u) = 2\,(h-u) - h = 0 = h-2u, \text{ of } u = \tfrac{1}{2}h,$$

dus voor het maximum zelf

$$-\tfrac{1}{2}h \cdot \tfrac{1}{2}h = -\tfrac{1}{4}h^2; -$$

naar (b), als $0 < \theta < 1$ is,

$$= -\tfrac{1}{8}h^2\theta\left\{f^{\mathrm{II}}(x+h) - f^{\mathrm{II}}(x)\right\}; \quad \ldots \quad (1b)$$

of evenzoo naar (d)

$$= \frac{1}{2} f^{\mathrm{III}}(x+\theta h)\int_0^h \left\{(h-u)^2 - h\,(h-u)\right\} du =$$

$$= \frac{1}{2} f^{\mathrm{III}}(x+\theta h)\cdot\left\{-\frac{1}{3}(h-u)^3 + \frac{1}{2}h(h-u)^2\right\}_0^h =$$

$$= -\frac{1}{12}h^3 f^{\mathrm{III}}(x+\theta h) \ldots \ldots \ldots \ldots (1^c).$$

Evenzoo leidt men voor (2) hier af

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)-f^{\mathrm{I}}(x)\}+\frac{1}{12}h^2\{f^{\mathrm{II}}(x+h)-f^{\mathrm{II}}(x)\}-hf^{\mathrm{I}}(x)=$$

$$=\frac{1}{24}\int_0^h \left\{(h-u)^2-4\cdot\frac{1}{2}(h-u)h+h^2\right\}(h-u)^2 f^{\mathrm{V}}(x+u)du\,.\ (2^a).$$

Hier is

$$\varphi(h-u) = (h-u-h)^2\,(h-u)^2 = \{u(h-u)\}^2,$$

altijd positief; men heeft dus ook hier voor $u = \frac{1}{2}h$ het maximum

$$\left(-\frac{1}{4}h^2\right)^2 = \frac{1}{16}h^4.$$

Dus wordt het laatste lid naar (b)

$$=\frac{1}{24}\cdot\frac{1}{16}\,\theta\,h^4\int_0^h f^{\mathrm{V}}(x+u)\,du = \frac{1}{384}h^4\,\theta\,\{f^{\mathrm{IV}}(x+h)-f^{\mathrm{IV}}(x)\};(2b)$$

en nog naar (d)

$$=\frac{1}{24}f^{\text{V}}(x+\theta h)\int_0^h \{(h-u)^4-2(h-u)^3 h+(h-u)^2 h^2\} du =$$

$$=\frac{1}{24}f^{\text{V}}(x+\theta h)\cdot\left\{-\frac{1}{5}(h-u)^5+2\cdot\frac{1}{4}(h-u)^4 h-\frac{1}{3}(h-u)^3 h^2\right\}_0^h=$$

$$=\frac{1}{24}f^{\text{V}}(x+\theta h)\frac{1}{30}h^5=\frac{1}{720}h^5 f^{\text{V}}(x+\theta h)\quad . \; . \; . \; . \; (2^c).$$

In plaats van de volgende vergelijking (3) vindt men

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\text{I}}(x+h)-f^{\text{I}}(x)\}+\frac{1}{12}h^2\{f^{\text{II}}(x+h)-f^{\text{II}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{720}h^4\{f^{\text{IV}}(x+h)-f^{\text{IV}}(x)\}-h f^{\text{I}}(x)=$$

$$=\frac{1}{720}\int_0^h\{(h-u)^4-6\cdot\frac{1}{2}(h-u)^3 h+6\cdot 5\cdot\frac{1}{12}(h-u)^2 h^2-\frac{1}{2}h^4\}$$

$$(h-u)^2 f^{\text{VII}}(x+u)\,du \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3^a).$$

De functie $\varphi(h-u)$ wordt hier

$$\varphi(h-u)=-\frac{1}{2}\{u(h-u)\}^2\{2(h-u)v+h^2\},$$

dus altijd negatief. Voor het maximum wordt

$$\varphi'(h-u)=(h-u)\,u\,(h-2u)\,\{3(h-u)u+h^2\};$$

de eenige factor, die nul kan worden tusschen de grenzen 0 en h van u is $h-2u=0$, dus weder $u=\frac{1}{2}h$; en daarvoor wordt het maximum

$$-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}h^2\cdot\frac{1}{4}h^2(h\cdot\frac{1}{2}h+h^2)=-\frac{3}{64}h^6;$$

dus wordt het tweede lid naar (b)

$$=-\frac{1}{720}\frac{3}{64}h^6\theta\int_0^h f^{\text{VII}}(x+u\,du=-\frac{1}{15360}h^6\theta\{f^{\text{VI}}(x+h)-f^{\text{VI}}(x)\};.(3^b)$$

of ook naar (d)

$$=\frac{1}{720}f^{\mathrm{VII}}(x+\theta h)\int_0^h\left\{(h-u)^6-3(h-u)^5h+\frac{5}{2}(h-u)^4h^2-\frac{1}{2}(h-u)^2h^4\right\}du=$$

$$=\frac{1}{720}f^{\mathrm{VII}}(x+\theta h)\cdot\left\{-\frac{1}{7}(h-u)^7+\frac{1}{2}(h-u)^6h-\frac{1}{2}(h-u)^5h^2+\frac{1}{6}(h-u)^3h^4\right\}_0^h=$$

$$=\frac{1}{720}f^{\mathrm{VII}}(x+\theta h)\left(-\frac{1}{42}h^7\right)=$$

$$=-\frac{1}{30240}h^7f^{\mathrm{VII}}(x+\theta h)\quad\ldots\ldots\quad(3^c).$$

Ook de vergelijking (4) kan men door de volgende vervangen

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)-f^{\mathrm{I}}(x)\}+\frac{1}{12}h^2\{f^{\mathrm{II}}(x+h)-f^{\mathrm{II}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{720}h^4\{f^{\mathrm{IV}}(x+h)-f^{\mathrm{IV}}(x)\}+\frac{1}{30240}h^6\{f^{\mathrm{VI}}(x+h)-f^{\mathrm{VI}}(x)\}-$$

$$-hf^{\mathrm{I}}(x)=\frac{1}{40320}\int_0^h\{(h-u)^6-8\cdot\frac{1}{2}(h-u)^5h+8\cdot 7\cdot\frac{1}{12}(h-u)^4h^2-$$

$$-8\cdot7\cdot6\cdot5\frac{1}{720}(h-u)^2h^4+\frac{2}{3}h^6\}(h-u)^2f^{\mathrm{IX}}(x+u)\,du\quad\ldots\quad(4^a).$$

Men heeft hier

$$\varphi(h-u)=\frac{1}{3}\{u(h-u)\}^2\{3(h-u)^2u^2+4h^2u(h-u)+2h^4\},$$

en deze blijft altijd positief tusschen de grenzen 0 en h van u. Verder heeft men voor het maximum

$$\varphi'(h-u)=(h-u)\,u\,(h-2u)\{3(h-u)^2u^2+h^4\},$$

waarvan tusschen die grenzen alleen de factor $h—2u$ nul kan worden, dat is $u=\frac{1}{2}h$; deze waarde geeft voor het maximum

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}h^2\cdot\frac{1}{4}h^2\left\{3\cdot\frac{1}{4}h^2\cdot\frac{1}{4}h^2+4h^2\cdot\frac{1}{2}h\cdot\frac{1}{2}h+2h^4\right\}=\frac{17}{256}h^8.$$

Het tweede lid wordt dus naar (b)

$$= \frac{1}{40320} \cdot \frac{17}{256} h^8 \theta \int_0^h f^{IX}(h+u)\, du =$$

$$= \frac{17}{10321920} h^8 \theta \{ f^{VIII}(x+h) - f^{VIII}(x) \}; \quad . \quad . \quad . \quad (4^b)$$

of ook naar (d)

$$= \frac{1}{40320} f^{IX}(x+\theta h) \int_0^h \{ (h-u)^8 - 4(h-u)^7 h + \frac{14}{3}(h-u)^6 h^2 -$$

$$- \frac{7}{3}(h-u)^4 h^4 + \frac{2}{3}(h-u)^2 h^6 \} du =$$

$$= \frac{1}{40320} f^{IX}(x+\theta h) \cdot \left\{ -\frac{1}{9}(h-u)^9 + \frac{1}{2} h (h-u)^8 - \frac{2}{3} h^2 (h-u)^7 + \right.$$

$$\left. + \frac{7}{15} h^4 (h-u)^5 - \frac{2}{9} h^6 (h-u)^3 \right\}_0^h = \frac{1}{40320} f^{IX}(x+\theta h) \left(\frac{1}{30} h^9 \right) =$$

$$= \frac{1}{1209600} h^9 f^{IX}(x+\theta h) \quad . \quad . \quad . \quad (4^c).$$

Eindelijk verkrijgt de vergelijking (5) hier den vorm

$$\{ f(x+h) - f(x) \} - \frac{1}{2} h \{ f^{I}(x+h) - f^{I}(x) \} + \frac{1}{12} h^2 \{ f^{II}(x+h) - f^{II}(x) \} -$$

$$- \frac{1}{720} h^4 \{ f^{IV}(x+h) - f^{IV}(x) \} + \frac{1}{30240} h^6 \{ f^{VI}(x+h) - f^{VI}(x) \} -$$

$$- \frac{1}{1209600} h^8 \{ f^{VIII}(x+h) - f^{VIII}(x) \} - h f_{I}(x) =$$

$$= \frac{1}{3628800} \int_0^h \{ (h-u)^8 - 10 \cdot \frac{1}{2} (h-u)^7 h + 10 \cdot 9 \cdot \frac{1}{12} (h-u)^6 h^2 -$$

$$- 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \frac{1}{720} (h-u)^4 h^4 + 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \frac{1}{30240} (h-u)^2 h^6 -$$

$$- \frac{3}{2} h^8 \} (h-u)^2 f^{XI}(x+u)\, du. \quad . \quad . \quad . \quad (5^a).$$

In ons geval heeft men

$$\varphi(h-u) = -\tfrac{1}{2} \{ u(h-u) \}^2 \{ 2(h-u)^3 u^3 + 5(h-u)^2 h^2 u^2 + 6(h-u) h^4 u + 3h^6 \},$$

een vorm, die tusschen de grenzen der integratie altijd negatief blijft. Om daarvan het maximum te bepalen, zij weder

$$\varphi'(h-u)=(h-u)\,u\,(h-2u)\left\{5(h-u)^3u^3+10(h-u)^2h^2u^2+\right.$$
$$\left.+\;9(h-u)h^4u+3h^6\right\}=0.$$

De eenige factor, tusschen de grenzen 0 en h van u, die hier nul kan worden, is $h-2u$; en deze geeft wederom $u=\frac{1}{2}h$, zoodat het maximum zelf wordt

$$-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}h^2\cdot\frac{1}{4}h^2\cdot\left(\frac{2}{8}h^3\cdot\frac{1}{8}h^3+\frac{5}{4}h^2\cdot h^2\frac{1}{4}h^2+\frac{6}{2}h\cdot h^4\cdot\frac{1}{2}h+3h^6\right)=-\frac{155}{1024}h^{10}.$$

Dientengevolge wordt het tweede lid naar (b)

$$-\frac{1}{3628800}\cdot\frac{155}{1024}\,h^{10}\;\theta\int_0^h f^{\text{XI}}(x+u)\,du=$$
$$=-\frac{31}{748178240}\,h^{10}\,\theta\,\{f^{\text{X}}(x+h)-f^{\text{X}}(x)\}\,;\;.\;.\;.\;(5^b)$$

en nog naar (d)

$$=\frac{1}{3628800}f^{\text{XI}}(x+\theta h)\int_0^h\{(h-u)^{10}-5(h-u)^9h+\frac{15}{2}(h-u)^8h^2-$$
$$-7(h-u)^6h^4+5(h-u)^4h^6-\frac{3}{2}(h-u)^2h^8\}\,du=$$
$$=\frac{1}{3628800}f^{\text{XI}}(x+\theta h)\cdot\left\{-\frac{1}{11}(h-u)^{11}+\frac{1}{2}(h-u)^{10}h-\frac{5}{6}(h-u)^9h^2+\right.$$
$$\left.+(h-u)^7h^4-(h-u)^5h^6+\frac{1}{2}(h-u)^3h^8\right\}_0^h=$$
$$=\frac{1}{3628800}f^{\text{XI}}x+\theta h\left(-\frac{5}{66}h^{11}\right)=$$
$$=-\frac{1}{47900160}h^{11}f^{\text{XI}}(x+\theta h)\;.\,.\,(5^c).$$

Men lette hierbij op de voorwaarde, dat (1^c), (2^c), (3^c), (4^c), (5^c) de verbeteringen der vergelijkingen (1) tot (5) voorstellen, alleen in de onderstelling, dat de afgeleiden van $f(x+u)$, tus-

schen de grenzen 0 en h van u, niet van teeken veranderen; de verbeteringen (1^b), (2^b), (3^b), (4^b), (5^b) gelden altijd.

5. Hetzelfde zal men nu ook kunnen doen bij de vergelijkingen (6) tot (10); wanneer men slechts opmerkt, dat men bij de herleiding wel gebruik gemaakt heeft van de enkele vergelijking (5), maar even goed telkens eene vroegere vergelijking (4), (3), (2) of (1) had kunnen bezigen.

Wat de vergelijking (6) betreft, deze is niets anders in haar eerste lid, dan eene gewone herleiding van de vergelijking (1); en dus gelden hier ook de verbeteringen (1^a), (1^b), (1^c), dat is

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\text{I}}(x+h)+f^{\text{I}}(x)\}=$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^h\{(h-u)-h\}(h-u)f^{\text{III}}(x+u)\,du\ \ldots(6^a)$$

$$=-\frac{1}{8}h^2\,\theta\{f^{\text{II}}(x+h)-f^{\text{II}}(x)\}\ldots(6^b)=-\frac{1}{12}h^3f^{\text{III}}(x+h\theta)\ldots(6^c).$$

Voor de verbetering van de formulen (7) vermindere men nu de (2^a) met het produkt van $\frac{1}{12}h^2$ met de (6^a), als men daarin eerst de $f(z)$ door $f^{\text{II}}(z)$ heeft vervangen; dan komt er

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\text{I}}(x+h)+f^{\text{I}}(x)\}+\frac{1}{24}h^3\{f^{\text{III}}(x+h)+f^{\text{III}}(x)\}=$$

$$=\frac{1}{24}\int_0^h(h-u)f^{\text{V}}(x+u)du\,\{(h-u)^3-2(h-u)^2h+(h-u)h^2$$

$$-(h-u)h^2+h^3\}=$$

$$=\frac{1}{24}\int_0^h(h-u)f^{\text{V}}(x+u)du\,\{(h-u)^3-2(h-u)^2h+h^3\}\ \ .\ .\ (7^a).$$

Hier is

$$\varphi(h-u)=u(h-u)\{(h-u)u+h^2\}$$

altijd positief. Verder voor het maximum

$$\varphi'(h-u)=-(h-2u)\{2(h-u)u+h^2\};$$

deze verdwijnt tusschen de grenzen 0 en h alleen voor $u=\frac{1}{2}h$; daarvoor wordt het maximum zelf

$$\frac{1}{2}h \cdot \frac{1}{2}h \left\{\frac{1}{2}h \cdot \frac{1}{2}h + h^2\right\} = \frac{5}{16}h^4 ;$$

derhalve wordt het tweede lid naar (b)

$$= \frac{1}{24} \cdot \frac{5}{16} h^4 \theta \int_0^h f^{\mathrm{V}}(x+u)du = \frac{5}{384} \theta h^4 \left\{ f^{\mathrm{IV}}(x+h) - f^{\mathrm{IV}}(x) \right\} ; \ldots (7^b)$$

of ook naar (d)

$$= \frac{1}{24} f^{\mathrm{V}}(x+\theta h) \cdot \left\{ -\frac{1}{5}(h-u)^5 + \frac{1}{2}(h-u)^2 h^3 \right\}_0^h =$$

$$= \frac{1}{24} f^{\mathrm{V}}(x+\theta h) \left\{ \frac{1}{5} h^5 \right\} = \frac{1}{120} h^5 f^{\mathrm{V}}(x+\theta h) \quad . \quad . \quad (7^c).$$

Om evenzeer de verbetering te vinden van de formule (8) vermindere men de (3^a) met $\frac{1}{12}h^2$ maal (2^a), nadat men daarin $f(z)$ in $f^{\mathrm{II}}(z)$ heeft veranderd; en vermeerdere dit verschil met $\frac{1}{120}h^4$ maal de (6^a), nadat men ook hierin de $f(z)$ in $f^{\mathrm{IV}}(z)$ veranderd heeft. Alsdan is

$$\{f(x+h)-f(x)\} - \frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)+f^{\mathrm{I}}(x)\} + \frac{1}{24}h^3\{f^{\mathrm{III}}(x+h)+f^{\mathrm{III}}(x)\} -$$

$$- \frac{1}{240}h^5\{f^{\mathrm{V}}(x+h)+f^{\mathrm{V}}(x)\} =$$

$$= \frac{1}{720}\int_0^h (h-u) f^{\mathrm{VII}}(x+u)\,du \left\{ (h-u)^5 - 3(h-u)^4 h + \right.$$

$$+ \frac{5}{2}(h-u)^3 h^2 \qquad\qquad - \frac{1}{2}(h-u)h^4$$

$$- \frac{5}{2}(h-u)^3 h^2 + 5(h-u)^2 h^3 - \frac{5}{2}(h-u)h^4$$

$$\left. + 3(h-u)h^4 - 3h^5 \right\}$$

$$= \frac{1}{720}\int_0^h (h-u) f^{\mathrm{VII}}(x+u)\,du \left\{ (h-u)^5 - 3(h-u)^4 h + \right.$$

$$\left. + 5(h-u)^2 h^3 - 3h^5 \right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8^a).$$

Nu is

$$\varphi(h-u) = -u(h-u)\left\{(h-u)^2 u^2 + 3(h-u)uh^2 + 3h^4\right\},$$

die altijd negatief blijft: men kan dus weder het maximum gaan zoeken, waartoe

$$\varphi'(h-u) = 3(h-2u)\left\{(h-u)^2 u^2 + 2(h-u)uh^2 + h^4\right\} = 0$$

alleen $u = \frac{1}{2}h$ tot wortel geeft, die hier kan gelden. Daarmede verkrijgt men het maximum

$$-\frac{1}{2}h \cdot \frac{1}{2}h \cdot \left\{\frac{1}{4}h^2 \cdot \frac{1}{4}h^2 + \frac{3}{2}h \cdot \frac{1}{2}h \cdot h^2 + 3h^4\right\} = -\frac{61}{64}h^6.$$

En hiermede wordt het tweede lid naar (b)

$$= \frac{1}{720} \cdot \frac{-61}{64} h^6 \, \theta \int_0^h f^{\text{VII}}(x+u)\, du =$$

$$= -\frac{61}{46080} h^6 \, \theta \left\{ f^{\text{VI}}(x+h) - f^{\text{VI}}(x)\right\}; \quad . \quad . \quad . \quad (8^b).$$

of naar (d)

$$= \frac{1}{720} f^{\text{VII}}(x+\theta h) \cdot \left\{ -\frac{1}{7}(h-u)^7 + \frac{1}{2}(h-u)^6 h - \frac{5}{4}(h-u)^4 h^3 + \right.$$

$$\left. + \frac{3}{2}(h-u)^2 h^5 \right\}_0^h = \frac{1}{720} f^{\text{VII}}(x+\theta h)\left\{-\frac{17}{28}h^7\right\} =$$

$$= -\frac{17}{20160} h^7 f^{\text{VII}}(x+\theta h) \quad . \quad . \quad (8^c).$$

Voor de verbetering van de vergelijking (9) telle men bij de (4^a) het produkt van (3^a) met $-\frac{1}{12}h^2$, dat van (2^a) met $\frac{1}{120}h^4$, en dat van (6^a) met $\frac{-17}{20160}h^6$, nadat men namelijk de $f(z)$ in de vergelijking (3^a) door $f^{\text{II}}(z)$, in de (2^a) door $f^{\text{IV}}(z)$ en in de (6^a) door $f^{\text{VI}}(z)$ vervangen heeft. Dan is

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)+f^{\mathrm{I}}(x)\}+\frac{1}{24}h^3\{f^{\mathrm{III}}(x+h)+f^{\mathrm{III}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{240}h^5\{f^{\mathrm{V}}(x+h)+f^{\mathrm{V}}(x)\}+\frac{17}{40320}h^7\{f^{\mathrm{VII}}(x+h)+f^{\mathrm{VII}}(x)\}=$$

$$=\frac{1}{40320}\int_0^h (h-u)\, f^{\mathrm{IX}}(x+u)\, du\, \Big\{(h-u)^7-4(h-u)^6\, h+$$

$$+\frac{14}{3}(h-u)^5h^2 \qquad -\frac{7}{3}(h-u)^3h^4 \qquad +\frac{2}{3}(h-u)h^6$$

$$-\frac{14}{3}(h-u)^5h^2+14(h-u)^4h^3-\frac{35}{3}(h-u)^3h^4 \qquad +\frac{7}{3}(h-u)h^6$$

$$+6(h-u)^3h^4-28(h-u)^2h^5+14(h-u)h^6$$

$$-17(h-u)h^6+17h^7\Big\}$$

$$=\frac{1}{40320}\int_0^h (h-u)\, f^{\mathrm{IX}}(x+u)\, du\, \{(h-u)^7-4(h-u)^6\, h+$$

$$+14(h-u)^4h^3-28(h-u)^2h^5+17h^7\} \quad \ldots\ldots \quad (9^a).$$

Hier heeft men

$$\varphi(h-u)=-u(h-u)\{-(h-u)^3u^3-6(h-u)^2u^2h^2-17(h-u)uh^4-17h^6\},$$

dat is steeds positief. Voor het maximum moet dus

$$\varphi'(h-u)=(h-2u)\{4(h-u)^3u^3+18(h-u)^2u^2h^2+34(h-u)uh^4+17h^6\}$$

nul worden, en dit is alleen het het geval voor $u=\frac{1}{2}h$. Voor die waarde wordt nu het maximum zelf

$$\frac{1}{2}h\cdot\frac{1}{2}h\cdot\Big\{\frac{1}{8}h^3\cdot\frac{1}{8}h^3+6\cdot\frac{1}{4}h^2\cdot\frac{1}{4}h^2\cdot h^2+17\cdot\frac{1}{2}h\cdot\frac{1}{2}h\cdot h^4+$$

$$+17h^6\Big\}=\frac{1385}{256}h^8.$$

Het tweede lid van (9^a) wordt nu naar (b)

$$=\frac{1}{40320}\,\frac{1385}{256}h^8\,\theta\int_0^h f^{\mathrm{IX}}(x+u)\,du=$$

$$=\frac{277}{2064384}\,\theta h^8\,\{f^{\mathrm{VIII}}(x+h)-f^{\mathrm{VIII}}(x)\};\quad\ldots\quad(9^b)$$

of ook naar (d)

$$=\frac{1}{40320}f^{\mathrm{IX}}(x+\theta h)\cdot\left\{-\frac{1}{9}(h-u)^9+\frac{1}{2}(h-u)^8 h-\right.$$

$$\left.-\frac{7}{3}(h-u)^6 h^3+7(h-u)^4 h^5-\frac{17}{2}(h-u)^2 h^7\right\}_0^h=$$

$$=\frac{1}{40320}f^{\mathrm{IX}}(x+\theta h)\left\{\frac{31}{9}h^9\right\}=\frac{31}{362880}h^9 f^{\mathrm{IX}}(x+\theta h)\quad.\ .\ (9^c).$$

Ten slotte bepalen wij op dezelfde wijze de verbetering van de formule (10). Daartoe verandere men in de vergelijkingen (4^a), (3^a), (2^a) en (6^a) de $f(z)$ respectievelijk in $f^{\mathrm{II}}(z)$, $f^{\mathrm{IV}}(z)$, $f^{\mathrm{VI}}(z)$ en $f^{\mathrm{VIII}}(z)$; vermenigvuldige die uitkomsten overeenkomstig met $-\frac{1}{12}h^2, +\frac{1}{120}h^4, -\frac{17}{20160}h^6$ en $+\frac{31}{362880}h^8$; en telle eindelijk die verkregen produkten op bij (5^a). Alzoo verkrijgt men

$$\{f(x+h)-f(x)\}-\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(x+h)+f^{\mathrm{I}}(x)\}+\frac{1}{24}h^3\{f^{\mathrm{III}}(x+h)+f^{\mathrm{III}}(x)\}-$$

$$-\frac{1}{240}h^5\{f^{\mathrm{V}}(x+h)+f^{\mathrm{V}}(x)\}+\frac{17}{40320}h^7\{f^{\mathrm{VII}}(x+h)+f^{\mathrm{VII}}(x)\}-$$

$$-\frac{31}{725760}h^9\{f^{\mathrm{IX}}(x+h)+f^{\mathrm{IX}}(x)\}=$$

$$=\frac{1}{3628800}\int_0^h(h-u)f^{\mathrm{XI}}(x-u)\,du\left\{(h-u)^9-5(h-u)^8 h+\right.$$

$$+\frac{15}{2}(h-u)^7h^2\qquad -7(h-u)^5h^4\qquad +5(h-u)^3h^6-\frac{3}{2}(h-u)h^8$$

$$-\frac{15}{2}(h-u)^7h^2+30(h-u)^6h^3-35(h-u)^5h^4+\frac{35}{2}(h-u)^3h^6-5(h-u)h^8$$

$$-126(h-u)^4h^5\qquad +42(h-u)^5h^4+105(h-u)^3h^6-21(h-u)h^8$$

$$+255(h-u)^2h^7\qquad -\frac{255}{2}(h-u)^3h^6-\frac{255}{2}(h-u)h^8$$

$$+155(h-u)h^8-155h^9$$

$$=\frac{1}{362880}\int_0^h(h-u)f^{\mathrm{XI}}(x+u)\,du\,\{(h-u)^9-5(h-u)^8h+30(h-u)^6h^3-$$

$$-126(h-u)^4h^5+255(h-u)^2h^7-155h^9\}\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (10^a$$

Daar men hier

$$\varphi(h-u)=-u(h-u)\{(h-u)^4u^4+10(h-u)^3u^3h^2+55(h-u)^2u^2h^4+ \\ +155(h-u)uh^6+155h^8\}$$

heeft, die dus altijd negatief is, kan men het maximum onderzoeken. Hiertoe is

$$\varphi'(h-u)=5\,(h-2u)\{(h-u)^4u^4+8(h-u)^3u^3h^2+33(h-u)^2u^2h^4+ \\ +62(h-u)uh^6+31h^8\}=0,$$

die tusschen de hier geldende grenzen alleen $u=\frac{1}{2}h$ tot wortel heeft. Voor deze waarde verkrijgt men voor het maximum

$$-\frac{1}{2}h\cdot\frac{1}{2}h\cdot\left\{\frac{1}{16}h\,.\,\frac{1}{16}h^4+\frac{10}{8}h^3\cdot\frac{1}{8}h^3\cdot h^2+\frac{55}{4}h^2\cdot\frac{1}{4}h^2\cdot h^4+\right. \\ \left.+\frac{155}{2}h\cdot\frac{1}{2}h\cdot h^6+155\,h^8\right\}=-\frac{40025}{1024}h^{10}.$$

Hierdoor wordt het tweede lid naar (b)

$$=\frac{1}{3628800}\cdot\frac{-40025}{1024}h^{10}\,\theta\int_0^h f^{\mathrm{XI}}(x+u)\,du=$$

$$=-\frac{1601}{148625648}h^{10}\,\theta\,\{f^{\mathrm{X}}(x+h)-f^{\mathrm{X}}(x)\};\,..\,(10^b),$$

terwijl dit naar (d) wordt

$$=\frac{1}{3628800}f^{\mathrm{XI}}(x+\theta h)\cdot\left\{-\frac{1}{11}(h-u)^{11}+\frac{1}{2}(h-u)^{10}h-\right. \\ \left.-\frac{15}{4}(h-u)^8h^3+21(h-u)^6h^5-\frac{255}{4}(h-u)^4h^7+\frac{155}{2}(h-u)^2h^9\right\}_0^h$$

$$=\frac{1}{3628800}f^{\mathrm{XI}}(x+\theta h)\left\{-\frac{691}{22}h^{11}\right\}=$$

$$=-\frac{691}{79833600}h^{11}f^{\mathrm{XI}}(x+\theta h)\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(10^c).$$

Men ziet, dat bij het opmaken vau de eerste vormen voor de

verbeteringen (7^a), (8^a), (9^a), (10^a) alle termen, die h^2, h^4, h^6, h^8, tot factoren hebben, verdwijnen: vandaar dat alle $\varphi(h-u)$ den factor u en alle $\varphi(h-u)$ den factor $(h-2u)$ verkrijgen, evenals zulks in N°. 4 het geval was. Ook heeft hier overal, mede in overeenkomst met hetgeen men in N°. 4 afleidde, de merkwaardige bijzonderheid plaats, dat er tusschen de grenzen 0 en h van u de $\varphi(h-u)$ slechts een enkel maximum heeft.

6. De tegenstelling, die aan het einde van N°. 3 werd opgemerkt ten opzichte van de uitkomsten (1) tot (5) van N°. 2, en de volgende (6) tot (10) van N°. 3, ontbreekt hier geheel bij de verbeteringen dier formulen, zoo als ze in N°. 4 en 5 werden gevonden. In de tweede formulen, met b geteekend, komen telkens evene machten van h voor, vermenigvuldigd met het verschil van de gelijknamige afgeleiden van $f(x+h)$ en $f(x)$. In de derde formulen, met c geteekend, komen daarentegen enkele afgeleiden van $f(x+\theta h)$ voor van oneven orde, vermenigvuldigd met de gelijknamige oneven machten van h.

Wij hebben nu het eerste gedeelte van ons doel bereikt, de ontwikkeling namelijk van het verschil $f(x+h)-f(x)$ op twee zeer onderscheiden wijzen, en de bepaling telkens van de fout, die men begaat, als men de ontwikkeling bij eenigen term afbreekt, of wel van de verbetering, die er alsdan behoort aangebracht te worden.

Maar nu zijn wij dan ook in staat, daaruit andere formulen afteleiden voor de benaderde bepaling van den inhoud eener vlakke kromme lijn. Kortheidshalve zullen wij daarvoor de formulen (5) en (10) alleen behandelen; de overige toch zouden overeenkomstige uitkomsten geven, waarbij slechts eenige der laatste termen verwaarloosd zouden moeten worden.

7. Beginnen we met de vergelijking (5), en stellen we daarin achtereenvolgens voor x

$$a,\ a+h,\ a+2h,\ldots\ a+(n-1)h\ ; \quad \ldots\ldots \quad (e)$$

dan wordt bij de laatste onderstelling $x+h=a+nh$, stel $=b$, waaruit dan volgt $h=\dfrac{b-a}{n}$ . . . . (f).

Telt men nu alle uitkomsten dier substitutie op, zoo vallen er vele termen weg, en men houdt over

$$f(b)-f(a) = \Big[\frac{1}{2}h\,\{f^{I}(b)-f^{I}(a)\} - \frac{1}{12}h^2\,\{f^{II}(b)-f^{II}(a)\} +$$

$$+\frac{1}{720}h^4\,\{f^{IV}(b)-f^{IV}(a)\} - \frac{1}{30240}h^6\,\{f^{VI}(b)-f^{VI}(a)\} +$$

$$+\frac{1}{1209600}h^8\,\{f^{VIII}(b)-f^{VIII}(a)\} - \ldots\Big] +$$

$$+h\,\{f^{I}(a)+f^{I}(a+h)+f^{I}(a+2h)+\ldots+f^{I}(a+[n-2]h)+$$

$$+f^{I}(b-h)\} + \mathrm{R} \quad \ldots\ldots\ldots (11).$$

Naarmate men nu in den eersten vorm tusschen haakjes van het tweede lid, een, twee drie of vier termen neemt, komt men tot de uitkomsten, die men uit de vergelijkingen (1), (2), (3) of (4) zoude verkregen hebben. Daarbij behooren telkens de verbeteringen die in N°. 4 werden afgeleid: deze hebben de beide algemeene vormen

$$(-1)^k A h^{2k}\theta\,\{f^{2k}(x+h) - f^{2k}(x)\} \quad \ldots\ldots (11^a)$$

en

$$(-1)^k B h^{2k+1} f^{2k+1}(x+\theta h). \quad \ldots\ldots (11^b).$$

Dewijl nu de eerste verbetering (11^a), wegens $0 < \theta < 1$, ook dus luidt,

kleiner dan $(-1)^k A h^{2k}\,\{f^{2k}(x+h)-f^{2k}(x)\}$,

zoo zal de optelling, na de substitutie der waarden (*e*), hier voor de geheele verbetering van (11) geven

R_1 kleiner dan $(-1)^k A h^{2k}\,\{f^{2k}(b)-f^{2k}(a)\}$,

of ook

$$\mathrm{R}_1 = (-1)^k A h^{2k}\theta\,\{f^{2k}(b)-f^{2k}(a)\}. \quad \ldots\ldots (11^c).$$

Voor de tweede verbetering, die nu alleen geldt, als $f^{2k+1}(x+u)$ tusschen de grenzen 0 en h van u niet van teeken verandert, moet men de grootheden

$$f^{2k+1}(a+\theta h),\, f^{2k+1}(a+[\theta+1]h),\ \ldots\ f^{2k+1}(a+[\theta+n-1]h)$$

optellen. Noem G_{2k+1} de grootste dier afgeleiden $f^{2k+1}(q)$ voor q tusschen a en b begrepen, omdat hier $a < a+\theta h$, en $a+(\theta+n-1)h < a+nh < b$ is, zoo is die som kleiner dan $n \,.\, G_{2k+1}$; en derhalve de verbetering

$$R_2 = (-1)^k B h^{2k+1}\,\theta\, n\, G_{2k+1} = (-1)^k B h\,(b-a)\,h^{2k}\,\theta\, G_{2k+1} =$$

$$= (-1)^k B \frac{(b-a)^{2k+1}}{n^{2k}}\,\theta\, G_{2k+1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (11^d).$$

Voeren we diezelfde substitutie (e) voor x in de vergelijking (10) in, en tellen we de uitkomsten op, dan valt er, behalve bij de twee eerste termen niets weg ; en men verkrijgt

$$f(b)-f(a)=\frac{1}{2}h\{f^{\mathrm{I}}(a)+2f^{\mathrm{I}}(a+h)+2f^{\mathrm{I}}(a+2h)+\ldots+2f^{\mathrm{I}}(b-h)+f^{\mathrm{I}}(b)\}-$$

$$-\frac{1}{24}h^3\{f^{\mathrm{III}}(a)+2f^{\mathrm{III}}(a+h)+2f^{\mathrm{III}}(a+2h)+..+2f^{\mathrm{III}}(b-h)+f^{\mathrm{III}}(b)\}+$$

$$+\frac{1}{240}h^5\{f^{\mathrm{V}}(a)+2f^{\mathrm{V}}(a+h)+2f^{\mathrm{V}}(a+2h)+..+2f^{\mathrm{V}}(b-h)+f^{\mathrm{V}}(b)\}-$$

$$-\frac{17}{40320}h^7\{f^{\mathrm{VII}}(a)+2f^{\mathrm{VII}}(a+h)+2f^{\mathrm{VII}}(a+2h)+.+2f^{\mathrm{VII}}(b-h)+f^{\mathrm{VII}}(b)\}+$$

$$+\frac{31}{725760}h^9\{f^{\mathrm{IX}}(a)+2f^{\mathrm{IX}}(a+h)+2f^{\mathrm{IX}}(a+2h)+\ldots$$

$$+2f^{\mathrm{IX}}(b-h)+f^{\mathrm{IX}}(b)\}+R' \quad . \; . \; . \; . \; (12)$$

Om hier de uitkomsten naar de vergelijkingen (9), (8), (7) en (6) te verkrijgen, moet men in het tweede lid van de vergelijking (12), den vijfden term, of ook den vierden, of nog den derden, of eindelijk ook den tweeden term weglaten. Daarbij werden de verbeteringen telkens in N°. 5 afgeleid, die hier den algemeenen vorm hebben

$$(-1)^k C h^{2k}\,\theta\,\{f^{2k}(x+h)-f^{2k}(x)\} \quad . \; . \; . \; . \; (12^a)$$

en

$$(-1)^k D h^{2k+1} f^{2k+1}(x+\theta h) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (12^b).$$

Deze hebben dezelfde gedaante als de vorige (11^a) en (11^b): derhalve gelden ook hier de herleide uitkomsten (11^c) en (11^d).

8. Nog kan men de verkregen uitkomst (11) zoo vervormen, dat zij de gedaante verkrijgt van de formule van SIMPSON. Daartoe stelle men vooreerst in (11), eenmaal $b = a + 2n \,.\, h$ en vervolgens $b = a + n \,.\, 2h$. Alzoo wordt

$$f(b)-f(a)=\frac{1}{2}h\ \{f^{\mathrm{I}}(a)+2f_{\mathrm{I}}(a+h)+2f_{\mathrm{I}}(a+2h)+\dots$$

$$+2f^{\mathrm{I}}(a+[2n-2]h)+2f^{\mathrm{I}}(b-h)+f^{\mathrm{I}}(b)\}-$$

$$-\frac{1}{12}h^2\{f^{\mathrm{II}}(b)-f^{\mathrm{II}}(a)\}+\frac{1}{720}h^4\{f^{\mathrm{IV}}(b)-f^{\mathrm{IV}}(a)\}-$$

$$-\frac{1}{30240}h^6\{f^{\mathrm{VI}}(b)-f^{\mathrm{VI}}(a)\}+\frac{1}{1209600}h^8\{f^{\mathrm{VIII}}(b)-f^{\mathrm{VIII}}(a)\}+\mathrm{R}_{2n},$$

$$f(b)-f(a)=\frac{1}{2}\cdot 2h\ \{f^{\mathrm{I}}(a)+2f_{\mathrm{I}}(a+2h)+2f_{\mathrm{I}}(a+4h)+\dots$$

$$+2f_{\mathrm{I}}(a+[2n-4]h)+2f^{\mathrm{I}}(b-2h)+f^{\mathrm{I}}(b)\}-$$

$$-\frac{1}{12}\cdot 4h^2\{f^{\mathrm{II}}(b)-f^{\mathrm{II}}(a)\}+\frac{1}{720}\cdot 16h^4\{f^{\mathrm{IV}}(b)-f^{\mathrm{IV}}(a)\}-$$

$$-\frac{1}{30240}\cdot 64h^6\{f^{\mathrm{VI}}(b)-f^{\mathrm{VI}}(a)\}+$$

$$+\frac{1}{1209600}\cdot 256h^8\{f^{\mathrm{VIII}}(b)-f^{\mathrm{VIII}}(a)\}+\mathrm{R}_n.$$

Vermindert men nu 4 maal de eerste uitkomst met de tweede, en deelt men het verschil door 3, zoo verkrijgt men

$$f(b)-f(a)=\frac{1}{3}\Big[h\ \{f^{\mathrm{I}}(a)+4f^{\mathrm{I}}(a+h)+2f^{\mathrm{I}}(a+2h)+4f^{\mathrm{I}}(a+3h)+$$

$$+2f^{\mathrm{I}}(a+4h)+\dots+2f^{\mathrm{I}}(b-2h)+4f^{\mathrm{I}}(b-h)+f^{\mathrm{I}}(b)\}-$$

$$-\frac{1}{60}h^4\{f^{\mathrm{IV}}(b)-f^{\mathrm{IV}}(a)\}+\frac{1}{504}h^6\{f^{\mathrm{VI}}(b)-f^{\mathrm{VI}}(a)\}-$$

$$-\frac{17}{80640}h^8\{f^{\mathrm{VIII}}(b)-f^{\mathrm{VIII}}(a)\}+(4\mathrm{R}_{2n}-\mathrm{R}_n)\Big];\ \dots.\ (13)$$

waarin de coëfficiënt van $h^2\{f^{\mathrm{II}}(b)-f^{\mathrm{II}}(a)\}$ nul is geworden, en dus die term verdwenen is.

Wat de verbetering betreft, deze wordt, als men den vorm (11^d) bezigt,

$$4\,R_{2n}-R_n=(-1)^k B\,\theta\,G_{2k+1}\left\{\frac{(2n\cdot h)^{2k+1}}{(2n)^{2k}}\;4-\frac{(n\cdot 2h)^{2k+1}}{(n)^{2k}}\right\}=$$

$$=(-1)^{k-1}B\,\theta\,\frac{(b-a)^{2k+1}}{n^k}\;\frac{2^{2k-2}-1}{2^{2k-2}}\;.\;.\;.\;.\;.\;(13^a).$$

Hier is overal $h=\dfrac{b-a}{2n}$ . . . . (g).

Wilde men echter deze herleiding op de vergelijking (12) toepassen, dan zoude vooreerst de uitkomst tamelijk zamengesteld worden, maar bovendien ook de term, die h^2 tot coefficiënt heeft, niet meer verdwijnen: daarom zien wij van die herleiding af.

OVER EENE BIJZONDERE SOORT VAN BUIZEN

IN DEN

VLIERSTAM *(SAMBUCUS NIGRA* L.*)*,

TOT HIERTOE VOOR EEN FUNGUS *(Rhizomorpha parallela* Roberge*)* GEHOUDEN.

DOOR

C. A. J. A. OUDEMANS.

(Voorgedragen in de Gewone Vergadering van 27 Januari 1872).

Eenigen tijd geleden ontving ik uit België eene verzameling gedroogde Fungi, waaronder één onder den naam van *Rhizomorpha parallela* ROBERGE. Deze bevond zich aan de oppervlakte van het merg der gewone Vlier (*Sambucus nigra* L.), en deed zich voor in de gedaante van bruine strepen, die overlangs en op geringen afstand van elkander evenwijdig liepen. In de door DESMAZIÈRES uitgegeven verzameling, bekend onder den naam van *Plantes Cryptogames de France*, vond ik hetzelfde voortbrengsel aan de oppervlakte van stangen Vliermerg onder den naam van *Rhizomorpha Sambuci* CHEVALIER (1e Serie, N°. 1301 der 1e en 701 der 2e Editie), en onder den meer gebruikelijken van *Rhizomorpha parallela* ROB. in hetzelfde werk (2e Serie, N°. 155) op de stengels en bladen van *Iris Pseudacorus*. DESMAZIÈRES schreef op het étiquette van *Rhizomorpha Sambuci* (N°. 1301): „Nous ajouterons à la description de M. CHEVALIER (*Flora Parisiensis*), que cette production croît, non seulement entre le bois et la moëlle des rameaux secs de Sureau, mais aussi entre l'écorce et le bois. Ses filaments sont de couleur marron, claire d'abord, puis foncée; ce n'est que dans leur vieillesse qu'ils deviennent noirs. Ils sont fragiles et quelque fois comprimés," en op dat van *Rhizomorpha paral-*

lela (N°. 155): „Cette production se trouve quelquefois même à l'intérieur des tiges. M. ROBERGE l'a aussi rencontrée sous l'épiderme et principalement à l'intérieur de celles du *Polygonum Persicaria*, sur de vieilles hampes du *Plantago lanceolata*, etc.; le *Rhizomorpha Sambuci* de CHEVALIER (voir nos fasc. 1843) étant le même Rhizomorphe, notre savant ami a changé, avec raison, le nom spécifique trop réstrictif, parcequ'il était préférable d'en adopter un qui embrassât les habitats connus et ceux que l'on peut encore découvrir, en même temps qu'il exprimât un des caractères les plus saillants de cette production. Ces expansions sont, en effet, simples, droites, longitudinales, disposées parallellement, fragiles et déprimées; leur longueur, qui est variable, s'étend quelquefois plus d'un décimètre, tandis que leur largeur est d'un douzième à un dizième de millimètre au plus; leur couleur passe successivement par toutes les nuances intermédiaires, depuis le rouge le plus tendre jusqu'au marron le plus foncé."

Uit deze aanhaling blijkt, dat *Rhizomorpha Sambuci* en *Rh. parallela* synoniemen zijn, en dat de tweede naam gekozen werd om den eersten te vervangen, omdat dezelfde fungus, dien men meende op de Vlier gevonden te hebben, later bleek op nog andere planten te huisvesten, en omdat men het als een voornaam karakter aanmerkte, dat de nieuwe *Rhizomorpha* uit evenwijdige onvertakte draden bestond.

Nieuwsgierig of *Rh. parallela* ook bij ons te vinden ware, sneed ik bij de eerste gelegenheid een dooden Vliertak af, en vond ik, na den houtkoker daarvan weggenomen te hebben, den fungus van CHEVALIER en ROBERGE in prachtige exemplaren aan de oppervlakte van het merg. Tot mijne verwondering echter zag ik, dat ook gezonde levende takken van de Vlier dezelfde bruine strepen op die plaats deden zien, en eindelijk, dat geen enkele, levende of doode stam of tak van meergenoemden heester daarvan verstoken was.

Mijn vermoeden, dat *Rh. parallela* derhalve geen fungus konde zijn, dreef mij om die strepen nader te onderzoeken. De uitkomst van dat onderzoek wordt in de volgende bladzijden medegedeeld.

Het is bekend, dat men onder *Rhizomorpha* strengen van zwamvlokken (myceliumdraden) verstaat; strengen derhalve van een bepaalden bouw, en die, op eene horizontale of vertikale doorsnede, eerst uit draden, en later uit een pseudoparenchym blijken te bestaan. Reeds dadelijk moet ik doen opmerken, dat van zulk een bouw bij *Rh. parallela* niets is waar te nemen. Uit vezels bestaan de donkere strepen van dien naam noch vroeger, noch later; en, is het ook al niet te ontkennen, dat men er gedurende een zeker ontwikkelingstijdperk cellen in ontdekt, dan blijft het toch waar, dat deze slechts in ééne dimensie met elkander samenhangen, en dus geen weefsel vormen, waarop de naam van parenchym zou kunnen worden toegepast.

In hetgeen verder volgt, wensch ik de Vlierstrepen eerst morphologisch, dan organogenetisch, eindelijk chemisch te beschouwen.

I. Morphologisch onderzoek.

Zooals reeds door CHEVALIER, ROBERGE en DESMAZIÈRES werd aangegeven, loopen de strepen aan de oppervlakte van het Vliermerg aan elkander evenwijdig, daargelaten dat zij, onder het drogen, blijkbaar ten gevolge van haar samenhang met andere omliggende deelen, soms van de vertikaal een weinig afwijken en grootere of kleinere bochten beschrijven. Haar aantal is, bij takken van eenige dikte zeer (ik telde er, om slechts een enkel voorbeeld te noemen, tusschen de 50 en 60 bij eene stang van 12 millim. middellijn), bij dunne daarentegen veel minder aanzienlijk, waaruit volgt, dat zij, met het dikker worden der takken, in aantal vermeerderen. De afstand der strepen onderling is zeer verschillend, want treft men er soms een paar aan, die onmiddellijk aan elkander grenzen, daartegenover ziet men er ook, die eene fractie van een millimeter of meer van elkander verwijderd zijn.

De mededeeling van DESMAZIÈRES, dat de Vlierstrepen soms een decimeter lang worden, berust op gebrekkige waarneming of op het onderzoek van te korte mergstangen, want men kan zich bij takken, die aan den boom gestorven zijn, gemakkelijk overtuigen: niet alleen dat vele strepen de geheele lengte der internodia (2, 3 of meer decimeters) beslaan, maar ook dat zij,

zonder zich aan de knoopen te storen, van het eene internodium in het andere overloopen, waaruit volgt, dat zij de takken niet zelden in lengte evenaren.

De dikte der Vlierstrepen werd door DESMAZIÈRES op $^1/_{10}$–$^1/_{12}$ millimeter geschat. Deze opgave heeft echter blijkbaar alleen op de dikkere strepen betrekking; want, is het ook al waar, dat men er soms van $^1/_8$ millim. in middellijn aantreft, de meeste zijn veel dunner, en de allerjongste zeer zeker niet dikker dan $^1/_{40}$ millim. Strepen van $^1/_{20}$ millim. middellijn hebben in één- of tweejarige takken de overhand.

De kleur der strepen verschilt ook zeer. Onmiddellijk onder den eindknop eens taks zijn de strepen kleurloos, maar naar gelang men ze verder naar beneden vervolgt, beginnen zij beter zichtbaar te worden, en ziet men ze van zeer licht rozerood in lichtbruin overgaan, en eindelijk eene tint aannemen, die naar het donkerbruin overhelt. Aan oudere gestorven Vliermergstangen zijn zij zoo goed als zwart. Ik voeg er echter bij, dat niet alle strepen, die men in de rondte eener Vlierpit ontdekt, op dezelfde hoogte steeds dezelfde kleur hebben, geenszins. Donkerder en lichter strepen of onderdeelen daarvan liggen dikwerf naast elkander, een verschijnsel, dat, evenals het verschil in dikte der strepen van hetzelfde internodium, het best uit een verschil in ouderdom verklaard wordt.

Vertakt zijn de strepen nooit, zelfs niet op de hoogte der knoopen, en evenmin door dwarsarmpjes met elkander verbonden.

Het microscopisch onderzoek van eene horizontale doorsnede der Vlierstrepen met het weefsel waarin zij gedoken liggen, leert niet alleen, dat zij een normaal bestanddeel uitmaken van het merg en de primaire schors, maar ook dat men er een wand en een inhoud aan onderscheiden kan. Op eene overlangsche doorsnede bemerkt men daarenboven, dat men er den naam van buizen of „vaten” op zoude kunnen toepassen. Wij voegen er echter terstond de opmerking bij, dat die buizen van alle bekende in hooge mate afwijken, en noch onder de lucht-, melksap- of zeefvaten, noch ook onder de blaasvormige vaten (*vasa utriculiformia*) gebracht kunnen worden, zoodat zij enkel onder de groote rubriek der sapbuizen (*Saftschläuche* van SACHS) eene plaats zouden kunnen vinden. Om allen twijfel omtrent de

identiteit der door DESMAZIÈRES en zijne voorgangers, en mij zelven onderzochte strepen weg te nemen, deel ik mede, dat al wat door de bedoelde Fransche auteurs onder den titel van *Rh. parallela* of *Rh. Sambuci* gepubliceerd is geworden, in structuur als anderszins geheel overeenkomt met de buizen, die ons thans bezig houden.

Dat de buizen in het Vliermerg een eigen wand hebben, en dus niet tot de kanalen behooren, blijkt vooreerst uit de dikte van den ring, die, op eene horizontale doorsnede (Fig. 1) den inhoud der buizen omgeeft, en ten minste tweemaal aanzienlijker is dan die der wanden van de aangrenzende cellen; ten tweede uit de driehoekige ruimten, welke men op eene dergelijke doorsnede dikwerf waarneemt op de plaatsen, waar twee cellen van het merg en de hierboven bedoelde ring elkander ontmoeten — iets wat in de rondte van een en denzelfden ring soms vier- of vijfmaal gebeurt; ten derde uit het feit, dat niet zelden twee buizen onmiddellijk aan elkander liggen (Fig. 4), zóó dat hare inwendige ruimten door geene mergcellen, maar door een tusschenschot gescheiden zijn, 't welk de dubbele dikte heeft van het overige gedeelte der beide ringen; eindelijk daaruit, dat men de buizen door chloorzuren kali en verdund salpeterzuur uit hare omgeving kan losmaken. De dikte van den wand der buizen bedraagt $^1/_{400}$—$^1/_{350}$ millim. Teekeningen in den vorm van stippen, strepen, ringen, spiralen of een netwerk neemt men er niet aan waar; en, wat de kleur betreft, deze ontbreekt dikwerf geheel, maar is bij oudere buizen vooral wel eens lichtbruin.

De inhoud der buizen is eene in drogen staat glasachtige, broze, en, zooals wij later zien zullen, voor zwelling zeer vatbare stof, die tegen de binnenvlakte van den wand aanligt en aldaar eene dikkere of dunnere laag vormt (Fig. 1*a*.). Zeer opmerkenswaardig echter mag het heeten, dat die stof nu eens op kortere, dan eens op grootere afstanden zich naar binnen begeeft, en, zonder den wand daarom los te laten, overal proppen vormt (Fig. 2 en 3 *a'*), die de ruimte der buis in kamertjes verdeelen. Die kamertjes (Fig. 2*b*.) hebben allen een langwerpig-elliptischen vorm, en wel ten gevolge daarvan, dat de stof zich niet plotseling, maar langzaam, d.i. onder het maken

van eene glooiing naar binnen begeeft, zoodat de uiteinden der kamertjes daardoor geen hoekigen, maar een afgeronden vorm verkrijgen. De hoogte dier proppen verschilt zeer, zoodat men er nu eens van $^1/_{100}$, dan weer van $^1/_{50}$, maar ook van $^1/_{25}$–$^1/_{10}$ millim. aantreft; evenzoo is de hoogte der kamertjes zeer afwisselend, zoowel in dezelfde als in verschillende buizen. Ik zag er van fractiën van 1, maar ook van 1 of 2 millimeters.

In verband met het bovenstaande, doen zich de buizen op eene horizontale doorsnede geenszins altijd op dezelfde wijze voor, maar ziet men — en dat dikwerf op verschillende plaatsen van eene en dezelfde doorsnede — nu eens eene groote, dan eens eene middelmatige of kleine ruimte in haar midden (Fig. 4), maar die ruimte dan ook weder geheel gesloten of gevuld (Fig. 3).

De kleur van den inhoud der buizen is bij oudere stengelleden lichter of donkerder bruin (Fig. 4); naar mate men echter van oudere levende internodia naar jongere opklimt, neemt zij meer en meer in intensiteit af, totdat zij eindelijk te niet gaat, of liever voor kleurloosheid plaats maakt (Fig. 5 en 6).

Ofschoon de hierboven in enkele trekken omschreven inhoud der buizen de binnenzijde van den wand dezer laatsten zonder eenige tusschenruimte overdekt, kan men ze toch gemakkelijk daarvan isoleeren, door b. v. microscopische doorsneden met water of alcohol in aanraking te brengen. Onder den invloed dezer vloeistoffen nl. zwelt de stof aanmerkelijk (Fig. 5 en 6), en daar de holte der buizen haar daardoor te eng wordt, dringt zij naar buiten, en komt zij niet zelden geheel vrij te liggen (Fig. 7). Aan zulke vrijgekomen stukken kan men dan waarnemen, dat hunne buitenste oppervlakte volkomen glad is, of m. a. w. volstrekt geene oneffenheden doet zien, waaruit zou kunnen blijken, dat zij vroeger met den wand der buizen in organischen samenhang heeft gestaan. Wel ontdekt men er soms allerfijnste dwarsstreepjes in, indien men van sterke objectieven gebruik maakt, maar zelfs dan nog is het niet met zekerheid te bepalen, of die streepjes als plooien of sleuven, dan wel als minder dichte of dichtere plaatsen beschouwd moeten worden. Enkele malen is het mij ook wel voorgekomen, dat de stof talrijke holten in haar binnenste verborg (Fig. 8),

waardoor zij een sponsachtig voorkomen verkreeg; maar dan bleek het mij tevens, dat die holten naar buiten gesloten waren en dus aan de zijde, waarmede de stof met den wand der buis in aanraking geweest was, geene gemeenschap konden gehad hebben met de buitenwereld. De binnenzijde van den wand van ledige buizen, vond ik ook altijd volkomen glad.

De inwendige ruimte der buizen of kamertjes is in den beginne met eene waterachtige vloeistof, doch later met lucht gevuld, iets wat geheel in overeenstemming is met hetgeen men ook bij de mergcellen heeft waargenomen, te midden van welke de buizen zijn weggedoken. Men kan zich hiervan gemakkelijk overtuigen, door dunne doorsneden van het merg van levende takken droog onder den microscoop te leggen en terstond waar te nemen. Zijn die doorsneden aan het einde der takken ontleend, dan is ook de stof in de buizen gezwollen, maar werden zij aan een ouder internodium ontnomen, dan bemerkt men van zulk eene zwelling niets, hoewel men ze terstond door eene druppel water te voorschijn kan brengen. Ik voeg er echter bij, dat men deze proef niet in het vroege voorjaar moet nemen, tegen den tijd dat er eene sterke opstijging van sappen plaats heeft, omdat de stof der buizen, ook van oudere internodia, dan dikwerf gezwollen is. — Wenscht men terstond op het doel af te gaan, dan kan men niet te dunne overlangsche doorsneden van jongere en oudere internodia, in de lente en in den zomer, onder olie waarnemen, in welk geval de aanwezigheid van luchtblazen, althans in buizen die door eene te sterke kleur hare doorschijnendheid nog niet verloren hebben, door eene donkere schaduw aan den omtrek van lichtere plekken zich verraadt.

De plaats, welke de buizen in Vliertakken innemen, kan op eene horizontale doorsnede gemakkelijk bepaald worden. Men vindt ze, zooals wij reeds weten, aan den omtrek van het merg en in de schors, niet ver van den eigenlijken bast. Meer in het bijzonder dient echter medegedeeld, dat de buizen van het merg (op die der schors hebben wij ditmaal niet bijzonder gelet) niet juist in een cirkel liggen, doch dat zij van deze lijn nu eens naar binnen, en dan eens naar buiten een weinig afwijken. Een in het oog springend verband tusschen hare plaat-

sing en die der vaatbundels is in zoo verre niet waar te nemen, als de buizen nu eens in het verlengde van de liggende lange as der laatsten gelegen zijn, maar daarvan in andere gevallen ook weder aanzienlijk afwijken. Toch is het niet onduidelijk, dat zij doorgaans meer in de nabijheid der vaatbundels dan in het weefsel verspreid liggen, 't welk die strengen van elkander scheidt. Tusschen de spiraalvaten van den mergkoker en de buizen liggen enkele mergcellen; het aantal echter dergenen, die de buizen in de rondte omgeven, is zeer onstandvastig, en bedraagt in het eene geval vijf of zes, doch in het andere twaalf of meer.

II. Organogenetisch onderzoek.

Als men den eindknop eens Vliertaks met het daarop naar onder volgend internodium vertikaal doorklieft (wij deden zulks in Januari) en dan een zeker aantal dunne doorsneden aan microscopisch onderzoek onderwerpt, gelukt het niet zelden, het ontstaan en de eerste ontwikkelingsphasen der Vlierbuizen te leeren kennen.

Vooreerst ontdekt men, wat trouwens nog beter aan horizontale doorsneden is waar te nemen, dat zij niet te vinden zijn, zoo lang de kring van vaatbundels nog niet gevormd en de scheiding van merg en schors nog niet is tot stand gekomen. Nauwelijks echter heeft deze scheiding plaats gehad, of de buizen worden zichtbaar.

In haar vroegst ontwikkelingstijdperk (Fig. 9) bestaan zij uit cellen, die, een weinig langer dan breed, in vertikale reeksen boven elkander geplaatst zijn, en met platte vlakken op elkander rusten. Meer dan ééne rij cellen neemt nooit aan de vorming der buizen deel. Van de aangrenzende mergcellen, zijn de cellen, welke wij thans meer bijzonder op het oog hebben, daardoor onderscheiden, dat zij een weinig langer dan breed (niet in alle richtingen gelijkmatig ontwikkeld), niet geteekend, en met eene bijzondere stof gevuld zijn, die, hoewel kleurloos, evenwel een ander voorkomen aan die cellen verleent dan aan de mergcellen, welke die stof niet bevatten. Reeds thans is die stof tegen de binnenzijde van den celwand, niet in de celruimte, gelegen, en doet zij zich voor als een laagje protoplasma. Wat echter tevens zeer duidelijk is waar te ne-

men: die stof hoopt zich voornamelijk aan de liggende of horizontale zijden der cellen op, waarvan het gevolg is, dat de vroeger hoekige celruimte zich weldra afrondt en men op de plaatsen, waar voorheen dunne tusschenschotten zich vertoonden, thans zeer dikke proppen waarneemt, die, aan beide uiteinden ingedrukt, eenigszins gelijken op eene in de lengte uitgerekte biconcave lens. Naarmate echter de ophooping der stof aan de oppervlakte der horizontale wanden veld wint, worden deze onduidelijker, en ziet men er ten laatste niets meer van.

Deze verdwijning der tusschenschotten kan worden toegeschreven òf aan eene resorbtie, òf daaraan, dat de afgezette stof hetzelfde lichtbrekend vermogen met die wanden gemeen heeft. Tegen de tweede opvatting pleit: dat de inhoud der cellen zeer goed te onderscheiden blijft van de staande wanden, terwijl voor de juistheid der eerste kan worden aangevoerd: dat de in de lengte uit de buizen genomen stof nergens ringvormige of andere insnoeringen vertoont, en, hiermede in overeenstemming, aan de binnenzijde der geledigde buizen geen spoor van tusschenschotten of gescheurde vliezen gezien wordt. Ik voor mij houd het te niet gaan der horizontale wanden dan ook voor het waarschijnlijkst. Ik kan er trouwens bijvoegen, dat het niet gelukt, die wanden door eenigerlei reagentia weder zichtbaar te doen worden, en evenmin, door de aanwending van al die middelen, welke tot zwelling der stof aanleiding geven, deze laatste zich van de liggende wanden te doen terugtrekken.

Het verdwijnen of de resorbtie der tusschenschotten tusschen de boven elkander geplaatste cellen, heeft er mij geen bezwaar in doen zien, de seriën van cellen, waarover deze bijdrage loopt, met den naam van buizen te bestempelen, een naam, die trouwens ook dan niet te verwerpen ware, als het bleek, dat er geene resorbtie of vervloeiing van tusschenschotten plaats heeft. Tegenwoordig toch ziet men er geen bezwaar in, van buizen of vaten ook in die gevallen te spreken, waar men met geene doorloopende holten, maar met reeksen van boven elkander geplaatste cellen te doen heeft, mits die reeksen zich als zelf-tandige vereenigingen van elementen kennen doen, en haar leven van dat der omgevende weefsels afwijkt.

De cellen, waaruit de Vlierbuizen ontstaan, houden in

het eene geval vroeger op in de lengte te groeien dan in het andere, en hieraan is het dan ook toe te schrijven, dat men de proppen in de volwassen buizen soms zeer dicht bij, maar soms ook zeer ver van elkander ziet liggen.

Daar het aantal buizen, die men op de horizontale doorsnede van een pas gevormd lid eens Vliertaks in een kring ziet liggen, doorgaans niet meer dan een tien- of twaalftal bedraagt, en men er bij eene mergstang van een vinger dikte dikwerf 60 of meer ontdekt, zoo vloeit hieruit voort, dat de buizen, behalve door het oorspronkelijke meristeen der bladknoppen, later ook nog aan de oppervlakte van het merg moeten worden voortgebracht; eene veronderstelling, die te minder gewaagd is, omdat er tegenwoordig vele gevallen bekend zijn, waar, in weefsels, wier ontwikkeling tot stilstand gekomen was, op een gegeven oogenblik een nieuw leven in sommige cellen zich openbaart, blijkbaar in het ontstaan van nieuwe deelen, welke vroeger op zulke plaatsen niet werden waargenomen.

III. Chemisch onderzoek.

Bij dit onderzoek heb ik mij altijd bezig gehouden met buizen der jongere, van levende takken afgesneden internodia, dezulke derhalve, wier inhoud geheel kleurloos was of slechts een zeer flauw tintje had aangenomen: ten deele omdat de verandering van kleur van dien inhoud, door de reagentia te weeg gebracht, dan beter gewaardeerd kon worden, ten deele ook omdat de verschijnselen van zwelling bij de stof van oude buizen lang niet zoo duidelijk zijn als bij die van jonge.

Water. Koud gedestilleerd water doet de stof in drieërlei richting: de overlangsche, radiale en tangentiale, maar bovenal in radiale richting, zwellen. De zwelling in overlangsche richting, kan bij overlangs doorgesneden buizen worden waargenomen, de beide andere op horizontale sectiën worden nagegaan. Dat de stof in radiale richting zwelt, blijkt uit het nauwer worden van de holte der buizen, en dat zij zich ook in tangentiale richting tracht uit te zetten, kan daaruit worden opgemaakt, dat zij, na uit den ring waarin zij bekneld was, te zijn weggesprongen, een veel grooter cirkelrond dan vroeger beslaat, en binnen den ring dikwerf lussen naar het midden uitzendt. Heeft men een nauwer of geheel gesloten gedeelte der

buis in het gezichtsveld gebracht, en voegt men er dan water bij, zoo begint de prop sterk naar boven uit te puilen. Laat men de bevochtigde preparaten opdrogen, en brengt men ze dan ten tweede male met water in aanraking, zoo herhalen zich de beschrevene verschijnselen ten tweeden male. — Verandering in kleur brengt koud water niet te weeg Ook lost het niets van de stof op, indien men daartoe nl. besluiten mag, waaraan ik niet twijfel, omdat de stof vooreerst niets in volumen afneemt, en ten tweede de reagentia, welke eenige verandering in de stof te weeg brengen, het water onaangetast laten.

Kokend water heeft dezelfde uitwerkselen als koud, hetzij men de preparaten met dit laatste aan den kook brengt, of ze terstond in de kokende vloeistof onderdompelt. Nogtans verschilt het daarin van het koude water, dat het den inhoud der buizen lichter of donkerder bruin kleurt. De in water gekookte inhoud trekt zich samen onder den invloed van minerale zuren en zet zich uit onder den invloed van alcohol.

Alcohol. Koude en kokende alcohol doen den inhoud der buizen beide in nog sterkere mate dan water zwellen (Fig. 5, 6, 7), zooals daaruit blijken kan, dat, als men doorsneden die met alcohol bevochtigd werden, met water in aanraking brengt, die inhoud zich duidelijk samentrekt. Beide vehicula lossen echter niets van dien inhoud op. In de eerste oogenblikken wordt deze er niet door ontkleurd. Evenmin als door koud of kokend water, wordt het vermogen om zich uit te zetten en weer in te krimpen door kouden alcohol aan de stof ontnomen; kokende alcohol ontneemt haar het vermogen om door minerale zuren zich samen te trekken, niet.

Aether. Aether sulphuricus en Aether aceticus hebben dezelfde werking: zij doen de stof zwellen, zoowel koud als kokend. Nogtans lossen zij er niets van op, en brengen zij geene onmiddellijke verandering van kleur te weeg. Door kouden aether wordt het inkrimpend en uitzettend vermogen niet aan de stof ontnomen; kokende aether ontneemt haar het vermogen om door minerale zuren zich samen te trekken, niet.

Terpentijnolie. Deze olie oefent hoegenaamd geen invloed op de stof uit. Zij doet ze niet zwellen, lost er, ook in kokenden staat, niets van op, en kleurt ze niet.

Glycerine. Verdund en onverdund glycerine doen de stof beide zeer sterk zwellen, maar kleuren ze niet. Zij lossen er niets van op, en ontnemen haar het vermogen om te zwellen en te krimpen niet.

Azijnzuur. Doet de stof zwellen, meer dan enkel water, en ontneemt ze het vermogen om te zwellen en te krimpen niet. Het lost er niets van op en kleurt de stof in den beginne niet.

Minerale zuren. Zwavel-, salpeter- en zoutzuur doen de stof evenmin zwellen in sterken als verdunden toestand. Zij lossen haar ook niet op, maar kleuren ze, spoedig na de aanwending, bruinrood. Salpeterzuur verwekt geene goudgele kleur, ook niet, als men zijne werking steunt door ammonia. Evenmin als alcohol en aether, ontnemen minerale zuren aan de stof het vermogen om te zwellen en te krimpen. Legt men b.v. doorsneden der buizen in eene droppel sterk of verdund zuur, dan blijft haar inhoud onveranderd; maar neemt men het zuur nu weg, en brengt men eene druppel alcohol daarvoor in de plaats, dan ziet men dien inhoud sterk zwellen. Is nu de alcohol bijna verdampt, en wordt eene tweede druppel zuur bij het preparaat gevoegd, dan ziet men den inhoud weêr krimpen. Men mag dus aannemen, dat minerale zuren de omgekeerde werking doen van water, alcohol, aether, glycerine en bijtende alkaliën (zie hieronder).

Ammonia liquida. Doet den inhoud der buizen zwellen, maar lost hem niet op. Eene kleursverandering wordt eerst later opgemerkt, en wel naar het bruin.

Kali causticum. Doet den inhoud der buizen zwellen en kleurt hem zeer spoedig donker roodbruin. Koud, lost dit reagens dien inhoud langzaam, maar kokend vrij spoedig op. Daarbij wordt de vloeistof eenigszins rood gekleurd.

Oplossing van iodium in eene oplossing van iod-kalium. Doet den inhoud zeer weinig zwellen, en kleurt hem met haar eigen kleur. Dat zij er iets van oplost, blijkt niet.

Sulfas ferrosus. Kleurt den inhoud der buizen terstond vuilblauw, maar doet hem niet zwellen en neemt er ook niets van op. Uiterst duidelijk is de verkleuring, die dit zout te weeg brengt, bij preparaten, welke men in de eene of andere vloeistof neêrgelegd had, die de stof der buizen deed zwellen. Ook

op doorsneden, die in water gekookt werden, oefent sulfas ferrosus dezelfde reactie uit. Water, waarin ik een aanzienlijk getal sneden van Vliermerg, met vele buizen, gekookt had, reageerde op sulfas ferrosus niet. Op den gezwollen inhoud der buizen oefent sulfas ferrosus eene sterk samentrekkende werking uit.

Chloridum ferri. Gedraagt zich geheel als het vorige zout, maar kleurt den inhoud der buizen eerst roodbruin, en daarop vuilblauw.

Sulfas cupri. In onzuiveren, d. i. ijzerhoudenden staat, kleurt het de stof evenals sulfas ferrosus, maar in zuiveren staat bruinrood. Het veroorzaakt geene zwelling, maar wel samentrekking der door andere reagentia tot zwelling gebrachte stof.

Sulfas cupri en *Kali causticum.* Als men de stof in eene oplossing van zuiver sulfas cupri laat weeken, dan goed afwascht, en eindelijk met kali causticum, koud of kokend, in aanraking brengt, zwelt zij wel op, maar neemt zij geene violette, doch wel eene bruinroode kleur aan.

Acetas cupri. Doet de stof niet zwellen, maar kleurt ze spoedig bruinrood. Van een oplossend vermogen van dit zout blijkt niets. De gezwollen stof trekt zich onder den invloed van acetas cupri samen,

Koperoxyd-Ammoniak. Doet de stof middelmatig zwellen en kleurt ze eerst licht-, daarna donkerbruin, en geeft er eindelijk een purperen weerschijn aan. Ook na dagen lange trekking, lost dit reagens niet het minste van de stof op.

Millon's reagens. Doet de stof niet zwellen, maar noopt haar, in gezwollen staat, zich samen te trekken. Het kleurt de stof niet steenrood, maar eerst vuilbruin, en later zeer donker en vuil-purper, en eindelijk zwart.

Bichromas kalicus. Kleurt de stof bruinrood en doet ze middelmatig zwellen. Geeft geene aanleiding tot samentrekking, als de stof door alcohol in gezwollen toestand verkeert.

Suiker en Zwavelzuur. Brengen geene rozeroode, maar, zooals meer andere reagentia, eene bruinroode kleur te weeg.

Zwavelzuur en Iodium. Geven geene blauwe, maar wel eene bruinroode kleur. De reactie dezer vloeistoffen kan niet nagegaan worden op preparaten, die in salpeterzuur of kali causti-

cum werden uitgetrokken, omdat deze stoffen zelven eveneens tot het ontstaan van eene bruinroode kleur aanleiding geven.

Oplossing van Chloorzinkiodium. Kleurt de stof blauw, zonder ze te doen zwellen, en noopt de gezwollene stof tot samentrekking. Van eene oplossing der stof door dit reagens, is niets te bemerken.

Acidum chromicum. Verwoest de mergcellen met de buizen en haar inhoud volkomen.

Chloras kalicus met verdund Salpeterzuur. Bij verwarming lossen deze stoffen den inhoud der buizen spoediger op dan haar wand en het omgevende weefsel.

De uitkomst dezer proeven kan worden saamgevat in de volgende artikelen:

1. *Zwelling* van den inhoud der buizen wordt te weeg gebracht door water (koud en kokend), alcohol (kouden en kokenden), aether, glycerine, azijnzuur, bijtende alkaliën, bichromas kalicus; maar niet door terpentijnolie, metaalzouten en minerale zuren.

2. *Samentrekking* van den gezwollen inhoud wordt veroorzaakt door metaalzouten en minerale zuren. Water, dat den inhoud der buizen minder zwellen doet dan de andere sub 1 genoemde stoffen, geeft eveneens tot eene lichte samentrekking aanleiding, als het na eene dier stoffen wordt aangewend.

3. Eene *verandering van kleur*, kort na het begin der werking, wordt niet te weeg gebracht door koud water, alcohol, aether, terpentijnolie en glycerine, maar wel door azijnzuur, minerale zuren, bijtende alkaliën, de oplossingen van metaalzouten, bichromas kalicus, iodium en chloorzinkiodium.

4. Bijtende alkaliën, azijnzuur, minerale zuren, bichromas kalicus, de koperzouten, Millon's reagens en iodium kleuren de stof *bruin*, meestal met eene speling in het *roode;* sulfas ferrosus, chloridum ferri en chloorzinkiodium kleuren ze *blauw.*

5. De kleurstof der cochenille (karmijn) wordt door de stof vastgelegd.

6. Koperoxydammoniak en minerale zuren lossen de stof even-

min op als water, alcohol, aether, terpentijnolie, glycerine, azijnzuur en ammonia liquida.

7. Kali causticum lost de stof langzaam op; acidum chromicum en het maceratiemiddel van SCHULTZ verwoesten haar snel.

Met bovenstaande kennis toegerust, kunnen wij trachten, den aard der stof, in de buizen van het Vliermerg vervat, op het spoor te komen. Bij die poging dient allereerst in het oog te worden gehouden, dat die stof, van het eerste oogenblik dat zij zichtbaar wordt, en verder gedurende haar gansche bestaan, tegen den wand der cellen of der buis aanligt, en nooit als een vrij lichaam in de holte der buizen te vinden is. Ook is zij nooit vloeibaar, maar vast, hoewel het waarschijnlijk is, dat zij in den beginne een lijvigen aard heeft. Deze gegevens leiden tot het vermoeden, dat er tusschen meergemelde stof en het peripherisch plasma, of wel tusschen haar en het eene of andere product van dat plasma, b.v. cellulose, verwantschap kan bestaan. Bij het aanwenden der verschillende reagentia, heb ik die mogelijkheid dan ook steeds in het oog gehouden, hoewel ik erkennen moet, dat mijne verwachting omtrent de aanwezigheid van ééne dier stoffen al zeer spoedig werd teleurgesteld.

Als men overweegt, dat de stof in geen enkel vehiculum oplost, met uitzondering van kali causticum, acid. chromicum en het maceratiemiddel van SCHULTZ, dan vloeit daaruit voort, dat men noch aan suiker, dextrine of gom, noch aan hars te denken heeft. Evenmin aan zetmeel of inuline, omdat iodium de stof niet blauw kleurt en inuline door water en alkaliën niet tot zwelling gebracht wordt, en in minerale zuren oplosbaar is. Dat ook bassorine niet in aanmerking kan komen, was duidelijk, daar deze stof alcohol en aether niet in zich opneemt, en onder het zwellen in water de scherpte harer omtrekken verliest, terwijl onze stof, hoeveel water men daaraan ook moge toevoegen, spoedig haar maximum van zwelling bereikt, en dan nog even scherpe grenzen doet zien als vroeger. Dat de stof geen caoutchouc wezen kon, leidde ik daaruit af, dat noch koude, noch kokende terpentijnolie eenigen invloed op haar

uitoefende, en dat ook aan kiezelzuur niet gedacht konde worden, bleek uit hare oplosbaarheid in kali causticum, acid. chromicum en het maceratiemiddel van SCHULTZ.

De sprekende reactie, door ijzerzouten te weeg gebracht, wekte het vermoeden, dat de stof looizuur bevatte; en ik meen dan ook dat daaromtrent geen twijfel bestaan kan, te meer daar bichromas kalicus haar bruinrood maakte en chemisch zuiver sulfas cupri de blauwe kleur der ijzerzouten niet, doch ijzerhoudend sulfas cupri van den handel ze zeer spoedig te voorschijn riep. Het denkbeeld evenwel, dat de stof geheel uit looizuur bestaan zoude, moest dadelijk worden opgegeven, omdat looizuur in water oplosbaar is, en het mij niet alleen niet gelukte, zulk eene oplossing te verkrijgen, waar zelfs het water, waarin ik eene tamelijke hoeveelheid buizen uit het Vliermerg had laten koken, met sulfas ferrosus geene blauwe kleur aannam.

Ook de gedachte, dat ik wellicht met een eiwitachtig lichaam of eene looizure verbinding van eiwit te doen zoude hebben, moest ik spoedig laten varen, omdat chemisch bereid tannas albuminis, mij door mijn broeder, den hoogleeraar A. C. OUDEMANS JR., verschaft, volstrekt geene verschijnselen van zwelling bij het in aanraking komen met water, alcohol, aether en glycerine deed bespeuren, en het eiwit dat in plantencellen voorkomt die verschijnselen evenmin doet zien, integendeel, bij de aanwending van alcohol of glycerine zich samentrekt. Buitendien kon ik de aan albuminosa eigene reactiën op de daartoe voorgeschrevene wijzen, niet te voorschijn roepen. Salpeterzuur en ammonia liquida, na elkander en met behulp van warmte aangewend, gaven geene goudgele; sulfas cupri met kokenden bijtenden kali geene violette; Millon's reagens geene steenroode; zwavelzuur en suiker geene rozeroode kleur. Onder den invloed van al deze reagentia nam de oorspronkelijk kleurlooze stof eene lichter of donkerder bruinroode tint aan, eene verandering, die wellicht aan eene ontleding van het looizuur moet worden toegeschreven. Het eenige, waarin onze stof met albuminosa overeenstemde, was, dat zij karmijn uit eene ammoniakale oplossing in zich condenseerde. Maar ook andere organische voortbrengselen komen in dit opzicht met eiwit overeen.

Ten laatste vroeg ik mij zelven af, of de inhoud der buizen niet grootendeels cellulose, in gewijzigden toestand, zou kunnen wezen, en na eene recapitulatie van al het waargenomene, moet ik erkennen, dat deze vooronderstelling mij toeschijnt de waarheid het meest nabij te komen.

Vóór die opvatting pleit althans de blauwe kleuring der stof door eene oplossing van chloorzinkiodium, en de volkomene overeenstemming, die er, ten opzichte der al of niet oplosbaarheid in sterk werkende reagentia, tusschen haar en de cuticula aan de eene, en de zoogenaamde vasculose van FRÉMY aan de andere zijde bestaat. Van beide laatstgenoemde stoffen leest men, dat zij in sterk zwavelzuur en koperoxydammoniak niet, maar wel oplosbaar zijn in sterke kaliloog, en ditzelfde is op de stof in de Vlierbuizen toepasselijk. Dat laatstgenoemde evenwel noch met de cuticula, noch met de vasculose geïdentificeerd mag worden, is duidelijk, want beiden missen het vermogen om in alcohol, aether, glycerine en azijnzuur te zwellen, en doen zulks ook in water in veel geringere mate, waar bijkomt, dat de cuticula onder den invloed van chloorzinkiodium geene blauwe kleur aanneemt. Daar cellulose in den eigenlijken zin oplosbaar is in sterk zwavelzuur, en het van haar evenmin bekend is, dat zij met alcohol, aether, glycerine en azijnzuur zwelt, zoo kan ook aan eene overeenstemming tusschen haar en de stof der Vlierbuizen niet gedacht worden.

Geeft men toe, dat mijne onderstelling juist, en dat de quaestieuse stof eene soort van cellulose is, met eigenschappen, althans voor zoo verre zij op de opzwelbaarheid betrekking hebben, nog onbeschreven, dan rijst de vraag, of het wel raadzaam is, den naam van *inhoud*, waarmede ik haar gemakshalve tot hiertoe bestempeld heb, te behouden, en of het niet doelmatiger ware, haar als eene *binnenste schaal* van den wand der beschrevene buizen aan te merken. En nu geloof ik, èn op grond van hetgeen men bij de kieming van vele sporen, o.a. van *Spirogyra* en vele Bladmossen heeft waargenomen, waar gedurende dit proces het exosporium volkomen van het endosporium afgestroopt wordt; èn van hetgeen men bij sommige stuifmeelkorrels heeft opgemerkt, wier exine zich van hare intine door sommige reagentia laat afnemen; eindelijk van eenige waar-

nemingen, door mijne voorgangers op onderdeelen van andere planten, zooals de cellen der vaatbundelscheeden bij *Pteris aquilina*, het hout van soorten van *Pinus* en dat van vele Papilionaceeën gedaan, dat die handelwijze inderdaad de voorkeur verdient. In laatstgenoemde gevallen ontdekte men eveneens eene binnenste laag in de betrokkene cellen, in eigenschappen verschillend van eene meer naar buiten gelegene, waartegen zij was uitgespreid, en daarvan door de aanwending van het eene of andere reagens, zonder merkbare beleediging te scheiden, en werd, evenmin als bij de sporen of stuifmeelkorrels, zooeven besproken, aan eene tegenstelling van wand en inhoud gedacht, en de, hoe ook in chemische of physische eigenschappen verschillende schalen van hetzelfde bekleedsel of hulsel, als bij elkander behoorend aangemerkt.

Uit al het vorenstaande trekken wij het besluit: dat de bruine strepen aan de oppervlakte van het merg en in de schors der Vlier niet tot de fungi en dus ook niet tot het geslacht *Rhizomorpha* behooren, maar dat zij buizen of vaten zijn, telkens uit eene loodrechte serie van cellen voortgesproten, die dit bijzondere hebben: 1°. dat zij op de plaatsen waar oorspronkelijk horizontale tusschenschotten zich vertoonden, verstopt zijn, en 2°. dat haar wand uit twee lagen of schalen bestaat, waarvan de binnenste los met de buitenste samenhangt, en, hoewel in het algemeen tot de rubriek „cellulose" gebracht moetende worden, echter door eene reeks van bijzondere eigenschappen, voornamelijk wat haar vermogen om te zwellen en te krimpen betreft, zich van de bekende toestanden dier stof onderscheidt.

De donkere kleur, die de bedoelde binnenwand gaandeweg aanneemt, en die overeenkomt met de tint, welke wij daarin door verschillende sterk werkende reagentia te voorschijn kunnen brengen, wordt waarschijnlijk door eene ontleding van het looizuur, 't welk zich door de gewone reagentia in den binnenwand laat aantoonen, en de oxydatie van een zijner ontledingsproducten veroorzaakt.

Ten slotte veroorloof ik mij de opmerking, dat de binnenwand der buizen van het Vliermerg eene uitzondering maakt op den door SACHS (*Ueber einige neue microskopisch-chemische Reactionsmethoden*, 1859, p. 23) gestelden regel „dass wo





Gerbstoff einmal in Zellen nachweisbar ist, die Reactionen meist mit solcher Evidenz stattfinden, dass man sich zu der Annahme berechtigt sieht dass man es mit ziemlich concentrirten Lösungen zu thun hat, sondern auch, dass in solchen Zellen ausser den Gerbstoff andere Stoffe nur in sehr geringen Quantitäten zugegen sein können."

Amsterdam, Jan. 1872.

VERKLARING DER FIGUREN.

Fig. 1. Horizontale doorsnede eener buis te midden van eenige mergcellen.
 〃 2. Vertikale doorsnede eener buis, met mergcellen links en rechts.
 〃 3. Horizontale doorsnede eener buis op de plaats waar eene prop gezeten is.
 〃 4. Horizontale doorsnede van twee aan elkander grenzende oudere buizen, met donkerbruinen binnenwand.
 〃 5. Horizontale doorsnede eener buis met gezwollen binnenwand, ten gevolge van de onderdompeling in alcohol.
 〃 6. Eene dergelijke doorsnede met nog sterker gezwollen binnenwand (onder alcohol).
 〃 7. Eene dergelijke doorsnede met gesprongen buitenwand en naar buiten puilenden binnenwand (onder alcohol).
 〃 8. Een stukje van een poreusen binnenwand.
 〃 9. Vertikale doorsnede eener zeer jonge buis met aangrenzende mergcellen. Hier en daar ziet men de horizontale tusschenschotten.

NASCHRIFT.

Dezelfde sapbuizen als bij de Vlier, vond ik zeer onlangs aan de oppervlakte van het merg bij *Robinia Pseudacacia* en *R. hispida*, maar met dit onderscheid, dat de tusschenschotten hier niet verdwenen waren, en dus ook geene proppen in de buizen gevonden werden.

Schultz spreekt in zijn werk: *Sur la Circulation*, etc. op blz. 28 wel van melksapvaten in de schors van *Sambucus Ebulus* en *S. nigra*, maar niet van vaten in het merg. Dippell maakt in zijne verhandeling *Ueber die Entstehung der Milchsaftgefässe* in het geheel van geene buizen bij *Sambucus* gewag. Bij hanstein (*die Milchsaftgefaesse*) vond ik op blz. 21 gewag gemaakt van „die *sogenannten* Milchsaftgefässe der Gattung Sambucus", aan den omtrek van het merg van *S. Ebulus* en *S. nigra*, waaruit blijkt dat ook hij den naam van „Melksapvaten" voor de sapbuizen der genoemde planten niet volkomen goedkeurt. Daartoe mag ook medegewerkt hebben, dat hanstein het sap dier vaten van gewoon melksap verschillend vond, zooals blijkt uit de zinsnede: „Ihr Saft verhält sich vom gewöhnlichen Milchsaft verschieden, indem er bei Behandlung mit Aetzkali sich dunkel braunroth färbt, gerinnt und sich zusammenzieht, und dabei in lauter kurze, walzenförmige, fast scharfkantige Stücke zerspringt." Ik doe hier opmerken, dat hanstein hier in zooverre dwaalt, als hij aangeeft, dat bijtende kali het sap der buizen van *Sambucus* stollen doet. De schrijver heeft hier blijkbaar de binnenste schaal van den wand der buizen voor gestold sap gehouden, en aan kali eene eigenschap toegeschreven, die het niet bezit.

3 Maart 1872. O.

TOESTAND VAN DE MAAS LANGS NOORDBRABANT

BIJ HOOGEN WATERSTAND

DOOR

G. VAN DIESEN.

Ten aanzien van de hoeveelheid water, die de Maas bij hoogen stand kan afvoeren, heeft nog meer onzekerheid geheerscht dan bij den Rijn het geval was. De weinige cijfers, die men voor het vermogen van de Maas bij den hoogsten stand vindt opgegeven, zijn zeer uiteenloopend.

In *de Nederlandsche hoofdrivieren*, door een „oud soldaat", (uitgegeven in 1850) wordt, op blz. 89 van het eerste deel 700 à 750 kub. ellen per seconde aangenomen, in de onderstelling, dat de verhoudingen van het vermogen bij den laagsten en bij den middelbaren stand tot dat bij den hoogste dezelfde zijn als bij den Rijn.

In eene verhandeling, getiteld: *Variations diurnes de la Meuse et de l'Ourthe*, voorkomende in de *Annales des travaux publics de Belgique*, Tome VII, 1848, wordt voor de hoeveelheid water, die de Maas bij de hoogste standen, wanneer zij tusschen Dinant en Luik buiten hare oevers treedt, per secunde afvoert, opgegeven 1000 tot 3800 kub. meter. De gronden waarop deze opgave rust, worden in die verhandeling niet medegedeeld.

In de verzameling van bescheiden, door het ministerie van openbare werken van België in 1848 uitgegeven over het Projet d'amélioration du regime de la Meuse komt op blz. 40 eene opgaaf voor van den hoofdingenieur KUMMER, die voor den afvoer der Maas te Luik op 29 Januarij 1846 eene hoeveelheid van 2242 M³ had gevonden, waaronder begrepen was 300 M³ door de brug van Longdoz gestroomd.

Eene vierde opgaaf is die van den hoofdingenieur KOOL, die voor den bouw der spoorwegbrug over de Maas te Maastricht de hoeveelheid water berekende door de Maas afgevoerd tijdens den hoogen waterstand van 4 Februarij 1850. Deze berekening medegedeeld in de *Verhandelingen van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs*, 1858—1859, blz. 15, is gegrond op waargenomen waterhoogten op den genoemden dag, waaruit de opstuwing bij de Maasbrug en de door die brug gestroomde hoeveelheid worden berekend. De uitkomst was, dat de Maas den 4den Februarij 1850 te Maastricht 2593 M^3 had afgevoerd.

Was het voor de wetenschap in het algemeen wenschelijk tot eenige zekerheid te geraken, het kwam mij bovendien in het belang van eene uitgestrekte landstreek in Noordbrabant noodzakelijk voor, dat meer kennis van den waren afvoer der rivier de Maas bestond. Die landstreek verkeert in een toestand waarvan het bestaan niet vermoedt wordt door hen, die vreemd zijn in dat gewest.

Eene herinnering in enkele woorden aan hetgeen bij hooge standen met de Maas gebeurt is welligt dienstig tot goed begrip van de uitkomsten in Bijlage N°. 4 verzameld.

De Maas ondervindt in haar loop langs Noordbrabant bij hoogen waterstand of ijsgang allerhande stoornissen. Terwijl zij in dit gedeelte van haren weg de hoogerop ontbrekende wederzijdsche bedijking bezit, bestemd om haar binnen grenzen te beperken, zijn er openingen in die bedijking, die tot bederf strekken van het rivierbed.

Tusschen Cuijk en Grave stort door zulke openingen in de linker bedijking een gedeelte van het Maaswater bij hoogen stand Noordbrabant binnen, en overstroomt over bijna de geheele lengte der provincie een strook grond, die bij het naderen van 's Bosch al breeder en breeder wordt.

Dit overstroomingswater wordt, naar het dorpje Beers aan den bovenmond, de Beerssche Maas genoemd. Het feit wordt kortaf uitgedrukt door de woorden „de Maas is om.”

De Maas vervolgt na dit verlies haar weg, en ontvangt over het onbedijkte land tusschen Dreumel en Rossum, de overlaat van Heerewaarden genaamd, bij hoogen stand uit de rivier de Waal,

die gewoonlijk tegelijk met de Maas wast, eene hoeveelheid water, die veelal overtreft de bovengenoemde afgegeven hoeveelheid en zelfs menigmaal de Maasdijken in gevaar brengt.

Met dit vermeerderd vermogen bereikt de rivier, een paar uur benedenwaarts, weder een vak waar de linker bedijking ontbreekt. Het is tusschen Crevecoeur en Hedikhuizen, waar een overlaat, onder den naam van Bokhovensche overlaat, de derde invloed op het vermogen der Maas uitoefent. Een groot deel van het te Heerewaarden verkregen water stroomt soms hier zijdelings af en vereenigt zich in het Bossche veld met het Beerssche Maaswater, dat intusschen derwaarts is gestroomd. Veelal heeft ook het omgekeerde plaats en ontlast zich te Bokhoven water van het Bossche veld op de Maas. Men ziet daar dan een uitgestrekte waterplas.

De Maas vervolgt voorbij dezen derden overlaat verder minder gestoord haren weg, en vereenigt zich bij Woudrichem met de Waal, wiens stand voor de tweede keer dien van de Maas, daar en opwaarts, beheerscht. Even te voren heeft, bij hoogen waterstand, de Maas boven Loevestein reeds gemeenschap met de Waal over het Munnikenland, dat door de geringe hoogte van zijne bedijkingen dikwijls overstroomd wordt.

De Maas die in haren weg door de zijdelingsche invloeden van een regelmatig verhang wordt beroofd, zoo noodig voor belangrijken afvoer vooral bij ijsgang, heeft bovendien een zeer kronkelenden loop, tusschen niet minder kronkelende dijken, en mist dus alles wat eene rivier voor regelmatige afstrooming behoort te bezitten.

Toen ik eene berekening van het vermogen van de Maas wilde maken op de wijze, die ik vroeger op de armen van den Rijn toepaste (opgenomen in de *Versl. en Meded.* Dl. III en IV) ontmoette ik behalve de reeds medegedeelde nog andere moeijelijkheden, die uit het volgende zullen blijken.

Het Register der peilingen, verrigt door ambtenaren van den waterstaat van 1849 tot 1855 en behoorende tot de kaart der rivier de Boven-Maas van Visé tot Woudrichem bevat wel tafels van breedten en diepten noodig bij de berekening van de inhouden der dwarsprofillen, maar boven Gennep geene opgave van breedte van den waterspiegel bij hooge standen, ten-

gevolge van het ontbreken van bedijking. De berekening van den afvoer kon dus eerst bij dat punt aanvangen.

Het uittreksel dat als Bijlage I uit de genoemde tafels hier achter is gevoegd strekt zich dus niet hooger dan Gennep uit.

De riviervakken, die in verband met de plaatsen, waar waarneming van den rivierstand geschiedde, voor het toepassen der berekening geschikt voorkwamen, waren de volgende.

						bevattende	
1	van Gennep	tot Cuyk	7	peilraaijen	van CLVI	tot CLXII.
2	〃 Cuyk	〃 Grave	12	〃	〃 CLXIII	〃 CLXXIV.
3	〃 Grave	〃 Megen	23	〃	〃 CLXXV	〃 CXCVII.
4	〃 Megen	〃 Oijen	10	〃	〃 CXCVIII	〃 CCVII.
5	〃 Oijen	〃 Lith	10	〃	〃 CCVIII	〃 CCXVII.
6	〃 Lith	〃 St. Andries	8	〃	〃 CCXVIII	〃 CCXXV.
7	〃 St. Andries	〃 Alem	2	〃	〃 CCXXVI	〃 CCXXVII.
8	〃 Alem	〃 Blaauwe Sluis	6	〃	〃 CCXXVIII	〃 CCXXXIII.
9	〃 Blaauwe Sluis	〃 Crevecoeur	8	〃	〃 CCXXXIV	〃 CCXLI.
10	〃 Crevecoeur	〃 Hedikhuizen	5	〃	〃 CCXLII	〃 CCXLVI.
11	〃 Hedikhuizen	〃 Heusden	5	〃	〃 CCXLVII	〃 CCLI.
12	〃 Heusden	〃 Veen	5	〃	〃 CCLII	〃 CCLVI.
13	〃 Veen	〃 Woudrichem	10	〃	〃 CCLVII	〃 CCLXVI.

In bovengenoemd register vindt men ter berekening van de *hoogte* der *uiterwaarden* niet zoo veel gegevens als in de registers van de andere rivieren.

Slechts enkele opgaven komen er in voor, waaruit de hoogte der uiterwaarden kan worden ontleend, b.v. de hoogte van het dek van lijnbrugjes over beekjes, en de hoogte van duikers of kokers in zomerkaden. Uit de opgaven omtrent die enkele punten bleek reeds dat de uiterwaarden aan de Maas betrekkelijk M.R. hooger waren dan bij de andere rivieren en dat dit minder het geval was naarmate men de rivier afdaalde. Nader werd omtrent de hoogte bij Gennep en bij Ravenstein meer zekerheid verkregen door cijfers van waterpassing, ten dienste van overbrugging der Maas nabij die plaatsen, waarvan mij door den hoofdingenieur van den waterstaat in Noordbrabant welwillend inzage werd gegeven. De hoogte van de uiterwaarden boven Crevecoeur was mij, door het ontwerpen der brug aldaar, bekend.

Uit die weinige gegevens is afgeleid, dat de *uiterwaarden* met hunne kaden en andere beletselen gemiddeld ongeveer de volgende *hoogten* hebben boven middelbaren rivierstand, M.R

van Gennep	tot	Grave	4.00	M.
〃 Grave	〃	Megen	3.50	〃
〃 Megen	〃	St. Andries	3.00	〃
〃 St. Andries	〃	Alem	2.75	〃
〃 Alem	〃	Veen	2.50	〃
〃 Veen	〃	Woudrichem	2.00	〃

Doen latere, zeer wenschelijke, opnemingen blijken, dat in deze cijfers eenige verbetering is te brengen, dan zal de daaruit voortvloeijende vermoedelijk niet aanzienlijke wijziging in de uitkomst gemakkelijk zijn aan te brengen.

Voor den *middelbaren rivierstand* hier zoowel als bij de geheele berekening is de hoogte aangenomen, die daarvoor in het meergenoemde register van peilingen is gesteld.

Voor Boxmeer, Cuyk, Megen, Oijen, Lith, Alem, Crevecoeur, Hedikhuizen en Veen ontbreekt daarin de opgave van den middelbaren rivierstand. Ik heb dien uit die van de andere plaatsen berekend, met behulp van de in Bijlage I medegedeelde breedten en inhouden der dwarsprofillen bij M.R.

De volgende hoogten zijn alzoo als de middelbare rivierstand gebezigd.

Maastricht (brug).	42.70	+ A.P.	
〃 (hoofdsluis) . .	41.93	〃 〃	
Roermond.	15.16	〃 〃	
Venlo.	9.90	〃 〃	
Boxmeer	7.69	〃 〃	*a*
Gennep	7.25	〃 〃	
Cuyk	6.68	〃 〃	*a*
Grave.	5.97	〃 〃	
Megen	4.71	〃 〃	*a*
Oijen.	4.34	〃 〃	*a*
Lith	3.94	〃 〃	*a*
St. Andries (Maaszijde). .	3.78	〃 〃	
Alem	3.67	〃 〃	*a*
Blaauwe Sluis . . . . , .	3.16	〃 〃	
Crevecoeur	2.66	〃 〃	*a*

Hedikhuizen	2.42 + A.P.		a
Heusden.	2.02 〃 〃		
Veen (bij eb).	1.80 〃 〃		a
Woudrichem (bij eb) . . .	1.30 〃 〃		

De met *a* gemerkte zijn de door mij berekende; al de overige zijn uit het meergemeld register overgenomen.

Het zal wel overbodig zijn te doen opmerken, dat bovenstaande middelbare rivierstanden nu, wegens de sluiting van het kanaal van St. Andries in 1856, niet meer gelden voor den gemiddelden zomerstand, aangezien deze op de Maas door die sluiting belangrijk is verlaagd.

Voor het hier beoogde doel was de kennis noodig van den bovenstaanden stand, waarnaar de opgaven van het register, daar Bijlage I uit getrokken is, zijn gedaan.

De invoering van een denkbeeldige *hooge rivierstand* zooals ik bij de berekening deed van de beide Rijnarmen, waarvan ik trachtte meer na te gaan tot welken afvoer de verschillende riviervakken in staat waren dan eene werkelijk afgevoerde hoeveelheid te berekenen, scheen mij bij de beschouwing van den toestand der Maas niet raadzaam.

Zooals ik hiervoor reeds te kennen gaf wenschte ik een stap nader tot de kennis van het werkelijk vermogen te geraken, en het kwam mij dus wenschelijk voor een zeer hoogen stand bij open rivier op te sporen, waarvan vertrouwbare waarnemingen, van eenige dagen achtereen, aan al de boven opgenoemde peilschalen, bekend waren

Zulk een rivierstand was die van Februarij 1862, bereikende de Maas toen bij open water een hoogte

te Maastricht (Maasbrug) van 46.65 M. + AP.
〃 Grave . . . . 〃 10.79 〃 〃 〃

Te Maastricht heeft de Maas bij open water sedert 1821 slechts twee keeren hooger gestaan, namelijk in Januarij 1846
op 46.90 M. + A.P.
en den 4den Februarij 1850 . . . . . . 〃 46.78 〃 〃 〃

Vóór 1821 zijn geene geregelde waarnemingen te Maastricht gedaan; zij zijn althans niet bekend *). Van den stand der

---

*) Er bevonden zich te Maastricht in de nu gesloopte Lieve-Vrouwe-poort merken van hooge waterstanden, die, volgens het register van peilschalen, aldaar de onderstaande hoogten bereikt hadden.

1643.	47.89 M. + A.P.
28 Januarij 1799	47.75 " "
1658	47.74 " "
1740	47.73 " "
1789	47.03 " "
7 December 1789	46.94 " "

Benedenwaarts heeft men volgens dat register op de onderstaande hoogten merken dier standen gevonden.

Roermond 1643	22.13
Id. 21 Oct. 1740	21.93
Venlo 1643	19.50
en	19.62
21 Dec. 1740	18.95 of 19.06
1799 omstreeks	18.95 (volgens aanwijzing).

Op den gedenksteen te Venlo van 1643, waarvan de onderkant ter bovengenoemde hoogte van 19.62 gevonden is, staat een opschrift, waaruit blijkt, dat de hooge waterstand daar op „S Antonis dach" (17 Januarij) voorviel.

In hoever die waterstanden een gevolg waren van blooten afvoer van veel opperwater dan wel van opstuwing door ijsgang is mij niet van alle met zekerheid kunnen blijken.

Die van 1643 is volgens de reeds genoemde Annales des travaux publics en Belgique bekend als de hoogste, die zich ooit te Luik heeft voorgedaan, en moet aldaar $1^1/_2$ voet hooger hebben gestaan dan de rivierstand van 7 Februarij 1571, die tot aan dien tijd te Luik als de hoogste bekend stond. Laatstgenoemde stand. die hooger op, te Namen, nog niet overtroffen is, schijnt een gevolg geweest te zijn van ijsgang na een langdurige strenge vorst.

„In dat jaar liep de Alblasserwaard andermaal in tengevolge van doorbraken „in de Linge en Diefdijk en te Papendrecht." (Vervolg Rapport der Inspecteurs van 27 September 1861).

De beschrijving van de overstrooming van 15 Januarij 1643 (in de noot bl. 245 der Annales) behelst niets over ijsgang. In het ampt tusschen Maas en Waal stroomde (volgens het rapport der inspecteurs) den 9den Januarij 1643 het water over de dijken, maar van ijsgang vind ik geen melding gemaakt.

De stand van 1799 te Maastricht is waarschijnlijk grootendeels aan opstuwing door ijsgang toe te schrijven. In de Annales wordt van dat jaar van geen hoogen rivierstand te Luik of hooger op melding gemaakt. In het laatst van Januarij 1799 was er op den Rijn een vervaarlijke ijsgang (vervolg Rapp. Inspect.).

Het jaar 1658 is bekend door zwaren ijsgang op Waal en Rijn. Men mag dus onderstellen dat ook te Maastricht daarvan de invloed is ondervonden.

De hooge stand van 1740 te Maastricht is waarschijnlijk niet onmiddelijk na den strengen winter, van Januarij en Februarij, maar aan het eind van dat jaar in December waargenomen. Van dit tijdstip althans vindt men zeer hooge standen van de Maas in België en te Venlo en overstroomingen hier te lande zonder ijsgang gemeld. Te Luik stond het water in de St. Paul's kerk slechts 0.12 M

rivier te Grave zijn reeds van 1770 waarnemingen verzameld in het register van peilschalen.

Men vindt daarin de onderstaande rivierstanden hooger dan die van Februarij 1862.

Januarij	1778	(ijsgang)	11.07	M. + AP.
Januarij	1781	(ijsgang)	10.98	〃 〃
Maart	1784	(ijsgang)	11.21	〃 〃
April	1789	(open water)	10.93	〃 〃
December	1796	(ijsgang)	10.90	〃 〃
Februarij	1799	(ijsgang, doorbraak te Grave)	11.40	〃 〃
Februarij	1805	(ijsgang)	10.87	〃 〃
December	1819	(ijsgang)	10.82	〃 〃
Januarij	1820	(ijsgang)	11.47	〃 〃
Februarij	1846	(open water)	10.86	〃 〃
Februarij	1850	(open water)	11.10	〃 〃
April	1851	(open water)	10.81	〃 〃
Januarij	1861	(ijsgang)	10.88	〃 〃

De vier standen bij *open* water, van 1770 tot nu toe, overtroffen slechts met weinig den stand van 1862 te Grave; het verschil met den hoogste van die vier, die van Februarij 1850,

---

lager dan in 1643; eene merkwaardige overeenstemming met het verschil tusschen de beide standen te Maastricht (vergelijk de *Annales*, blz. 241 en 244).

In Januarij 1789 was hier te lande ijsgang, die geen groote schade aanrigtte. Welligt heeft opstuwing bij den ijsgang den hoogen stand te Maastricht veroorzaakt; althans in België schijnt dat jaar niet door hoogen stand van de Maas gekenmerkt.

Ook zou het eerste merk van 1789 den stand van April kunnen bedoelen, toen de Maas, even als vermoedelijk in December 1789, met open water een hoogen stand bereikte.

Men moet bij de beschouwing van de bovenstaande hooge waterstanden in het oog houden, dat de Lieve-Vrouwe-poort te Maastricht zich bevond ongeveer 300 M. *boven* de plaats waar de geregelde waarnemingen gedaan worden aan de brug over de Maas, en dat in de bogen dier brug, die slechts eene wijdte hebben van 11 tot 19 M. gewoonlijk het water sterk wordt opgestuwd, o.a. in Februarij 1850 0.62 M., en veeltijds de ijsschollen vastraken.

Volgens een chronologische tafel gevoegd achter het werk getiteld: *La Meuse, Etudes faites par ordre du Gouvernement Belge* (Bruxelles, EM. DEVROYE ET CIE, 1843) is de brug te Maastricht gebouwd door JACQUES ROMAN, Dominikaner monnik, in 1683. De hooge stand van 1643, die ook te Roermond en te Venlo even als te Luik alle andere hooge waterstanden overtroffen heeft, kan dus niet aan plaatselijke opstuwing door die brug worden toegeschreven.

is 0.31 M. Te Maastricht was het verschil met dezen stand slechts 0.13 M.

De waterstand van 1862 mag dus wel worden aangemerkt als een waarbij de Maas haar grootste vermogen van de laatste eeuw *zeer* nabij kwam.

De stand aan al de peilschalen is opgenomen in de tabel, die als Bijlage II hierachter is gevoegd, en waarin ook andere hooge waterstanden zijn vermeld, ten einde te doen zien hoe onregelmatig de was langs de Maas zich vertoont.

Ter bepaling van het *verhang* bij den gekozen hoogen waterstand van Februarij 1862 zijn de waarnemingen van een paar dagen vóór en na den hoogsten stand in rekening gebragt, en is uit die verzameling het gemiddelde genomen (zie Bijlage N°. III).

De hoogste stand doet zich over de geheele lengte der rivier gewoonlijk niet op hetzelfde oogenblik voor, daar hij meestal slechts korten tijd duurt. Op het oogenblik dat op eenige plaats de hoogste waterstand is bereikt, kan daaraan bij een lager gelegen peilschaal nog iets ontbreken; het verhang, uit de dan te gelijkertijd gedane waarnemingen afgeleid, zou blijkbaar te groot zijn. Is het water bij laatstgenoemde peilschaal op zijn hoogst geklommen dan is het alligt bij de hoogere reeds gedaald en een uit die waarnemingen berekend verhang zou te klein wezen. Alzoo kwam het met de waarheid meest strookende voor, indien het gemiddelde werd genomen van eenige waarnemingen ten tijde van den hoogen stand.

De formule

$$V = 53.813 \sqrt{\frac{I\alpha}{p}},$$

die bij de vorige berekeningen was gebezigd is ook nu onveranderd aangehouden. De coëfficient is door KRAYENHOFF bij de Maas wel iets kleiner bevonden dan bij de overige hoofdrivieren in Nederland; dat verschil, hetwelk bij lage of middelbare standen in acht genomen behoort te worden, zal bij de hooge standen der rivieren vermoedelijk niet bestaan en is dus niet in aanmerking genomen.

Voorts is in de formule:

V de snelheid in meters per secunde,
I de inhoud van het profil in vierkante meters,
α het verhang per strekkende meter in meters,
p de natte omtrek, waarvoor genomen is de breedte, vermeerderd met 3 maal de grootste diepte.

Uit de beschreven gegevens is de berekening gedaan; daarbij is wederom de hoeveelheid water, die over de uiterwaarden stroomde afgescheiden gehouden van die, welke door de rivier zelve werd afgevoerd. In een tabel, Bijlage N°. IV, zijn de gegevens en de uitkomsten der berekening verzameld. De laatste kolom van die tabel bevat het totale vermogen van de riviervakken. In die kolom zijn de gevonden cijfers voor de vakken N°. 2, 5, 6, 7, 10 en 11 oningevuld gebleven, omdat, in die vakken, de invloed der beschreven stoornissen zich zoo liet gevoelen, dat de verkregen cijfers niet bruikbaar waren in de beschouwing.

De ingevulde cijfers voor het vermogen in de vakken N°. 1, 3, 4, 8, 9, 12 en 13 schijnen, ook op grond van andere beschouwingen, waarvan een korte mededeeling zal volgen, den werkelijken afvoer in Februarij 1862 met eenige naauwkeurigheid aan te duiden.

Dat vermogen is dan in

vak	N°.	1	2532	M^3
"	"	3	1632	"
"	"	4	1588	"
"	"	8	2705	"
"	"	9	2750	"
"	"	12	1894	"
"	"	13	1899	"

De 2532 M^3, die per secunde door vak N°. 1 zijn afgestroomd, stellen het vermogen voor van de Maas vóór dat het door de zijdelingsche afleiding tusschen Cuyk en Grave is verminderd.

Bij vergelijking met het vermogen van 2593 M³, dat de Maas volgens de hiervoor gemelde berekening van den heer KOOL den 4den Februarij 1850 te Maastricht afvoerde, moet het volgende worden in het oog gehouden. Den 4den Februarij 1850 was de stand 's morgens 8 uur aan de Maasbrug volgens de registers 46.70. De heer KOOL heeft echter in zijne berekening den hoogsten stand van dien dag namelijk 46.78 M. + AP. aangenomen.

Het door hem gebezigde dwasprofil verminderd met 0.13 + 115 M. (de wijdte der brug op 115 aanhoudende) en het verschil vermenigvuldigd met dezelfde aanzienlijke snelheid van 4.27 M. per secunde, die bij den 0.13 M. hoogeren stand plaats vond, geeft een hoeveelheid van 2529 M³ voor den afvoer van Februarij 1862 te Maastricht. Daar men niet mag aannemen dat de kleine rivieren en beekjes, tusschen Maastricht en Gennep, bij dergelijken hoogen waterstand den afvoer volstrekt niet vermeerderen ofschoon opgestopt en van weinig beteekenis, en bovendien het vermogen bij de brug te Maastricht moet worden vermeerderd met het water, dat achter Wijk omloopende beneden de stad weder in de rivier stort, zoo moet de hoeveelheid, volgens de berekening van den heer KOOL, als aan den ruimen kant worden beschouwd. De berekening van den hoofdingenieur VAN OPSTALL, van wie ik de mededeeling heb, dat de afvoer te Maastricht in 1850 en 1862 2000 à 2200 M³ bedroeg nevens die over het Wijkerveld ten bedrage van hoogstens 200 M³, staaft de evengenoemde onderstelling.

De uitkomst medegedeeld in Bijlage IV schijnt dus niet ver van de waarheid te liggen en regt te geven tot de stelling, dat de Maas boveu de afleiding bij Beers in Februarij 1862 tijdens den hoogsten stand een vermogen had groot tusschen 2500 en 2600 M³.

Het vermogen van de vakken 3 en 4, beneden de Beerssche afleiding, berekend op 1632 en 1588 of gemiddeld 1610, wijst een verminderiug aan van 2532—1610 = 922 M³, die, tusschen Cuyk en Grave, Noordbrabant per secunde zijn binnengestroomd.

Eene regtstreeksche berekening van deze hoeveelheid is door

het gemis van opgaven van dwarsprofillen en snelheid of verhang niet te doen. De eenige opgaaf omtrent het vermogen van de Beerssche Maas, die ik heb aangetroffen is die van den hoogen waterstand van 1844, voorkomende op blz. 164 van de *Geschiedkundige beschrijving der overlaten in Noordbrabant*, door A. DE GEUS. Daar wordt namelijk melding gemaakt van eene waarneming door den toenmaligen ingenieur L. RIJSTERBORGH gedaan aan den Elftweg achter Grave, dwars over welken weg het Maaswater weinige uren na zijn binnenstrooming in Noordbrabant henen loopt. Dit punt ligt ongeveer 13000 M. van de Maas bij Cuyk, gemeten langs de rigting, die het binnengestroomde water neemt. De hoogte van het bedoelde gedeelte van den weg is volgens de registers 8.50 M. + AP.

De heer RIJSTERBORGH heeft den 1sten Maart 1844, toen het water ter hoogte van 1.23 M. over den weg liep, eene snelheid waargenomen van 1.16 M. per secunde en berekende dat er toen 665 teerling meter per secunde passeerde.

Den 5den Februarij 1862 liep het water, ter hoogte van 1.34 M. over den Elftweg (zie *Verhandelingen van het Koninkl. Instituut van Ingenieurs,* 1862—1863, blz. 58). De snelheid zal zoo als gewoonlijk wel met het profil zijn vergroot. Dezelfde snelheid zou, indien men uitging van de berekening van den heer RIJSTERBORGH eene hoeveelheid van 724 M^3 opleveren.

Met toepassing van eenige meerdere snelheid komt men de door mij gevonden hoeveelheid meer nabij.

De overlaat heeft twee monden een beneden Cuyk en een boven Grave.

De werkelijke hoogte boven AP. of boven MR. der bodems of overlaatkaden van de beide monden heb ik niet aangeteekend gevonden. Het overlaatspeil kwam volgens overlevering vroeger overeen met den waterstand van 16½ voet aan de peilschaal te Grave of 10.03 M. + AP. doch is door de ophooging van het terrein langzamerhand verhoogd.

De werking heet thans te beginnen als het water aan de peilschaal te Cuyk tot 11.00 M. of aan die te Grave tot 10.19 M. + AP. gestegen is, en wordt meest opgegeven naar de hoogte van den waterstand boven de 11.00 M. + AP. te Cuyk. Door den mond beneden die plaats geschiedt vermoedelijk de grootste

afvoer. Vroeger werd de hoogte der werking veeltijds uit den stand der rivier te Grave berekend in de verkeerde onderstelling, dat bij het verder wassen het verhang langs de rivier hetzelfde bleef als dat van het oogenblik der bereiking van het overlaatpeil.

Uit de onderstaande waterstanden kan men ontwaren dat het verhang tusschen Cuyk en Grave toeneemt bij het wassen der rivier, en dat dus bij de bepaling der hoogte van instrooming dient te worden gelet op den stand aan de peilschaal meest nabij het gedeelte van den overlaat, dat men beschouwt.

Het verschil o.a. in de opgaven, waarvan op blz. 301 van het Rapport der Commissie tot onderzoek der beste rivierafleidingen melding wordt gemaakt is ongetwijfeld toe te schrijven aan het voorbijzien van die omstandigheid.

Aanduiding.	Hoogste waterstand in de rivier te				Verhang.	Grootste werking van de Beerssche Maas.				Aanteekeningen.
	Cuyk.		Grave.			bij den mond.		op den Elftweg.		
	Datum.	Hoogte boven A.P.	Datum.	Hoogte boven A.P.		Datum.	Hoogte.	Datum.	Hoogte.	
Middelb. rivierstand		6.68		5.97	0.71					
Overlaat-peil		11.00		10.19	0.80					Rapport Rivier-Commissie, bl. 301.
		Met open rivier.								
Januarij 1846.	tuss. 1 en 5	11.66	tuss. 1 en 5	10.70	0.96	tuss. 1 en 5	0.66	tuss. 1 en 5	1.28	Vervolg op het rapport der inspecteurs, bl. 266.
Februarij 1867.	12	11.73	13	10.62	1.11	12	0.74	14	1.06	Verh. Kon. Instit. van ingenieurs, 1867—1868, bl. 71.
Maart 1844.	2	11.80	2	10.75	1.05	2	0.77	2	1.31	Verv. rapp. inspect. bl. 244—245.
April 1845.	1	11.83	1	10.69	1.14	1	0.83	1	1.20	Ibid, bl. 263.
April 1860.	6	11.83	6	10.77	1.06	—	—	—	—	Geen werking; het water wordt gekeerd. Verh. K. Inst. van ingen. 1860—61, bl. 18.

Aanduiding.	Hoogste waterstand in de rivier te				Verhang.	Grootste werking van de Beerssche Maas				Aanteekeningen.
	Cuyk.		Grave.			bij den mond.		op den Elftweg.		
	Datum.	Hoogte boven A.P.	Datum.	Hoogte boven A.P.		Datum.	Hoogte.	Datum.	Hoogte.	
Februarij 1852	9	11.84	10	10.71	1.13	9	0.84	10	1.25	Verh. K. Inst. van ingen. 1852—53, bl. 15—17.
Februarij 1862	5	11.93	5	10.79	1.14	5	0.93	5	1.34	Ibid, 1862—1863, bl. 58.
Jan. en Feb. 1846	28-4	11.94	28-4	10.78	1.16	28-4	0.94	28-4	1.45	Verv. rapp. Inspect. bl. 267—268.
April 1851	2	11.95	2	10.85	1.10	2	0.95	5	0.88	Werking na doorbraak van de noodkeeringen. Verh. K. Inst. v. ingen. 1852-53, bl. 9 en 14.
Februarij 1850	6	12.19	7	11.10	1.09	6	1.19	7	1.71	Ibid, 1850—1851. VII. bl. 94.
	Met ijsgang.									
Februarij 1871	12	10.87	12	10.09	0.78	—	—	—	—	Geen werking. Verslag Openb. werken, 1870, bl. 229.
Maart 1855	4	11.65	4	10.63	1.02	4	0.65	4	0.92	Verh. K. Instit. van ingen. 1855—56. bl. 199.
Januarij 1850	31	12.25	31	10.16	2.09	31	1.25	31	1.45	Ibid, 1850—1851. VII. bl. 92.
Januarij 1861	6	12.35	7	10.88	1.47	7	1.58* of 1.35	7	1.58	Ibid, 1861—1862. bl. 74—77.
Januarij 1820	—	12.88	23	11.47	1.41	—	1.88	—	—	Rapport Rivier-Commissie, bl. 301. Berekend uit de peilschaal te Grave, zou volgens die Commissie de hoogte van werking slechts 1.28 en volgens DE GEUS, bl. 5, slechts 1.07 zijn geweest. De stand te Grave is echter volgens de Beschrijving van den Nederlandschen Watersnood in Louwmaand 1820, den 24ste, 23 voet aan de peilschaal of 12.07 + A.P. en dus 0.60 hooger geweest.

* De opgaaf van 1.58 voor de hoogte der werking van de Beerssche Maas van Januarij 1861 is waarschijnlijk onjuist. Men schijnt bij vergissing in de kolom voor den mond van de Beerssche Maas de hoogte van overstrooming van den Elftweg te hebben ingevuld. Denkelijk moet men lezen 1.35 in plaats van 1.58.

Uit het sterke verhang bij ijsgang kan geen besluit omtrent het nut van den overlaat worden getrokken, aangezien het zeer denkbaar is, dat de ijsstoppingen, die den hoogen stand te Cuyk hebben ten gevolge gehad, zijn bevorderd zoo niet veroorzaakt door de verlamming van den stroom, de bekende uitwerking van zijdelingsche afleiding. Zonder de ijsstopping b.v. van Januarij 1861 was er geen reden waarom de Maas te Cuyk in plaats van op 12.35 M. + A.P. te staan, niet ter hoogte van 11.84 M. zooals in Februarij 1852 of ter hoogte van 11.73 M. zoo als in Februarij 1867 gebleven was. In alle drie de tijdstippen toch was de stand te Maastricht en dus de toevoer dezelfde (zie Bijlage II).

Men kan den stand te Grave van Januarij 1861 voor eene met ijs bezette rivier niet hoog noemen, vooral zoo men in aanmerking neemt dat door ijsverstopping in de Maas tusschen de beide monden van den overlaat het ingestroomd water door den benedenmond met een verhang van 0.30 M. weder in de rivier liep (*Verhandelingen Koninklijk Instituut van ingenieurs.* 1861—1862, blz. 37).

De beschouwde vakken 3 en 4, waarin de afvoer van de Maas gemiddeld 1610 M^3 bevonden is, vergelijkende met de vakken 8 en 9, waardoor eene hoeveelheid van 2705 en 2750 of gemiddeld 2727 M^3 stroomde, blijkt er van eene toeneming met 1117 M^3, als gevolg van den aanvoer van Waalwater over den overlaat van Heerewaarden. Die toevoer bragt in het verhang een zoo groote stoornis te weeg, dat de berekening van de vakken 5, 6 en 7, die onder den invloed van die stoornis zich bevonden, onbruikbare uitkomsten opleverde.

Ik heb den toevoer over de overlaten van Heerewaarden ook berekend door gebruik te maken van een mij door den hoofdingenieur van Gelderland ter inzage gegeven opneming der hoogten van de kaden op het terrein van overloop, en vond langs dien weg een toevoer van 988 M^3 (Bijlage V).

Ten derde deed ik eene berekening van de hoeveelheid, die den 7den Februarij 1862 de Waal afstroomde. Deze berekening, op dezelfde wijze ingerigt als eene vroeger medegedeelde, gaf een verschil van 1033 M^3 tusschen den afvoer boven en

beneden Heerewaarden, namelijk tusschen den afvoer in de vakken Nijmegen—Tiel en St. Andries—Bommel.

Alzoo bedroeg de hoeveelheid volgens berekening van

de toeneming op de Maas.	1117	M^3
de afneming op de Waal	1033	〃
den overloop.	988	〃

De drie uitkomsten, op van elkander geheel onafhankelijke wijzen verkregen, komen genoegzaam overeen om de uitspraak te regtvaardigen dat den 7den Februarij 1862 de afvoer van de Maas vermeerderd is met eene hoeveelheid van ongeveer 1050 kub. meter Waalwater, dat te Heerewaarden zijdelings is aangevoerd. Deze aanvoer bedragende ruim een *zevende* gedeelte van het water, dat de Waal op dat oogenblik afvoerde, vermeerderde het vermogen van de Maas met *twee derde;* eene geringe aftapping van de Waal en een aanzienlijke zelfs bij open water soms bezwarende aanvulling van de Maas.

Dat de overlaat van Heerewaarden meer dan bovenstaande hoeveelheid kan aanvoeren, indien de waterstand op de Waal b.v. tijdens een met ijs bezette rivier hooger rijst dan hij in Februarij 1862 deed, is o. a. in Januarij 1861 en Februarij 1871 gebleken.

Nog versch in het geheugen liggen de moeite en inspanning, die men in Februarij 1871, toen de reeds geopende rivier met het water en het ijs van de Waal werd overstroomd, moest aanwenden om de overloopende Maasdijken te beschermen tegen doorbraken, zoo als in Maart 1855 voorvielen.

Het overloopen van Maaswater naar de Waal komt niet dikwijls voor. Het geschiedde in Februarij 1861 tijdens den ijsgang.

De beschouwing van het berekende vermogen voortzettende, blijkt ook de invloed van de mindere hoogte en van het ontbreken der bedijking tusschen Crevecoeur en Hedikhuizen. Het vermogen der vakken 8 en 9, gemiddeld 2727 M^3, vergelijkende met dat van de vakken 12 en 13, die een afvoer van 1897 M^3 vertoonen, kan men het verlies van 830 M^3 toeschrijven aan den overloop over den Bokhovenschen overlaat.

Op den 7den Februarij 1862 stond het water te

's Hertogenbosch	5.56 M. + A.P.
Crevecoeur	5.75 〃 〃 〃
Bij het midden van den Bokhovenschen overlaat vermoedelijk . . .	5.56 〃 〃 〃
Hedikhuizen	5.50 〃 〃 〃

Eene toetsing van de zijdelings afgevoerde hoeveelheid aan eene andere berekening zoo als met de beide vorige overlaten gedaan is, kan bij deze niet geschieden. De gegevens daartoe ontbreken nog.

Volgens eene waterpassing van den ingenieur van den waterstaat VAN MANEN, verrigt in 1865, bezit de overlaat eene gemiddelde kruinshoogte van 4.26 M. in plaats van 3.80 M. + A.P., waarvoor hij officieel bekend staat, bij eene kruinsbreedte van 100 Meter. De lengte is 600 M. De dijk overigens van Crevecoeur tot Hedikhuizen kan mede water overlaten daar hij nog niet over de geheele lengte tot 6.25 M. is opgehoogd. waartoe in 1866 vergunning is gegeven.

Men heeft lang in het denkbeeld verkeerd, dat deze overlaat alleen diende om een gedeelte van het Maaswater bij hoogen stand naar den Baardwijkschen overlaat afteleiden. Eene vrucht van de meer geregelde waarnemingen der laatste jaren is de zekerheid, dat ook in omgekeerde rigting strooming plaats vindt. Men kan de jaarlijks overstroomd wordende streek tusschen de Maas en 's Hertogenbosch ten westen van de Dieze beschouwen als een vergaarplaats, waarin het water van de Maas, van twee zijden aangevoerd en het heiwater, dat door de kleine riviertjes bij 's Bosch wordt ontlast, zich verzamelen.

De afvoer over den Baardwijkschen overlaat houdt door het volloopen van die vergaarplaats geen gelijken tred met den aanvoer; er heeft alzoo bij het vallen van de Maas veelal ook een afloop plaats naar de rivier, over den Bokhovenschen overlaat.

Eene berekening (Bijlage VI) van het vermogen der Maas weinige dagen na den beschouwden hoogen stand, namelijk op den 14den Februarij 1862, toen geen der bovenwaarts gelegen overlaten meer werkte, doch die van Bokhoven nog onder water stond, geeft eene aangroeijing van het vermogen met ruim 400

M³ beneden dezen overlaat te kennen en bevestigt dus volkomen het bovengemelde.

Het water stond den 14^{den} Februarij 1862 te

's Hertogenbosch.	4.61	M.	+	A.P.
Crevecoeur.	4.56	"	"	"
Op den Bokhovenschen overlaat vermoedelijk.	4.29	"	"	"
Hedikhuizen.	4.20	"	"	"

In een rapport van den ingenieur LEEMANS van 10 Mei 1869 als bijlage gedrukt bij een schrijven van den hoofdingenieur ROSE aan de Gedeputeerde Staten van Noordbrabant, van 30 Junij 1869, wordt dit onderwerp zeer uitvoerig ontwikkeld.

Trekt men de uitkomst zamen dan heeft de Maas tusschen 5 en 8 Februarij 1862 een vermogen gehad van ongeveer 2500 M³ te Gennep, verloor zij door zijdelingsche afleiding tusschen Cuyk en Grave ongeveer 900 M³, verkreeg zij van de Waal bij Heerewaarden ongeveer 1050 M³ en verloor zij bij Bokhoven weder ongeveer 800 M³.

Bij de thans onder alle deskundigen eenstemmig heerschende afkeuring van alle inbreuk op de regelmatigheid van het verhang eener rivier, vooral bij ijsgang, kan de stoornis, die de geregelde afstrooming van de Maas zoo herhaaldelijk ondervindt, niet anders dan nadeelig worden genoemd. Die stoornissen zijn geen van alle een uitvloeisel van een met overleg beraamd plan, maar bestaan tengevolge van in vroegere tijden toevallig onbedijkt blijven van gedeelten land, toen geheel willekeurig en plaatselijk alleen voor de bescherming van eigen terrein gezorgd werd.

De meest nadeelige dier inwerkingen is de aanvoer uit de Waal over den overlaat van Heerewaarden. Bij hoogen stand en ijsgang geeft die aanvoer een zoodanige stremming in den afvoer en opstuwing, dat er ijsverstoppingen door ontstaan. De doorbraken van 1757, 1781, 1850 en 1855 op verscheidene punten van den linker Maasdijk tegenover den overlaat van

Heerewaarden gelegen en de nood, waarin men vele andere jaren daar verkeerde, getuigen zeer sprekend van het gevaar, waarmede jaarlijks het Waalwater en Waalijs de Maasdijken bedreigen.

De menigvuldige doorbraken aan den Waal van 1757, 1775, 1781, 1784, 1795, 1809, 1811, 1850, 1855 en 1861, gevallen in het land tusschen Maas en Waal onmiddellijk boven den overlaat, doen het nut, dat de zijdelingsche afleiding aan de Waalstreek schonk, minstens zeer in twijfel trekken.

Aan de regterzijde van de Waal, tegenover den overlaat, vindt men nogtans voorstanders van de zijdelingsche afleiding naar de Maas. Zij zien er het behoud in van den regter Waaldijk.

Hun eigenaardig standpunt nu buiten beschouwing latende kan men, meen ik, vaststellen dat zonder eenig nadeel voor de Maas de voor haar zoo nadeelige overlaat van Heerewaarden zou kunnen vervallen, en Waal en Maas ieder tusschen dijken binnen eigen grenzen zouden kunnen worden gehouden

De beide andere overlaten, die van Beers en die van Bokhoven, zouden door dien maatregel een gedeelte van hunne storende werking verliezen door de verlaging, die van de afsluiting bij Heerewaarden een gevolg zou zijn over eene groote uitgestrektheid van den waterspiegel der rivier.

Eene geheele sluiting ook van die twee overlaten blijft niettemin in het belang der rivier een zeer wenschelijke zaak, tot wier uitvoering waarschijnlijk zonder bezwaar zal kunnen worden overgegaan, doch waarmede verruiming der uiterwaarden en misschien ook eenige verhooging en verzwaring van dijken langs de Maas moet gepaard gaan.

Ten einde dit uit te maken, dienen er opnemingen te geschieden en gegevens te worden verzameld, die ik bij het maken dezer berekening miste.

De berekening heeft mij niettemin de overtuiging gegeven, dat het bed van de Maas voor een gedeelte reeds in staat is en overigens goed is in te rigten tot het doorlaten van al het water, dat bij de hoogste standen van de Maas, maar ook van haar alleen, komt afstroomen.

Utrecht, Januarij 1872.

BIJLAGE N°. I.

TAFEL van de breedte van den waterspiegel bij middelbaren rivierstand (M.R.) en bij hoogen rivierstand (H.R.) van den inhoud van het vlak der doorsnede bij M.R. en van de gemiddelde en grootste diepte beneden M.R.; alles betrekking hebbende op de rivier de Maas, van Gennep tot Woudrichem.

Nummer der raailijnen.	Breedte van den waterspiegel.		Inhoud van het vlak der doorsnede bij M.R.	Diepte beneden M.R.		Aanmerkingen.
	bij M.R.	bij H.R.		Gemiddelde.	Grootste.	
	Meter.	Meter.	vierk. Meter.	Meter.	Meter.	
CLVI	137	1940	241.08	2.04	2.59	Gennep. M.R. = 7.25 + A.P.
CLVII	140	1060	228.55	1.62	3.68	
CLVIII	144	1090	316.27	2.16	2.68	
CLIX	170	1370	291.23	1.76	2.18	
CLX	146	1135	523.45	2.73	4.16	
CLXI	135		339.23	2.38	3.28	Door de uitgestrektheid van den regter oever is de breedte bij H.R. moeijelijk te bepalen.
CLXII	144		312.34	1.98	3.82	Cuyk.M.R.=6.68+A.P.
Opgeteld.	1016	6595	2252.15	14.67	22.39	
Gemiddeld	145	1319	322	2.09	3.19	
						Cuyk. M.R.=6.68+A.P.
CLXIII	119		427.78	3.57	4.72	Van hier tot 800 M. afwaarts is het eerste gedeelte van den Beersschen overlaat.
CLXIV	150	430	336.93	2.68	4.12	
CLXV	144	260	265.87	2.06	2.60	Mook.M.R.=6.59 + A.P.
CLXVI	148	315	310.33	2.00	2.66	
CLXVII	168	525	356.45	2.24	2.86	
CLXVIII	135	590	337.21	2.63	3.48	
CLXIX	131		351.94	3.08	4.39	Beerssche overlaat.
CLXX	157		325.58	1.90	2 29	
CLXXI	146		384.87	2.60	3.39	
CLXXII	117		370.08	3.11	4 44	
CLXXIII	144	830	385.77	2.69	3.16	
CLXXIV	144	1505	334.05	2.20	2.78	Grave.M.R.=5.97 + A.P.
Opgeteld.	1703	4455	4186.86	30.76	40.89	
Gemiddeld.	142	637	349	2.56	3.40	

Nummer der raailijnen.	Breedte van den waterspiegel.		Inaoud van het vlak der doorsnede bij M.R.	Diepte beneden M.R.		Aanmerkingen.
	bij M.R.	bij H.R.		Gemiddelde.	Grootste.	
	Meter.	Meter.	vierk. Meter.	Meter.	Meter.	
CLXXV	158	890	284.29	1.88	3.50	Grave.M.R.=5.97+A.P.
CLXXVI	174	508	322.93	2.34	4.12	
CLXXVII	178	680	316.27	1.78	2.34	
CLXXVIII	189	868	320.68	1.65	2.34	
CLXXIX	177	524	293.45	1.70	2.72	
CLXXX	120	942	348.80	3.40	7.42	
CLXXXI	143	922	346.43	2.67	4.72	
CLXXXII	157	748	304.87	2.02	2.72	
CLXXXIII	170	596	333.42	2.00	3.20	
CLXXXIV	171	722	340.68	2.00	2.51	
CLXXXV	117	1143	357.92	2.91	4.50	
CLXXXVI	126	1065	430.07	3.26	5.15	
CLXXXVII	198	506	423.49	2.52	4.25	
CLXXXVIII	139	399	367.99	3.22	5.73	Niftrik.
CLXXXIX	158	650	371.79	2.14	2.72	Ravenstein. M.R.=5.08 + A.P.
CXC	167	832	407.75	2.40	2.71	
CXCI	140	1059	429.18	2.78	3.70	
CXCII	115	729	372.75	3.33	4.59	
CXCIII	110	764	498.28	3.93	6.42	Batenburg.
CXCIV	138	678	479.54	3.44	4.12	
CXCV	163	954	441.35	2.96	4.00	
CXCVI	163	1395	552.07	3.84	6.10	Appelternsche sluis. M.R. = 4.80 + A.P.
CXCVII	125	1368	433.32	3.44	5.10	Megen. M.R. = 4.71 + A.P.
Opgeteld.	3496	18942	8777.32	61.61	94.68	
Gemiddeld.	152	82357	381.62	2.68	4.12	
CXCVIII	146	1577	391.54	3.56	6.90	Megen. M.R. = 4.71 + A.P.
CXCIX	151	972	311.30	3.51	4.20	
CC	121	1336	506.49	4.58	6.00	
CCI	153	756	558.58	3.82	7.50	
CCII	130		428.68	3.17	5.50	Maasbommel. Wegens de sterke bogt is de breedte bij H.R. niet wel aan te geven.
CCIII	107	525	456.79	4.47	8.41	
CCIV	162	1025	327.13	1.85	2.61	
CCV	159	838	422.16	2.65	3.81	
CCVI	168	547	558.68	3.45	7.41	
CCVII	244	555	394.05	1.43	2.71	Oijen. M.R.=4.34+A.P.
Opgeteld.	1541	9131	4355.40	32.54	55.05	
Gemiddeld.	154	1014	435	3.25	5.50	

Nummer der raailijnen.	Breedte van den waterspiegel.		Inhoud van het vlak der doorsnede bij M.R.	Diepte beneden M.R.		Aanmerkingen.
	bij M.R.	bij H.R.		Gemiddelde.	Grootste.	
	Meter.	Meter.	vierk. Meter.	Meter.	Meter.	
CCVIII	303	867	674.40	3.90	8.33	Oijen.M.R.=4.34+A.P.
CCIX	191	766	472.77	2.73	6.54	
CCX	223	518	399.29	1.88	3.57	
CCXI	254	992	348.86	2.36	4.66	Alphen.
CCXII	136		481.63	2.85	5.68	Wegens de sterke bogt
CCXIII	198		563.54	3.04	6.19*	is de breedte bij H.R.
CCXIV	230		466.00	2.23	3.59	niet wel aantegeven.
CCXV	210	1055	510.75	2.24	3.39	* Teeffelsche sluis, M.R.
CCXVI	153	1029	445.06	2.60	6.30	= 4.27 + A.P.
CCXVII	290	650	566.91	1.84	2.30	Lith. M.R.=3.94+A.P.
Opgeteld.	2188	5832	4929.21	25.67	50.55	
Gemiddeld.	219	833	493	2.57	5.0	
CCXVIII	123	1052	607.06	4.55	9.77	Lith.M.R.=3 94+A.P.
CCXIX	255	1448	488.07	1.90	3.37	
CCXX	138		539.02	4.05	7.87	
CCXXI	216		583.80	2.48	6.37	Dreumelsche en Hee-
CCXXII	252		566.80	2.36	3.87	rewaardensche over-
CCXXIII	206		598.41	3.03	5.77	laat.
CCXXIV	374		730.56	1.87	2.75	
CCXXV	156		621.81	4.33	7.65	Kanaal van St. Andries.M.R.=3.78+A.P.
Opgeteld.	1720	2500	4735.53	24.57	47.42	
Gemiddeld	215	1250	591.94	3.07	5.93	
CCXXVI	446		645.17	1.42	5.65	Overlaat bij St. Andries.
CCXXVII	297	1115	1335.84	3.85	7.18	
Opgeteld.	743		1981.01	5.27	12.83	
Gemiddeld.	371	1115	992	2.64	6.41	
CCXXVIII	200	1258	731.22	4.11	10.68	Alem.M.R.=3.67+A.P.
CCXXIX	186	1166	511.49	2.60	5.78	
CCXXX	260	1220	549.24	2.09	4.88	
CCXXXI	199	1060	604.37	3.01	4.38	Driel.
CCXXXII	285	1355	484.24	1.56	3.48	
CCXXXIII	250	1425	576.95	2.39	4.08	Blaauwe sluis. M.R. = 3.16 + A.P.
Opgeteld.	1380	7484	3457.51	15.76	33.28	
Gemiddeld.	230	1247	576.25	2.627	5.6	

Nummer der raailijnen.	Breedte van den waterspiegel.		Inhoud van het vlak der doorsnede bij M.R.	Diepte beneden M.R.		Aanmerkingen.
	bij M.R.	bij H.R.		Gemiddelde.	Grootste.	
	Meter.	Meter.	Vierk.meter.	Meter.	Meter.	
CCXXXIV	306	815	608.74	2.10	2.98	Blaauwe sluis. M.R. = 3.16 + A.P.
CCXXXV	391	1330	547.41	1.11	2.75	
CCXXXVI	280	1178	530.94	1.96	3.05	
CCXXXVII	308	1040	646.17	2.14	3.82	
CCXXXVIII	146	1423	763.76	4.63	6.62	
CCXXXIX	190	1146	666.87	3.37	7.92	
CCXL	145	1274	767.53	4.72	8.37	
CCXLI	215	290	902.72	4.12	5.37	Hedel. Crevecoeur. M.R. = 2.66 + A.P.
Opgeteld.	1981	8496	5434.14	24.15	40.88	
Gemiddeld.	247.62	1062	679.27	3.02	5.11	
CCXLII	257	747	661.30	2.54	5.34	Hedel. Crevecoeur. M.R. = 2.59 + A.P.
CCXLIII	186	878	857.77	5.00	7.44	
CCXLIV	245	549	697.04	2.53	3.54	
CCXLV	217	380	686.68	3.25	4.84	
CCXLVI	270		695.75	2.59	4.17	Hedikhuizen. M.R. = 2.42 + A.P.
Opgeteld.	1175	2554	3598.54	15.91	25.33	
Gemiddeld.	235	639	719.71	3.18	5.06	
CCXLVII	347		587.23	1.93	7.27	Hedikhuizen. M R. = 2.42 + A.P. Tusschen CCXLV en CCXLVII ligt de Bokhovensche overlaat.
CCXLVIII	277	735	638.12	1.74	5.71	
CCXLIX	395	967	585.99	1.64	3.91	
CCL	158	740	734.27	4.62	6.71	
CCLI	331	917	645.92	1.98	7.28	Heusden. M.R. = 2.02 + A.P.
Opgeteld.	1508	3359	3191.53	11.91	30.88	
Gemiddeld.	301	839.75	638.3	2.38	6.17	
CCLII	372	1409	834.81	2.85	5.58	Heusden. M.R. = 2.02 + A.P.
CCLIII	230	1220	679.18	2.90	4.28	
CCLIV	151	1020	750.27	6.05	12.48	
CCLV	218	998	669.88	3.04	4.93	
CCLVI	194	598	884.92	4.86	8.43	Veen.M.R.=1.80+A.P.
Opgeteld.	1165	5245	3819.06	19.70	35.70	
Gemiddeld.	233	1049	763.8	3.94	7.14	

Nummer der raailijnen.	Breedte van den waterspiegel.		Inhoud van het vlak der doorsnede bij M.R.	Diepte beneden M.R.		Aanmerkingen.
	bij M.R.	bij H.R.		Gemiddelde.	Grootste.	
	Meter.	Meter.	Vierk. meter.	Meter.	Meter.	
CCLVII	566	1017	636.20	1.30	2.93	Veen. M R.=1.80+A.P.
CCLVIII	226	1005	940.94	5.17	18.43	
CCLIX	217	720	921.83	3.12	6.33	
CCLX	155	631	1066.03	8.24	12.37	
CCLXI	270	667	911.24	3.23	4.65	
CCLXII	245		874 36	3.17	5.75	Munnikenland.
CCLXIII	210		824.41	3.86	6.01	Munnikenland.
CCLXIV	260		807.47	3 12	4.55	Munnikenland.
CCLXV	200		811.12	3.66	8.09	Munnikenland.
CCLXVI	146		1124.04	8.10	12.09	Munnikenland. Woudrichem. M.R. (middelbare eb)=1.30 + A.P.
Opgeteld.	2495	4040	8917.64	42.97	81.20	
Gemiddeld.	249.5	808	891.76	4.29	8.12	

BIJLAGE N°. II.

HOOGE STANDEN door de Maas bereikt tijdens veel opperwater of ijsgang.

De aangeteekende hoogten zijn geput uit de onderstaande werken.

1°. Rapport aan Z. M. den Koning, uitgebragt door de Commissie tot onderzoek der beste rivierafleidingen. 's Hage ter Alg. landsdrukkerij. 1827.

2°. Geschiedkundige beschrijving der overlaten in de provincie Noordbrabant, door A. DE GEUS, hoofd-ingenieur van den waterstaat, uitgegeven door het provinciaal genootschap van kunsten en wetenschappen in Noordbrabant. Breda, Broese en Comp. 1844.

3°. Vervolg op evengenoemd werk door H. F. FIJNJE, uitgegeven door hetzelfde genootschap. 's Hertogenbosch, H. Palier en Zoon. 1853.

4°. Register der peilingen behoorende tot de kaart der rivier de Boven-Maas van Visé tot Woudrichem. 1852—1857.

5°. Registers IX en X bevattende de beschrijving der peilschalen, hakkelbouten en andere verkenmerken langs de rivier de Boven-Maas van Visé tot Woudrichem. 1850—1856.

6°. Vervolg op het rapport der inspecteurs van den waterstaat van den 27sten September 1861. 's Gravenhage, van Weelden en Mingelen. 1864.

7°. Verhandelingen van het Koninklijk Instituut van ingenieurs. 1850—1868.

8°. Verslag aan den Koning over de openbare werken 1870. 's Gravenhage bij van Weelden en Mingelen. 1871.

9°. Tafel van noodpeilen vastgesteld bij beschikking van den minister van binnenlandsche zaken van 16 Junij 1863, N°. 172, 3de Afd.

10°. Tienjarig overzigt der waargenomen waterhoogte langs de hoofdrivieren in Nederland. 1861.

11°. Verzamelingstabellen der waterhoogten boven A.P., dagelijks waargenomen aan de Rijkspeilschalen langs de Boven-Maas. 1854—1871.

De hoogtecijfers, waar achter een vraagteeken is gesteld, zijn niet aan regtstreeksche waarneming ontleend, maar door mij berekend uit andere gegevens of gegrond op hypothese.

	Maastricht.		Roermond.	Venlo.	Boxmeer.	Gennep.	Cuyk.	Hoogte der werking van den Beersschen overlaat.	Grave.	Megen.	Oijen.	Lith.	Hoogste overloop van den overlaat van
	Benedenfront der Maasbrug.	Hoofdsluis der Zuid Willems-vaart.											
	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.		M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	
Noodpeil of dijkhoogte. Linkeroever. Regteroever.								11.00	11.45	9.50	9.30	8.85	
Middelbare rivierstand M. R. volgens het register van peilingen.	42.70	41.93	15.16	9.90	7.69	7.25	6.68		5.97	4.71	4.34	3.94	
1820. Januarij. IJsgang.								1.88 23of 24	12.07 24				
1824. November. Open water.	46.20 16							0.58	10.76 19				
1827. Maart. Open water.	46.20 19	46.10 19						0.56	10.75 21				
1831. Maart. Open water.	46.10 5	46.06 5						0.58	10.76 8				
1833. December. Open water.	46.25 25	46.15 25						0.56	10.75 27				
1839. Januarij. Open water.	46.15 23	46.00 23						0.31	10.49 25				
1841. Januarij. IJsgang.	45.95 18	45 ?7		16.69			11.83 17	0.83 ? 17	10.57 17	8.74 19	8.43 21	7.79 21	
1844. Februarij en Maart. Open water.	46.30 28	46.15 28		17.27 1 Mrt.			11.80 1 en 2 Mrt.	0.77 2 Mrt.	10.75 1 en 2 Mrt.	8.95	8.66		
1845. Maart en April. Open water.	46.10 29en 30	46.00 29en30		17.13 30			11.83 1 Apr.	0.83 1 Apr.	10.69 1 Apr.	8.88 1 Apr.	8 61 1 Apr.	7.96 1Apr.	1.23

…dries.						Hedikhuizen.		Heusden.		Veen.		Woudrichem.	
Waalzijde.	Alem.	Blaauwe sluis.	Crevecoeur.	Vermoedelijke hoogte van werking van den Bokhovenschen overlaat.	Hoogte der werking van den Baardwijkschen overlaat.	Hoog water.	Laag water.	Hoog water.	Laag water.	Hoog water.	Laag water.	Hoog water.	Laag water.
M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. +A.P.			M. +A.P.	M. +A.P.	M. +AP.	M. +A.P.	M. +A.P.	M. +A.P.	M. +A.P.	M. +A.P.
8.60	8.30	7.30	6.25 7.34			3.80 7.00		6.60		6.60		6.20	
	3.67	3.16	2 66			2.42		2.02		1.80		1.30	
					0.71 28			5.49 27				5.28 27	
					1.15 19			5.59 19				4.63 19	
					0.84 24			5.08 24				4.27 24	
					0.82 11 en 12			5.27 12				4.30 12	
					0.91 31			5.55 31				4.55 31	
					0.46			4.40 27					
	7.31 22	6.53 23			0.74			5.39 22		5.11 22		4.82 18	
	7.50	6.74			0.77			5.39		5.10		4.39	
					5 Mrt.			4 Mrt.				4 Mrt.	
	7.65	6.72			0.79			5.53		5.24		4.58	
	4	4			5			4		4		4	

	Maastricht.		Roermond.	Venlo.	Boxmeer.	Gennep.	Cuyk.	Hoogte der werking van den Beersschen overlaat.	Grave.	Megen.	Oijen.	Lith.	Hoogste overloop van
	Benedenfront der Maasbrug.	Hoofdsluis der Zuid Willemsvaart.											
	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P		M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. +A.P.	
1845. December. Open water.	46.20	46.05	21.45 29	17.24			11.54 31	0.54 31	10.47 31				0.1
1846. Januarij en Februarij. Open water.	46.90 29	46.25 29	20.20 30	17.53 tuss. 28 en 4		12.70 tuss. 28 en 4	11.94 31 en 1	0.94 31 en 1	10.87 2				0.8 tu en
1850. Februarij. Open water. van den 4de	46.70 4	46.55 4	20.53	18.11		13.27 6	12.19 6	1.19 6 1.25 31Jan.	11.10 7		8.88 6		1.6
1851. Maart. Open water.	46.00 31	45.81 31	19.40	15.53		11.44	11.00 31	Geene	9.93 31				0.0
1851. April. Open water.	46.00 1 en 2	45.86 1 en 2	19.76	16.61		12.39	11.95 2	0.95 2	10.81 2	8.80 3	8.36 3	7.55 3	0.6
1852. Februarij. Open water.	46.10 7	45.98 7	20.02	17.23		12.54	11.84 9	0.84 9	10.71 10	8.79 10	8.40 10	7.66 10	0.6
1853. Januarij Open water.	45.70 23	45.45 23	19.11	16.33		11.94	11.44 25	0.44	10.43				0.1 na W
1855. Maart IJsgang.		45.10 4	19.45 1	16.13 2		12.02 3	11.65 4	0.65 4	10.63 4		9.10 5		0.9
1860. April. Open water.	45.85 4	45.65 4	19.13 5	16.13 5	12.75 6	12.15 6	11.80 7	Geene	10.74 6 en 7	8.73 7	8.16 7	7.55 7	0.4
1861. Januarij IJsgang.	46.10 3	45.94 4	19.48 4	17.02 4	13.03 5	12.65 6	12.35 6	1.58 7 (waarschijnlijk 1.35)	10.88 7	8.92 9	8.65 9	8.70 9	2

...ies. Waalzijde.	Alem.	Blaauwe sluis.	Crevecoeur.	Vermoedelijke hoogte van werking van den Bokhovenschen overlaat	Hoogte der werking van den Baardwijkschen overlaat.	Hedikhuizen. Hoog water.	Hedikhuizen. Laag water.	Heusden. Hoog water.	Heusden. Laag water.	Veen. Hoog water.	Veen. Laag water.	Woudrichem. Hoog water.	Woudrichem. Laag water.
M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.			M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.
					0.37			4.48 26				3.52 31	
					0.79 3			5.53 3				4.49 2	
		6.88 5			0.99 8			5.86 8				4.93 5	
		5.48 25	4.80 25		0.13 31			3.96 26				2 61 31	
	7.10 3	6.53 5	5.64 6		Geene gekeerd 1.56 7			5.20 6				4.11 6	
	7.24 10	6.54 11	5.52 12		0.55 12			5.02 12				4.07 12	4.07 12
.29		5.66 24—26			0.31			4.35 24—26					
7.60 5	7.58 5	6.80 5			0.80 7	5.92 7		6.00 7				5.15 7	4.68 7
7.09 7	7.14 7	6.39 7	5.28 7	0.93? 7	0.35 7	5.16 8		4.82 7		4.52 7	4.52 7	4.11 7	4.08 7
.32 9	8.20 9	7.27 9	5.90 10	1.58? 11	1.10 11	5.82 11		5.69 11		5.67 6	5.79 6	5.47 6	5.47 6

	Maastricht.		Roermond.	Venlo.	Boxmeer.	Gennep.	Cuyk.	Hoogte der werking van den Beersschen overlaat.	Grave.	Megen.	Oijen.	Lith.	Hoogste overloop van
	Benedenfront der Maasbrug.	Hoofdsluis der Zuid Willems-vaart											
	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.		M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A.P.	M. +A.P.	
1861. Februarij. IJsgang.	43.32 1	42.95 1	16.80 1	14.75 1	12.09 1	11.42 1	11.27 1	0.27 ?	9.85 1	8.57 5	7.76 1	8.27 4	1 na W
1862. Februarij. Open water.	46.65 2	46.48 2	19.97 3	17.53 4	13.36 4	12.73 5	11.93 5	0.93 5	10.79 5	8.85 6	8.16 6	8.00 6	1 0,
1867. Februarij. Open water.	46.10 10	45.93 10	19.43 11	16.78 12	13.00 12	12.42 12	11.73 12	0.74 12	10.62 12	8.79 14		7.98 14	0
1870. October. Open water.	45.90 28	45.64 28	19 04 29	15.63 29	12.39 30	11.77 31		Geene	10.35 31	8.50 31		7.00 31	G
1870. November. Open water.	45.90 2	45.64 2	19.15 3	16.13 3	12 74 4	12.24 4	11.70 4	Geene	10.71 4	8.68 4	8 20 4 en 5	7.49 5	0
1870. December. Drijfijs.	46.00 21	45.78 21	19.27 22	16.37 22	12.90 23	12.09 23	11.56 24	0.56 24	10.71 24	8.93 25	8.39 25	7.75 25	0
1871. Februarij. IJsgang.	44.95 10	44.70 10	18.45 11	14.78 11	11.90 12	11.25 12	10.87 12	Geene	10.09 12	9.00 12	8.97 13	8.77 12	1
1871. April. Open water.	45.25 25	45.04 25	18.61 25	15.03 26	12.14 26	11.50 27			10.19 27	8.48 27			0.

...dries.						Hedikhuizen		Heusden.		Veen.		Woudrichem	
Waalzijde.	Alem.	Blaauwe sluis.	Crevecoeur.	Vermoedelijke hoogte van werking van den Bokhovenschen overlaat.	Hoogte der werking van den Baardwijkschen overlaat.	Hoog water.	Laag water.	Hoog water.	Laag water.	Hoog water.	Laag water.	Hoog water.	Laag water.
M. + A.P.	M. + A.P.	M. + A P.	M. +A.P.			M. +A.P.	M. +A.P.	M. +A.P.	M. +A.P.	M. +A P.	M. + A.P.	M. +A.P.	M. +A.P.
7.69 5	7.72 5	6.95 5	5 56 6	1.29? 6	0.49 6	5.53 6		5.35 6		5.18 6	5.18 6	4.75 6	4.78 6
.59 7	7.55 7	6.83 7	5.81 8	1.36? 8	0 .57 8	5.55 8		5.30 8		5.00 8	5.00 8	4 53 7	4.54 7
.56 14		6.80 14	5.93 14	1.51? 15	0.61 15	5.72 14		5.42 14		5.17 15	5 18 15	4.75 14	4.74 14
.45 31		5.38 31	4.70 31	0.25? 31	Geene	4.39 31	4.38 31	4 05 31	4.04 31	3 86 31	3.80 31	3 70 31	3.66 31
7.05 6	6.80 5	6.26 6	5.51 6	1.08? 6	Geene	5.27 7	5.28 6	4.96 7	4.97 6	4.77 7	4.78 6	4.44 6	4.44 6
.16 25	7.03 25	6.52 25	5.71 25	1.20? 25	0.36 26	5.37 25	5 37 25	5.03 25	5.00 26	4.81 25	4.79 25	4.40 25	4.36 24
.44 13	8.20 13	7.64 13	6.46 13	2.00? 13	1 10 13	6.24 15	6.24 15	6.00 15	6.01 15	5.88 14	5.84 14	4 99 16	5.01 16
.82 29		5.79 29	5.33 29	0.77 ? 29	Geene. (gekeerd)	4.92 29	4 92 29	4.62 29	4 62 29	4 42 29	4 41 29	4 05 29	4.05 29

Bijlage N°. III.

VERHANG OP DE MAAS TIJDENS DEN

Dagteekening. Februarij 1862.	Maastricht, hoofdsluis.	Verhang.		Roermond.	Verhang.		Venlo.	Verhang.	
		Totaal.	per Meter.		Totaal.	per Meter.		Totaal.	per Met
	+ A.P.			+ A.P.			+ A.P.		
1	45.78	27.10	0.0004004	18.68	4.15	0.0001452	14.53	3.63	0.000089
2	46.48	27.24	0.0004026	19.24	3.21	0.0001123	16.03	3.75	0.000092
3	46.20	26.23	0.0003876	19.97	2.69	0.0000941	17.28	4.39	0.000107
4	45.80	25.85	0.0003820	19.95	2.42	0.0000866	17.53	4.17	0.000102
5	45.34	25.91	0.0003828	19.43	2.45	0.0000857	16.98	3.66	0.000089
6	44.98	26.02	0.0003845	18.96	2.75	0.0000962	16.21	3.27	0.000080
7	44.78	26.08	0.0003854	18.70	3.17	0.0001109	15.53	2.80	0.000068
8	44.32	25.87	0.0003823	18.45	3.42	0.0001196	15.03	2.58	0.000063
Gemidd.	45.46	26.29	0.0003884	19.17	3.03	0.0001063	16.14	3.53	0.000086
Afstand der peilschalen langs de rivier gemeten.		67670			28580			40700	
						Verhang bij den middelbaren ri			
M.R.	41.93	26.77	0.0003956	15.16	5.26	0.0001840	9.90	2.21	0.000054

Dagteekening. Februarij 1862.	Grave.	Verhang.		Megen.	Verhang.		Oijen.	Verhang.	
		Totaal.	per Meter.		Totaal.	per Meter.		Totaal.	per Met
	+ P.A.			+ A.P.			+ A.P.		
4	10.66	2.05	0.0000911	8.61	0.81	0.0000855	7.80	0.37	0.000035
5	10.79	1.99	0.0000884	8.80	0.73	0.0000771	8.07	0.22	0.000020
6	10.68	1.83	0.0000813	8.85	0.69	0.0000728	8.16	0.16	0.000015
7	10.52	1.78	0.0000791	8.74	0.66	0.0000697	8.08	0.12	0.000011
8	10.40	1.75	0.0000777	8.65	0.65	0.0000686	8.00	0.10	0.000009
9	10.22	1.68	0.0000746	8.54	0.65	0.0000686	7.89	0.13	0.000012
Gemidd.	10.54	1.84	0.0000820	8.70	0.70	0.0000739	8.00	0.19	0.000018
Afstand der peilschalen langs de rivier gemeten.		22050			9466			10534	
						Verhang bij den middelbaren ri			
M.R.	5.97	1.26	0.0000560	4.71	0.37	0.0000391	4.34	0.40	0.000037

GEN WATERSTAND VAN FEBRUARIJ 1862.

	Verhang.		Gennep.	Verhang.		Cuyk.	Verhang.		Grave.
	Totaal.	per Meter.		Totaal.	per Meter.		Totaal.	per Meter.	
.			+ A.P.			+ A.P.			+ A.P.
0	0 41	0.0000618	10.49						
3	0.74	0.0001116	11.54	0.51	0.0000756	11.03	1.11	0 0000903	9 92
9	0 75	0.0001131	12.14	0 71	0.0001053	11 43	0.97	0.0000789	10.46
6	0.67	0.0001010	12 69	0.82	0.0001216	11.87	1.21	0 0000985	10.66
2	0.59	0.0000889	12.73	0.80	0.0001214	11.93	1.14	0-0000928	10.79
4	0.50	0 0000754	12.44	0.69	0.0001023	11.75	1.07	0.0000871	10.68
3	0.66	0 0000995	12.07	0.57	0.0000845	11.50	0.98	0.0000798	10 52
5	0.63	0.0000950	11.82	0 48	0.0000712	11.34	0.94	0.0000765	10.40
0	0.61	0.0000932	11.99 en 12.20	0.65	0,0000964	11.55	1.06	0.0000863	10.49
		6630			6740			12280	

volgens het register der peilingen.

9	0 44	0.0000664	7.25	0.57	0.0000846	6.68	0.71	0.0000578	5 97

	Verhang.		St. Andries.	Verhang.		Alem.	Verhang.		Blaauwe sluis.
	Totaal.	per Meter.		Totaal.	per Meter.		Totaal.	per Meter.	
P.			+ A.P.			+ A.P.			+ A.P.
3	0.56	0.0000683	6 87	0.03	0.0000156	6.84	0.72	0.0001019	6.12
5	0.45	0.0000548	7.40	0.02	0.0000104	7 38	0.73	0.0001033	6.65
0	0 45	0 0000548	7.55	0.02	0 0000104	7.53	0 73	0.0001033	6.80
6	0.40	0.0000487	7 56	0.01	0.0000071	7.55	0 72	0.0001019	6.83
0	0.40	0.0000487	7 50	-0 02	-0 0000104	7.52	0.73	0 0001033	6 79
6	0.41	0.0000500	7.35	-0.07	-0.0000366	7.42	0 73	0·0001033	6.69
1	0.44	0.0000542	7.37	-0.01	0.0000071	7.38	0.73	0.0001033	6.65
		8200			1911			7064	

volgens het register der peilingen.

4	0.16	0.0000195	3.78	0.11	0.0000576	3.67	0.51	0.0000722	3.16

Dagteekening. Februarij 1862.	Blaauwe sluis.	Verhang.		Crevecoeur.	Verhang.		Hedik-huizen.	Verhang	
		Totaal.	per Meter.		Totaal.	per Meter.		Totaal.	per Me
	+ A.P.			+ A.P.			+ A.P.		
5	6.65	1.18	0.0001605	5.47	0.47	0 0000886	5.00	0.28	0.00005
6	6.80	1.10	0 0001496	5.70	0.32	0.0000603	5.38	0.27	0.00005
7	6.83	1.08	0 0001469	5.75	0.25	0 0000471	5 50	0.25	0.00004
8	6.79	0.98	0.0001333	5.81	0.26	0.0000490	5 55	0.25	0 00004
9	6.69	0.94	0.0001278	5.75	0.25	0.0000471	5.50	0.28	0 00005
10	6.45	0.84	0.0001142	5.61	0.22	0.0000415	5 39	0.29	0.00005
Gemidd.	6.70	1.02	0.0001366	5.68	0.29	0.0000556	5.39	0.27	0.00005
Afstand der peilschalen langs de rivier gemeten.		7350			5300			5175	

Verhang bij den middelbaren ri

MR.	3.16	0.57	0.0000680	2.66	0.24	0.0000453	2.42	0.40	0.00007

Verhang. Totaal	Verhang. per Meter.	Veen. L.W.	Verhang. Totaal.	Verhang. per Meter.	Woudri-chem. L.W.	Verhang. Totaal.	Verhang. per Meter.	Gorinchem. L.W.
		+ A.P			+ A.P.			+ A.P.
0.18	0.0000467	4.54	0.44	0.0000456	4.10	0.42	0 0001473	3.68
0.20	0.0000519	4.91	0.46	0.0000476	4.45	0.43	0.0001508	4.02
0.25	0.0000649	5.00	0 46	0.0000476	4.54	0.47	0.0001649	4.07
0.30	0.0000779	5.00	0.50	0.0000518	4 50	0.46	0.0001614	4.04
0.30	0.0000779	4.92	0.53	0.0000549	4.39	0 46	0.0001614	3.93
0.37	0.0000961	4.73	0.53	0.0000549	4.20	0.41	0.0001438	3.79
0.27	0.0000692	4.85	0.49	0.0000504	4.36	0.44	0.0001543	3.92
	3850			9650			2850	

volgens het register der peilingen

0.22	0.0000571	1.80	0.50	0.0000518	1.30	0.33	0.0001157	0.97

BIJLAGE N°. IV.

VERMOGEN VAN DE MAAS TIJDENS I

Volgnummer.	Peilraaijen, waaruit de gemiddelden zijn genomen.	Middelbare rivierstand. M.R. + A.P.	Noodpeil of hoogte der dijken. + A.P.	Aangenomen hoogte der uiterwaarden boven M.R.	Hoogte van den hoogen waterstand van 5 tot 8 Februarij 186[illegible]. Boven A.P.	Gemiddeld boven M.R.	Gemid. boven de uiterwaarden.	Gemidd. breedte van den waterspiegel in het gcheele vak bij M.R.	H.W.	Aangenomen breedte.	Inhoud van het p… bij den ho… watersta… Beneden M.R.	Boven M.R.
		M.										
1	CLVI-CLXII Gennep-Cuyk.	7.25 6.68	11.00 (overlaatp.)	4.00	12.73 11.93	5.3[illegible]	1.36	145	319	145	322	777
2	CLXIII-CLXXIV Cuyk-Grave.	6.68 5.97	11.00 11.45	4.00	11.93 10.79	5.03	1.03	142	637	142	349	714
3	CLXXV-CXCVII Grave-Megen.	5.97 4.71	11.45 9.50	3.50	10.79 8.85	4.48	0.98	152	823	152	381	681
4	CXCVIII-CCVII Megen-Oijen.	4.71 4.34	9.50 9.30	3.00	8.85 8.16	3.98	0.98	154	1014	154	435	61[illegible]
5	CCVIII-CCXVII Oijen-Lith.	4.34 3.94	9.30 8.85	3.00	8.16 8.00	3.94	0.94	219	833	219	493	863
6	CCXVIII-CCXXV Lith-St. Andries.	3.94 3.78	8.85 8.00	3.00	8.00 7.56	3.92	0.92	215	1250	215	592	843
7	CCXXVI-CCXXVII St. Andries-Alem.	3.78 3.67	8.00 8.30	2.75	7.56 7.55	3.83	1.08	371	1115	371	992	1421
8	CCXXVIII-CCXXXIII Alem-Blaauwe sluis.	3.67 3.16	8.30 7.30	2.50	7.55 6.83	3.77	1.27	230	1247	230	576	867
9	CCXXXIV-CCXLI Blaauwe sluis-Crevecoeur	3.16 2.66	7.30 6.25	2.50	6.83 5.81	3.41	0.91	248	1062	248	679	845
10	CCXLII-CCXLVI Crevecoeur-Hedikhuizen.	2.66 2.42	6.25 3.80 (overlaatp.)	2.50	5.81 5.55	3.14	0.64	235	639	235	719	738
11	CCXLVII-CCLI Hedikhuizen-Heusden.	2.42 2.0[illegible]	3.80 6.60	2.50	5.55 5.30	3.20	0.70	301	840	301	638	963
12	CCLII-CCLVI Heusden-Veen.	2.0[illegible] 1.80	6.60 6.60	2.50	5.30 5.00	3.24	0.74	233	1049	233	764	754
13	CCLVII-CCLXVI Veen-Woudrichem.	1.80 1.30	6.60 6.20	2.00	5.00 4.54	3.22	1.22	249	808	249	892	801

GEN STAND VAN FEBRUARIJ 1862.

RIVIER			OP DE UITERWAARDEN.						Vermogen in de rivier en op de uiterwaarden te zamen.
Verhang. α	Snelheid V volgens de formule.	Vermogen V × I.	Aangenomen breedte.	Inhoud van het profil I.	Natte omtrek *p*.	Verhang. α	Snelheid V volgens de formule.	Vermogen V × I.	
0.0000964	1.411	1551	1174	1596	1178	0.0000964	0.615	981	2532
0.0000863	1.322	1405	495	510	498	0.0000863	0.506	258	
0.0000820	1.240	1316	671	657	674	0.0000820	0.481	316	1632
0.0000739	1.148	1203	860	843	863	0.0000739	0.457	385	1588
0.0000180	0.549	745	614	577	617	0.0000180	0.221	127	
0.0000542	0.985	1413	1035	952	1038	0.0000542	0.379	361	
0.0000071	0.357	861	744	803	747	0.0000071	0.148	119	
0.0001033	1.324	1911	1017	1291	1021	0.0001033	0.615	794	2705
0.0001366	1.514	2307	814	740	817	0.0001366	0.599	443	2750
0.0000556	0.968	1411	404	258	406	0.0000556	0.320	82	
0.0000521	0.870	1393	539	377	541	0.0000521	0.324	122	
0.0000692	1.095	1663	816	603	819	0.0000692	0.384	231	1894
0.0000504	0.952	1612	559	682	562	0.0000504	0.421	287	1899

BIJLAGE N°. V.

WERKING VAN DE OVERLATEN VAN HEEREWAARDEN.

Ter berekening van de grootste hoeveelheid water, die, bij de werking der overlaten van Heerewaarden, in Februarij 1862, van de Waal naar de Maas is gestroomd, zijn de volgende vakken beschouwd.

1°. Van den Waalbandijk onder Dreumel tot aan de kade langs den benedenkant van het voormalige Vorensche gat.

In dit vak liggen geene kaden. De Dreumelsche straat, weinig boven het Maaiveld verheven, is als overlaatkade aangenomen.

2°. Van de kade langs het Vorensche gat tot aan de dwarskade loopende naar het gehucht Zevenhuizen, boven het voormalige Waalgat. Dit vak, genaamd Eilandsche bovenpolder, heeft eene kade langs de Waal en eene langs de Maas.

3°. Van evengenoemde kade boven het Waalgat tot aan eene dergelijke kade genaamd de Molendijk loopende beneden langs dat gat naar het dorpje Heerewaarden.

Aan de Waal- en aan de Maaszijde bezit dit vak een kade.

4°. Van den Molendijk tot aan het oude fort St. Andries. Ook dit gedeelte is door kaden langs Waal en Maas omgeven, die boven door den Molendijk en beneden door een dwarskade even boven het oude fort zijn verbonden.

5°. Van het nieuwe fort St. Andries tot den Waalbandijk bij Rossum. Dit vak, genaamd het Klooster, heeft geen kade.

De hoogte van de kaden en van het terrein is in Februarij 1852 tijdens den hoogen waterstand opgenomen en bepaald ten aanzien van Tielsch peil.

De hoogste waterstand tusschen 9 en 12 Februarij 1852 te Tiel was 8.71 M. + A.P. met open rivier.

Aan het kanaal te St. Andries werden toen nog geen waterstanden waargenomen Voor de bepaling van het verhang scheen, na vergelijking van eenige hooge waterstanden, die van December 1854 meest geschikt. De Waal stond toen bij open rivier te Tiel 8.35 + A.P. en te St. Andries 6.96; gevende een verhang van 1.39 M.

Ter bepaling ten opzigte van A.P. van de hoogten, die ten aanzien van Tielsch peil waren opgegeven, zijn zij dus vermeerderd met 2.49 (de hoogte van Tielsch peil boven A.P.) en verminderd met het verhang van Tiel tot het punt van beschouwing, uitgaande van een verhang van 1.39 M. tusschen Tiel en St. Andries, gelijk 0.12 M. per 1000 M.

De onderstaande tabel geeft de op die wijs berekende gemiddelde hoogten aan benevens de lengten der vakken, zooveel mogelijk evenwijdig aan de rigting van de Waal gemeten.

Volgnommer van het vak.	Hoogte aan Tielsch peil van			Lengte van het vak.	Afstand van het midden van het vak beneden Tiel langs de stroomlijn gemeten.	Verhang van Tiel. Februarij 1852.	Hoogte boven A.P. van			
	de kade aan de Waal.	het terrein.	de kade aan de Maas.				de kade aan de Waal.	het terrein.	de kade aan de Maas.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	(*a*)						(*a*)			
1	5.06	„	„	580	6920	0 86	7 33	„	„	De afstanden van kolom 6 zijn gemeten langsdenstroomdraad.
2	6.55	4.81	5.95	1200	7170	0.89	8.15	6 41	7.55	(*a*) Eigenlijk de Vorensche dam en de Dreumelsche straat.
3	6 24	4.76	„	300	8020	0.99	7.74	6.26	„	
4	6.23	4 86	6.07	2400	9520	1.18	7.54	6 17	7.38	
5	„	5.53	„	550	11680	1.45	„	6.57	„	

Voor de berekening is wijders toegepast de formule voor den

onvolkomen overlaat, voorkomende op blz. 414 van de beginselen der Mechanica van J. P. DELPRAT (1848).

$$M = (h' - {}^1/_3 h)\, n\, b \sqrt{2 g h}$$

h is het verschil in hoogte der waterspiegels, waartoe de hoogte van het Waal- en Maaswater tegenover het midden der beschouwde vakken is berekend uit de afstanden langs de stroomlijn gemeten en de verhangen Tiel-St. Andries en Lith-St. Andries, tijdens den hoogen waterstand van 7 Februarij 1862.

h' is de hoogte van den waterspiegel der rivier de Waal boven de kruin van den overlaat.

b de breedte van den overlaat.

g de versnelling door de zwaartekracht 9,812.

n = 0.62.

De gegevens en de uitkomst der berekening zijn verzameld in onderstaande tabel.

Volgnommer van het vak.	Afstand van het midden van het vak langs de stroomlijn gemeten beneden		Hoogte boven A.P. van de			Breedte b.	Hoogte van den waterspiegel van de Waal boven den overlaat. h'	Verval tusschen de Waal en de Maas. h	Coefficient der formule. n	$h_1 - {}^1/_3 h$	$\sqrt{2gh}$	M.
	Tiel.	Lith.	kruin des overlaats. Febr. 1852.	rivier de Waal. Febr. 1862.	rivier de Maas. Febr. 1862.							
1	6920	2800	7.33	8.16	7.82	580	0.83	0.34	0.62	0.72	2.58	668
2	7170	3500	8.15	8.13	7.79	1200	„	0.34	0.62	„	„	„
3	8020	4000	7.74	8.02	7.76	300	0.28	0.26	0.62	0.19	2.26	80
4	9520	5400	7.54	7.82	7.70	2400	0.28	0.12	0.62	0.24	1.54	550
5	11680	8900	6.57	7.53	7.53	550	0.96	0	0.62	„	„	„
												1298

Bij eene opneming van de kade langs de Waal, verrigt in Julij 1861, is eene grootere hoogte gevonden dan de bovenstaande, namelijk voor kade N°. 2 gemiddeld 6.85 M., voor N°. 3 7.18 en voor N°. 4 6.23, alles aan Tielsch peil. Het

verhang tusschen Tiel en St. Andries was tijdens den hoogsten stand van Julij 1861 1.27 M. of 0.0001131 per M.

Die hoogten in onderstaande tabel gebragt, geven een geringer bedrag voor de overgeloopen hoeveelheid.

Volgnommer van het vak.	Afstand van het midden van het vak langs de stroomlijn gemeten van		Hoogte boven A.P. van de			Breedte b.	Hoogte van den waterspiegel van de Waal boven den overlaat. h'	Verval tusschen de Waal en de Maas. h	Coefficient der formule. n	$h_1 - \frac{1}{3}h$.	$\sqrt{2gh}$.	M.
	Tiel.	Lith.	kruin des overlaats. Julij 1861.	rivier de Waal. Febr. 1862.	rivier de Maas. Febr. 1862.							
1	6920	2800	7.33	8.16	7.82	580	0.83	0.34	0.62	0.72	2.58	668
2	7170	3503	8.53	8.13	7 79	1200	„	0.34	0.62	„	„	„
3	8020	4000	8.76	8.02	7.76	300	„	0.26	0.62	„	„	„
4	9520	5400	7.64	7 82	7.70	2400	0.18	0.12	0.62	0.14	1.54	320
5	11680	8900	6.57	7.53	7.53	550	0.96	0	0.62	„	„	„
												988

Bijlage N°. VI.

VERMOGEN VAN DE MAAS TIJDENS [...]

(Ongeveer 8 dagen na [...]

Volgnummer.	Peilraaijen waaruit de gemiddelden zijn genomen.	Middelbare rivierstand M.R. + A.P.	Noodpeil of hoogte der dijken + A P.	Aangenomen hoogte der uiterwaarden boven M.R.	Hoogte van den waterstand van 14 Febr. 1862.			Gem bree van wat spie in h gehe vak
					boven A.P.	gemiddeld boven M.R.	gemidd. boven de uiterwaarden.	M.R.
1	CLVI-CLXII. Gennep-Cuyk.	7.25 6.68	11 00 (overlaatp.)	4.00	9.28 —			145
2	CLXIII-CLXXIV. Cuyk-Grave.	6.68 5.97	11.00 11.45	4.00	— 8.26			142
3	CLXXV-CXCVII. Grave-Megen.	5.97 4.71	11.45 9.50	3.50	8.26 6.98	2.28	—	152
4	CXCVIII-CCVII. Megen-Oijen.	4.71 4.34	9.50 9.30	3.00	6.98 —			154
5	CCVIII-CCXVII. Oijen-Lith.	4.34 3.94	9.30 8.85	3.00	— 5.82			219
6	CCXVIII-CCXXV. Lith-St. Andries.	3.94 3.78	8.85 8.00	3.00	5.82 5.30	1.70	—	215
7	CCXXVI-CCXXVII. St. Andries-Alem.	3.78 3.67	8.00 8.30	2.75	5.30 —			371
8	CCXXVIII-CCXXXIII. Alem-Blaauwe sluis.	3.67 3.16	8 30 7.30	2.50	— 4.80			230
9	CCXXXIV-CCXLI. Blaauwe sluis-Crevecoeur.	3.16 2.66	7.30 6.25	2.50	4.80 4.56	1.77	—	248
10	CCXLII-CCXLVI. Crevecoeur-Hedikhuizen.	2.66 2.42	6.25 3.80 (overlaatp.)	2.50	4.56 4.20	1.84	—	235
11	CCXLII-CCLI. Hedikhuizen-Heusden.	2.42 2.02	3.80 6.60	2.50	4.20 3.85	1.80	—	501
12	CCLII-CCLVI Heusden-Veen.	2.02 1.80	6.60 6.60	2.50	3.85 3.58	1.80	—	233
13	CCLVII-CCLXVI. Veen-Woudrichem.	1.80 1.30	6.60 6.20	2.00	3.58 2.97	1.72	—	249

ERSTAND VAN 14 FEBRUARIJ 1862.
n stand van die maand.)

IN DE RIVIER.							
Inhoud van het profil bij den waterstand			Natte omtrek p.	Verhang. α	Snelheid V volgens de formule.	Vermogen V × I.	Aanmerkingen.
beneden M.R.	boven M.R.	totaal I.					
…22			154				
…49			152				
…81	346	727	164	0.00005689	0.8545	621	
…35			170				
…93			234				
…92	365	957	232	0.00006341	0.8703	832	Bij den waterstand van 14 Febr. 1862 stroomde volgens de aangenomen hoogte van de uiterwaarden over dezen geen water.
…92			389				
…76			246				
…79	438	1117	263	0.00003565	0.6337	707	
…19	432	1151	250	0.00006792	0.9516	109	
…38	541	1179	319	0.00006763	0.8508	1003	
…4	419	1183	254	0.00007013	0.9709	1157	
…2	428	1320	273	0.00006321	0.9407	1241	

INHOUD

VAN

DEEL VI. — STUK 2.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER - KRÖBER - BAKELS.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

Zesde Deel. — Derde Stuk.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1872.

OVER DEN METEORIET VAN KNYAHINYA

IN HET

UNGHVÄRER COMITAT

DOOR

E. H. VON BAUMHAUER.

Voorgedragen in de Gewone Vergad. van 30 Maart 1872.

Weinig meteoorsteenregens hebben de eer gehad door zoo vele ooggetuigen te zijn waargenomen als die, welke den 9 Juni 1866 des namiddags omstreeks 5 uur plaats vond bij Knyahinya in de buurt van Nagy-Berezna in het Unghvärer Comitat.

De nu overleden W. Ritter VON HAIDINGER te Weenen, die zich ten opzichte der meteorieten zoo zeer verdienstelijk heeft gemaakt, heeft met de grootste zorg de getuigen van dit grootsche schouwspel doen verhooren en protokollen hunner antwoorden doen opmaken; wij vinden deze verzameld in twee mededeelingen, welke VON HAIDINGER daarvan gedaan heeft in de mathematisch-natuurwetenschappelijke klasse der Keizerlijke Akademie van wetenschappen te Weenen en die te vinden zijn in de Sitzungsberichte dier Akademie T. LIV 2de Abth pag. 200 en pag. 475.

De verschijnselen bij dien val waargenomen komen grootendeels overeen met die, welke bij andere meteoorsteenvallen zijn gehoord en gezien. Een slag, beschreven als een hevig kanonschot, die de ramen deed trillen, gevolgd door een paar minder harde slagen, daarbij het geluid als van een zwaren wagen over de straatsteenen rollende. Door den slag opmerkzaam gemaakt, bespeurde men aan den hemel een kleine wolk, die zich snel voortbewoog, en de grootte had van ongeveer tien

malen die der zon, en uit welke wolk zich naar alle richtingen rookstralen verspreidden. Zij, die zich op meerderen afstand van de plaats van het verschijnsel bevonden, zagen een rood gloeiend peervormig lichaam met een blauw licht omgeven, en in zijne vlucht een rookstraal achterlatende, met eene groote snelheid onder een hoek van 30 à 35 graden zich naar de aarde bewegen, terwijl een ooggetuige beweert gezien te hebben, dat dit gloeiend lichaam steeds gloeiende vonken uitwerpende, zich in zijn loop in tweeën deelde en dat toen twee vuurkogels gescheiden van elkander op aarde nedervielen.

Sommigen vergeleken dit vurig lichaam met een brandenden bezem, dien zij heksenbezem noemden.

Opmerkelijk is het dat meerderen beweren dat dit luchtverschijnsel 4 à 5 minuten heeft geduurd, zelfs dat de uit den vuurkogel uitgestooten rookwolk nog 10 minuten daarna zichtbaar is geweest; alsook dat bepaald de reuk van brandende zwavel is waargenomen; een der getuigen, die kort na den val een steen heeft opgeraapt, beweert dat nog drie dagen daarna de zwavelreuk niet van zijn handen verdwenen was. Bij dien val zijn eene groote hoeveelheid steenen, allen met de kenschetsende korst bedekt, gevallen; de twee grootste echter, de eene ongeveer 293 kilo's, en de andere bijna 37 kilo's zwaar, zijn eerst bij een opzettelijk onderzoek der streek drie weken later gevonden; terwijl de verschillende steenen, welke VON HAIDINGER op ongeveer 1000 met een gewicht van 8 à 10 centenaars begroot, gevallen zijn op een oppervlakte van ongeveer 2 mijlen lengte en 3/4 mijl breedte, zijn die beide zware steenen dicht bij elkander gevonden op een afstand vau hoogstens 100 schreden en wel op de uiterste punt van het vlak waarop steenen gevonden zijn; de grootste was 11 voet diep, de kleinere van 37 kilo's ongeveer 2 voet diep in den grond gedrongen; de grootste was bij het vallen in den grond in drie of meerdere stukken gebroken, zoodat een der stukken minder diep in den grond gedrongen was dan het grootste stuk hetwelk 11 voeten diep lag; rondom het in den grond geslagen gat, vond men ook nog brokstukken. Van de kleinere steenen vond men meerderen op de oppervlakte der aarde, die dus niet in den grond waren doorgedrongen; een steen van de grootte

van een ei vond men op een uitgestrekten doek, die daardoor noch doorboord noch verzengd was; daarentegen vond men op vele plaatsen takken van boomen, die door steenen waren afgeslagen. Over den warmtegraad dien de steenen bij het vallen gehad hebben, zijn de getuigenissen zeer verschillend; terwijl de een zegt dat hij een steen kort na den val opraapte en niet warmer vond dan alsof hij door de zonnestralen was beschenen, verklaren anderen dat het gras op de plaatsen waar een steen gevallen was, geheel zwart was gebrand.

Het soortelijk gewicht van den steen wordt door V. HAIDINGER opgegeven als 3,520 bij 20° R. Opmerkelijk is het dat van den steen van dien steenregen tot nu toe geene scheikundige analyse is gemaakt, ten minste, voor zoo verre ik zulks kon nagaan, is mij daarvan niets gebleken; het was mij daarom bijzonder aangenaam door den hoogleeraar H. VOGELSANG in het bezit gesteld te worden van een klein stuk uit zijne verzameling, waarmede ik een volledig onderzoek heb kunnen doen op de wijze, die ik vroeger beschreven heb bij de mededeeling van den meteoriet van Tjabé.

Voor dat ik echter overga tot de mededeeling der uitkomsten dier analyse, moet ik nog wijzen op een door den Zuricher hoogleeraar A. KENNGOTT gedaan mikroskopisch mineralogisch onderzoek op dun geslepen plaatjes van dien steen, welk onderzoek in de straks genoemde Sitzungsberichte T LXIX 2de Abth. pag. 873 is medegedeeld.

Prof. KENNGOTT zegt, dat met het bloote oog de massa fijnkorrelig is, bij een matige vergrooting kogelkorrelig, terwijl de kogelvormige eenigszins hoekige korrels grauw gekleurd zijn met gele vlekken, die echter onregelmatig verdeeld zijn, zoodat niet een bepaald geel gekleurd afzonderlijk bestanddeel zichtbaar is; terwijl de geheele massa bij dunne schijfjes doorschijnend zelfs doorzichtig is, is eene ondoorzichtige stof onregelmatig door de massa verdeeld. Bij eene 30 malige vergrooting onderscheidde KENNGOTT, behalve de metaaldeeltjes en de ondoorzichtige deelen, twee bepaalde mineralen, waarvan het een kleurloos en doorzichtig, het ander grauw en alleen doorschijnend, beide dubbelbrekende stoffen, welke beide mineralen echter in de massa niet scherp gescheiden zijn, zoodat men onmogelijk

uit de fijne korrels homogene korrels zoude kunnen uitzoeken; beide mineralen nemen te zamen aan de vorming van het gesteente deel, zoodat de kogelvormige deelen zoowel uitsluitend uit het een als uit het ander, alsook uit beiden te zamen zijn gevormd; de ondoorzichtige deelen treden, wat hun gehalte aangaat, zeer op den achtergrond; zij hebben geen invloed op de struktuur, en zijn alleen tusschen het gesteente verdeeld daar, waar tusschen de ronde en hoekige korrels plaats voor hen overblijft. Naar het oordeel van KENNGOTT heeft de massa van den steen zich zelve kristallijn gevormd, en moet niet beschouwd worden als een agglomeraat van afzonderlijk gevormde lichaampjes.

KENNGOTT noemt drie ondoorzichtige stoffen: het grauwe ijzer, het grauwgeel magneetijzerkies (troilit van V. HAIDINGER) en nog eene zwarte zelfstandigheid (dit zal wel chroomijzersteen zijn) en neemt in het kristallijnkorrelige mengsel twee silikaten aan, waarvan het een kleurloos doorzichtig door zoutzuur wordt opgelost en van peridotische natuur is (olivin), terwijl het ander grauw en alleen doorschijnend is en niet door zoutzuur wordt aangetast, van augietachtigen aard is (enstatit of diallagit); het laatste vertoont bij dunne plaatjes eene lineaire vorming, die door strepen wordt aangeduid en waarschijnlijk op lamellen duidt, terwijl in het doorzichtige mineraal alleen barsten zichtbaar zijn.

KENNGOTT geeft eenige fraaie afbeeldingen van sommige door hem waargenomen eenigszins hoekige korreldoorsneden, en toont daarbij aan dat het nikkelijzer, hetwelk in relatief kleine dimensies optreedt en meer als tusschen de mineralen ingespoten voorkomt, somwijlen in eene dunne laag de korrels van het doorzichtig silikaat omhult.

Verder merkt KENNGOTT op dat stukjes van den steen voor de blaasbuis slechts op sommige plaatsen met eene zwarte glanzende smeltvlakte bedekt worden, terwijl het poeder van den meteoorsteen op met gedestilleerd water bevochtigd curcumapapier geplaatst, duidelijke soms sterke alkalische reactie vertoont.

Het scheikundig onderzoek, hetwelk ik op dezen steen heb ingesteld, heeft de volgende resultaten opgeleverd:

Het soortelijk gewicht van den geheelen steen vergeleken met water van $16^{\circ},5$ C., werd gevonden 3.515.

Nadat de steen in een achaten mortier zooveel mogelijk tot fijn poeder was gebracht, werd door den magneet het nikkelijzer uitgetrokken; nadat het uitgetrokkene op nieuw was fijn gestooten, werd het nog zooveel mogelijk van de aanhangende silikaten bevrijd; de verhouding tusschen het magnetisch en het niet magnetisch gedeelte werd gevonden als 5,72 : 94,28.

In een stroom droog waterstofgas zacht verwarmd magnetisch poeder werd eerst met eene koude kwikchlorid-oplossing in een atmospheer van waterstofgas uitgetrokken, en daarna in eene warme kwikchlorid-oplossing; in beide oplossingen werd afzonderlijk de verhouding tusschen het ijzer- en het nikkelgehalte bepaald. Op 100 deelen berekend werd gevonden:

			Atoomverh.	
1ste Uittrekking	ijzer	55.46 . . .	5.5	4
〃	nikkel	10.49 . . .	1	
2de 〃	ijzer	8.00 . . .	3	
〃	nikkel	5.44 . . .	2	1
Phosphorus		Spoor		
Onopgelost silikaat		20.19 . . .		
		99.58.		

Uit een gedeelte van het niet magnetische werd door behandeling met kokend zoutzuur en doorvoering van het gevormde gas door eene ammoniakale zilveroplossing de hoeveelheid zwavel bepaald, die berekend als Fe S bedroeg op 100 deelen 2.48 Fe S.

Het niet magnetisch poeder werd na in een stroom waterstofgas te zijn verhit, meerdere malen met eene kokende kwikchlorid-oplossing behandeld, ter verwijdering van het daarin nog aanwezige nikkelijzer; daarna aan de lucht gegloeid, waarbij de reuk van zwaveligzuurgas werd waargenomen; het poeder werd op nieuw in een stroom waterstofgas gegloeid, weêr behandeld met kwikchlorid, en daarna aan de lucht gegloeid, waarbij een roodbruin poeder terugbleef, waaruit zuren geen zwavelwaterstofgas meer ontwikkelden. Het ijzer uit het silikaat, daarin als oxydul aanwezig, was door deze bewerking in oxyd omgezet, ten minste voor een groot deel; het bleek bij het onderzoek dat in het in zuren onoplosbaar silikaat het ijzer als oxydul was gebleven, terwijl in het oplosbaar silikaat waarschijnlijk al het ijzeroxydul in oxyd was omgezet.

In 100 deelen van het aldus behandelde poeder werd, door uittrekking eerst met kokend zoutzuur en daarna met kokende koolzure soda-oplossing, gevonden:

Onopgelost gedeelte.	48.31
Kiezelzuur.	18.60
IJzeroxyd met spoor mangaanoxyd.	14.76
Magnesia.	15.11
Kalk.	1.22
Alumina.	0.13
Soda.	0.64
Potassa.	1.07
	99.84.

Waaruit berekend wordt voor de samenstelling van het in zuren oplosbaar silikaat, na omzetting van het ijzeroxyd in ijzeroxydul:

		Zuurstof.	
Kiezelzuur.	37.16		19.68
IJzeroxydul met spoor mangaanoxydul	26.54	5.90	19.48
Magnesia	30.18	12.07	
Kalk.	2.43	0.70	
Alumina.	0.27	0.12	
Soda.	1.28	0.33	
Potassa	2.14	0.36	
	100.00.		

Wij hebben dus hier bepaald, zooals bij de meeste meteoorsteenen, een monosilikaat, waarin de verhouding tusschen de zuurstof van het kiezelzuur en die van de basen is als 1 : 1, en wel met een olivin, waarin de atoomverhouding der metalen ijzer en magnesium is als 1 : 2, dus:

$$\begin{pmatrix} Fe \ ^1/_3 \\ Mg \ ^2/_3 \end{pmatrix}^2 Si\ O_4$$

Meteoorsteenpoeder werd meerdere dagen met kokend zoutzuur uitgetrokken, daarna met kokende koolzure soda oplossing

in een platinum schaal behandeld, en deze beide bewerkingen nog een paar keeren op hetzelfde poeder herhaald om zooveel mogelijk een silikaat te verkrijgen, hetwelk geacht kon worden vrij van olivin te zijn. De analyse van dit onoplosbaar poeder, hetwelk bijna wit was met eene lichtgrauwe tint, werd gedaan gedeeltelijk door de behandeling met vloeispaatzuur, voor een ander deel, vooral ter bepaling van het kiezelzuurgehalte en dat der alkaliën, door gloeiing met zuiver koolzuren kalk en salmiak op de wijze, die door J. LAWRENCE SMITH in het *Chemical News* van 1871, vol. XXIII, pag. 222 en 234 beschreven is; deze methode is mij bij het gebruik hoogst doelmatig voorgekomen, alleenlijk moet ik opmerken, dat de chroomijzersteen, die bij de behandeling met vloeispaatzuur onaangetast terugblijft, bij de gloeiing met kalk voor een groot deel wordt ontleed.

Het resultaat der analyse van het onoplosbaar silikaat was:

Kiezelzuur	55.79
IJzeroxydul met spoor mangaanoxydul	11.11
Magnesia	19.38
Kalk	3.93
Alumina	5.87
Soda	1.82
Potassa	1.10
Chroomijzersteen	1.06
	100.06.

Het onoplosbaar silikaat, zonder chroomijzersteen, bestaat dus uit:

		Zuurstof.	
Kiezelzuur	56.35		29.85
IJzeroxydul met spoor mangaanoxydul	11.22	2.49	14.88
Magnesia	19.58	7.83	
Kalk	3.97	1.13	
Alumina	5.93	2.77	
Soda	1.84	0.47	
Potassa	1.11	0 19	
	100.00.		

Wij hebben dus hier een bisilikaat, waarin de verhouding van de zuurstof van de basen tot die van het kiezelzuur vrij nauwkeurig is als 1 : 2; diezelfde verhouding is gevonden in het onoplosbaar silikaat der steenen van Chantonnay, Seres en Blansko allen door BERZELIUS onderzocht en die van Utrecht door mij geanalyseerd, terwijl bij meerdere andere steenen de gevonden getallen meer of minder die verhouding naderen.

Vatten wij de resultaten van het onderzoek te zamen, zoo kunnen wij zeggen dat de steen van Knyahinya bestaat uit:

Nikkelijzer.	5.0
Zwavelijzer.	2.2
Chroomijzersteen	0.8
Olivin.	39.9
Onoplosbaar silikaat	52.1
	100.0.

OVER DEN METEORIET VAN L'AIGLE.

DOOR

E. H. VON BAUMHAUER.

Voorgedragen in de Gew. Verg. van 30 Maart 1872.

Onder al de meteoorsteenregens is er stellig geen geweest, die meer de aandacht tot zich getrokken heeft en meer bepaald invloed heeft uitgeoefend op het wetenschappelijk onderzoek naar dit merkwaardig verschijnsel, als die, welke den 26sten April 1803, des namiddags omstreeks één uur heeft plaats gevonden bij l'Aigle, in het Fransche departement de l'Orne. In het laatst toch der vorige eeuw werd het vallen van steenen uit de lucht voor een sprookje gehouden, zoo zelfs dat iemand, die op den naam van wetenschappelijk man aanspraak maakte, zich zoude geschaamd hebben aan iets dat zoodanig indruischte tegen alle natuurwetten te gelooven, laat staan steenen, waarvan men beweerde, dat zij uit de lucht gevallen waren, in zijne verzameling te bewaren of te onderzoeken. Het waren vooral EDWARD HOWARD en graaf VAN BOURNON, die bij het vergelijken van eenige steenen, welke in het mineralen-kabinet van GREVILLE als uit de lucht gevallen werden bewaard, de groote overeenkomst tusschen die steensoorten en hare afwijking van de aardsche steensoorten aantoonden en in de *Philosophical Transactions* van 1802 de als geheel phantastisch beschouwde meeningen van CHLADNI, die in 1794 zijn merkwaardig werk: *Ueber den Ursprung der von Pallas und andern gefundenen Eisenmassen*, had uitgegeven, kwamen steunen; die denkbeelden vonden echter, vooral in Frankrijk, weinig geloof, en terwijl juist in het begin van 1803 tusschen BOURNON en den Franschen geleerden PATRIN hierover strijd werd gevoerd, kwam de ontzettende me-

teoorsteenregen van l'Aigle, waarbij tusschen de 2 en 3000 steenen over een oppervlakte van omstreeks 3 mijlen lengte en eene mijl breedte op de aarde werden geworpen, en waarbij duizende ooggetuigen de waarheid van het verschijnsel bevestigden, een einde maken aan allen twijfel over dit gewichtig punt.

De tijding die daarvan te Parijs ontvangen werd, deed menigeen van ongeloof de schouders ophalen, zoodat de Minister van Binnenlandsche Zaken den grooten BIOT opdroeg om op de plaats zelve een nauwkeurig onderzoek naar de waarheid van het verhaal te doen, hetwelk ongeveer twee maanden na den steenregen plaats vond en negen dagen duurde.

Het rapport, hetwelk BIOT van zijn onderzoek uitbracht en hetwelk 42 bladzijden 4° beslaat in de *Mémoires de la Classe des Sciences mathématiques et physiques de l'Institut National de France*, T. VIII, pag. 224 e. v., 1806, is wegens de groote zorg om de waargenomen feiten tot volkomen zekerheid te brengen, alleropmerkingswaardig.

De verschijnselen waarmede deze meteoorsteenregen vergezeld ging, zijn de gewoonlijk bij dit natuurverschijnsel waargenomene. Op aanzienlijken afstand van de plaats waar de steen gevallen is, bijv. Verneuil, Caen enz., is een sterk lichtgevende vuurkogel waargenomen; op de plaats zelve echter bemerkte men alleen een klein donker wolkje, hetwelk zich weinig verplaatste, en waaruit zware slagen, die tot 30 mijlen in de rondte gehoord werden, losbarstten; daarbij een geluid hetwelk vergeleken werd met brand in den schoorsteen, en ook door hen, in wier nabijheid steenen vielen, een gefluit als van een kogel, die door de lucht vliegt. De zwaarste steenen, waaronder een van 8.5 kilo's, werden op de uiterste zuidoostelijke grens van het elliptisch vlak, hetwelk van het zuid-oosten naar het noord-westen gericht was, met eene declinatie van ongeveer 22°, gevonden; de kleinere, waaronder van 7 à 8 grammen, op het andere einde van het vlak, en daartusschen die van middelbare grootte.

De ooggetuigen verklaren allen dat zij zwavellucht hebben waargenomen, en dat de steenen zelve dien reuk zoo zeer verspreidden, dat men gedwongen was ze uit de woonvertrekken, waarin men ze gebracht had, te verwijderen. BIOT zegt zelfs

dat hij bij het breken van een steen sterke zwavellucht waarnam; daarenboven verklaren meerderen, dat de steenen kort na hun val gloeiend heet waren en dat zij in den eersten tijd zeer gemakkelijk konden worden gebroken, terwijl zij eerst later de groote hardheid hebben verkregen, die zij thans bezitten. Biot deelt op pag. 265 de analyse mede, die de burger Thenard van eenige dezer steenen voor hem heeft gedaan, zonder op te geven de methode van analyse:

Kiezelzuur	46
IJzeroxyd.	45
Magnesia.	10
Nikkel	2
Zwavel ongeveer	5
	108.

De 8 pCt. die te veel gevonden zijn, zijn toe te schrijven aan de bij de bewerking door het metaal opgenomen zuurstof; biot zegt dat de door thenard gevonden uitkomsten overeenkomen met die, welke vauquelin gevonden had bij de analyse van een reeds vroeger aan fourcroy uit l'Aigle gezonden steen; de beschrijving dier analyse door vauquelin en fourcroy gedaan, vindt men in de *Annales du Museum National d'Histoire Naturelle*, Tom. III, Paris 1804, pag. 106; ik deel haar hier in hoofdzaak mede, zoowel als bewijs van de weinige waarde, die daaraan mag gehecht worden, als ook van de hoogte waarop toenmaals de analytische scheikunde stond: de tot poeder gebrachte steen werd tweemalen met verdund zoutzuur uitgetrokken, waarbij een gas ontwikkeld werd, dat naar zwavelwaterstofgas riekte, doch niet geheel daaruit bestond. Het onopgelost teruggeblevene, meer dan de helft van het gebruikte, was kleurloos, en volgens de onderzoekers zuiver kiezelzuur (op het daarin voorkomend silikaat is niet gelet). Uit de zoutzure oplossing werd (zonder voorafgaanda oxydatie) door ammonia het ijzeroxyd gepraecipiteerd bij verwarming; men vond ongeveer 36 pCt. van dit metaal (faiblement oxidé). Uit de ammoniakale vloeistof werd door eene potassa oplossing de magnesia neêrgeslagen, die een weinig nikkel ingesloten hield, terwijl door zwavelwaterstof-

houdend water het nikkel werd neêrgeslagen. FOURCROY geeft als uitkomst van het onderzoek:

Kiezelzuur	53
IJzeroxyd.	36
Magnesia.	9
Nikkel	5
Zwavel	2
Kalk.	1
	104

De 4 pCt. te veel gevonden zijn toe te schrijven aan de oxydatie der metalen gedurende de analyse.

Sedert deze analyse is, zooverre ik heb kunnen nagaan, de steen van l'Aigle nimmer meer aan een scheikundig onderzoek onderworpen, waarover men zich verwonderen moet, dewijl in de verschillende verzamelingen van meteoorsteenen deze steen bijna nooit ontbreekt; het eenige wat ik nog heb gevonden is dat LAUGIER *) in den steen van l'Aigle, even als in die van Verona, van Ensisheim, van Apt en van Barbotan, ongeveer 1 pCt. chromium gevonden heeft.

Het soortelijk gewicht van die steenmassa is door meerderen bepaald, zooals door

REUSS	3,584	RUMLER (zonder korst)	3,4791
V. SCHREIBERS	3,626—3,490	(met korst)	3,3910.
BLESSON	3,279		

Niet alleen wegens de groote geschiedkundige waarde, welke de meteoorsteenregen van l'Aigle bezit, maar ook wegens het bepaald chondritisch karakter van deze steenmassa, heb ik het der moeite waard gerekend eene uitvoerige analyse er van te doen. De steen, dien ik bezit, is voor een groot deel bedekt met eene bruin zwarte, matte, vrij gladde korst. De massa van den steen op de breuk is gedeeltelijk grijs wit, gedeeltelijk donker grauw; deze beide schakeringen gaan of langzaam in elkander over of zijn als aderen door elkander verdeeld. In de massa merkt men zoowel lichtgekleurde als grauwe kogels, alsook ronde partijen, die door zwarte aderen zijn omgeven. Bij

*) *Annales du Museum d'Histoire naturelle,* T. VII, pag. 92 (1806).

dun geslepen plaatjes vindt men onder den mikroskoop sommige grauwe kogels, die even als bij den steen van Knyahinya gestreept zijn. Metaalglanzend ijzer wordt veelvuldig in grovere korrels alsook in fijne lagen tusschen de steenmassa gezien; het zwavelijzer komt er slechts in fijne korrels voor.

De resultaten van het scheikundig onderzoek, hetwelk geheel op dezelfde wijze is gedaan als bij den steen van Knyahinya, zijn de volgende:

Het soortelijk gewicht van den steen is gevonden 3,607 vergeleken met water van 10°,5 C.

Door gedestilleerd water werd uit het poeder een spoor zwavelzure kalk opgelost.

De scheiding door den magneet gaf 10.22 magnetisch gedeelte op 89,78 niet magnetisch poeder.

In het magnetisch gedeelte werd op 100 deelen gevonden·

			Atoomverh.	
1ste Uittrekking	ijzer	61.00	6.5	5.5
	nikkel	9.97	1	
2de 〃	ijzer	5.78	2	
	nikkel	2.62	1	1
Phosphorus		Spoor		
Onopgelost silikaat		21.00		
		100.37.		

In het niet magnetisch poeder werd aan zwavelijzer gevonden 2,01 zwavelijzer, terwijl in dit poeder, nadat het zoowel van het nog aanhangend magnetisch nikkelijzer alsook van het zwavelijzer was bevrijd, op 100 deelen gevonden werd:

Onopgelost silikaat	48.21
Kiezelzuur	17.35
IJzeroxyd met spoor mangaanoxyd	16.67
Magnesia	13.08
Kalk	3.04
Alumina	0.09
Soda	0.37
Potassa	0.42
	99.23.

Waaruit de samenstelling van het door zuren ontleedbaar silikaat berekend wordt:

		Zuurstof.	
Kiezelzuur	35.16		18.63
IJzeroxydul met spoor mangaanoxydul	30.39	6.75	19.53
Magnesia	26.51	10.60	
Kalk	6 16	1.76	
Alumina	0.18	0.08	
Soda	0.75	0.20	
Potassa	0.85	0.14	
	100.00.		

Hoewel hier het zuurstofgehalte der basen iets grooter is dan dat van het kiezelzuur, lijdt het geen twijfel dat men ook hier te doen heeft met een monosilikaat, de olivin; het te gering gevonden gehalte aan kiezelzuur kan zoowel toegeschreven worden aan nog teruggebleven ijzeroxyd uit het zwavelijzer of uit het nikkelijzer, of wel daaraan dat de koolzure soda het vrijgeworden kiezelzuur onvolkomen heeft uitgetrokken, tot welk laatste vermoeden de gevonden samenstelling van het onopgeloste silikaat aanleiding geeft. Opmerkelijk is verder in deze olivin het vrij hooge kalkgehalte, zoodat op de 9 atomen base 1 atoom kalk voorkomt; de waarschijnlijke formule is dus

$$\begin{pmatrix} Fe\ ^1/_3 \\ Mg\ ^5/_9\ Ca\ ^1/_9 \end{pmatrix}^2 Si\ O_4$$

Voor de samenstelling eindelijk van het langen tijd met zoutzuur en koolzure soda uitgetrokken silikaat, hetwelk grijs wit was, werd gevonden:

Kiezelzuur	56.33
IJzeroxydul met spoor mangaanoxydul	12.38
Magnesia	17.65
Kalk	4.02
Alumina	5.12
Soda	1.05
Potassa	1.99
Chroomijzersteen	1.42
	99.96.

De samenstelling dus van het onoplosbaar silikaat is:

		Zuurstof	
Kiezelzuur	57.16		30.28
IJzeroxydul met spoor mangaanoxydul	12.56	2.79	14.26
Magnesia	17.91	7.16	
Kalk	4.08	1.17	
Alumina	5.20	2.44	
Soda	2.02	0.52	
Potassa	1.07	0.18	
	100.00		

Ofschoon de verhouding tusschen de zuurstof der basen tot die van het zuur hier niet juist is als 1 : 2 maar als 1 : 2,1, geloof ik toch dat wij hier met een bisilikaat te doen hebben en dat de overmaat aan kiezelzuur toe te schrijven is, zooals wij straks zagen, aan het bij de ontleding van de olivin door zoutzuur afgescheiden kiezelzuur, hetgeen door de behandeling met koolzure soda niet volkomen is verwijderd.

Als resultaat van het onderzoek kunnen wij zeggen, dat de steen van l'Aigle bestaat gemiddeld uit:

Nikkelijzer	8.0
Zwavelijzer	1.8
Chroomijzer	0.6
Olivin	45.3
Bisilikaat	44.3
Zwavelzure kalk	Spoor
	100.0.

DE PHYSOMETER.

EEN NIEUW WERKTUIG TOT BEPALING VAN VERANDERLIJKE VOLUMINA VAN LUCHT EN VAN ANDERE LICHAMEN.

DOOR

P. HARTING.

INLEIDING.

Er zijn weinige vraagstukken, die de aandacht van zoo vele natuurkundigen hebben bezig gehouden als dat aangaande de rol welke de zwemblaas der visschen speelt. Het is mijn voornemen niet hier de geschiedenis van dit vraagstuk uitvoerig te behandelen. Voor mijn tegenwoordig doel is het voldoende eenige hoofdpunten aan te stippen, ten einde te doen zien dat het nog geenszins opgelost is.

Zij die daarnaar getracht hebben, zijn van tweederlei standpunt uitgegaan. Volgens het eene zoude de zwemblaas een hulp-ademhalingsorgaan zijn; volgens het andere een hydrostatische toestel, waardoor de visch zijn evenwichtsstand in het water bewaart. en door zamendrukking en uitzetting der daarin bevatte lucht, in het water beurtelings daalt en rijst.

De eerste dezer voorstellingen ging uit van NEEDHAM. Zij werd door hem geopperd in een in 1668 te Amsterdam verschenen geschrift, getiteld: *Disquisitio anatomica de formato foetu.* Toen en nog lang daarna was echter noch de anatomische kennis van het maaksel der zwemblaas, noch de kennis van de zamenstelling der daarin bevatte lucht, noch zelfs van het ademhalingsproces zelve, genoeg gevorderd, om die voorstelling meer dan eene bloote gissing te doen zijn.

De tweede voorstelling werd het eerst geopperd in 1675 door zekeren A. J., echter slechts als een bloot vermoeden, in

eene mededeeling aan de Royal Society *), waarin tevens gewag wordt gemaakt van eenen voorslag van ROBERT BOYLE, om haar door een proef te onderzoeken, waarop ik straks terugkom.

In het volgende jaar, in 1676, verscheen het werk van BORELLI, *De motu animalium*. In het hoofdstuk (het 23ste) dat over het zwemmen der dieren handelt, zegt hij: dat visschen wier zwemblaas men gekwetst heeft, zoodat er de lucht uit ontsnapt is, op den bodem blijven liggen, en hij besluit daaruit dat de zwemblaas den visch niet alleen soortelijk lichter maakt, maar dat zij de rijzing of daling bevordert, al naar gelang zij aan zich zelve is overgelaten of samengedrukt wordt. Deze zuiver mechanische verklaring van de werking der zwemblaas werd later het algemeenst aangenomen, waartoe in lateren tijd voorzeker het voorbeeld van CUVIER †) en dat van JOH. MÜLLER §) veel zullen hebben bijgedragen, die beiden er voorstanders van waren.

Men kon zich trouwens niet enkel beroepen op het bestaan van spieren aan de zwemblaas van vele visschen, maar zelfs wijzen op sommige soorten, wier zwemblaas voorzien is van eigene uit harde beenige platen bestaande veertoestellen, welker drukking door spieren willekeurig kan worden opgeheven.

Intusschen hadden reeds in het begin dezer eeuw BIOT **), DE LA ROCHE ††), alsmede v. HUMBOLDT en PROVENÇAL §§) den weg gebaand tot eene wijziging der meening omtrent de rol die de zwemblaas in het leven der visschen te vervullen heeft. Zij hadden de samenstelling der lucht in de zwemblaas onderzocht, en het was daarbij gebleken, dat die lucht wel is waar dezelfde bestanddeelen als de dampkringslucht bevatte, maar in andere verhoudingen. Het opmerkelijkste resultaat, door beide eerstgenoemden verkregen, was: dat bij visschen die uit groote diepte waren opgehaald, de hoeveelheid der zuurstof doorgaans veel aanmerkelijker dan in de dampkringslucht is en soms

*) *Philosophical transactions*, 1675, T. X. p. 310.

†) *Ann. du Muséum*, 1809, p. 174, 183.

§) *Arch. f. Anat. u. Phys.* 1841, p. 223, 1842, p. 307, 1845, p. 456.

**) *Mémoires de la Société d'Arcueil*, 1807.

††) *Ann. du Muséum*, 1809, p. 184.

§§) *Mém. de la Soc. d'Arcueil*, 1809.

90 pCt. en zelfs meer bedraagt. Reeds daaruit bleek, dat zuurstof in de zwemblaas uit het daarin rondstroomende bloed werd afgescheiden. De ware beteekenis van de zwemblaas als bijkomend ademhalingsorgaan werd echter eerst volkomen in het licht gesteld door de merkwaardige proefnemingen van ARMAND MOREAU *), die in 1863 overtuigend aantoonde, dat de zwemblaas een orgaan is, waarin de overmaat van zuurstof, door de kieuwademhaling in het bloed gebracht, tijdelijk kan worden afgescheiden en als in een voorraadplaats nedergelegd, om vervolgens weder in het bloed opgenomen en verbruikt te worden, wanneer de visch zich in water ophoudt, waarin de hoeveelheid zuurstof onvoldoende is om de ademhaling te onderhouden.

Deze onderzoekingen hadden een zwaren stoot toegebracht aan de ultra-mechanische theorie en het bewijs geleverd dat de zwemblaas in elk geval nog iets meer is, dan een hydrostatische toestel. Drie jaren later, in 1866, deden twee landgenooten van MOREAU, de heeren MONOYER †) en GOURIET §) nieuwe onderzoekingen over dit onderwerp en kwamen beiden, onafhankelijk van elkander, tot het besluit dat het samendrukken en uitzetten der zwemblaas niet als oorzaak van het rijzen en dalen van den visch in het water kan worden beschouwd.

Het is mijn voornemen niet in eene kritiek dier verschillende onderzoekingen te treden. Bij eene latere gelegenheid hoop ik daarop terug te komen. Ik bepaal mij thans tot de opmerking, dat het in elk geval zeer gewaagd zoude zijn, om van hetgeen de proeven aangaande eenige weinige soorten van zoetwatervisschen (allen Cyprinoiden) geleerd hebben, te besluiten tot de rol die de zwemblaas bij alle visschen die haar bezitten speelt. De al of niet aanwezigheid van een *ductus pneumaticus*, het leven hetzij op ondiepe plaatsen, gelijk de rivieren en andere zoete wateren, of wel in de peilloos diepe zee, kunnen eenen meer of minder belangrijken invloed hebben. Hoe weinig geoorloofd het ten aanzien van dit orgaan is van den eenen visch tot den anderen te besluiten, leeren die gevallen, waarin bij zeer na verwante

---

*) *Compt. rendus*, 1863. T. LVII. p. 37, 816.

†) *Annales des sciences naturelles. Zool.* 5me sér. T. VI, p. 5.

§) Ibid. p. 369.

soorten van visschen, die tot hetzelfde geslacht (bijv. *Scomber*) behooren, de eene een zwemblaas bezit, terwijl zij bij de andere niet voorkomt.

Er zullen inderdaad nog vrij wat onderzoekingen noodig zijn, eer men met grond zeggen kan, dat de rol, die de zwemblaas bij verschillende soorten van visschen vervult, ten volle begrepen is. Doch zulke onderzoekingen vorderen dat men de veranderingen, die de zwemblaas en de daarin bevatte lucht gedurende het leven ondergaat, onder verschillende omstandigheden volgen kan De gewichtigste dier omstandigheden zijn: 1° de drukking, waaraan het geheele ligchaam van den visch en derhalve ook de zwemblaas, tengevolge van de daarop rustende waterkolom, onderworpen is, en 2° de hoeveelheid van de in het water opgeloste zuurstof. Terwijl het verschil in drukking, teweeg gebracht door het verschil in diepte waarop zich de visch bevindt, reeds op zich zelve, zonder eenige bijkomende actieve samendrukking of uitzetting der zwemblaas, de lucht daarin in volume zal doen toe- of afnemen, doet het allengs verbruikt worden der zuurstof in het water deze uit de zwemblaas verdwijnen. Ook hierdoor kan derhalve het volume der zwemblaas verminderen, tenzij de verdwenen zuurstof weder door een gelijk volume koolzuur-gas vervangen wordt, iets dat, om meer dan eene reden, onwaarschijnlijk is. Aan de andere zijde kan ook het volume der zwemblaas toenemen, alleen door afscheiding daarin van de overmaat van zuurstof, die bij de kieuwademhaling in het bloed is geraakt.

Bestaat er nu, behalve deze twee stellige hoofdoorzaken van de volume-verandering der lucht in de zwemblaas, nog eene derde? Bezit de visch het vermogen, om naar willekeur die lucht samen te persen of eene in den passieven toestand bestaande samenpersing, door spiersamentrekking, op te heffen?

Op deze vragen moeten wij het antwoord schuldig blijven.

Het bestaan toch van spiertoestellen, welke zulk eene werking kunnen hebben, dwingt nog niet noodzakelijk om aan te nemen, dat deze ook inderdaad gedurende het leven plaats grijpt; en in elk geval mag men uit de weinige gevallen, waar zulke toestellen voorkomen, nog geenszins afleiden, dat nu ook andere visschen hetzelfde vermogen bezitten, en dat, waar óf de zwem-

blaas geen spieren heeft óf deze zeer zwak zijn, de drukking die door de zijdespieren der buikwanden wordt uitgeoefend, daartoe voldoende zal zijn.

Alleen dan zoude het mogelijk zijn die vraag met zekerheid te beantwoorden, wanneer men de volume-veranderingen der zwemblaas gedurende het leven zichtbaar kon maken. Elke samendrukking door spiersamentrekking teweeg gebracht, moet het karakter der laatste deelen. Een passieve weerstand is iets anders dan eene actieve beweging. De lucht bijv., die in een zwemblaas bevat is, zal zich allengs en regelmatig uitzetten of inkrimpen, wanneer alleen de hoogte van de daarop rustende waterkolom die verandering teweeg brengt. Ook de volume-verandering, die veroorzaakt wordt door de afscheiding en opneming van lucht in de zwemblaas, kan niet anders dan eene langzame en gestadige zijn. Spiersamentrekkingen hebben daarentegen doorgaans min of meer plotseling plaats. Zij zijn het uitvloeisel van een wilsbevel. Snelle volume-veranderingen kunnen alleen daardoor teweeg gebracht worden, en wanneer deze bovendien plaats grijpen onder omstandigheden, waarbij de invloed van het verschil in drukking geheel is opgeheven, dan zouden zulke veranderingen bezwaarlijk aan eene andere oorzaak kunnen worden toegeschreven.

Boven maakte ik met een woord gewag van eene proef, die reeds in 1675 door ROBERT BOYLE werd voorgeslagen, om dit vraagstuk op te lossen. Die proef zoude daarin bestaan: „dat „men een kolf met een wijden hals nam en, na dien bijna „geheel met water gevuld te hebben, er een levenden visch van „gepaste grootte in bracht, dat is de grootste die men er in „krijgen kan, zooals een voren, baars of dergelijken; en dat „men dan den hals van den kolf zoo dun uittrok als men kon, „en hem dan bijna met water vulde: waarop, de visch liggende „op eene zekere diepte in het water van het glas, indien men „bij zijne daling bemerkt dat het water in het dunne bovenste „gedeelte daalt, dan mag men besluiten, dat hij zich samen„trekt, en indien, wanneer de visch rijst, het water ook op„stijgt, dan mag men daaruit besluiten dat hij zich uitzet *)."

*) Ik heb in het bovenstaande opzettelijk eene nagenoeg letterlijke vertaling

Ik weet niet of deze door BOYLE voorgestelde proef door hem of iemand anders ooit werkelijk genomen is. Trouwens het zal niet noodig zijn uitvoerig aan te toonen, dat de proef, op de wijze zooals zij door BOYLE werd beschreven, bezwaarlijk voor uitvoering vatbaar was. En zelfs indien het gelukte een visch in zulk een toestel te plaatsen, dan zoude het rijzen en dalen van het water in het vernauwde gedeelte van den hals des kolfs, al naar gelang de visch zelf rijst of daalt, nog alleen leeren, wat wel niemand betwijfelen zal, dat de lucht in de zwemblaas zich inkrimpt, wanneer de op den visch drukkende waterkolom hooger, en zich uitzet, wanneer deze lager is.

Toch is het aan die proef ten grondslag liggend denkbeeld voor eene goede toepassing vatbaar, mits men den eenvoudigen, door BOYLE voorgeslagen kolf door eenen anderen, meer samengestelden toestel vervangt, die veroorlooft de uitzetting en de inkrimping van de lucht in de zwemblaas niet alleen te zien, maar ook nauwkeurig te meten, en bovendien naar willekeur den visch hooger of lager in het water te plaatsen, terwijl de geheele toestel gesloten en overigens onveranderd blijft. Dit laatste scheen aanvankelijk, toen ik over deze zaak nadacht, het moeijelijkst gedeelte der opgaaf. Men zal beneden zien op welke eenvoudige wijze het opgelost wordt.

BESCHRIJVING VAN DEN PHYSOMETER.

Het werktuig, waaraan ik den naam van *physometer* heb gegeven, en dat naar mijne aanwijzingen, vervaardigd is door den instrumentmaker H. OLLAND alhier, is op een tiende der ware

---

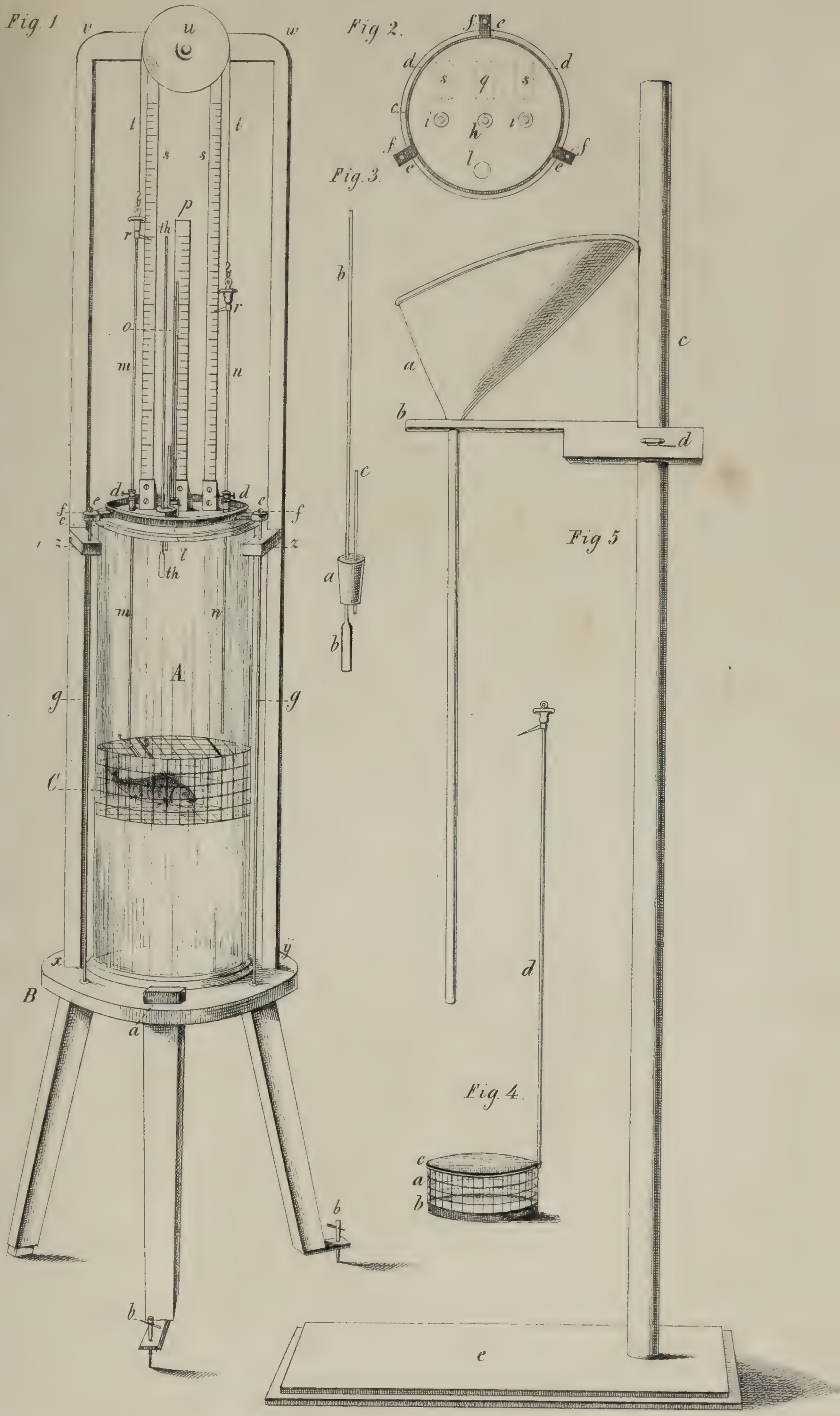
van het oorspronkelijke gegeven, dat ik hieronder ten overvloede laat volgen. „The Experiment by him (ROBERT BOYLE) suggested was; to take a Bolthead „with a wide neck, and having fill'd it almost full with water, to put into it „some live fish of a convenient size, that is, the biggest that can be got in, as „a Roch, Perch, or the like; and then to draw out the neck of the Bolthead „as slender as you can; and to fill that almost with water: Whereupon the fish „lying at a certain depth in the water of the Glass, if upon his sinking you „perceive the water at the slender top does subside, you may infer, he contracts „himself, and if, upon his rising, the water be also raised, you may conclude, „he dilates himself."

grootte afgebeeld in fig. 1. A is een groot cylinderglas, een gewone wijdemonds-stopflesch, van 63 centimeters hoogte en 20 centim. inwendige middellijn. De geheele inhoud is ongeveer 20 liters. Dit glas rust, tusschen drie klemmen, waarvan er slechts een in de figuur bij *a* te zien is, op een houten schijf B als voetstuk, gedragen door drie iets naar buiten staande pooten, waarvan er twee van stelschroeven (*b b*) voorzien zijn. De 3 centimeters breede rand van den mond der flesch is vlak geslepen, en daarop rust een cirkelronde schijf (*c*) van 1 centimeter dik spiegelglas. Deze aanmerkelijke dikte is noodig, om zooveel mogelijk de doorbuiging van het glas te verhinderen, bij de daarop uit te oefenen drukking, gelijk beneden nader blijken zal.

Om de sluiting volkomen te maken, brengt men tusschen beide glasoppervlakten een weinig reuzel of een mengsel van gele was en boomolie, en bevestigt de glasplaat vervolgens stevig door een daarop geplaatsten ijzeren ring (*d*), onder tusschenkomst van een ring van caoutchouc of leder, welke veroorlooft op de glasplaat eene sterke drukking uit te oefenen, zonder gevaar van haar te breken. Deze ijzeren ring (fig. 1 *d*), welks doormeter iets geringer is dan die der glasplaat, is in figuur 2 bij *d* van boven op gezien voorgesteld. Zij heeft drie uitsteeksels (*e e e*), op gelijke afstanden geplaatst en elk voorzien van eene opening. Deze drie openingen dienen om den ring aan het voetstuk te verbinden, door middel van drie daarop bevestigde ronde ijzeren staven, waarvan er slechts twee (*g g*) in fig. 1 te zien zijn, daar de derde door de flesch bedekt wordt. Bij het plaatsen van den ring op de glasplaat, zorgt men dat de openingen in de genoemde uitsteeksels de uiteinden der staven opnemen. Deze uiteinden zijn elk van een schroefdraad voorzien, en door middel der moeren *f f* kan de ring en daarmede tevens de glasplaat stevig worden vastgedrukt, zoodat de toestel langs den rand van het glas hermetisch gesloten is.

De glasplaat heeft vier openingen.

De middelste dezer openingen (fig. 2 *h*) is bestemd om daarop glazen maatbuizen (fig. 1 *o*) van verschillende wijdte te kunnen aanbrengen, die bestemd zijn om, door rijzing of daling van de waterkolom daarin, de uitzetting of inkrimping van den inhoud der flesch te meten. Ten einde de verwisseling der maatbuizen


Fig. 1
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig 5

gemakkelijk te doen plaats hebben, is elk bevestigd in een rond koperen aanzetstuk, dat voorzien is van een schroefdraad die past in een koperen moer, welke hermetisch in de opening in de glasplaat sluit.

De tot dusver door mij gebruikte maatbuizen hebben eenen doormeter van omstreeks 1,5 tot 4 millim. Op de wijze hoe hun lumen nauwkeurig bepaald wordt, kom ik beneden terug.

Voor de meting der hoogte van het water in de buis dient eene daarachter geplaatste, in millimeters verdeelde schaal (*p*). Deze is bevestigd op een langwerpig vierkant stuk lood (fig. 2 *q*), zoodat zij genoegzaam vast op de glasplaat kan geplaatst worden, maar even gemakkelijk weder weggenomen, wanneer de toestel gevuld wordt.

Ter weerzijde van de middelopening bevindt zich een zijdelingsche (fig. 2 *i i*). Daarop zijn koperen busjes van 3,5 centim. hoogte bevestigd, in welker holte, door middel eener behoorlijk aangebragte pakking, zich de koperen stelen *m* en *n* (fig. 1) volkomen sluitend laten op en neder bewegen. Deze stelen zijn beide uit hetzelfde stuk hard koperdraad vervaardigd en hebben eene volkomen gelijke dikte van 3,6 millim. Hunne lengte is 64 centim., d. i. iets meer dan de hoogte der flesch. Aan hun boveneinde is elk voorzien van een knop met gekartelden rand en aan hun ondereinde van een schroefdraad, waaraan de beneden te vermelden toestellen kunnen worden bevestigd.

Het is duidelijk dat, wanneer een dezer stelen in het water, hetwelk in de flesch bevat is, juist evenveel daalt als de ander rijst, het niveau van de waterkolom in de maatbuis *o* onveranderd zal blijven. Deze rijzing of daling wordt aangewezen door een nabij het boveneinde van elken steel zich bevindenden, daarom horizontaal draaibaren wijzer (fig. 1 *r r*), die zich beweegt langs eene in millimeters verdeelde schaal (*s s*). Beide deze schalen worden, even als de middelste, door losse looden voetstukken (fig. 2 *s s*) gedragen, zoodat zij naar willekeur kunnen verwijderd of op de plaat gezet worden.

Ten einde nu de beweging der beide stelen *m* en *n* volkomen gelijkmatig te doen plaats grijpen, is op den knop van elken steel een kleine ring of oog aangebragt. Daarin grijpen twee haakjes, die bevestigd zijn aan de uiteinden van een draad (*t t*)

van rood koper, welke loopt in de groeve van een uit zink vervaardigde katrolschijf *v*, welker middellijn gelijk is aan den onderlingen afstand der beide stelen. Deze schijf wordt gedragen door het houten raam *v w x y*, dat stevig sluit in inkeepingen van het houten voetstuk waarop de flesch steunt, en bovendien nog door dwarsarmpjes *z z* aan twee der ijzeren staven verbonden is. Drukt men derhalve op den knop van een der stelen, zoodat deze daalt, dan zal de andere — mits de koperen draad over de schijf goed gespannen is, — juist even veel rijzen.

Wil men, gelijk soms noodig is, elken steel afzonderlijk gebruiken, dan trekt men een daarvan iets op, totdat de draad niet meer gespannen is, en ligt de haakjes uit de oogen der knoppen.

De vierde opening (fig. 1 en 2 bij *l*) in de glazen plaat bevindt zich aan de naar den waarnemer toegekeerde zijde, op 4 centim. van den rand. Zij heeft een middellijn van 23 millim. Het water wordt daardoor ingegoten. Zij wordt gesloten met een caoutchouc-stop (in fig. 3 *a*, naar iets grooteren maatstaf dan de overige figuren), die twee openingen heeft. De eene dient tot opneming van een thermometer (fig. 1 *t h* en fig. 3 *b*), waarvan de schaal in tienden van graden C. verdeeld is. In de tweede opening past een glazen staafje (fig. 3 *c*), dat op en neder kan geschoven worden en dient voor het regelen van de hoogte der waterkolom in de buis *o* (fig. 1).

Door middel van den schroefdraad, waarvan het benedeneinde van elk der stelen *m* en *n* (fig. 1) voorzien is, kan aan een daarvan een soort van kooi (C) verbonden worden, die bestemd is om een visch op te nemen. Deze kooi bestaat uit een traliewerk van dun koperdraad, waarvan de mazen ongeveer 2 centim. wijd zijn. Hare gedaante is cylindrisch. De middellijn van de kooi bedraagt 19 centimeters, zoodat, wanneer hij in de flesch bevat is, er van rondsom nog eene ruimte van ongeveer een halven centim. overblijft. De hoogte is 10 centim. Aan hare bovenvlakte is zij voorzien van een desgelijks uit traliewerk bestaande klep, die kan worden opengeslagen, om er den visch in te brengen, en vervolgens door inschuiving van een pen gesloten wordt.

Indien in die kooi een visch van gepaste grootte gebracht wordt, dan kan men hem er hetzij vrij in laten zwemmen of

door eenige draden door de rugvin, welke aan het traliewerk van de klep verbonden worden, hem dwingen op dezelfde hoogte daarin te blijven.

In de plaats dezer kooi kunnen nu nog andere toestellen, welke men voor de eene of andere proefneming behoeft, aan het benedeneinde van elk der stelen worden vastgeschroefd. Zoo, b. v. de elliptische plaat *c* fig. 4, die bestemd is om tijdelijk de opening te sluiten van het desgelijks uit koperen traliewerk vervaardigd, van boven open mandje *a*, dat, ten einde het genoeg te bezwaren, van onderen van een looden plaat *b* voorzien is Het mandje zelf is ongeveer dubbel zoo lang als breed en bestemd om een met lucht gevulde zwemblaas op te nemen. Daar het hier eene eenvoudige collegieproef geldt, vermeld ik hier tevens de wijze waarop men daarmede, op eene gemakkelijke en in het oogloopende wijze, de uitzetting van de lucht bij verminderde drukking aantoont. Men plaatst het mandje, met de zwemblaas of, in plaats daarvan, een caoutchoucblaas er in, op den bodem van het glas, zóó dat, wanneer de glasplaat, waardoor heen de stelen gaan, op den rand der flesch is geplaatst, de koperen plaat *c* (fig. 4) juist boven de elliptische opening van het mandje komt, met een paar millimeters tusschenruimte. Nu wordt de toestel, op de beneden nader te beschrijven wijze, met water gevuld. De zwemblaas tracht dan natuurlijk op te stijgen, maar wordt daarin verhinderd door de koperen plaat, waartegen zij wordt aangedrukt. Draait men echter den knop van de steel een halven slag om, dan komt de zwemblaas vrij, stijgt dadelijk naar boven, en de uitzetting der lucht daarin doet tevens met kracht het water in de maatbuis *o* rijzen. Om deze rijzing ook op eenen afstand zichtbaar te maken, kan men vooraf op het water in de flesch door de midden-opening, waarop de maatbuis geschroefd wordt, eenige droppels van een donker gekleurd vocht gieten.

INRICHTING EN GEBRUIK VAN DEN PHYSOMETER TOT HET VERRICHTEN VAN VOLUMENOMETRISCHE BEPALINGEN.

De boven beschreven toestel, ofschoon nog tamelijk samengesteld, is toch in het gebruik zeer eenvoudig en gemakkelijk.

Echter moeten er, om vertrouwbare uitkomsten daarmede te verkrijgen, eenige voorzorgen worden in acht genomen, die het niet ondienstig zal zijn, ten gevalle van hen die wellicht eenen dergelijken toestel tot het doen van eenig onderzoek willen aanwenden, hier eenigzins uitvoerig te vermelden.

Ofschoon de physometer ook nog voor andere doeleinden, waar het op eene nauwkeurige meting van veranderlijke volumina aankomt, goede diensten kan bewijzen, willen wij hier in de eerste plaats ons alleen bepalen bij zijn gebruik als werktuig om de veranderingen nategaan, die in de zwemblaas van een daarin gebrachten visch plaats grijpen.

Het allereerste vereischte bij het doen van elke proef met dit werktuig is dat de glazen plaat volkomen de opening van de flesch afsluit. Ik had aanvankelijk gemeend, dat dit gelukken zoude door middel van een tusschen den rand der flesch en de glasplaat geplaatsten caoutchoucring, onder behoorlijke drukking door den ijzeren ring *d* uitgeoefend, maar het is mij gebleken, dat men zich daarop niet verlaten kan. Het eenige afdoende middel bestaat in de aanwending eener vetachtige stof, die met zorg langs den geheelen rand wordt aangestreken, waarbij men natuurlijk er zeer op letten moet, dat de rand der flesch en het daarop rustend gedeelte der glasplaat volkomen droog zijn, daar het kleinste droppeltje water door uitbreiding een gebrek aan samenhang in de vetlaag te weeg brengt. Overigens kan men, door de glasplaat heen, wanneer men dezen genoegzaam heeft aangedrukt, gemakkelijk dit gebrek aan samenhang erkennen, en wanneer dit nog mogt blijken te bestaan, dan doet men beter de glasplaat te verwijderen om de gebrekkige plaats af te droogen en op nieuw van vet te voorzien, dan te pogen om, door sterkere aandrukking van den ijzeren ring door middel der moeren boven de zijdelingsche uitsteeksels, de sluiting te weeg te brengen. Eigenlijk moet die ring alleen dienen om de plaat bevestigd te houden en hare oplichting te verhinderen, wanneer een der daardoor heen gaande koperen stelen wordt opgetrokken.

Het is ook niet onverschillig welke de graad van vastheid van het gebruikte vet is. Eene te groote weekheid is minder schadelijk dan eene te groote hardheid. Gewone varkensreuzel is bruikbaar, zoolang de temperatuur boven 10° C. bedraagt,

maar bij lagere temperatuur moet er eenige boomolie bijgevoegd worden. Die weekheid is vooral ook daarom noodig, omdat de adhaesie anders tusschen de glasplaat en den rand der flesch zoo sterk wordt, dat men moeite heeft deze, na afloop eener proefneming, van elkander te verwijderen. Dit kan alleen geschieden door verschuiving der glasplaat, dan eens in de eene, dan weder in de andere richting, totdat het daarbij medegesleepte water de adhaesie opheft, waarna men de plaat gemakkelijk oplichten kan.

Wanneer de boven beschreven kooi met den visch daarin aan een der stelen is vastgeschroefd en men zich overtuigd heeft, dat de wand van de kooi bij het nederdalen in de flesch vrij is, d. i. niet langs den binnenwand van deze aanstoot, — iets, dat men overigens gemakkelijk verhelpen kan door eene kleine beweging aan den knop van den steel; — dan plaatst men de glasplaat op den rand der flesch in de houding die in fig. 1 is voorgesteld, d. i. met de drie op eene rij zich bevindende openingen tusschen de lengtestaven *v x* en *w ij* van het houten raam. Die stelling is noodig om alle wringing in de stelen, bij hunne op- en nederbeweging, door tusschenkomst van den over de katrolschijf *u* loopenden koperdraad *t t*, te voorkomen.

Nadat nu de uit caoutchouc of leder bestaande ring en de ijzeren ring daarop geplaatst zijn en de laatste vastgeschroefd is, moet de toestel met water gevuld worden.

Om dit vullen behoorlijk te doen plaats grijpen, zoodat er zoo weinig mogelijk luchtbellen langs de binnendeelen van den toestel blijven hangen, en tevens de opening in de glazen plaat niet te belasten met een grooten en zwaren trechter, waardoor ligtelijk een voor deze gevaarlijke drukking zoude ontstaan, wordt de in fig. 5 *a* afgebeelde trechter gebruikt, die eene scheef kegelvormige gedaante heeft, om niet te stooten tegen de maatbuis *o*, wanneer hij in de opening *l* is gebracht, en tevens groot genoeg is om eene aanmerkelijke hoeveelheid water op te nemen. De buis van den trechter is zoo lang, dat zij tot op den bodem der flesch reikt, en hare wijdte zoodanig, dat zij door de mazen van het traliewerk der kooi heen gestoken kan worden. De trechter wordt gedragen in een gat in het plankje *b*, dat langs den houten standaard *c* op en neder bewogen en

met een klemschroef *d* vastgezet kan worden. Bij het gebruik wordt de voetplank *e* onder het voetstuk van den physometer zoo ver doorgeschoven, dat de opening in het plankje *b* zich juist boven de opening in de glazen plaat bevindt. Eerst nu wordt de trechter er op geplaatst en door dezen de toestel met water gevuld. Het zal ter nauwernood behoeven gezegd te worden, dat het te gebruiken water genoegzaam zuurstofhoudend moet zijn, en dat derhalve rivierwater de voorkeur verdient.

Een gewichtig vereischte is evenwel, dat alle vrije lucht uit het water in den toestel verwijderd is. Indien de vulling met boven beschreven voorzorgen geschied is, dan blijven zelden eenige luchtbellen in de diepere deelen van den toestel achter. Mochten er echter nog eenige kleine hier of daar aankleven, dan kan men deze gemakkelijk los maken en doen opstijgen door het gebruik van een stuk stevig ijzerdraad van genoegzame lengte, om tot beneden in de flesch te reiken, en hetwelk aan zijn einde over eenige centimeters lengte regthoekig is omgebogen. Aan dit omgebogen gedeelte wordt een kleine veder bevestigd, welke dan dient om de luchtbelletjes als het ware weg te vegen.

Altijd evenwel blijft er, ook bij de zorgvuldigste vulling, eene zekere hoeveelheid lucht onder de glasplaat over. Men kan deze wel is waar tot een minimum reduceeren door met behulp der stelschroeven *b b* de glasplaat horizontaal te stellen, maar toch gelukt het bijna nooit door een enkel toegieten van water, nadat de trechter verwijderd is, alle lucht naar buiten te drijven. Om daartoe te geraken is men genoodzaakt den toestel op zijne drie pooten zulke bewegingen te doen maken als geschikt zijn om de nog aanwezige luchtbellen tot onder de opening te drijven en aldaar te doen ontsnappen. Ook hier kan de zoo even genoemde aan een regthoekig ijzerdraad bevestigde veder te stade komen. Overigens hebben deze wippende bewegingen geen het minste bezwaar, omdat zij gedaan worden vóór dat de maatbuis en de schalen op de glasplaat zijn geplaatst, terwijl de flesch zelve door het ijzeren gestel *g g* en de klossen *a* zoo stevig aan het voetstuk bevestigd is, dat zij daarbij niet lijden kan.

Het is echter juist de noodzakelijkheid van zeker te weten

dat alle lucht uitgedreven is, waarom een glazen plaat, die doorschijnend is, de voorkeur verdient boven eene plaat van koper of eenig ander metaal, waardoor heen men niet zien kan of zich nog hier of daar luchtbellen bevinden.

Is aldus de toestel behoorlijk gevuld en een der maatbuizen op de middelopening vastgeschroefd, dan wordt de caoutchouc-stop (fig. 3*a*) in de opening *l* gebragt, met den thermometer *b*, doch aanvankelijk zonder het glazen staafje *c*. Door de opening die bestemd is dit laatste op te nemen, vloeit dan het overtollige water uit. Brengt men er daarop dit staafje in, dan stijgt het water in de maatbuis op tot de hoogte die men er aan wenscht te geven.

Nu worden de beide bewegelijke stelen *m* en *n* in onderling verband gebracht door den over de katrolschijf loopenden koper-draad; de drie verdeelde schalen worden op hare aangewezen plaatsen gesteld, en de toestel is gereed voor het doen der waarnemingen.

Wil men het water, nadat de visch er zich eenigen tijd in heeft opgehouden, laten wegvloeien, om het door versch water te vervangen, dan kan men, zonder de verdere sluiting te verbreken, zulks door een hevel doen, waarvan de korte arm tot op den bodem der flesch reikt en die door hetzelfde plankje *b* gesteund wordt als dat hetwelk bij de vulling den trechter draagt.

Verkieslijker echter ware het in den bodem der flesch een kraan aan te brengen, omdat deze niet alleen dienen kan ter ontlediging, maar men dan ook gelegenheid zoude hebben om, door langzame toevloeiing door de opening *l* in de glazen plaat en uitvloeiing door de geopende kraan, den visch in een gestadigen stroom van versch water te houden. Alleen de vrees dat de op dit oogenblik door mij gebruikte flesch, die wegens hare grootte niet gemakkelijk dadelijk te vervangen zoude zijn, bij het boren der opening in den bodem gevaar zoude loopen van te barsten, heeft er mij tot dusver van weerhouden die verbetering te doen aanbrengen.

Het spreekt van zelf, dat, alvorens men met hoop op eenige bruikbare uitkomsten met dezen toestel proefnemingen kan doen, de kubieke inhoud van elk der maatbuizen, uitgedrukt

in lengtemaat door de in millimeters verdeelde schaal nauwkeurig moet bepaald worden. En daar een buis nimmer op alle punten volkomen gelijk van wijdte is, zoo moet zulk eene bepaling voor verschillende afdeelingen daarvan geschieden. Het best doet men zulks door weging met kwikzilver, waarvan men het specifiek gewigt nauwkeurig kent. Dit kwikzilver wordt achtereenvolgens tot op verschillende hoogten in de volkomen drooge buis gebracht, die men, zoo als van zelf spreekt, daartoe eerst van onderen door een geschikten stop gesloten heeft. Zoolang de buis niet al te nauw is, gelukt het zonder veel moeite er door een trechtertje met zeer dunnen hals of door een wijdere glazen buis, die men tot een zeer dun buisje heeft uitgetrokken, kwikzilver in te gieten, terwijl men vervolgens de aan den wand klevende luchtbelletjes verwijdert door er een dun en recht ijzerdraad in op- en neder te bewegen. Met zeer nauwe buizen, van b. v. 1 millim. wijdte, gelukt dit echter niet meer, en men moet dan een anderen weg inslaan. Het is namelijk geheel voldoende wanneer men deze bepaling met de noodige nauwkeurigheid voor één der buizen heeft verricht. Met behulp van deze, kan dan de maat als het ware worden overgebracht op een der stelen *m* of *n*. Men behoort daartoe slechts te weten, hoe hoog het water telkens in de maatbuis stijgt, wanneer men een der stelen achtereenvolgens over lengten van tien of vijf centimeters naar beneden drukt. Aan het boven beschreven werktuig beantwoordt elke 5 centimeters lengte van een der stelen aan eenen kubieken inhoud van 510.6 kub. millim., derhalve elke millimeter lengte aan 10.212 kub. millimeters. Dit eenmaal bepaald zijnde, kan men nu ook voor elke andere maatbuis gemakkelijk den factor bepalen, waarmede de hoogte der waterkolom moet vermenigvuldigd worden om zijn volume en daarmede den kubieken inhoud van de buis te vinden, zonder dat het noodig is nogmaals tijdroovende wegingen te doen.

Bij het doen van metingen met den physometer, oefent natuurlijk de temperatuur van het water eenen storenden invloed uit. De geheele toestel toch is een reusachtige thermometer, en eene geringe vermeerdering of vermindering der temperatuur

van het daarin bevatte water doet de waterkolom in de maatbuis aanmerkelijk stijgen of dalen. Aanvankelijk vreesde ik zelfs, dat die storende invloed zoo groot zoude zijn, dat de nauwkeurigheid der bepalingen daaronder aanmerkelijk lijden zoude. Het is mij echter gebleken, dat die vrees ongegrond was en dat men door het nemen van eenige voorzorgen dezen geheel kan opheffen.

Wanneer eene zeer nauwkeurige meting noodig is, zoo als b. v. ter bepaling van den kubieken inhoud der maatbuizen op de boven gezegde wijze, dan doet men best te wachten totdat het water in de flesch de temperatuur van de lucht in het vertrek heeft aangenomen en er geene merkbare rijzing of daling in de waterkolom meer wordt waargenomen. De groote massa van het water zelve is hier voordeelig, daar kleine verschillen in de temperatuur dien ten gevolge niet spoedig zich aan het water in de flesch mededeelen. Doch ook dan wanneer de waterkolom in de buis dalende of rijzende is, kan men op meer dan eene wijze de daardoor in de waarneming ontstaande fouten onschadelijk maken.

Vooreerst kan men dit doen door den gang van de waterkolom te vergelijken met den gang van de kwikkolom in de thermometerbuis. Beide staan, wat de temperatuur aanbelangt, onder denzelfden invloed en houden derhalve gelijken tred, zoolang niet eene andere oorzaak dan eene temperatuursverandering het water in de maatbuis doet stijgen of dalen.

Een tweede middel is, dat men, voordat men eene meting doet, onderzoekt hoeveel millimeters het water in de buis gedurende een bepaald tijdsverloop, b. v. eene minuut, rijst of daalt, en vervolgens voor den tijd, die noodig is tot het doen eener proef, het gevonden verschil vermeerdert of vermindert met de hoogte van den weg dien de waterkolom in gelijk tijdsbestek zoude hebben afgelegd.

Het eenvoudigste en zekerste middel, en dat althans in verreweg de meeste gevallen toepasselijk is, bestaat echter daarin, dat men telkens, onmiddelijk na elkander, twee metingen doet, eene na de kooi met den visch daarin tot eene zekere hoogte, b. v. 45 centimeters te hebben doen rijzen, en eene tweede na haar weder tot op haar oorspronkelijke plaats evenveel te

hebben doen dalen. Beide metingen zullen dan, ten gevolge van den invloed der temperatuur, eene verschillende uitkomst geven, en geen dezer uitkomsten is de ware; doch de eene is zooveel grooter, als de andere kleiner dan deze is, en het gemiddelde cijfer van beiden kan als het juiste worden beschouwd.

Een tweede storende invloed wordt veroorzaakt door de drukking die het water tegen de ondervlakte der glasplaat uitoefent. In weerwil harer aanmerkelijke dikte en stevige bevestiging, wordt deze eenigzins doorgebogen of opgeheven, en het gevolg hiervan is dat het water in de maatbuis iets te laag staat, en wel des te lager naarmate de waterkolom in de maatbuis hooger is. Ook deze storende invloed laat zich echter gemakkelijk opheffen. Men kent namelijk de mate der kracht waarmede het water tegen de glasplaat wordt aangedrukt. Deze is gelijk aan het gewicht eener waterkolom, waarvan de binnenvlakte der glasplaat boven de opening der flesch de basis en de hoogte der waterkolom in de buis de hoogte is. Het gewicht dezer waterkolom laat zich derhalve berekenen, en men heeft nu niet anders te doen dan een gelijk gewicht op de glasplaat te plaatsen om door tegendrukking den druk van het water te veronzijdigen.

Nog gemakkelijker en eenvoudiger is echter eenmaal nauwkeurig te bepalen hoe groot de invloed dier drukking voor verschillende hoogten van het water in de maatbuis is, door op de glasplaat gewichten te plaatsen en te zien hoeveel hierdoor het water in de maatbuis klimt. Daaruit laat zich dan gemakkelijk afleiden hoeveel bij bepaalde standen van het water in de buis aan de gemeten hoogte der waterkolom moet worden toegevoegd, om de ware hoogte te vinden. Zoo b. v. bevond ik dat bij het door mij gebruikte werktuig, een gewicht van 6 kilogrammen op de glasplaat eene rijzing der waterkolom in eene der maatbuizen van 3 millim., in eene andere nauwere van 6,5 millim. te weeg brengt. De oppervlakte der opening van het glas nu bedraagt 314 vierkante centimeters; derhalve beantwoordt elke 100 millimeters der waterkolom in de buis aan 3,14 kilogrammen drukking. Om de ware hoogte der gemeten waterkolom te vinden, moet zij derhalve voor het eene

buisje met 1,6 proc., voor het andere met 3,4 proc. vermeerderd worden.

Wanneer men eenmaal den kubieken inhoud der gebruikte maatbuizen kent, kan men de uitzetting of inkrimping der zwemblaas, bij veranderde drukking der op den visch rustende waterkolom, dadelijk in maat uitdrukken. Maar men kan trachten nog verder te gaan en, op grond der bekende wet van BOYLE, uit de gevonden verschillen de grootte van het volume der lucht te berekenen, welke in de zwemblaas bevat is.

Daar ik mij zelven op dit gebied, waarop ik mij niet dagelijks beweeg, mistrouwde, riep ik hiertoe den bijstand van mijnen vriend en ambtgenoot R. VAN REES in, wiens kunde en welwillendheid reeds bij menige vroegere gelegenheid aan mijne onervarenheid in de oplossing van mathematische vraagstukken is te hulp gekomen.

De algemeene analytische oplossing van het vraagstuk, die de lezer aan hem te danken heeft, is de volgende.

Zij:

a de afstand tusschen het laagste en het hoogste punt der zwemblaas in den toestel, gemeten door den weg dien de wijzers $r\,r$ langs de schalen $s\,s$ hebben afgelegd;

b de afstand van de zwemblaas in haren hoogsten stand tot aan het beginpunt der schaal, waardoor de hoogte der waterkolom in de buis gemeten wordt;

h_1 de hoogte der waterkolom in de buis, gerekend van het beginpunt der schaal, wanneer de zwemblaas zich in haar diepsten stand bevindt;

h_2 de hoogte der waterkolom in de buis, wanneer de zwemblaas zich in haar hoogsten stand bevindt;

k de inhoud van de doorsnede van het maatbuisje;

p de atmospherische drukking, uitgedrukt in de hoogte eener daaraan beantwoordende waterkolom;

p_1 de drukking op de zwemblaas in haar diepsten stand;

p_2 de drukking op de zwemblaas in haar hoogsten stand;

v het volume der lucht in de zwemblaas, wanneer deze alleen aan de atmospherische drukking is onderworpen;

v_1 het volume der zelfde lucht in den diepsten stand der zwemblaas;

v_2 het volume der lucht in den hoogsten stand der zwemblaas.

Bij de berekening wordt aangenomen dat het luchtvolume, tot dat bij 0° C. of eene andere gelijke temperatuur herleid wordt, en dat de gemiddelde atmospherische drukking = 760 *mm* kwikzilver of 10333 *mm* water bedraagt, terwijl voor eenen daarvan afwijkenden barometerstand, alsmede voor het verschillend specifiek gewicht van het water in den physometer, de vereischte correctiën worden aangebracht.

Nu is:

$$p_1 = p + a + b + h_1 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

en

$$p_2 = p + b + h_2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

Derhalve:

$$v_1 : v = p : p_1 \text{ of } v_1 = \frac{vp}{p_1}$$

en

$$v_2 : v = p : p_2 \text{ of } v_2 = \frac{vp}{p_2}$$

waaruit volgt:

$$v_2 - v_1 = vp\left(\frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1}\right) = \frac{vp\,(p_1 - p_2)}{p_1 p_2}$$

De vergrooting $v_2 - v_1$ van het volume der lucht in de blaas is weder gelijk aan het volume van de opgedreven waterkolom, welker hoogte $= h_2 - h_1$ is.

Dus is:

$$\frac{vp\,(p_1 - p_2)}{p_1 p_2} = k\,(h_2 - h_1)$$

en

$$v = \frac{k\,(h_2 - h_1)\,p_1 p_2}{p\,(p_1 - p_2)} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3)$$

Uit (1) en (2) vindt men:

$$p_1 - p_2 = a + h_1 - h_2$$

zoodat de vorige vergelijking ook dus kan geschreven worden:

$$v = \frac{k\,(h_2 - h_1)\,p_1 p_2}{p\,(a + h_1 - h_2)} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4).$$

De vraag ontstond nu: Stemt het aldus door berekening, op

grond van de waargenomen uitzetting gevonden volume der lucht overeen met datgene, hetwelk de onmiddellijke meting geeft.

Ten einde de nauwkeurigheid der methode aan een afdoende proef te onderwerpen, werd, na verwijdering der kooi, aan een der koperen stelen een cylinderglas, met de opening benedenwaarts gekeerd, bevestigd. Door vooraf het met gedestilleerd water tot aan den rand gevulde glas te wegen, was zijn inhoud nauwkeurig bepaald. Na herleiding van de temperatuur der lucht in het vertrek tot die van het water in den physometer, bleek het dat het volume der lucht in het glas, bij laatstgenoemde temperatuur, 145,87 kub. centim. bedroeg.

Nu werd dit glas, dat inwendig volkomen droog was, in den bijna tot den rand met water gevulden physometer gebracht, daarbij groote zorg dragende dat de mond van het glas volkomen horizontaal was op het oogenblik dat deze de wateroppervlakte bereikte, zoodat het luchtvolume geheel onverminderd bleef. Ook spreekt het van zelf, dat alle, ook de kleinste luchtbelletjes zorgvuldig op boven beschreven wijze uit den toestel verwijderd werden. Door den steel, waaraan het glas bevestigd was, aanvankelijk naar omhoog te trekken, was de naar boven gekeerde bodem van het glas bij het begin der proef tot op korten afstand van de ondervlakte der glasplaat gebracht. Eenmaal daarin zijnde, kon het glas in het water dalen en rijzen, zonder dat daaruit lucht ontsnapte.

Het zal voldoende zijn een enkele reeks der met deze inrichting gedane bepalingen hier mede te deelen. De uitkomsten, verkregen bij drie achtereenvolgende rijzingen en dalingen zijn in het volgende tafeltje opgeteekend.

	RIJZING.			DALING.		
	Hoogte der waterkolom in de maatbuis, in *mm.*		Verschil.	Hoogte der waterkolom in de maatbuis, in *mm.*		Verschil.
	h_1	h_2		h_2	h_1	
I	109	231	122	232,5	109	121,5
II	108	229	121	230	108	122
III	110	230	120	231	110	121

De door de lucht in het glas bij de rijzing en daling doorloopen afstand, d. i. *a*, bedroeg 200 millim.

De afstand van den openen mond van het glas in zijne hoogste stelling tot aan het 0-punt der schaal, d. i. *b*, was 155 millim.

De hoogte des barometers was 763,4 millim.

Het specifiek gewicht van het water in den physometer bedroeg 1,0005.

De waarde van den factor *k* voor het gebruikte gedeelte der maatbuis bedroeg 8,002.

De gemiddelde waarde van h_1 is 27 millim.: die van h_2 wordt gevonden door bij den gemiddelden hoogsten stand van het water in de maatbuis, zijnde 230,6 *mm*, 1,9 *mm* te voegen, als het bedrag van den te lagen waterstand tengevolge van de toegenomen drukking van het water tegen te ondervlakte der glasplaat; h_2 wordt dan 232,5 *mm.*

Uit deze gegevens vindt men door berekening een luchtvolume van 145,6 centim., hetgeen slechts zeer weinig van het ware volume der lucht in het glas verschilt.

Bij het doen van verscheidene andere bepalingen met hetzelfde glas, waarbij *a* van 200 tot 370 *mm*, *b* van 155 tot 310 *mm* en $h_2—h_1$ van 120 tot 246 *mm* verschilden, is mij echter gebleken, dat die overeenkomst tusschen het ware en het door berekening gevonden volume der lucht geenszins altijd zoo juist als in dit geval is. De uitkomsten der berekening waren:

	Verschil van het ware volume.	
139,76 kub. centim.	— 6,11 kub. centim.	— 4,2 proc.
142,12 〃 〃	— 3,75 〃 〃	— 2,6 〃
143,22 〃 〃	— 2,65 〃 〃	— 1,8 〃
143,23 〃 〃	— 2,64 〃 〃	— 1,8 〃
143,54 〃 〃	— 2,33 〃 〃	— 3,3 〃
145,60 〃 〃	— 0,27 〃 〃	— 0,2 〃
146,72 〃 〃	+ 0,85 〃 〃	+ 0,6 〃

Hieruit blijkt dat, hoewel in elke bijzondere waarnemingsreeks de verschillen tusschen de afzonderlijke bepalingen niet grooter dan 2 pCt. zijn, zoodat de waarschijnlijke fout der ge-

middelde cijfers inderdaad zeer gering wordt, er toch tamelijk groote verschillen bestaan tusschen de uitkomsten der berekening voor onderscheidene waarnemingsreeksen onder veranderde omstandigheden. Zulke verschillen kunnen trouwens niet verwonderen, wanneer men bedenkt, dat in de bovengenoemde gevallen de uitzetting en inkrimping der lucht, gemeten door het verschil in stand van de waterkolom in de maatbuis, niet meer dan $\frac{1}{60}$ tot $\frac{1}{150}$ van het geheele volume der lucht bedroeg, terwijl bovendien de waarde van k, ofschoon met groote zorg voor een tiental plaatsen der maatbuis bepaald, toch onzekerder is voor de tusschenliggende punten der schaal, voor welke zij alleen door vergelijking der twee naastbij liggende punten kan gevonden worden.

Eenigzins vreemd is het evenwel, dat al de door berekening gevonden uitkomsten, op ééne uitzondering na, beneden het ware volume blijven In het onderhavige geval zouden bovendien al de cijfers nog eene kleine vermindering ondergaan, indien de spanning des waterdamps werd in rekening gebracht. Wat de reden is dezer steeds te lage uitkomst, is mij duister gebleven. Mogelijk is het evenwel, dat, in weerwil van de grootste gebruikte zorg om den onderrand van het glas in volkomen horizontale houding met de wateroppervlakte in aanraking te brengen, zoodat er geen lucht ontsnapte, dit laatste toch nog tengevolge van eene zeer geringe afwijking van den horizontalen stand heeft plaats gehad.

Het door mij met dit werktuig beoogde doel was het in de eerste plaats tot het doen van physiologische onderzoekingen te doen strekken. Kan men nu ook bezwaarlijk verwachten, dat, bij het doen van waarnemingen daarmede aan lucht die in door vliezige wanden begrensde ruimten bevat is, eene groote nauwkeurigheid in de daaruit afgeleide absolute maat der voorhanden lucht bereikbaar is, zoo kan men toch vooraf nagaan, hoe groot daarop de invloed van den wand der zwemblaas is.

Ten dien einde werd het volume van een met lucht gevulde zwemblaas van een grooten brasem zoo na mogelijk bepaald

door weging in gedestilleerd water, waarmede een gesloten stopflesch geheel was aangevuld, en door vervolgens dezelfde flesch, nu alleen gevuld met water, nogmaals te wegen. Daar het specifiek gewicht van den wand der zwemblaas te weinig verschilt van dat van water, om in aanmerking te komen, kan men in dit geval uit het gewicht van het door de zwemblaas verplaatste water tot het volume der in de zwemblaas besloten lucht besluiten. Het bleek dat dit, na aanbrenging der noodige correctiën voor temperatuur en barometerstand, 76.403 kubiek centimeters bedroeg

Nu werd deze zwemblaas in de kooi van den physometer gebracht. Wanneer de toestel met water gevuld is, legt zich de zwemblaas van zelf tegen de klep der kooi aan en blijft onveranderlijk in dien stand. Er werden drie dubbele bepalingen verricht, door beurtelings de kooi met de zwemblaas 45 centim. te doen rijzen en dan weder even zoo veel te doen dalen. De op de schaal afgelezen standen en de daaruit gevonden verschillen bedroegen na de

	RIJZING.			DALING.		
	Hoogte der waterkolom in de maatbuis in *mm.*		Verschil.	Hoogte der waterkolom in de maatbuis in *mm.*		Verschil.
	h_1	h_2		h_2	h_1	
I	12	201	189	201	9	192
II	8	195	187	195	4	191
III	8	193	185	193	1	192

De temperatuur van het water was langzaam afnemende. Vandaar dat de verschillen bij de daling iets grooter waren dan bij de rijzing. Het gemiddelde verschil uit de zes waarnemingen bedraagt 189,5 millim. Hierbij moet ter correctie voor den te lagen waterstand gevoegd worden 2,04 millim., waardoor het verschil klimt tot 191,54 millim. Elke millim. beantwoordt aan een volume van 8,022 kub. millim., en dus bedroeg het verschil in volume van de lucht der zwemblaas in beide standen 1536 kub. millimeters, d. i. ongeveer $\frac{1}{50}$ van het geheele in de zwemblaas bevatte luchtvolume.

Met behulp der op blz. 306 gegeven formule en onder het aanbrengen der barometer- en temperatuur-correctiën, werd nu gevonden dat dit verschil beantwoordde aan een volume lucht van 69,81 kub. centim., hetgeen van het ware volume 7,586 kub. centim. of ongeveer 10 proc. verschilt. Dit verschil is meer dan dubbel zoo groot als het grootste verschil hetwelk bij het gebruik van enkel door water begrensde lucht is waargenomen en kan derhalve noch geheel aan fouten der methode noch aan fouten in de waarneming worden toegeschreven. Ook laat het zich niet moeielijk inzien, dat er bij de uitzetting en inkrimping der lucht in de zwemblaas nog eene andere oorzaak in het spel is dan alleen het verschil in drukking. De berekening op grond der wet van BOYLE veronderstelt eene geheel onbelemmerde uitzetting en inkrimping. Maar zoodra de lucht binnen een vlies besloten is, dat voor rekking en inkrimping vatbaar is, dan kan de weerstand die aan dit vlies zelve eigen is, niet buiten invloed blijven. Het duidelijkst blijkt dit, wanneer men een vooraf gedroogde met lucht gevulde zwemblaas aan de proef in den physometer onderwerpt. In weerwil dat het dunne vlies al spoedig water opneemt en buigzaam wordt, zijn de aanvankelijk bij de rijzing en daling waarneembare verschillen in den stand van het water in de maatbuis zeer gering. Deze nemen allengs toe, maar eerst na verscheidene uren zijn die verschillen weder gelijk geworden aan die welke dezelfde zwemblaas vertoonde toen zij nog in den verschen toestand was. Deze traagheid van den wand der zwemblaas, ofschoon in den met vocht doordrongen toestand natuurlijk het geringst, oefent echter oȯk dan nog genoegzamen invloed uit, om de berekening van het volume der daarin bevatte lucht, gegrond op het waargenomen verschil, te doen falen. Toch kan men daaruit bij benadering tot dit volume besluiten, en, indien men eene reeks van dergelijke bepalingen verrichtte, zoude het misschien gelukken, althans voor zwemblazen van dezelfde vischsoort, eenen gemiddelden factor te vinden, die men den traagheids-coëfficient zoude kunnen noemen. In het gegeven geval zoude die factor 1,09 bedragen. Het zal echter beneden blijken, dat op dien factor ook de omvang der zwemblaas en zelfs de graad van spanning harer wanden invloed uitoefent.

Wanneer de zwemblaas nog op hare plaats in de ligchaamsholte van den visch is, voegt zich bij deze door de traagheid van den wand der zwemblaas veroorzaakte vermindering in de uitzetting en inkrimping der lucht nu ook nog die welke het gevolg is van eene dergelijke traagheid in de bewegingen van den ligchaamswand. Het is mij echter bij onderzoek gebleken, dat het verschil in dit geval minder groot is, en nog bijna binnen de grenzen der waarnemingsfouten valt. Evenwel wanneer men eenige achtereenvolgende metingen doet en daaruit de gemiddelde afleidt, dan bevindt men, dat de zwemblaas, vrij zijnde, zich iets sterker uitzet dan terwijl zij een bestanddeel van het ligchaam uitmaakt. Bij een zeelt bedroeg het verschil ongeveer 4 proc.

Men moet bovendien nog op eene andere bron van fouten bedacht zijn. Het kan namelijk gebeuren, dat zich ook in het darmkanaal van den visch lucht bevindt, en deze oefent dan natuurlijk dezelfde werking uit als de lucht in de zwemblaas. Na elke proef is het derhalve noodig den visch onder water te openen, ten einde te kunnen nagaan of er ergens in zijn ligchaam, behalve in de zwemblaas, lucht aanwezig is. In de tot dusver door mij aan dit onderzoek onderworpen visschen is echter meestal in het geheel geen lucht in het darmkanaal gevonden, en in een paar gevallen waar daarin enkele luchtbellen bevat waren, waren deze zoo klein, dat zij geen noemenswaardigen invloed op het resultaat der proef konden hebben.

Al blijkt nu ook uit het boven gezegde, dat men uit het verschil in hoogte van de waterkolom in de maatbuis bij het op en neder bewegen van den visch, alleen bij benadering het geheele volume van de in de zwemblaas bevatte lucht kan afleiden, zoo neemt dit niets weg van de waarde van het werktuig om daarmede bepalingen te doen, die, als elk voor zich betrekkelijk juist zijnde, onderling vergelijkbaar zijn. Inderdaad kan men het toe- en afnemen van de lucht in de zwemblaas gedurende het leven met eene vrije groote nauwkeurigheid volgen. Om dit te doen zien, zal het dienstig zijn uit de reeksen van waarnemingen, die reeds door mij aan eenige visschen gedaan zijn, er althans eene mededeelen.

Den 25sten Maart, des morgens ten 11 ure, werd een zeelt, wegende 0,125 kilogram., die uit een vischkaar genomen was, waarin hij eenigen tijd met andere visschen in het water der stadsgracht bewaard was, in den physometer gebracht, en deze met versch welwater gevuld. De temperatuur van het water bedroeg 10° C., die van het vertrek 6°, waarvan eene tamelijk snelle daling der waterkolom in de maatbuis het gevolg was. Van daar de aanvankelijk groote afwijkingen tusschen de bij rijzing en bij daling van den visch, telkens over eene hoogte van 45 centim., verkregen verschillen in den stand van de waterkolom.

Het volgende tafeltje bevat de achtereenvolgens gedurende drie dagen gedane waarnemingen. Elke millimeter hoogte der waterkolom in de maatbuis beantwoordt aan 3,3003 kubieke millimeters.

Tijd der waarneming.		DALING. Hoogte der waterkolom in de maatbuis, in *mm.*		DALING. Verschil.	RIJZING. Hoogte der waterkolom in de maatbuis, in *mm.*		RIJZING. Verschil.	Gemiddeld verschil.	AANMERKINGEN.
		h_2	h_1		h_1	h_2		h_2-h_1	
25 Mrt. 's m. 11 uur	I	190	111	89	108	166	58	65	De visch is traag in zijne bewegingen, en de ademhaling is onregelmatig.
	II	166	97	69	97	145	48		
	III	184	116	68	112	170	58		
〃 〃 's nam. 1 uur	I	74	11	63	10	59	49	56	Bijna geen ademhaling.
	II	58	2	56	1	53	52		
26 Mrt. 's m. 11 uur	I	190	111	79	113	182	69	68,3	De ademhaling heeft zich hersteld, en de visch is iets levendiger geworden.
	II	107	34	73	33	96	63		
	III	96	29	67	27	86	59		
〃 〃 's nam. 3 uur	I	79	6	73	33	97	64	67	
	II	97	30	67	30	94	64		
〃 〃 〃 6 uur	I	153	64	89	75	153	78	77	
	II	217	142	75	64	148	84		
	III	205	138	67	136	205	69		
27 Mrt. 's m. 11 uur	I	105	0	105	163	260	97	97,5	De visch ademt zacht maar ligt half op zijde tegen den bovenkant der kooi aangedrukt.
	II	260	160	100	159	254	95		
	III	254	157	97	155	246	91		
〃 〃 's nam. 1 uur	I	181	80	101	78	172	96	92	Iets snellere ademhaling; de visch ligt iets minder op zijde.
	II	172	78	94	78	167	89		
	III	167	80	87	80	169	89		
〃 〃 〃 3 uur	I	166	66	100	66	157	91	95,2	
	II	157	63	94	63	159	96		
〃 〃 〃 7 uur	I	105	2	103	1	99	98	100,1	De ademhaling is langzaam en afgebroken; de visch is met zijn rechterzijde tegen den bovenkant der kooi aangedrukt.
	II	108	7	101	4	105	101		
	III	110	8	102	4	103	99		
28 Mrt. 's m. 10 uur	I	153	77	76	70	141	71	69	De visch is gedurende den nacht gestorven. Er heeft zich geen lucht uit den mond ontlast.
	II	141	72	69	70	138	68		
	III	138	68	70	67	128	61		

Nadat de visch onder water geopend en het daarbij gebleken was dat er, buiten de lucht in de zwemblaas, geen andere lucht in het ligchaam aanwezig was, werd de zwemblaas er uit genomen en afzonderlijk in den physometer gebragt De daarmede verkregen uitkomsten zijn de volgende:

	DALING.			RIJZING.		
	Hoogte der waterkolom in de maatbuis in *mm.*		Verschil.	Hoogte der waterkolom in de maatbuis in *mm.*		Verschil.
	h_2	h_1		h_1	h_2	
I	218	150	68	142	217	75
II	231	154	77	150	230	80
III	229	157	72	153	228	75
IV	230	160	70	156	230	74
V	232	162	70	160	232	72
VI	232	163	69	162	232	70
VII	241	165	76	163	238	75
VIII	238	167	71	165	238	73
IX	239	167	72	167	239	72
X	240	168	72	167	240	73
		Gemidd.	71,7		Gemidd.	73,9
		Gemidd. bij daling en rijzing:				72,8

Deze reeks van onmiddellijk achter elkander verrichte bepalingen kan tevens eene voorstelling geven van den graad van nauwkeurigheid waarvoor zij vatbaar zijn. De temperatuur van het water was langzaam rijzende, gelijk uit de vergelijking der cijfers in beide kolommen blijkt. Vergelijkt men namelijk de standen der waterkolom bij het begin en bij het einde der proef, dan blijkt, dat h_1 gedurende de dalingen met 18 millim. en h_2 gedurende de rijzingen met 23 millim. is toegenomen. Het gemiddelde hiervan is 20,5. Indien men den toestel in rust had gelaten, dan zoude dus de waterkolom van zelf 20,5 millim. gerezen zijn. Voor den tijd benoodigd tot het doen van elke der twintig bepalingen, bedraagt dit derhalve 1 millim., die gevoegd moet worden *bij* het verschil dat tijdens de daling en daarentegen afgetrokken *van* het verschil dat tijdens de rijzing gevonden is. De beide gemiddelde cijfers worden dan 72,7 en 71,9, d. i. bijna gelijk. In weerwil derhalve dat er tusschen de afzonderlijke uitkomsten nog tamelijk groote verschillen bestaan, kunnen toch de daaruit afgeleide gemiddelde waarden als zeer nauwkeurig worden beschouwd. Voor den te lagen waterstand moet bij het gemiddelde verschil 2,5 millim. gevoegd worden, waardoor dat tot 75,3 millim. klimt.

Het volume der lucht in de zwemblaas werd nu bepaald volgens de methode die reeds op bl. 310 vermeld is, en gevonden 14,95 kub. centimeters te bedragen. De berekening volgens de formule op bl. 306 gaf daarvoor 12,37 kub. centimeters, d. i. 2,58 kub. centim. te weinig. Wat wij reeds boven onder den naam van traagheidscoëfficient hebben aangeduid, namelijk de verhouding tusschen het berekende en het ware volume der lucht, bedraagt hier 1,21, dus merkelijk meer dan in het eerste geval, toen het volume der lucht bijna vijfmaal grooter was. Dit verschil trouwens is niet moeielijk te verklaren. De traagheid in de herstelling van het evenwicht zetelt alleen in den wand der zwemblaas. Bij zwemblazen van verschillende grootte staan de volumina tot elkander als de derde machten en de uitgestrektheden der wanden als de tweede machten. Men mag derhalve reeds a priori veronderstellen dat, naar gelang een zwemblaas grooter is, de traagheids-coëfficient minder zal bedragen.

Deze invloed der traagheid van den zwemblaaswand, nog vermeerderd door dien van den ligchaamswand, openbaart zich nog op eene andere wijze. Men zal namelijk opmerken dat onder de bij de daling waargenomen verschillen in de hoogte der waterkolom steeds het eerste van elk twee- of drietal waarnemingen het grootst is. Dit verklaart zich daaruit, dat gedurende de rust van eenige uren, de lucht tijd gehad heeft om nader tot den toestand van evenwicht met de bestaande drukking te komen, terwijl bij eenige snel op elkander volgende waarnemingen de daartoe gevorderde tijd ontbreekt en dus de gevonden verschillen noodzakelijk iets te klein zijn.

Eindelijk werd de lucht in de zwemblaas, nadat deze goed was afgedroogd, boven kwikzilver in eene verdeelde proefbuis opgevangen en geanalyseerd door er achtereenvolgens pyrogalluszuur en bijtende potasch in te brengen. Het bleek hierbij dat alle zuurstof uit de zwemblaas geheel verdwenen was, maar dat er, behalve stikstof, eene betrekkelijk aanmerkelijke hoeveelheid koolzuur, namelijk 9,4 proc. in voorhanden was. Het overige stikstof zijnde, was dan de samenstelling der lucht in de zwemblaas van den dooden visch:

N. 90,6

CO^2 9,4.

Wenden wij ons nu nogmaals tot de waarnemingsreeks in de tabel op blz. 314, dan kan men zich met eene groote mate van waarschijnlijkheid eene voorstelling maken van hetgeen er gedurende den tijd, dat de visch in den physometer geleefd heeft, in de zwemblaas gebeurd is. Wij willen duidelijkshalve de bij de waarnemingen gevonden verschillen tot werkelijke volumina van lucht herleiden, doch daar het hier niet op groote nauwkeurigheid aankomt, deze alleen berekenen uit de verhouding tusschen de gevonden verschillen. Daar nu de lucht, die op het einde der proef een verschil van 69 *mm* gaf, een volume van 14,95 kub. centimeters had, zoo kan men aannemen dat 1 millim. verschil ongeveer beantwoordt aan 0,217 kub. centimeters lucht.

Toen de visch in den toestel was overgebracht uit een water, dat vermoedelijk slecht voor de ademhaling van visschen geschikt is, daar de naburige riolen er zich in uitstorten, bedroeg het luchtvolume in de zwemblaas 14,105 kub. centimeter. De visch was zeer traag in al zijne bewegingen en de kieuwdeksels vertoonden slechts geringe en onregelmatige ademhalingsbewegingen. Hij hield zich nagenoeg volkomen stil maar in rechtstandige houding. Allengs verminderde de ademhaling, zoodat er soms verscheidene minuten voorbij gingen, zonder dat de kieuwdeksels eenige beweging vertoonden. Toen de visch twee uren in den toestel geweest was, stond zijne ademhaling bijna stil, en was de hoeveelheid lucht in de zwemblaas gedaald tot 12,152 kub. centim. Gedurende het verdere gedeelte van dien dag begon echter de kieuwademhaling zich te herstellen, en den volgenden dag, vierentwintig uren na de inbrenging, was de hoeveelheid lucht in de zwemblaas reeds gestegen tot 14,821 kub. centim., en vijf uren later tot 16,709 kub. centim. In den loop van den nacht nam de afscheiding van lucht nog sterk toe, zoodat hare hoeveelheid den volgenden morgen 21,158 kub. centim. bedroeg. Hierdoor was het specifiek gewicht van den visch zeer verminderd, terwijl zich tevens zijn zwaartepunt door het aanzwellen der zwemblaas verplaatst had, omdat deze zich niet naar den rug, waar zij tegen de wervelkolom aanstuit, maar alleen naar den buik en de beide zijden kan uitzetten. Het gevolg hiervan was, dat de visch

zijne rechtstandige houding niet meer bewaren kon, maar met de rechterzijde van zijn ligchaam tegen den bovenwand der kooi werd aangedrukt. Indien hij in eenen geheel normalen toestand had verkeerd, dan zoude zich, gelijk ik bij verscheidene andere Cyprinen (voren, brasem) zag gebeuren, lucht uit de zwemblaas door den *ductus pneumaticus* ontlast hebben, en daardoor zijn specifiek gewicht weder verminderd zijn. Doch in dit geval bleef die ontlasting van de overtollige lucht geheel achterwege en, hoewel er gedurende den dag kleine wisselingen in de hoeveelheid daarvan waarneembaar waren, was deze op den avond van den derden dag tot 21,722 kub. centimeters geklommen. Nog steeds lag de visch op zijde, tegen den bovenwand der kooi aan. De ademhaling was weder zeer verminderd, en het liet zich aanzien dat deze weldra, bij gebrek aan zuurstof in het water, geheel zoude moeten ophouden. Hoogstwaarschijnlijk echter had zich in de zwemblaas eene zekere hoeveelheid zuurstof afgescheiden, welke, wanneer de zuurstof uit het water verdwenen was, in het bloed zoude terugkeeren. Gedurende den nacht stierf de visch. Den volgenden morgen lag hij nog wat op zijde, maar niet meer tegen den bovenwand der kooi aangedrukt. Het volume der lucht in de zwemblaas was wederom gedaald tot 14,95 kub. centim., en daarin was geen spoor van zuurstof voorhanden, maar zij bestond voor ongeveer 0,1 uit koolzuur.

Om een dergelijk onderzoek volledig te maken, zoude de hoeveelheid en de zamenstelling der in het water van den physometer voor en na de proef bevatte lucht moeten onderzocht zijn geworden, doch daartoe ontbrak mij voor het oogenblik de gelegenheid.

Ook voer ik deze proef hier alleen aan, om te doen zien welk nut men van den physometer bij physiologische onderzoekingen op visschen trekken kan, en onthoud mij van de mededeeling van meerdere dergelijke metingen bij eenige andere visschen verricht, omdat ik daarmede wachten wil totdat deze waarnemingen zich over een grooter aantal van soorten en individu's hebben uitgestrekt. Het is mij namelijk reeds gebleken, dat er ten aanzien van de uitkomsten door een verblijf in den physometer geleverd, tusschen de visschen, zelfs

tusschen individu's derzelfde soort, niet onbelangrijke verschillen bestaan, die tot voorzichtigheid nopen, wanneer het geldt uit die uitkomsten algemeene gevolgtrekkingen af te leiden.

Op de vraag: of de visschen het vermogen bezitten om door actieve zamendrukking der lucht in de zwemblaas hun specifiek gewicht te vermeerderen, moet ik voor alsnog het antwoord schuldig blijven. Slechts bij een der tot dusver onderzochte visschen, een voren, zag ik van tijd tot tijd een plotseling dalen en dan weder rijzen der waterkolom in de maatbuis, die aan geen andere oorzaak dan aan eene volume-verandering der lucht door actieve spierwerking konde worden toegeschreven. Doch die plotselinge, onregelmatige dalingen en rijzingen waren gering; zij bedroegen niet meer dan 2 of 3 millim., en de daardoor aangekondigde volume-verandering bleef ver beneden die, welke het gevolg is van de langzame afscheiding en opslorping der lucht in de zwemblaas.

Bij een baars was de invloed der kieuwademhaling op den stand van het water in de maatbuis zeer duidelijk. Aan elke beweging der kieuwdeksels beantwoordde eene kleine schommeling der waterkolom in de maatbuis, zoodat men, zonder den visch te zien, maar terwijl een ander waarnemer op hem lette, de ademhalingen tellen kon; en telkens wanneer de kieuwdeksels zich iets ruimer openden dan gewoonlijk en eenen grooteren watertoevoer doorlieten, openbaarde zich dit door eene iets hoogere opstijging en nederdaling der waterkolom, welke echter nimmer meer dan hoogstens een halve millimeter bedroeg. Het spreekt van zelf dat die regelmatige, volkomen rythmische schommelingen alleen dan duidelijk onderscheidbaar waren, wanneer de visch zich geheel stil hield Wat de oorzaak dezer kleine op- en neërgaande bewegingen der waterkolom bij de ademhaling is, waag ik nog niet te zeggen. De spiercontractiën, waardoor de waterstroom door den mond over de kieuwen en door de kieuwspleten naar buiten gevoerd wordt, zijn te gering om hier aan eene merkbare volume-verandering der spieren te denken. Waarschijnlijker is het dat òf de schok van den intredenden waterstroom tegen den wand der keelholte zich aan de buikholte en de daarin gelegen zwemblaas mededeelt, òf dat elke ademhaling het ligchaam van den visch iets doet rijzen of

dalen. Een nader onderzoek is noodig om dit uit te maken. Ik deel hier het feit slechts mede als een blijk van de groote gevoeligheid van het werktuig voor elke volume-verandering in het ligchaam van den visch, die aan eene proefneming daarmede onderworpen wordt.

Dat niet alleen visschen, maar ook andere dieren die lucht in hun binnenste bevatten, aan een dergelijk onderzoek met den physometer kunnen worden onderworpen, zal ter naauwernood behoeven herinnerd te worden. Indien het mogelijk ware eenen levenden Nautilus er in te brengen, dan zoude er hoop bestaan eindelijk het nog steeds raadselachtige rijzen en dalen van dit dier in het water tot klaarheid te brengen. Het zoude niet moeielijk zijn de proef zoo in te richten, dat daardoor bepaald antwoord werd gegeven op de vraag : of de oudere verklaring van BUCKLAND dan wel de nieuwere van KEFERSTEIN de voorkeur verdient *). Niet onmogelijk acht ik het zelfs, dat het daarbij blijken zoude, dat geene dier beide verklaringen juist is, maar dat in het rijzen en dalen van den Nautilus afscheiding en opslorping van lucht, gepaard aan de beweging der tentakels als roeiorganen, eene grootere rol speelt dan de eenvoudige mechanische zamendrukking en uitzetting der lucht in de kamers der schelp.

Doch ik wijs dit hier slechts in het voorbijgaan aan, als een punt van onderzoek voor dengenen, die gelegenheid mocht hebben den Nautilus in diens eigene woonplaats gade te slaan.

Een ander punt van onderzoek, waartoe de physometer dienstig kan zijn, is dat van het luchtgehalte van longen van pasgeboren kinderen, die slechts even hebben geademd en toen gestorven zijn. Het is duidelijk dat men aldus veel zekerder uitkomsten zal verkrijgen dan met de eenvoudige bekende longenproef, daar ook eene zeer geringe hoeveelheid lucht, die niet voldoende is om de longen te doen drijven, zich daarmede niet alleen aantoonen maar ook meten laat.

---

*) Meer hierover vindt men in Dr. WILH. MEIGERS, *Ueber den hydrostatischen Apparat des Nautilus Pompilius*, *Archiv für Naturgeschichte*, 36te Jahrgang, p. 1.

Het laat zich voorts gemakkelijk inzien, dat de physometer ook kan worden dienstbaar gemaakt tot aantooning der trouwens reeds door MARCHAND en E. WEBER waargenomen volumevermindering der spieren bij hare samentrekking. Pooldraden van eenen inductie-toestel kunnen aan de daarin reikende koperen stelen verbonden worden.

Niet enkel bij onderzoekingen op biologisch gebied, maar ook bij de nasporing van eenvoudige physische verschijnsels kan de physometer goede diensten bewijzen. Boven (bl. 297) beschreef ik reeds een collegieproef om de uitzetting der lucht bij vermindering van drukking door verkorting van de op eene zwemblaas rustende waterkolom aanschouwelijk te maken. In plaats eener zwemblaas kan men even goed en nog beter een kleine caoutchoucblaas gebruiken. Tot de volgende waarnemingen bediende ik mij van een dier kleine caoutchoucballons, die, met waterstofgas gevuld, tot een kinderspeelgoed zijn geworden. Zulk een kleine ballon, die echter niet verder werd opgeblazen dan voldoende was om den wand even te spannen, werd met een draad aan den bodem der kooi bevestigd en daarop gehandeld even als met de op bl. 310 vermelde zwemblaas. De uitkomsten van tien achtereenvolgende dubbele bepalingen, waartoe dezelfde maatbuis diende, terwijl ook de telkens bij de rijzing en daling doorloopen afstand even als vroeger 45 centim. bedroeg, waren de volgende:

	RIJZING.			DALING.		
	h_1	h_2	h_2-h_1	h_2	h_1	h_2-h_1
I	18	134	116	134	18	116
II	18	134	116	134	18	116
III	18	136	118	136	20	116
IV	20	137	117	137	21	116
V	21	138	117	138	22	116
VI	22	139	117	139	23	116
VII	23	140	117	140	24	116
VIII	24	141	117	141	44	117
IX	24	141	117	141	25	118
X	25	142	117	142	25	117
		Gemidd.	116,9			116,4

De gemiddelde van de bij rijzing en daling verkregen verschillen bedraagt 116,65 millim., hetgeen gelijk is aan 0,9451 kub. centimeters.

Het is opmerkelijk te zien hoeveel regelmatiger de uitzetting en inkrimping der in de caoutchoucblaas bevatte lucht is dan van die in de zwemblaas. Eene enkele waarneming met de caoutchoucblaas is blijkbaar even juist als het gemiddelde uit een tiental waarnemingen met eene zwemblaas.

Ook hier liet zich op de vroeger (blz. 310) beschreven wijze het volume der lucht bepalen. Dit werd gevonden, bij de temperatuur van het water in den physometer, 39,16 kub. centimeters te bedragen.

De berekening volgens de formule (bl. 306) gaf voor V daarentegen slechts 31,55 kub. centim., dat dus tot het ware volume staat als 1 : 1,24. Ook de caoutchouc–wand oefent derhalve, door haren weerstand, eenen dergelijken invloed uit als de wand der zwemblaas.

Om te onderzoeken of die weerstand ook verandering ondergaat, wanneer de wand sterker gespannen is, werd in dezelfde caoutchoucballon eene grootere hoeveelheid lucht geblazen. De weging leerde, dat deze 178,83 kub. centim, derhalve meer dan vier en een half maal zooveel als in het eerste geval bedroeg. De beproeving met den physometer leverde, voor eene rijzing en daling van 41 centim, de volgende uitkomsten:

	RIJZING.			DALING.		
			Verschil.			Verschil.
	h_1	h_2		h_2	h_1	
I	3	245	242	245	3,5	24,5
II	3,5	245	241,5	245	3,5	24,5
III	3,5	243,5	240	243	3,5	24
IV	3,5	243,5	240	243,5	3,5	24
V	3,5	243,5	240	243,5	3,5	24

Het hieruit berekende volume der lucht bedraagt 131,09 kub. centim., hetgeen tot het ware volume staat als 1 : 1,37.

Het blijkt derhalve dat met de spanning ook de weerstand

van den wand in aanmerkelijke mate toeneemt. Zeer waarschijnlijk is dit ook bij de zwemblaas het geval.

Het caoutchouc zelf neemt echter, zoo als de reeds voor vele jaren door WERTHEIM *) verrichte waarnemingen leeren, bij uitrekking ook in volume toe De wijze, waarop WERTHEIM zijne bepalingen deed, namelijk door metingen met een diktepasser die nog tiende gedeelten van den millimeter aangaf, kan evenwel onmogelijk zeer nauwkeurig zijn Onlangs zijn dergelijke bepalingen ook gedaan door ÉMILIE VILLARI †), die eene betere methode aanwendde, namelijk de bepaling van het specifiek gewigt van dezelfde reep caoutchouc in den sterk gerekten en in den niet gerekten toestand. Men zoude daartegen alleen kunnen aanvoeren, dat de mogelijkheid bestaat, dat er in het caoutchouc zeer kleine mikroskopische barstjes ontstaan, waarin lucht dringt, en dat deze de oorzaak der afneming van het specifiek gewicht zouden zijn.

Met den physometer nu kan men deze toeneming van het volume van het caoutchouc dadelijk zichtbaar maken en meten. De volgende proef kan slechts als eene voorloopige worden beschouwd. Zij is echter voldoende voor het tegenwoordige oogmerk

Op den bodem van de flesch werd een gewicht van 3 kilogram geplaatst. Door middel van een ijzeren haak werden daaraan twee ringen van gevulcaniseerd caoutchouc verbonden, waarin aan de tegenovergestelde zijde een tweede haak greep, die vastgeschroefd was aan het benedeneinde van een der koperen stelen. De middellijnen en de dikte der caoutchoucringen waren vooraf door metingen op een tiental verschillende plaatsen met een passer, welke vijftigste deelen van den millimeter aangaf, zoo nauwkeurig mogelijk bepaald geworden en daaruit werd hun volume berekend. Dit bedroeg 5506,88 kub. millimeters. Nadat de toestel met water gevuld was, en daarbij tevens met zorg op de vroeger (bl. 301) beschreven wijze alle, ook de kleinste, luchtbelletjes verwijderd waren, werd er een

*) G. WERTHEIM, *Mémoires de physique mécanique*. Paris, 1848. *Ann. de chimie et de physique*. 3me sér. T. XXII.

†) Uit de Nuovo Cimento medegedeeld in *Les Mondes*. T. XXV. p. 310.

maatbuis op geplaatst, waarvan elke millimeter lengte beantwoordde aan een volume van 3,3003 kub millimeter. Door nederdrukking van den tweeden steel werd nu de eerste en daarmede het caoutchouc met het daaraan bevestigde gewicht opgetrokken, totdat dit laatste niet meer op den bodem rustte maar vrij in het water hing De waterkolom in de maatbuis rees daardoor juist 5 millim. Bij nalating der rekking en terugkeer tot den eersten toestand, daalde ook de waterkolom weder tot hare eerste hoogte. Ditzelfde werd eenige malen herhaald, telkens met gelijke uitkomst. De temperatuur van het water was gedurende het nemen dezer proef volkomen constant, iets dat bij zulke proeven natuurlijk voordeelig is. De bij de rekking plaats grijpende uitzetting van het caoutchouc bedroeg derhalve in dit geval 16,5015 kuk. millim., d. i. 0,003 of $\frac{1}{333}$ van het oorspronkelijke volume. Bij rekking door een zwaarder gewicht zoude echter zonder twijfel eene nog sterkere uitzetting verkregen worden, terwijl ook door aanwending van nog nauwere maatbuisjes de nauwkeurigheid der meting winnen zoude. Het zoude langs dien weg zeer gemakkelijk zijn de aan verschillende gewichten beantwoordende uitzettingen te bepalen. Wilde men dan tevens de lengte–uitrekking meten, dan zoude men in plaats van caoutchoucringen beter doen een platte strook caoutchouc te gebruiken. De lengte–uitrekking kan dan gemeten worden door den weg, welken de wijzer van den steel langs een der op de glasplaat staande verdeelde schalen aflegt.

Mijn doel met bovenstaande mededeelingen is slechts geweest eenige gevallen aan te wijzen, waarin het nieuwe werktuig van nut kan zijn, en dit door voorbeelden op te helderen.

Utrecht, 2 April 1872.

SUR LES RACINES DES ÉQUATIONS

$$\int_0^{\pi} \cos(x \cos \omega)\, d\omega = 0 \quad \text{et} \quad \int_0^{\pi} \cos(x \cos \omega) \sin^2 \omega\, d\omega = 0.$$

PAR

G. F. W. BAEHR.

Les racines de chacune de ces équations, qui se présentent dans plusieurs questions de physique mathématique, sont deux à deux égales et de signes contraires, puisque les premiers membres ne changent pas quand on change le signe de x; il suffit donc de considérer les racines positives.

Si dans la première on fait

$$x \cos \omega = z\,, \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

elle se réduit à

$$\int_0^x \frac{\cos z\, dz}{x \sin \omega} = 0\,, \qquad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

où la variable $\omega < \frac{1}{2}\pi$.

On peut décomposer le premier membre de (2) en un certain nombre d'intégrales partielles, dont la différence des limites est $\frac{1}{2}\pi$, telles que

$$\int_{2n\pi}^{(2n+\frac{1}{2})\pi} '' + \int_{(2n+\frac{1}{2})\pi}^{(2n+1)\pi} '' + \int_{(2n+1)\pi}^{(2n+\frac{3}{2})\pi} '' + \int_{(2n+\frac{3}{2})}^{2(n+1)\pi} '' + \text{etc.}$$

faisant successivement $n = 0, 1, 2 \ldots$, tandis que cette suite

finira à celle de ces intégrales qui a pour limite inférieure le plus grand multiple de $\frac{1}{2}\pi$ moindre que x, en sorte que sa limite supérieure sera x. Puisque $\cos z$ est positif entre les limites de la première et de la quatrième, et négatif entre les limites de la deuxième et troisième, le premier membre de (2), ainsi décomposé, commencera par un terme positif, et ensuite deux termes négatifs précéderont toujours deux termes positifs, jusqu'à la limite x, de sorte qu'en désignant par P, Q, R, S,...T les valeurs absolues des intégrales ci-dessus, ce premier membre sera une répétition de quatre termes telle que

$$P - Q - R + S,$$

dont la dernière pourra finir à un de ces termes, qui ait x pour limite supérieure.

Il est évident que ces intégrales partielles varieront continuement avec x. Tant que cette variable soit égale ou surpasse la limite supérieure de la dernière T, que l'on considère, on aura

$$P < Q < R < S \ldots < T \text{ etc.};$$

car pour chaque élément de P il y en a un de Q, pour lequel $\cos z$ a la même valeur absolue, les valeurs de z étant respectivement pour P et Q

$$z = 2n\pi + z' \quad \text{et} \quad z = (2n + 1)\pi - z',$$

où $z' < \frac{1}{2}\pi$, de sorte qu'en désignant les valeurs correspondantes de ω par ω_1 et ω_2, on a

$$P - Q = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \left(\frac{1}{\sin \omega_1} - \frac{1}{\sin \omega_2}\right) \frac{\operatorname{Cos} z'}{x}\, dz';$$

mais les valeurs de z dans Q étant constamment plus grandes que celles dans P, on aura entre les limites de l'intégration toujours $\sin \omega_1 > \sin \omega_2$; donc tous les éléments de l'intégrale $P - Q$ sont négatifs, et par conséquent $P - Q < 0$. De la même manière on voit que $Q - R < 0 \ldots$ S $-$ T < 0 etc.

De plus on aura pour une suite de quatre intégrales, qui commence et finit par un terme positif,

$$P - Q - R + S > 0;$$

car on peut prendre les éléments de ces intégrales partielles quatre à quatre, tellement que pour chacun d'eux $\cos z$ a la même valeur absolue, les valeurs de z étant respectivement

$$2n\pi + z',\quad (2n+1)\pi - z',\quad (2n+1)\pi + z',\quad 2(n+1)\pi - z',$$

où $z' < \frac{1}{2}\pi$, et désignant les valeurs correspondantes de ω, par ω_1, ω_2, ω_3, ω_4, on a

$$P - Q - R + S = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \left\{ \frac{1}{\operatorname{Sin}\omega_1} - \frac{1}{\operatorname{Sin}\omega_2} - \frac{1}{\operatorname{Sin}\omega_3} + \frac{1}{\operatorname{Sin}\omega_4} \right\} \frac{\operatorname{Cos} z'}{x} dz';$$

mais par (1)

$$\operatorname{Sin}\omega_1 > \operatorname{Sin}\omega_2 > \operatorname{Sin}\omega_3 > \operatorname{Sin}\omega_4,$$

et en même temps

$$\operatorname{Cos}\omega_4 - \operatorname{Cos}\omega_3 = \operatorname{Cos}\omega_2 - \operatorname{Cos}\omega_1;$$

multipliant cette égalité membre à membre par l'inégalité

$$\operatorname{Cos}\omega_4 + \operatorname{Cos}\omega_3 > \operatorname{Cos}\omega_2 + \operatorname{Cos}\omega_1$$

on a, tous les facteurs étant positifs,

$$\operatorname{Cos}^2\omega_4 - \operatorname{Cos}^2\omega_3 > \operatorname{Cos}^2\omega_2 - \operatorname{Cos}^2\omega_1,$$

ou

$$\operatorname{Sin}^2\omega_3 - \operatorname{Sin}^2\omega_4 > \operatorname{Sin}^2\omega_1 - \operatorname{Sin}^2\omega_2,$$

et puis divisant par

$$\operatorname{Sin}\omega_3 \operatorname{Sin}\omega_4 (\operatorname{Sin}\omega_3 + \operatorname{Sin}\omega_4) < \operatorname{Sin}\omega_1 \operatorname{Sin}\omega_2 (\operatorname{Sin}\omega_1 + \operatorname{Sin}\omega_2),$$

il vient

$$\frac{1}{\operatorname{Sin}\omega_4} - \frac{1}{\operatorname{Sin}\omega_3} > \frac{1}{\operatorname{Sin}\omega_2} - \frac{1}{\operatorname{Sin}\omega_1};$$

donc tous les éléments de l'intégrale étant positifs, on aura

$$P - Q - R + S > 0,$$

et pareillement on verra que pour une suite de quatre intégrales qui commence et finit par un terme négatif, on aura

$$-R + S + T - U < 0.$$

Cela posé, écrivons l'équation (2) sous la forme

$$A - B - C + D + E - F - G + H + \ldots\ldots = 0, \ldots (3)$$

où chaque terme représente la valeur absolue d'une intégrale partielle prise entre des limites dont la différence est $\frac{1}{2}\pi$, on aura

$$A < B < C < D < E < F \ldots\ldots \text{etc.}$$

et en même temps

$$B - A < D - C < F - E < \ldots\ldots \text{etc.};$$

ces valeurs varieront avec x, mais tant que x n'est pas moindre que la plus grande limite de celles que l'on considère, elles satisferont à ces inégalités.

Tant que $x < \frac{1}{2}\pi$ le premier membre de (3) contiendra seulement un terme A, et sera positif; pour $x = \frac{1}{2}\pi$, il contiendra les deux termes $A - B$, et par conséquent il sera négatif; il y a donc une racine entre $\frac{1}{2}\pi$ et π.

Si ensuite l'on fait croitre x de π à $\frac{3}{2}\pi$, le premier membre (3) restera négatif, puisqu'à une partie négative $A - B$ s'ajoute une quantité négative $- C$, mais pour $x = 2\pi$ il sera positif puisque $D - C > B - A$; il y a donc une deuxième racine entre $\frac{3}{2}\pi$ et 2π. Généralement, en vertu des inégalités établies, le premier membre de l'équation (3) est positif ou négatif suivant qu'il finit à un terme positif ou négatif. Pour x égal à un multiple impair de $^1/_2\pi$ ce premier membre sera donc positif ou négatif en même temps que le terme final qui correspond à telle valeur de x, et qui est toujours le deuxième terme d'une permanence: mais alors le terme suivant, qui sera le terme final quand on augmente x de $\frac{1}{2}\pi$, est de signe contraire, et avec lui le premier membre de l'équation.

La première équation a donc une racine entre chaque multiple impair de $\frac{1}{2}\pi$ et le premier multiple de π qui le suit;

elle n'a pas de racines entre un multiple de π et le premier multiple de $^1/_2\,\pi$ qui le suit.

La seconde équation est la dérivée de la première, réduite à cette forme par l'intégration par parties, et divisée par $-x$. On trouve des difficultés en la traitant sous cette forme, mais en la mettant sous sa forme primitive

$$\int_0^{\pi} Sin\,(x\,Cos\,\omega)\,Cos\,\omega\,d\,\omega = 0,$$

la même méthode réussit.

Faisant

$$x\,Cos\,\omega = z, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

elle se réduit à

$$\int_0^{x} \frac{Sin\,z\,d\,z}{x\,tang\,\omega} = 0$$

où $\omega < \frac{1}{2}\pi$.

Si l'on décompose le premier membre de celle-ci en intégrales partielles dont la différence des limites est $\frac{1}{2}\pi$, et dont la première a zéro pour limite inférieure, on aura, désignant par A, B, C, D, etc. des valeurs absolues,

$$A + B - C - D + E + F - G - H + \ldots . = 0; \ldots (5)$$

deux termes positifs sont suivis de deux termes négatifs et ainsi de suite.

Comme ci-dessus on verra facilement que l'on a, tant que x surpasse la limite supérieure de la dernière des valeurs que l'on considère,

$$A < B < C < D \ldots . . < H \ldots . . .$$

Pour les trois premières, ou

$$A + B - C = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} '' + \int_{\frac{1}{2}\pi}^{\pi} '' + \int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi} '' \,.$$

on aura en particulier

$$A + B - C < 0;$$

car en y faisant respectivement

$$z = z', \quad z = \pi - z', \quad z = \pi + z'$$

et nommant ω_1, ω_2, ω_3 les valeurs correspondantes de ω, ce trinôme devient

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \left(\frac{1}{\tang \omega_1} + \frac{1}{\tang \omega_2} - \frac{1}{\tang \omega_3}\right) \frac{\sin z' \, dz'}{x};$$

mais en vertu de (4)

$$\cos \omega_1 + \cos \omega_2 < \cos \omega_3,$$

ou

$$\frac{\cos \omega_1}{\sin \omega_1} \cdot \frac{\sin \omega_1}{\sin \omega_3} + \frac{\cos \omega_2}{\sin \omega_2} \frac{\sin \omega_2}{\sin \omega_3} < \frac{\cos \omega_3}{\sin \omega_3}$$

donc à plus forte raison

$$\frac{\cos \omega_1}{\sin \omega_1} + \frac{\cos \omega_2}{\sin \omega_2} < \frac{\cos \omega_3}{\sin \omega_3};$$

par conséquent tous les éléments de la dernière intégrale seront négatifs.

Une suite de quatre termes, qui commence et finit avec un terme positif, sera une quantité positive. Pour les quatres termes B, C, D, E, on a

$$B - C - D + E = \int_{\frac{1}{2}\pi}^{\pi} '' + \int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi} '' + \int_{\frac{3}{2}\pi}^{2\pi} '' + \int_{2\pi}^{\frac{5}{2}\pi} '';$$

en y faisant respectivement

$$z = \pi - z', \quad z = \pi + z', \quad z = 2\pi - z', \quad z = 2\pi + z',$$

ces quatres intégrales se réduisent à

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \left\{\frac{1}{\tang \omega_1} - \frac{1}{\tang \omega_2} - \frac{1}{\tang \omega_3} + \frac{1}{\tang \omega_4}\right) \frac{\sin z' \, dz'}{x},$$

où, en vertu de la formule (4), on a entre les valeurs correspondantes de ω les relations

$$Sin\,\omega_1 > Sin\,\omega_2 > Sin\,\omega_3 > Sin\,\omega_4,$$

et

$$Cos\,\omega_4 - Cos\,\omega_3 = Cos\,\omega_2 - Cos\,\omega_1,$$

d'où, comme il est déjà démontré plus haut,

$$\frac{1}{Sin\,\omega_4} - \frac{1}{Sin\,\omega_3} > \frac{1}{Sin\,\omega_2} - \frac{1}{Sin\,\omega_1};$$

donc, puisque $Sin\,\omega_4 < Sin\,\omega_2$

$$\frac{Cos\,\omega_4}{Sin\,\omega_4} - \frac{Cos\,\omega_3}{Sin\,\omega_4} > \frac{Cos\,\omega_2}{Sin\,\omega_2} - \frac{Cos\,\omega_1}{Sin\,\omega_2},$$

et parce que $Cos\,\omega_3 > Cos\,\omega_1$

$$\frac{Cos\,\omega_3}{Sin\,\omega_4} - \frac{Cos\,\omega_3}{Sin\,\omega_3} > \frac{Cos\,\omega_1}{Sin\,\omega_2} - \frac{Cos\,\omega_1}{Sin\,\omega_1};$$

la somme de ces deux dernières inégalités donne

$$\frac{Cos\,\omega_4}{Sin\,\omega_4} - \frac{Cos}{Sin\,\omega_3} > \frac{Cos\,\omega_2}{Sin\,\omega_2} - \frac{Cos\,\omega_1}{Sin\,\omega_1};$$

ainsi tous les éléments de la dernière intégrale sont positifs, par conséquent

$$B - C - D + E > 0,$$

et pareillement on verra qu'une suite de quatre termes qui commence et finit par un terme négatif, est une quantité négative, ainsi

$$-D + E + F - G < 0.$$

Par suite, tant que $x < \pi$, et pour $x = \pi$, le premier membre (5), qui contient alors tout au plus les deux termes A + B, sera positif, tandis que pour $x = \frac{3}{2}\pi$ il sera négatif; il y a donc une racine entre π et $\frac{3}{2}\pi$.

Si x augmente de $\frac{3}{2}\pi$ a 2π le premier membre (5) reste négatif, mais pour $x = \frac{5}{2}\pi$ il sera positif, puisqu'alors il contient une quantité positive A, à la quelle s'ajoute une quantité positive $B - C - D + E$; il y a donc une deuxième racine entre 2π et $\frac{5}{2}\pi$.

De $x = \frac{5}{2}\pi$ à $x = 3\pi$ le premier membre reste positif, mais pour $x = \frac{7}{2}\pi$ il sera négatif, puisqu'alors il contient la quantité négative $A + B - C$ à laquelle s'ajoute une quantité négative, $- D + E + F - G$; il y a donc une troisième racine entre 3π et $\frac{7}{2}\pi$, et ainsi de suite. En général le premier membre de (5) sera positif ou négatif suivant qu'il s'arrête à un terme positif ou négatif. Pour x égal à un multiple de π il sera donc positif ou négatif en même temps que le terme final correspondant à cette valeur de x, et lequel est toujours le deuxième terme d'une permanence, en sorte que le terme suivant, qui sera le terme final quand x augmente de $\frac{1}{2}\pi$, sera de signe contraire et avec lui le premier membre (5). L'équation a donc une racine entre chaque multiple de π et le premier multiple de $\frac{1}{2}\pi$ qui le suit; elle n'a pas de racine entre un multiple impair de $\frac{1}{2}\pi$ et le premier multiple de π qui le suit.

Ces résultats s'accordent avec le théorème de ROLLE, suivant lequel la dérivée doit avoir au moins une racine entre deux racines consécutives de l'équation primitive; mais ils donnent pour les racines de cette dérivée des limites plus resserrées

Il semble encore que les racines des deux équations s'approcheront de plus en plus de leurs limites inférieures, puisque le premier membre de la première satisfait à l'équation différentielle

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{dy}{dx} + y = 0,$$

en sorte que, pour de grandes valeurs de x, la fonction y de-

viendra de plus en plus égale à la fonction déterminée par l'équation

$$\frac{d^2 y'}{dx^2} + y' = 0,$$

et qui est $y' = \sin x$ ou $y' = \cos x$; mais, le signe de y ne changeant pas quand on change le signe de x, la fonction y deviendra de plus en plus égale à $\cos x$ et sa derivée á $\sin x$, en sorte que les racines de la première équation s'approcheront de plus en plus des multiples impairs de $\frac{1}{2}\pi$ et celles de la seconde des multiples de π.

Delft, Avril 1872.

OVER DEN INVLOED VAN OPTISCH INACTIEVE OPLOSMIDDELEN

OP HET

SOORTELIJK DRAAIINGSVERMOGEN VAN OPTISCH ACTIEVE STOFFEN.

DOOR

A. C. OUDEMANS Jr.

(Voorgedragen in de Gewone Vergadering van 27 April 1872).

Nadat de circulaire polarisatie in 1811 het eerst door ARAGO bij het kwarts was waargenomen, vond BIOT in 1815 (en gelijktijdig met hem SEEBECK), dat de aan het kwarts toekomende eigenschap ook bij eene vloeistof van organischen oorsprong, de terpentijnolie, werd aangetroffen.

Deze gewichtige ontdekking werd voor BIOT het uitgangspunt tot eene reeks van onderzoekingen, waaruit bleek, dat vele andere vloeistoffen, hetzij drupvormige organische verbindingen, hetzij oplossingen van organische vaste stoffen in water, alcohol enz., het verschijnsel in zeer verschillende mate vertoonden. Bij vaste stoffen was dit niet zoo gemakkelijk aan te wijzen, deels ten gevolge van de moeilijkheid, om geheel homogene kristallen van niet al te geringe afmetingen te verkrijgen, maar vooral omdat de verschijnselen van rechtlijnige polarisatie, die bij de meeste der aan het onderzoek onderworpen kristallen voorkwamen, het aanwijzen van het draaiingsvermogen dezer stoffen in den weg stonden.

Om het draaiingsvermogen van verschillende stoffen met elkaar te kunnen vergelijken, en verder de wetten der circulaire polarisatie te kunnen nagaan, voerde BIOT het begrip in van

soortelijk of moleculair draaiingsvermogen. Hieronder verstond hij de afwijking van het polarisatievlak voor eene bepaalde lichtstraal, te weeg gebracht door eene 1 decimeter lange laag van de werkzame stof, bij een concentratiegraad, gelijk aan de eenheid en hebbende eene densiteit gelijk aan de eenheid.

Wanneer alzoo α voorstelt de onmiddellijk waargenomene afwijking van het polarisatievlak voor eene l decimeters lange laag eener enkelvoudige vaste of vloeibare zelfstandigheid, hebbende eene densiteit δ, dan zal het soortelijk draaiingsvermogen (α) dezer stof worden uitgedrukt door $\frac{\alpha}{l.\delta}$.

Voor oplossingen van actieve zelfstandigheden in inactieve vloeistoffen, krijgt de formule de volgende gedaante

$$(\alpha) = \frac{\alpha}{\varepsilon.l.\delta},$$

waarin ε den concentratiegraad beteekent, d. i. de verhouding tusschen het gewicht van het werkzame bestanddeel en dat der totale vloeistof $\left(\frac{P}{P+p}\right.$, wanneer P het gewicht der werkzame stof en p dat van het oplosmiddel voorstelt.)

De eerste proeven van BIOT, gedurende jaren achtereen voortgezet, schenen te bewijzen, dat het soortelijk draaiingsvermogen van eene in oplossing voorkomende actieve stof geheel onafhankelijk was van den concentratiegraad; zoodat men, met behulp der boven aangehaalde formule, het draaiingsvermogen van alle actieve stoffen uit dat van eene oplossing dier stoffen in eenig inactief vocht zou kunnen afleiden, mits slechts de samenstelling der oplossing vooraf nauwkeurig bekend ware.

Proeven met suiker, waarbij het draaiingsvermogen van die stof in amorphen, gesmolten toestand werd vergeleken met dat, wat eene waterige oplossing dier zelfstandigheid vertoonde, gaven uitkomsten, die met de gemaakte vooronderstelling vrij goed strookten. BIOT meende althans de afwijking tusschen de berekende en de onmiddellijk gevonden waarde van het draaiingsvermogen te moeten toeschrijven aan kleine onnauwkeurigheden, die zoodanig moeilijk onderzoek, als hij had verricht, noodzakelijk medebracht.

Eerst later (in 1852) ontdekte BIOT, toen hij over betere hulpmiddelen kon beschikken, dat hetgeen tot nog toe voor een algemeen verschijnsel werd gehouden, slechts eene uitzondering was, en dat het soortelijk draaiingsvermogen van actieve stoffen gewijzigd werd door de meerdere of mindere hoeveelheid van het vocht, waarin het was opgelost; zoodat met behulp van de door hem gegevene formule voor oplossingen van *verschillende* sterkte *verschillende* waarden van (α) werden gevonden. Vooral bij wijnsteenzuur deed zich deze invloed van den concentratiegraad der oplossing zeer sterk gevoelen.

Van veel gewicht was het, te onderzoeken of het soortelijk draaiingsvermogen al of niet afhankelijk was van de temperatuur. Ook hieromtrent heeft BIOT menige belangrijke bijdrage geleverd; zijne proeven met oplossingen van wijnsteenzuur in houtgeest (Mém. de l'Académie des Sciences, T. XV, p. 260) leverden onder anderen het bewijs, dat de temperatuur op het draaiingsvermogen van de actieve stof in deze oplossingen een beslissenden invloed uitoefent. Natuurkundigen van lateren tijd hebben zich menigmaal met dergelijk onderzoek bezig gehouden. BOUCHARDAT bewees den invloed der temperatuur op het draaiingsvermogen van chininezouten; GERNEZ (Annales de l'École normale, T. I) op dat van terpentijnolie, oranjeolie en bigaradeolie. Dat die invloed zich niet bij *alle* stoffen doet gevoelen, bleek uit de onderzoekingen van TUCHSCHMID (J. f. p. C. Neue Folge. 2. 235 (1870)), waardoor duidelijk werd aangetoond, dat het draaiingsvermogen eener rietsuiker-oplossing met de temperatuur niet verandert.

Er is echter nog eene derde zaak, die op het soortelijk draaiingsvermogen een gewichtigen invloed kan uitoefenen en waarop tot nog toe zeer weinig acht is geslagen, ja, waarvan zelfs in de meest uitgebreide handboeken over natuurkunde in het geheel geene melding wordt gemaakt, namelijk de *aard* van het oplosmiddel.

In scheikundige handboeken en verhandelingen wordt bij opgaven omtrent het draaiingsvermogen van actieve stoffen doorgaans stilzwijgend aangenomen, dat dit niet gewijzigd wordt door het oplosmiddel, *wanneer dit geene scheikundige werking op de actieve stof uitoefent.* Van

daar dan, dat bij alcaloïden alleen een onderscheid gemaakt wordt tusschen oplossingen in alcohol en in verdunde zuren; van daar dan, dat ook soms bij stoffen als asparagine en dergelijken gezocht is naar verschil in draaiingsvermogen na het bijvoegen van zuren en alcaliën, maar dat over den invloed van vloeistoffen, die naar de algemeene opvatting scheikundig indifferent zijn, nagenoeg niets wordt medegedeeld.

Zoover ik heb kunnen ontwaren, zijn BIOT en JODIN de eenigen geweest, die den invloed van het optisch en chemisch inactieve oplosmiddel op het draaiingsvermogen der opgeloste actieve stof duidelijk hebben erkend en in rekening gebracht.

BIOT bepaalde zich bij zijn onderzoek tot oplossingen van wijnsteenzuur in water, alcohol en houtgeest (*Mémoires de l'Académie*, T. XV, p. 93) en vond, dat bij denzelfden concentratiegraad en nagenoeg dezelfde temperatuur het draaiingsvermogen van wijnsteenzuur in die oplossingen verschillend was, zooals blijken kan uit het volgende overzicht.

Afwijking van het polarisatievlak voor lichtstralen, doorgelaten door rood glas.

Temp.	Oplosmiddel.	Concentratiegraad (ε)	(α)
+ 25°.0	Water	0.24	↗ 10°.8
+ 25 .0	〃	0.32	↗ 9 .5
+ 11 .8	Houtgeest	0.24	↗ 3 .7
+ 12 .0	〃	0.32	↗ 2 .4
+ 22 .0	〃	0.32	↗ 4 .3
+ 5 .0	Alcohol	0.02	↗ 2 .1
+ 5 .0	Water	0.02	↖ 2 .1

JODIN vond in 1864 (C. R. T. 58, p. 613) dat eene zekere waterige oplossing van geïnterverteerde suiker, met een gelijk volumen *water* verdund, een soortelijk draaiingsvermogen vertoonde van — 28°.8; dezelfde oplossing, met haar volumen *alcohol* vermengd, vertoonde een S. D. V. van slechts — 19°. Daar dergelijk verschil bij waterige oplossingen van rietsuiker en glycose niet was te bespeuren, meende hij de oorzaak van het vermelde feit te moeten zoeken bij de lévulose, die

een bestanddeel van de geïnterveerde suiker uitmaakt en met glycose gemengd, daarin voorkomt. Werkelijk vond hij dan ook voor oplossingen van lévulose, die 0.128 gr. per C. C. bevatten

Bij alcoholische opl. $\alpha = -\ 92$
Bij waterige oploss. $\alpha = -\ 104$

Jodin vond verder, dat bij het vermeerderen van den alcohol in het oplossend mengsel ook het S. D. V. van de suiker toenam *).

Nog geheel onkundig omtrent den boven vermelden invloed van inactieve oplosmiddelen op het S. D. V. van actieve stoffen, werd ik door eene toevallige omstandigheid daarop opmerkzaam gemaakt. Bij de bepaling van het draaiingsvermogen van zwavelzure cinchonine ondervond ik namelijk, dat het zout, hoewel zeer fijn gewreven, uiterst moeilijk en langzaam in koud water oploste. Eene zachte verwarming, ter bespoediging van het oplossen, had doorgaans eene geringe dissociatie en afscheiding van cinchonine ten gevolge en moest dus worden vermeden. Om aan dit bezwaar te gemoet te komen, voegde ik een weinig alcohol toe, niet vermoedende, dat dit eenigen invloed op het draaiingsvermogen van het zout zou uitoefenen. De resultaten van onderscheidene proeven, waarbij afwisselende hoeveelheden alcohol waren gebezigd, liepen echter zoodanig uiteen, dat bij de nauwkeurige wijze van waarnemen, de waargenomen afwijkingen alleen aan het toevoegen van alcohol konden worden toegeschreven. Werkelijk werd dan ook de invloed van deze vloeistof op het S. D. V. van het opgeloste sulfaat duidelijk aangetoond en hierin vond ik aanleiding, om het onderzoek wat verder uit te strekken en den invloed van het oplosmiddel bij eenige andere actieve stoffen na te gaan.

Bij het doen van deze proeven heb ik gebruik gemaakt van een polaristrobometer van Wild, een voortreffelijk werktuig, dat, onder gunstige omstandigheden en onder inachtneming van alle

---

*) Jodin verwijst hier naar eene door hem uitgegevene verhandeling, waarin de resultaten van dit laatste onderzoek breeder worden uiteengezet. Het is mij gelukt, te weten te komen, waar deze verhandeling is opgenomen.

vereischte voorzorgen, toelaat, bij een 12—16 tal waarnemingen een eindresultaat te verkrijgen, dat op ongeveer 1—2 minuten nauwkeurig is.

In den regel werden de waarnemingen achtereenvolgens op de verschillende quadranten van den verdeelden cirkel volbracht en dit eenige malen herhaald. Om uit de 12 of meer verkregene waarden het eindresultaat op te maken, heeft men slechts het gemiddelde te nemen; immers door VAN DE SANDE BAKHUIJZEN (POGG. *Ann.*, Bd. 144 p. 259 sqq.) is bewezen, dat wanneer men van de waarnemingen aan de vier quadranten het midden neemt, de fouten worden geelimineerd, die voortvloeien 1°. uit de constructie en de plaatsing van den draaienden nikol en 2°. uit de niet geheel juiste plaatsing van de kalkspaath-plaatjes van den SAVART'schen polariskoop.

De waarnemingen werden voorts verricht met geel sodiumlicht en zooveel mogelijk bij ééne zelfde temperatuur van 17—18° C. Alle oplossingen werden eerst zorgvuldig op die temperatuur gebracht, alvorens ze aan de proef werden onderworpen. Bij het samenstellen van de vloeistof ging ik bij mijne eerste proeven aldus te werk, dat ik het actieve lichaam en het oplosmiddel nauwkeurig afwoog en de densiteit der oplossing bepaalde bij 17—18° C. Met behulp van de formule

$(\alpha) = \dfrac{\alpha}{\varepsilon.\ \delta.\, l.}$ kon dan het S. D. V. worden berekend.

Later echter heb ik, wegens het tijdroovende van de densiteitsbepalingen, de afgewogene actieve stof opgelost in een bepaald volumen van het oplosmiddel bij eene temperatuur van 17—18° en dan het S. D. V. berekend met behulp van de formule $(\alpha) = \dfrac{v\,\alpha}{l\,p}$. De werktuigen die hiertoe werden gebezigd, waren kleine glazen maatkolfjes van 20—40 C. C. inhoud, voorzien van een hals, waarvan de doorsnede een middellijn heeft van 6—7 millimeter. Deze kolfjes werden nauwkeurig gekalibreerd en op den hals werd met diamant eene verdeeling gegrift in $\frac{1}{10}$ C. C., die den inhoud nauwkeurig aangaf. De deelstrepen hadden een onderlingen afstand van ongeveer 1 millimeter, zoodat men des noods $\frac{1}{100}$ C. C. zou kunnen schatten.

Ik heb mij vooraf overtuigd, dat men met deze toestelletjes het volumen op ongeveer $\frac{1}{1400}$ nauwkeurig kan bepalen.

Bij het volgen van deze laatste handelwijze mist men de *juiste* kennis omtrent den concentratiegraad, maar deze kan bij benadering worden berekend, wanneer men aanneemt, dat de vaste stof bij het oplossen geheel in het volumen van de vloeistof verdwijnt, zonder dit te vergrooten. Deze vooronderstelling beantwoordt wel niet geheel aan de waarheid, maar veroorlooft toch, den concentratiegraad met eene voor ons doel voldoende nauwkeurigheid te leeren kennen, vooral wanneer men de betrekkelijk geringe hoeveelheid vaste stof in aanmerking neemt, die ter vervaardiging van de oplossing wordt gebruikt.

Ik laat nu hier onmiddellijk de eindresultaten van het verrichte onderzoek volgen, en stel mij voor, de bij waarneming verkregene cijfers in eene afzonderlijke bijlage samen te vatten, ten einde den lezer in staat te stellen, over den graad van nauwkeurigheid der resultaten te oordeelen.

Onderzochte stof.	Ter oplossing gebezigde vloeistof.	Concentratie-graad.	Soortelijk draaiingsvermogen.
Rietsuiker.	Water.	0.056	↗ 66°.9
"	Alcohol 50 °/₀.	0.050	↗ 66 .4
Lichte cubebenolie.	Onvermengd.		↖ 40 .8
"	Alcohol.	0.061	↖ 41 .6
"	Benzol.	0.060	↖ 41 .6
"	Chloroform.	0.075	↖ 41 .7
Cinchonine.	Alcohol.	0.006—0.008	↗ 228
"	Chloroform.	0.004—0.005	↗ 212
Zwavelz. cinchonine.	Water.	0.014	↗ 169
"	Alcohol.	0.023	↗ 191
"	Alcohol.	0.055	↗ 193
Salpeterz. cinchonine.	Water.	0.020	↗ 154
"	Alcohol.	0.022	↗ 172
Chloorwaterstofzure cinchonine.	Water.	0.016	↗ 162
"	Water.	0.026	↗ 158
"	Water.	0.031	↗ 156
"	Alcohol 93 °/₀.	0.054	↗ 175
Brucine.	Alcohol.	0.054	↖ 85
"	Chloroform.	0.019	↖ 127
"	Chloroform.	0.049	↖ 119
Podocarpinezuur.	Alcohol.	0.04	↗ 136
"	Alcohol 93 °/₀.	0.09	↗ 136
"	Aether.	0.04	↗ 130
"	Aether.	0.07	↗ 130
Podocarpinezuur natrium.	Water.	0.046	↗ 82
"	Water.	0.064	↗ 79
"	Water.	0.138	↗ 73
"	Alcohol.	0.09	↗ 86
Phlorizine.	Alcohol.	0.040	↖ 52
"	Houtgeest.	0.039	↖ 52

Uit het bovenstaande overzicht blijkt, dat er gevallen zijn, waarin het S. D. V. van eene actieve stof door het oplosmiddel niet merkbaar wordt gewijzigd (bijv. bij phlorizine), maar dat in den regel, bij verschil van oplosmiddel, onder overigens gelijke omstandigheden, kleinere of grootere verschillen in soortelijk draaiingsvermogen worden waargenomen. Een gering verschil zien wij bij rietsuiker; dat dit niet is toe te schrijven

oefent; want het grootste verschil tusschen de daarvoor verkregene waarde zou nog geen graad bedragen (overeenkomende met 1′—1½′ bij de waarnemingen met den polaristrobometer. Zie Bijlage). Wordt daarentegen bij eene oplossing van cinchonine in chloroform slechts $\frac{1}{300}$ van het oplosmiddel door alcohol vervangen, dan is reeds een verschil van 4° in soortelijk draaiingsvermogen voortgebracht *).

2°. Het S D. V. van chinchonine is het grootst bij oplossing in eene vloeistof, die 10 pCt. alcohol en 90 pCt. chloroform bevat.

3°. Men kan uit den invloed, die twee vloeistoffen elk afzonderlijk op het draaiend vermogen eener actieve stof uitoefenen, niet besluiten tot den invloed, die door een mengsel van beide zal worden uitgeoefend.

In verband hiermede is het raadzaam, om bij het onderzoek naar het draaiingsvermogen van actieve stoffen naauwkeurig te letten op de zuiverheid van het te bezigen oplosmiddel. Vooral is dit van toepassing op het onderzoek van alcoholische oplossingen; men zal wel doen, ter vervaardiging daarvan *absoluten* alcohol te bezigen, of althans, bij vergelijkend onderzoek, van één zelfde mengsel van alcohol en water van bekende samenstelling uit te gaan. Want, zoo als mengsels van alcohol en chloroform in hunne werking op vaste actieve stoffen verschillen van elk der daarin voorkomende bestanddeelen, zoo kan van mengsels van alcohol en water hetzelfde verwacht worden; eene enkele proef heeft mij het gegronde van deze stelling dan ook voldoende bewezen.

Keeren wij nu intusschen tot het boven beschrevene verschijnsel zelve terug. Biot heeft den invloed van den concentratiegraad op het S. D. V. van actieve stoffen verklaard, door aan te nemen, dat zich zekere soort van moleculaire verbindingen vormen van de actieve stof met het oplosmiddel. Naar-

---

*) Met het oog hierop zou het bepalen van het S. D. V. van eene oplossing van cinchonine in chloroform een middel kunnen zijn, om een gehalte aan alcohol te vinden en quantitatief te bepalen. Gemakkelijker ware dit echter te doen, door de bepaling van oplosbaarheid van cinchonine in de te onderzoeken vloeistof, omdat die, zooals wij later zullen zien, binnen zekere grenzen zeer toeneemt, naarmate de chloroform meer alcohol bevat.

mate de verhouding tusschen beide veranderde, zouden telkens andere verbindingen tot stand komen; en het liet zich denken, dat het S. D. V. der actieve stof in deze verbindingen allengs kleinere of grootere wijzigingen ondergaan kon.

Wanneer wij deze zienswijze aannemen, om ook den invloed van *verschillende* oplosmiddelen op het S. D. V. eener actieve stof te verklaren, dan doet zich de vraag voor, of er niet eenig verband bestaat tusschen dezen invloed op het S. D. V. en het vermogen om vaste stoffen op te lossen.

Bestaat dit verband, dan is het, zooals mij voorkomt niet onwaarschijnlijk, dat in het algemeen het S. D. V. eener actieve stof meer zal gewijzigd worden door eene inactieve vloeistof, waarin zij gemakkelijk, dan door eene waarin zij moeilijk oplost. Immers men kan zich het oplossen van eene vaste of vloeibare stof in eenig vocht niet voorstellen, zonder aan te nemen dat de deeltjes van beide eene aantrekking op elkander uitoefenen, hoe zwak die ook moge zijn in vergelijking van hetgeen wij gewoon zijn scheikundige verbinding te noemen.

Om deze hypothese eenigszins aan de waarneming te toetsen, heb ik de oplosbaarheid van cinchonine in alcohol, chloroform en in mengsels van deze beide bepaald. De resultaten van dit onderzoek zijn samengevat in het volgende tafeltje:

N°.	Samenstelling van het oplosmiddel.			Hoeveelheid der opgeloste stof in procenten. (Gewicht van het oplosmiddel = 100).
	pCt. alcohol.		pCt. chloroform.	
1	100.0	en	0.0	0.77
2	90.9	〃	9.1	0.94
3	77.6	〃	22.4	1.27
4	64.9	〃	35.1	1.83
5	47.7	〃	52.3	3.30
6	34.9	〃	65.1	4.84
7	27.4	〃	72.6	5.67
8	22.8	〃	77.2	5.88
9	18.2	〃	81.8	5.81
10	7.8	〃	92.2	4 14
11	1.9	〃	98.1	1.30
12	0.0	〃	100.0	0.28

Oplossing in alcohol van 50 pCt.

$p = 1.0573$; $v = 20$ CC; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 10°43′	↗ 10°45′	↗ 10°44′
10 37	10 42	10 40
10 38	10 44	10 41
10 45	10 38	10 38
10°40′.8	10°42′.3	10°40′.8

Midden α = ↗ 10°41′

(α) = ↗ 66°.4′

LICHTE CUBEBENOLIE.

(Dit praeparaat was uit eene hoeveelheid van ongeveer 1 liter ruwe cubebenolie, die ik aan de goedheid van Dr. J. E. DE VRIJ te danken had, door gefractioneerde destillatie afgezonderd. Het kookpunt lag bij 221° C. Voor het s. g. vond ik 0,856, alzoo een veel geringer cijfer, dan door SCHMIDT in zijn onderzoek omtrent cubebenolie (*Arch. der Pharmacie*, Bd. 191. S. 1—49) wordt opgegeven (namelijk 0.915.) Het is mij gebleken, dat door overhaling in het luchtledige eene meer volledige scheiding der beide aetherische oliën C_{30} H_{48} kan worden uitgevoerd en dat het S. D. V. van de aldus bereide lichte olie grooter is dan van het onder gewone luchtdrukking verkregen product.)

Cubebenolie onvermengd.

$\delta = 0.856$; $l = 303.9$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 16°11′	↖ 16°10′	↖ 16° 8′
15 59	16 9	16 9
16 16	16 10	16 9
16 4	15 55	16 12
16° 7′.5	16° 6′	16°9′5

Midden α = ↖ 16°8′

(α) = ↖ 40°.8′

Oplossing in absoluten alcohol.

$\varepsilon = 0.0612$; $\delta = 0.8001$; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17^\circ$ C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 6°10′	↖ 6°11′	↖ 6°12′
6 17	6 18	6 12
6 9	6 8	6 10
6 7	6 5	6 8
6°10 .8	6°10′.5	6°10′.5

Midden $\alpha =$ ↖ 6°10′.6
$(\alpha) =$ ↖ 41°.6

Oplossing in benzol.

$\varepsilon = 0.0595$; $\delta = 0.8814$; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17^\circ$ C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 6°43′	↖ 6°47′	↖ 6°44′
6 48	6 50	6 51
6 39	6 40	6 43
6 40	6 39	6 38
6°42′.5	6°44′	6°44′

Midden $\alpha =$ ↖ 6°43′.5
$(\alpha) =$ ↖ 41°.6

Oplossing in chloroform

$\varepsilon = 0.0694$; $\delta = 1.4211$; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17^\circ$ C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 12°29′	↖ 12°30′	↖ 12°30′
12 35	12 35	12 33
12 34	12 34	12 31
12 24	12 20	12 25
12°30′.5	12°29′.8	12°29.′8

Midden $\alpha =$ ↖ 12°30′
$(\alpha) =$ ↖ 41°. 7

CINCHONINE.

Oplossing in absoluten alcohol. N°. 1.

$p = 0.1023$; $v = 20$ CC.; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°33′	↗ 3°35′	↗ 3°30′
3 35	3 33′	3 33
3 32	3 32	3 30
3 30	3 35	3 33
3°32′.5	3°33′8	3°31′.5

Midden α = ↗ 3°32′.6

(α) = ↗ 227°.6

Oplossing in absoluten alcohol. N°. 2.

$\varepsilon = 0.00824$; $\delta = 0.8271$; $l = 300^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 4°33′	↗ 4°40′	↗ 4°38′	↗ 4°37′	↗ 4°34′
4 38	4 41	4 35	4 36	4 37
4 46	4 47	4 39	4 42	4 38
4 42	4 48	4 41	4 43	4 43
4°39′.6	4°43′.8	4°38′.5	4°39′.5	4°38′

Midden α = ↗ 4°40′

(α) = ↗ 228°.3

Oplossing in absoluten alcohol. N°. 3.

$p = 0.1505$; $v = 20$ C.C.; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 5° 9′	↗ 5°16′	↗ 5°13′
5 11	5 11	5 17
5 13	5 15	5 15
5 10	5 15	5 12
↗ 5°10′.8	↗ 5°14′.2	↗ 5°14′.2

Midden α = ↗ 5°13′.1

(α) = ↗ 228°.1

Oplossing in absoluten alcohol. N°. 4.

$p = 0.1145$; $v = 20.2$ C. C.; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17^{\circ}$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°59′	↗ 3°57′	↗ 3°53′	↗ 3°51′	↗ 3°58′	↗ 3°55′
3 52	3 59	4 0	3 58	4 0	3 56
4 0	3 58	4 4	4 0	3 59	3 58
3 56	3 56	3 58	3 53	3 51	3 56
3°56′.8	3°57′.5	5°58′.8	3°55′.5	3°57′	3°56′.2

Midden $\alpha =$ ↗ 3°57′

$(\alpha) =$ ↗ 229°.3.

Oplossing in chloroform. N°. 1.

$p = 0.1052$; $v = 20$ C.C.; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17^{\circ}$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°23′	↗ 3°23′	↗ 3°31′	↗ 3°29′	↗ 3°24′
3 27	3 18	3 24	3 23	3 26
3 19	3 15	3 19	3 18	3 16
3 18	3 18	3 18	3 19	3 21
3°21′.8	3°18′.5	3°23′	3°22′.2	3°21′.8.

Midden $\alpha =$ ↗ 3°21′.3

$(\alpha) =$ ↗ 209°.7.

Oplossing in chloroform. N°. 2.

$p = 0.1115$; $v = 20$ CC.; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17^{\circ}$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°38′	↗ 3°32′	↗ 3°34′
3 31	3 30	3 30
3 31	3 33	3 33
3 32	3 36	3 37
3°33′	3°32′.8	3°33′.5

Midden $\alpha =$ ↗ 3°33′.1

$(\alpha) =$ ↗ 209°.6

Oplossing in chloroform. No. 3.

$p = 0.0946$; $v = 20$ C. C. ; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°7′	↗ 3°.8′	↗ 3°.9′
3 9	3 4	3 5
3 1	3 1	3 0
3 8	3 5	3 5
3°6′.2	3°4′.5	3°4′.8

Midden α = ↗ 3°5′
(α) = ↗ 214°.8

Oplossing in chloroform. N°. 4.

$p = 0.1028$; $v = 20$ C. C. ; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°12′	↗ 3° 9′	↗ 3°14′	↗ 3° 8′
3 24	3 24	3 25	3 21
3 20	3 16	3 17	3 24
3 24	3 19	3 15	3 18
3°20′	3°17′	3°17′.8	3°17′.8

Midden α = ↗ 3°18′.1
(α) = ↗ 211°.7

Oplossing in chloroform. N°. 5.

$p = 0.1072$; $v = 20$ C. C. ; $l = 303,9^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarde van α.

↗ 3°26′	↗ 3°32′	↗ 3°29′
3 27	3 28	3 24
3 27	3 28	3 27
3 28	3 26	3 28
3°27′	3°28′.5	3°27′

Midden α = ↗ 3°27′.5
(α) = ↗ 212°.3

ZWAVELZURE CINCHONINE.

$$2\,(C_{20}\,H_{24}\,N_2\,O),\ SH_2O_4 + 2\,H_2\,O.$$

Oplossing in water. N°. 1.

$\varepsilon = 0.01397$; $\delta = 1.0031$; $l = 271.3^{mm}$; $t = 16^{\circ}$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 6°27′	↗ 6°25′	↗ 6°29′	↗ 6°24′
6 26	6 22	6 22	6 25
6 33	6 26	6 26	6 26
6 22	6 29	6 29	6 26
6°27′	6°25.5	6°26′.5	6°25′.3

Midden α = ↗ 6°26′

(α) = ↗ 169°.2

Oplossing in water. N°. 2.

$\varepsilon = 0.01252$; $\delta = 1.0019$; $l = 271.3^{mm}$; $t = 21^{\circ}$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 5°42′	↗ 5°43′	↗ 5°46′	↗ 5°47′
5 43	5 47	5 43	5 45
5 44	5 46	5 44	5 41
5 48	5 41	5 46	5 43
5°44′.2	5°44′.2	5°44′.8	5°44′

Midden α = ↗ 5°44′.4

(α) = ↗ 168°.6

Oplossing in absoluten alcohol. N°. 1.

$\varepsilon = 0.0232$; $\delta = 0.8123$; $l = 200^{mm}$; $t = 17^{\circ}.6$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 7°20′	↗ 7°14′	↗ 7°10′	↗ 7°11′
7 11	7 9	7 13	7 13
7 11	7 11	7 12	7 14
7 9	7 6	7 10	7 12
7°12′.8	7°10′	7°11.′3	7°12′.5

Midden α = ↗ 7°11′.7

(α) = ↗ 190°.8

Oplossing in absoluten alcohol. No. 2.

$\varepsilon = 0.05493$; $\delta = 0.8396$; $l = 100^{mm}$; $t = 18^{\circ}$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 8°58′	↗ 8°56′	↗ 8°55′	↗ 8°54′
8 48	8 54	8 55	8 55
8 47	8 54	8 56	8 57
8 51	8 50	8 53	8 54
8°51′	8°53′.5	8°54.8	8°55′

Midden α = ↗ 8°53′.6

(α) = ↗ 192°.9

SALPETERZURE CINCHONINE.

$C_{20}H_{24}N_2O, NO_3H + \frac{1}{2}H_2O.$

Oplossing in water.

$p = 0.4028$; $v = 20$ C. C.; $l = 303.9$; $t = 17^{\circ}$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 9°26′	↗ 9°26′	↗ 9°26′
9 32	9 33	9 26
9 34	9 22	9 26
9 22	9 22	9 24
9°28′.5	9°25′.8	9°25′.5

Midden α = ↗ 9° 26′.5

(α) = ↗ 154°.2

Oplossing in absoluten alcohol.

$p = 0.3574$; $v = 20$ CC.; $l = 303.9^{mm}$; $t = 17^{\circ}$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 9°20′	↗ 9°19′	↗ 9°20′
9 23	9 24	9 23
9 19	9 16	9 18
9 24	9 20	9 22
9°21′.5	9°19′.8	9°20′.8

Midden α = ↗ 9° 20′.5

(α) = ↗ 172°.0

CHLOORWATERSTOFZURE CINCHONINE.

$C_{20}H_{24}N_2O, HCl + 2H_2O.$

Oplossing in water. N°. 1.

$\varepsilon = 0.03135;\ \delta = 1.0053;\ l = 200;\ t = 17°.$

Waargenomene waarden van α.

↗ 9°50′	↗ 9°46′	↗ 9°46′	↗ 9°48′
9 48	9 49	9 52	9 52
9 53	9 50	9 52	9 51
9 47	9 47	9 49	9 50
9°49′.5	9°48′	9°49.8	9°50′.3

Midden α = ↗ 9° 49′.4

(α) = ↗ 156°.0

Oplossing in water. N°. 2.

$\varepsilon = 0.02648;\ \delta = 1.0042;\ l = 200^{mm};\ t = 18°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 8°21′	↗ 8°29′	↗ 8°26′	↗ 8°23′
8 29	8 26	8 25	8 27
8 22	8 23	8 24	8 24
8 30	8 25	8 27	8 28
8°25′.5	8°25′.8	8°25′.5	8°25′.5

Midden α = ↗ 8° 25′.5

(α) = ↗ 158°.4

Oplossing in water. N°. 3.

$\varepsilon = 0.01572;\ \delta = 1.0023;\ l = 200;\ t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 5°2′	↗ 5° 1′	↗ 5°4′	↗ 5° 2′	↗ 5°6′
5 8	5 13	5 8	5 5	5 7
5 6	5 7	5 5	5 6	5 4
5 3	5 6	5 8	5 10	5 4
5°4′.8	5° 6′.8	5°6′.2	5° 5′.8	5°5′.2

Midden α = ↗ 5° 5′.8

(α) = ↗ 161°.6

Oplossing in alcohol van 93 pCt.

$\varepsilon = 0.0536$; $\delta = 0.8387$; $l = 200,13^{mm}$; $t = 16°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 15°38′	↗ 15°38′	↗ 15°49′	↗ 15°53
15 45	15 43	15 27	15 41
15 53	15 50	15 41	15 43
15 38	15 37	15 57	15 50
15°43′.5	15°42′	15°43′.5	15°46′.8

Midden α = ↗ 15° 44′

(α) = ↗ 174°.9

BRUCINE.

(Op 100° C. gedroogd.)

Oplossing in absoluten alcohol.

$p = 0.8986$; $v = 20$ C. C.; $l = 303.9^{mm}$; $t = 18°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 11°30′	↖ 11°34′	↖ 11°36′
11 39	11 37	11 35
11 44	11 37	11 37
11 37	11 32	11 36
11°37′.5	11°35′	11°36′

Midden α = ↖ 11° 36′

(α) = ↖ 85°.0

Oplossing in chloroform. N°. 1.

$p = 1.4917$; $v = 20$ C. C.; $l = 303,9^{mm}$; $t = 18°$C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 27° 7′	↖ 27° 9′	↖ 27°10′
27 4	27 6	27 6
27 15	27 13	27 11
27 13	27 11	27 13
27° 9′.8	27° 9′.8	27°10′

Midden α = ↖ 27° 10′

(α) = ↖ 119°.8

Oplossing in chloroform. No. 2.

$p = 0.5900$; $v = 20$ C. C.; $l = 303.9$; $t = 18^\circ$ C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 11°1′	↖ 11°3′	↖ 11°2′
11 2	11 0	11 2
11 0	11 0	11 4
11 4	11 5	11 0
11°1′.8	11°2′	11°2′

Midden α = ↗ 11° 2′

(α) = ↗ 123°.0

PODOCARPINEZUUR. *)

Oplossing in absoluten alcohol.

$p = 1.4314$; $v = 40$ C. C.; $l = 200$ mm; $t = 17^\circ$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 9°37′	↗ 9°41′
9 42	9 40
9 43	9 46
9 42	9 44
9°44	9°42′.8

Midden α = ↗ 9° 42′

(α) = ↗ 135°.7

Oplossing in alcohol van 93 pCt.

$\varepsilon = 0.09176$; $l = 225$mm; $t = 16^\circ.8$; $\delta = 0.8498$

Waargenomene waarden van α.

↗ 23°44′	↗ 23°43′	↗ 23°52′	↗ 23°52′
23 56	23 45	23 46	23 34
23 55	23 54	23 49	23 32
23 56	23 52	24 5	23 50
23°52′.8	23°49′.5	23°53′.5	23°42′

Midden α = ↗ 23° 49′.5

(α) = ↗ 135°.7

*) Een kristallijn harszuur, door mij ontdekt in eene harsmassa, afkomstig uit het hout van oude exemplaren van Podocarpus cupressina. Samenstelling $C_{17} H_{22} O_3$.

Oplossing in aether. N°. 1.

$p = 2.0673$; $v = 40$ C.C.; $l = 200^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 13°27′	↗ 13°24′	↗ 13°23′
13 34	13 35	13 27
13 18	13 24	13 29
13 27	13 21	13 24
13°26′.5	13°26′	13°25′.8

Midden $\alpha =$ ↗ 13° 26.

$(\alpha) =$ ↗ 130°.0

Oplossing in aether. N°. 2.

$p = 1.0717$; $v = 40$ C.C.; $l = 200^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 7°1′	↗ 7°0′	↗ 6° 52′
7 4	7 3	6 0
7 0	7 4	7 4
7 9	7 2	7 2
7°3′.5	7°2′.3	6°59′.5

Midden $\alpha =$ ↗ 7° 1′.8

$(\alpha) =$ ↗ 131°.2

PODOCARPINEZUUR NATRIUM.

Oplossing in water. N°. 1.

$p = 1.8367$; $v = 40$ C.C.; $l = 200^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 7°35′	↗ 7°38′	↗ 7°34′
7 31	7 34	7 28
7 32	7 29	7 31
7 30	7 35	7 29
7°32′	7°34′	7°30′.5

Midden $\alpha =$ ↗ 7° 32′.3

$(\alpha) =$ ↗ 82°.1

Oplossing in water. N°. 2.

$p = 2.5491$; $v = 40$ C.C.; $l = 200^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 10°2′	↗ 10°0′	↗ 10°0′
10 1	10 2	10 2
10 5	10 1	10 4
10 4	10 2	10 4
10°3′	10°1′.8	10°2′.5

Midden α = ↗ 10° 2′.2

(α) = ↗ 78°.8

Oplossing in water. N°. 3.

$p = 5.5233$; $v = 40$ CC.; $l = 200^{mm}$; $t = 17°$ C.

Waargenomene waarden van α.

↗ 19°46′	↗ 19°47′	↗ 19°50′
19 40	19 50	19 51
19 40	19 55	19 59
19 56	19 57	19 56
19°45′.5	19°52′.3	19°54′

Midden α = ↗ 19° 50′.6

(α) = ↗ 73°.2

Oplossing in absoluten alcohol.

$p = 2.7345$; $v = 40$ C.C.; $l = 200^{mm}$; $t = 17°.5$.

Waargenomene waarden van α.

↗ 11°50′	↗ 11°47′	↗ 11°47′
11 47	11 43	11 49
11 37	11 44	11 49
11 44	11 49	11 50
11°44′.5	11°45′.8	11°48′.5

Midden α = ↗ 11°46′.3

(α) = ↗ 86°.1.

PHLORIZINE.

Oplossing in absoluten alcohol.

$\varepsilon = 0.04033$; $\delta = 0.8224$; $l = 200^{mm}$: $t = 17^{\circ}$ C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 3°24′	↖ 3°31′	↖ 3°26′	↖ 3°28′
3 25	3 30	3 24	3 30
3 26	3 29	3 26	3 26
3 28	3 23	3 26	3 26
3°25′.8	3°28′.3	3°25′.5	3°27′.5

Midden α = ↖ 3°26′8

(α) = ↖ 52°.0

Oplossing in houtgeest.

$\varepsilon = 0.03944$; $\delta = 0.8453$; $l = 200$; $t = 17^{\circ}$ C.

Waargenomene waarden van α.

↖ 3°25′	↖ 3°21′	↖ 3°22′	↖ 3°24′
3 27	3 33	3 29	3 31
3 35	3 25	3 29	3 27
3 22	3 23	3 27	3 25
3°27′.3	3°28′	3°26′.8	3°26′.8

Midden α = ↖ 3°26′.8

(α) = ↖ 52°.0

OPLOSSINGEN VAN CINCHONINE IN MENGSELS VAN CHLOROFORM EN ALCOHOL.

$l = 303.9^{mm}$.

N°. 1.

$p = 0.1080$; $v = 20$ C.C.; $t = 17^{\circ}$ C.

$C\,H\,Cl_3$ 17.02 pCt.

C_2H_6O 82.98 „

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°48′	↗ 3°42′	↗ 3°43′	↗ 3°47′
3 42	3 48	3 49	3 42
3 38	3 45	3 42	3 45
3 45	3 46	3 40	3 46
3°43′.3	3°45′.2	3°43′.5	3°45′

Midden α = ↗ 3° 44′.3

(α) = ↗ 227°.8

N°. 2.

$p = 0.1119$; $v = 20$ C.C.; $t = 17^\circ$ C.

$C\,H\,Cl_3$ 27.54 pCt.
C_2H_6O 72.46 〃

Waargenomene waarden van α.

I	II	III	IV
↗ 3°51′	↗ 3°51′	↗ 3°54′	↗ 3°53′
3 49	3 53	3 52	3 50
3 52	3 54	3 53	3 49
3 52	3 54	3 56	3 54
3°51′	3°53′	3°53′.8	3°51′.5

Midden α = ↗ 3° 52′.4
(α) = ↗ 227°.6

N°. 3.

$p = 0.1178$; $v = 20$ C.C.; $t = 17^\circ$ C.

$C\,H\,Cl_3$ 44.29 pCt.
C_2H_6O 55.71 〃

Waargenomene waarden van α.

I	II	III	IV	V
↗ 4° 2′	↗ 4° 1′	↗ 4° 5′	↗ 4° 2′	↗ 4° 1′
4 11	4 11	4 11	4 13	4 8
4 4	4 5	4 2	4 3	4 2
3 52	3 58	4 0	4 0	3 57
4° 2′.2	4° 3′.8	4° 4′.5	4° 4′.5	4° 2′

Midden α = ↗ 4° 3′.4
(α) = ↗ 226°.6

N°. 4.

$p = 0.1141$; $v = 20$ C.C.; $t = 17^\circ$ C.

$C\,H\,Cl_3$ = 65.00 pCt.
C_2H_6O = 35.00 〃

Waargenomene waarden van α.

I	II	III
↗ 4° 0′	↗ 3°59′	↗ 4° 2′
4 1	4 6	4 1
3 57	3 55	3 57
3 56	3 56	3 55
3°58′.5	3°59′	3°58′.8

Midden α = ↗ 3° 58′.8
(α) = ↗ 229°.5

N°. 5.

$p = 0.1122$; $v = 20$ C.C.; $t = 17°$ C.

C H Cl_3 82.26 pCt.
C_2H_6O 17.74 „

Waargenomene waarden van α.

↗ 4° 4′	↗ 4° 3′	↗ 4° 4′
3 56	3 55	3 56
3 56	3 54	4 0
4 1	4 2	4 3
3°59′.2	3°58′.5	4° 0′.8

Midden α = ↗ 3° 59′.4
(α) = ↗ 234°.7

N°. 6.

$p = 0.1139$; $v = 20$ C.C.; $t = 17°$ C.

C H Cl_3 = 86.95 pCt.
C_2H_6O = 13.05 „

Waargenomene waarden van α.

↗ 4° 6′	↗ 4°4′	↗ 4° 6′
4 10	4 6	4 12
4 6	4 7	4 10
4 3	4 2	4 1
4° 6′.3	4°4′.8	4° 7′.3

Midden α = ↗ 4° 6′.1
(α) = ↗ 237°.0

N°. 7.

$p = 0.1038$; $v = 20$ C.C.; $t = 17°$ C.

C H Cl_3 = 94.48 pCt.
C_2H_6O = 5.52 „

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°47′	↗ 3°42′	↗ 3°47′	↗ 3°49′
3 40	3 48	3 41	3 44
3 42	3 42	3 41	3 43
3 46	3 46	3 42	3 41
3°43′.8	3°44′.5	3°42′.9	3°44′.3

Midden α = ↗ 3° 43′.9
(α) = ↗ 236°.6

N°. 8.

$p = 0.1169$; $v = 20$ C.C.; $t = 17°$ C.

$C\,H\,Cl_3$ = 98.74 pCt.

C_2H_6O = 1.26 „

Waargenomene waarden van α.

↗ 3°59′	↗ 4° 2′	↗ 4° 5′
4 2	4 2	4 6
4 8	4 2	4 0
3 58	3 57	3 56
4° 1′.8	4° 0′.8	4° 1′.8

Midden α = ↗ 4° 1′ 4

(α) = ↗ 226°.4

N°. 9.

$p = 0.1325$; $v = 20$ C.C.; $t = 17°$ C.

$C\,H\,Cl_3$ = 99.66 pCt

C_2H_6O = 0.34 „

Waargenomene waarden van α.

↗ 4°17′	↗ 4°24′	↗ 4°24′	↗ 4°29′
4 27	4 20	4 26	4 23
4 22	4 21	4 22	4 18
4 16	4 18	4 14	4 17
4°20′.5	4°20′.8	4°21′.5	4°21′.8

Midden α = ↗ 4° 21′.1

(α) = ↗ 216°.3.

OPLOSBAARHEID VAN CINCHONINE IN ALCOHOL, CHLOROFORM EN IN MENGSELS VAN BEIDE BIJ 17° C.

Hiertoe werd cinchonine gebezigd, die door neêrslaan uit eene slap alcoholische solutie van zuivere chloorwaterstofzure cinchonine in den vorm van uiterst fijne mikroskopische kristalletjes was afgescheiden. Bij elke proef werd de kolf met het vocht en met eene overmaat van cinchonine 1 uur lang in een bad met water van 17° gelaten en van tijd tot tijd geschud. Het

vocht werd daarna door een bedekten trechter in een kolfje afgefiltreerd, waarvan het gewicht met de daarop passende kurk bekend was. De kolf werd nu gesloten en met haren inhoud gewogen; eindelijk werd deze laatste in een platinaschaal gebracht, de kolf eenige malen met alcohol uitgespoeld, het vocht verdampt en het residu op 100° C. gedroogd.

	Oplossing	Gewicht				Residu		
1)	Absolute alcohol	6.9275	gr.	der opl.	gaven	0.0537	gr.	residu.
	(dus alcohol 6.8738 en cinchonine 0.0537).							
2)	9.1 % $CH\,Cl_3$ + 90.9 % C_2H_6O. —	7.1260	gr.	der opl.	gaven	0 0664	"	"
3)	22.4 " $CH\,Cl_3$ + 77 6 " C_2H_6O. —	6.4654	"	"	"	0 0810	"	"
4)	35.1 " $CH\,Cl_3$ + 64.9 " C_2H_6O. —	7.2914	"	"	"	0.1314	"	"
5)	52.3 " $CH\,Cl_3$ + 47.7 " C_2H_6O. —	7.9565	"	"	"	0.2531	"	"
6)	65.1 " $CH\,Cl_3$ + 34.9 " C_2H_6O. —	7.0071	"	"	"	0.3226	"	"
7)	72.6 " $CH\,Cl_3$ + 27 4 " C_2H_6O. —	7.1426	"	"	"	0.3827	"	"
8)	77.2 " $CH\,Cl_3$ + 22.8 " C_2H_6O. —	6.1256	"	"	"	0.3392	"	"
9)	81.8 " $CH\,Cl_3$ + 18.2 " C_2H_6O. —	5 6554	"	"	"	0.3106	"	"
10)	92.2 " $CH\,Cl_3$ + 7.8 " C_2H_6O. —	6.9240	"	"	"	0.2749	"	"
11)	98.1 " $CH\,Cl_4$ + 1.9 " C_2H_6O. —	6.7042	"	"	"	0.0855	"	"
12)	Absolute chloroform.	4.9694	"	"	"	0.0139	"	"

EENIGE WAARNEMINGEN EN OPMERKINGEN

OVER HET

OPWAAIEN VAN WATER.

DOOR

J. R. T. ORTT.

Voorgedragen in de Vergad. van 26 April 1872.

Reeds meermalen werd in deze Vergadering gesproken over het wenschelijke van juiste gegevens te bezitten der hoogten, waarop het water bij hevigen wind kan worden opgestuwd. Dat gaf mij aanleiding daaromtrent eenige waarnemingen te verzamelen, waarvan ik hier de uitkomst wil mededeelen.

Dat zulke opwaaiingen groote verhooging van den waterspiegel kunnen ten gevolge hebben, leeren ons de stormen, waarbij het zeewater tot 2, ja zelfs tot meer dan 3 meters boven den gewonen stand van volzee tegen onze kusten en dijken wordt opgevoerd, zonder nog van hoogeren aanslag der golven te spreken.

Ook worden er voorbeelden van sterke afwaaiing aangetroffen, waarbij het watervlak tot meer dan 2 meters onder den stand van gewoon laagwater daalt.

Doch niet alleen de zee, maar ook de binnenwateren zijn bij harden wind aan sterke op- en afwaaiing onderhevig.

Zoo kan het met de zee in verbinding staande Zwarte-water in Overijssel zich bij aan- en aflandigen wind zoo zeer verhoogen en verlagen, dat Zwolle òf overlast van water heeft, òf dat de meeste vaartuigen aldaar aan den grond liggen en de scheepvaart er gestremd is.

Hoewel geheel van het buitenwater afgesloten, werd dezelfde

uitwerking op het vroegere Haarlemmermeer in sterke mate ondervonden. Men behoeft daarbij maar indachtig te zijn tot welke rampen dit meer aanleiding heeft gegeven, door de menigvuldige inbraken der omliggende polders.

Vooral leverde het jaar 1836 daarvan droevige voorbeelden op, toen, bij den zuidwester storm van 29 November, het water aan de zijde van Amsterdam van 0.43 onder tot 0.64 M. boven A.P. en alzoo 1 07 M. werd opgedreven, de Sloter Binnen- en Middelveldsche gecombineerde polders, alsmede de Osdorper Binnenpolder en de polder Rietwijkeroord, gezamenlijk ter grootte van 2685 H. A. onder water werden gezet, en, bij den spoedig daarop volgenden N. O. storm van 24—25 December, de Lisserpoel voor de derde maal onderliep. Ook andere polders, als die der Vier Ambachts, Hazerswoude enz., deelden in een gelijk lot van doorbraak, welke rampen allen aan de opwaaiing van het water zijn te wijten.

Nog werd van het meerwater ander ongerief ondervonden, bijv. dat de stad Leiden en de Straatweg tusschen Oegstgeest en Sassenheim in 1836 onder water werden gezet, en dit zelfde ook meermalen geschiedde met den Straatweg tusschen Amsterdam en Haarlem, waardoor het berijden van dien weg gevaarlijk werd en het verkeer daarvan slechts stapvoets kon plaats hebben.

Een voorbeeld van sterke af- en opwaaiing vindt men aangeteekend in het rapport van de Toezienders en landmeter in dienst van Rijnland, CRUQUIUS, JAN NOPPEN en MELCHIOR BOLSTRA, dd. Juli 1742, aan de WelEdele Heeren Dijkgraaf en Hoogheemraden van Rijnland, handelende over eene droogmaking van het Haarlemmermeer, alwaar men leest, dat op den 26sten Februari 1714 Rijnlands boezem voor Zwanenburg in 30 minuten tijds, van 19 tot 80 duim onder peil zakte, terwijl het Kagermeer tot 40 duim boven peil gerezen was, gevende alzoo een verschil van 120 Rijnl. duimen, of 3.132 M. op ongeveer 23000 M. lengte, overeenkomde met een verhang van 13.6 cM. per K. M.

Ook tijdens den bouw van het stoomgemaal den Leeghwater nabij de Kaag, werd, bij het opkomen van een sterken N. O. wind, binnen den tijd van een half uur, eene verhooging van den waterspiegel van 0.90 M. waargenomen.

Doch niet slechts in meren maar ook in kanalen kunnen zich zeer sterke opwaaiingen voordoen. Eene belangrijke opgave vind ik daarvan in de aangeteekende waterstanden in den Haarlemmermeerpolder op 1 Februari 1868, toen het water aan den Leeghwater tot 6.10 M. onder A.P. afliep en bij den Lijnden tot 4.50 M. onder A P. werd opgezet, gevende, over eene lengte van 203000 M., 1.60 verhang, of ruim 7.88 cM. per K.M., en dit groote verschil in waterstand was daarbij reeds verminderd door voortdurende krachtige uitmaling aan den Lijnden, terwijl de Leeghwater bij gebrek aan water buiten werking stond.

Van welken grooten invloed de op- en afwaaiing voor de uitwatering der polders is, behoef ik slechts aan te stippen. Een groot aandeel in den strijd tegen de droogmaking van het Haarlemmermeer bestond ook daarin, dat alsdan de dubbele werking van opwaaiing van het boezemwater en gelijktijdige afwaaiing van het IJ, niet meer zouden kunnen samenwerken en men daardoor de krachtigste loozingen zoude missen.

Opmerkelijk is het verschijnsel der opwaaiing van het IJ ten gevolge van de veelal heerschende westelijke winden, waardoor de waterstanden aan de meest westwaarts gelegen sluizen gunstiger voor de afwatering zijn, dan bij de meer oostwaarts gelegene, hoewel het water nog over de gansche lengte van het IJ moet wegvloeien voor dat het de Zuiderzee bereikt.

Gedurende het driejarig tijdvak, van het begin van 1868 tot het einde van 1870, verkrijgt men dienaangaande de volgende uitkomsten, afgeleid uit de driemaal daags gedane waarnemingen.

PLAATSEN.	AANTAL UREN VAN WATERSTAND LAGER ONDER A.P. DAN													AANMERKINGEN.
	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.〃	1.1	1.2	1.3	1.4	1 6	2.2	
Nauerna	1936	1136	544	256	112	104	80	72	16	32	24	—	—	De waterstanden zijn gerekend op en beneden een aangenomen boezemstand van 0.40 ÷ A.P.
Zaandam	2192	1112	528	224	128	136	80	16	8	—	—	—	—	
Willemsluizen	1784	584	360	192	104	136	72	56	16	0	0	8	8	
Monnickendam	1184	632	272	176	184	80	24	—	16	8	—	—	—	

Waardoor het uitwateringsvermogen op genoemde plaatsen bij gelijke afmetingen der sluizen tot elkander staat als:

	Nauerna	41
	Zaandam	40
*)	Willemsluizen	30.5
	Monnickendam	25.5

Na de hierboven vermelde voorbeelden van sterke op en afwaaiing, valt het beter in het oog, welk belang er in gelegen is, deze zaak meer van nabij te beschouwen, daar zulks van invloed zou kunnen zijn op de groote waterwerken nu in uitvoering, of die tot welker instandbrenging men wil besluiten.

Zoo doet zich bijvoorbeeld de vraag voor, of men bij de afsluiting van het IJ, die in den loop van dit jaar zal plaats hebben, ook even als vroeger bij het Haarlemmermeer, aan groot waterverschil door op- en afwaaiing zal bloot staan, en dat de waterspiegel zich daardoor 1 of meer meters zou kunnen verhoogen, terwijl men van verschillende zijden met opgewondenheid het gevoelen verdedigt, dat de voorgeschreven waterstand

---

*) Aan de sluizen van Schermerboezem te Nauerna, Zaandam en Monnickendam zijn de waarnemingen gedaan 's morgens te 8 uur, 's middags te 12 en 's namiddags te 4 uur, waardoor de dag van 's morgens 6 tot 's avonds 6 uur juist in tijdvakken van 4 uur is verdeeld. De waargenomen standen zijn voor den tijd van 4 uur aangehouden en verder de nachtgetijden aan die van den dag gelijk gesteld. Voor de Willemsluizen is hetzelfde geschied, hoewel de waterstanden volgens de zelfregistreerende peilschaal een minder gunstigen toestand voor afvloeiing aangeven, zooals uit achterstaande opgaven blijkt:

Onder	0.4	÷ A.P.	gedurende	1017	uur.	Onder	1.6	÷	A.P.	gedurende	1.5	uur
〃	0.5	〃	〃	〃	446.5	〃	〃	1.7	〃	〃	〃	0.5	〃
〃	0.6	〃	〃	〃	217.5	〃	〃	1.8	〃	〃	〃	1.—	〃
〃	0.7	〃	〃	〃	170	〃	〃	1.9	〃	〃	〃	0.5	〃
〃	0.8	〃	〃	〃	121	〃	〃	2.—	〃	〃	〃	0.5	〃
〃	0.9	〃	〃	〃	89	〃	〃	2.1	〃	〃	〃	0.—	〃
〃	1.—	〃	〃	〃	72.5	〃	〃	2.2	〃	〃	〃	0.5	〃
〃	1.1	〃	〃	〃	13.5	〃	〃	2.3	〃	〃	〃	1.—	〃
〃	1.2	〃	〃	〃	5.5	〃	〃	2.4	〃	〃	〃	1.5	〃
〃	1.3	〃	〃	〃	4	〃	〃	2.5	〃	〃	〃	1.5	〃
〃	1.4	〃	〃	〃	2.5	〃	〃	2.6	〃	〃	〃	1.—	〃
〃	1.5	〃	〃	〃	2.—	〃	〃						

Bij het in rekening brengen dezer uren zou het gevonden verhoudingsgetal van 30.5 tot 21.2 verminderen.

van 0.50 M. onder A.P. zal kunnen worden behouden, of wel, dat het water tot 0.40 M. onder A.P. of nog eenige centimeters meer zal rijzen.

Ook voor het geval dat men eenmaal mocht besluiten om over te gaan tot de droogmaking van het zuidelijk gedeelte der Zuiderzee, zullen er groote kanalen worden gemaakt in doorgaande strekkingen van meerdere uren gaans; ook daarbij werpt zich de vraag op, of er zich nadeelige opwaaiingen kunnen voordoen, die eenen hoogeren aanleg der kanaaldijken noodig zullen maken, of waarvan men de nadeelige uitwerking zal moeten tegengaan door het stellen van tijdelijke waterkeeringen, of door eenig ander middel.

Een feit dat uit de waarnemingen ten duidelijkste blijkt is dit, dat het water bij sterken wind geen doorgaande gelijke helling in het oppervlak aanneemt, iets dat men geneigd zoude zijn bij den eersten indruk te vooronderstellen.

Wanneer men de kaart der Zuiderzee beschouwt, dan ziet men dat Enkhuizen, Urk en Schokland in eene rechte lijn zijn gelegen, van W. t. N. naar het O. t. Z. alzoo in de hoofdrichting der hevigste stormen. Uit bijlage I blijkt dat er groot verschil bestaat in de verhanglijnen tusschen die plaatsen. In centimeters per K. M. uitgedrukt zijn die als volgt:

Storm van 31 Dec. 1854—2 Jan. 1855	tuss.	Enkhuizen-Urk	1.073,	Urk en Schokl.	6.462
〃 〃 18—20 December 1862	〃	〃 〃	1.171	〃 〃 〃	5.726
〃 〃 19—22 Januari 1863	〃	〃 〃	1.366	〃 〃 〃	5.726
〃 〃 6— 7 〃 1865	〃	〃 〃	0.537	〃 〃 〃	1.391
〃 〃 2— 3 December 1867	〃	〃 〃	0.390	〃 〃 〃	1.881

waarbij de windrichting, tijdens de sterkste stooten, te Helder tusschen W. en W.N.W. werd waargenomen.

Neemt men in plaats van Enkhuizen als vergelijkingspunt Medemblik, dat meer aan open zee, doch iets noordelijker gelegen is, dan verkrijgt men blijkens dezelfde bijlage nog grooter verschil, daar alsdan viermaal van deze vijf gevallen het water te Urk lager dan te Medemblik teekende, zoodat tusschen Medemblik en Urk een verhang bestond, juist tegenovergesteld van hetgeen men bij de windrichting had mogen verwachten.

Ook bij afwaaiing van het IJ vindt men tijdens de laagste

standen groote onregelmatigheden. Uit bijlage II zijn de volgende verhangen genomen, uitgedrukt in centimeters per kilometer.

DATUM DER STORMEN.	Spaarndam Nauerna.	Nauerna Zaandam.	Zaandam Willemsluizen.
27 Mei 1860.	÷ 4.286	4.861	3.538
19 Januari 1863	0.286	1.667	÷ 14.153
3 December 1863.	÷ 1.143	0	÷ 2.462
6 Februari 8 uur 1867. .	2.286	0.833	÷ 1.077
6 Februari 12 uur 1867 .	÷ 1.429	2.083	÷ 0.154
1 December 1867.	0.857	0.694	÷ 1.538
7 December 1868.	÷ 12.286	5.972	8.923
11 December 1868	÷ 3 429	0.696	÷ 2.308
27 December 1868	6.286	0.139	÷ 3.538

Hoewel al de oorzaken van zulke onregelmatige uitkomsten moeilijk zullen kunnen worden aangewezen, zoo is het toch duidelijk, dat het water in vele gevallen geene doorgaande helling in het oppervlak aanneemt, en ook, dat wanneer zulks geschiedde, er met eene breedte als die der Noordzee, veel hooger stormvloeden op onze kusten zouden moeten komen dan werkelijk het geval is.

Het verschil toch tusschen Urk en Schokland bedraagt, blijkens Bijlage I, meermalen 0.70 M. en dat op een afstand van slechts 2 uur gaans. In dezelfde verhouding zoude 10 maal deze afstand, of 20 uur gaans, tot stormvloeden van 7 M. boven volzee leiden, of wel zou het water tot gelijke diepte onder volzee kunnen wegvloeien. Na zulke ongerijmde uitkomsten zal het wel niet noodig zijn, het feit van het niet bestaan eener doorgaande helling in het oppervlak van het water, door meerdere voorbeelden of beschouwingen te staven.

Ten einde eenigszins met de opwaaiing van het water in kanalen bekend te worden, heb ik getracht de uitkomsten van waarnemingen te verzamelen en daartoe biedt het Noordhollandsch kanaal eene uitnemende gelegenheid aan. Dagelijks toch wordt op verschillende punten de stand van het water aangeteekend,

terwijl men, door den zelf-registreerenden windwijzer en windmeter te Helder, met de richting en kracht van den wind nauwkeurig bekend is. Slechts het gedeelte tusschen Alkmaar en het Nieuwediep heb ik daarbij behandeld, als zijnde het naaste bij het observatorium gelegen, waardoor de kans vermeerderde van den geheerscht hebbenden wind, zoowel in richting als in kracht, in rekening te brengen.

Dit gedeelte van het kanaal bevat drie nagenoeg gelijke vakken, als:

Van de Koopvaardersluis te Nieuwediep tot de Zijpersluis lang ongeveer	12000 M.
" " Zijpersluis tot de Jacob Klaassensluis " "	14000 "
" " Jacob Klaassensluis tot de Schermervlotbrug bij Alkmaar "	13000 "

aan welker begin en uiteinde dagelijks waarnemingen worden gedaan.

Deze vakken zijn te meer voor het doel geschikt, omdat zij ieder voor zich in hoofdzaak in éene richting loopen, en op het eerste kanaalvak in het geheel geene dwarskanalen uitkomen, op het tweede vak alleen de evenwijdige of haaksche slooten van de Zijpe en op het derde slechts weinige slooten van zeer geringe afmetingen aan de westzijde.

De groote sloot van de Zijpe, welke veelal in vrije gemeenschap met het kanaal staat en bij de Jacob Klaassensluis uitkomt, kan intusschen eenigen invloed uitoefenen, zoowel op het 2de als op het 3de vak.

Verder zijn de standen genomen over de jaren 1869 en 1870, waarbij op het volgende is gelet:

1° Dat terwijl men de waarnemingen deed, te Nieuwediep niet werd gespuid en zulks den vorigen nacht ook geen plaats vond.

2° Dat de wind minstens een druk van 5 K.G. per M^2 bezat, en dat niet alleen tijdens de waarneming maar ook gedurende het vorige etmaal.

3° Dat de windrichting in overeenstemming met het kanaalvak was, of daarmede hoogstens 2 windstreken verschilde.

Door bovenstaande voorwaarden werd het aantal waarnemin-

gen, blijkens Bijlage III, tot 83 dagen beperkt. Die dagen zijn achter de lijst der waarnemingen in staat B, volgens den winddruk, gerangschikt.

De uitkomsten dezer waarnemingen loopen zoo ontzettend uiteen, dat daaruit onmogelijk eenige wet kan worden afgeleid.

Ik behoef om dit aan te toonen slechts op het volgende te wijzen. Het grootste verhang van 1.21 cM. wordt gevonden bij een winddruk van 10 K.G., terwijl onder dienzelfden winddruk ook $^1/_{15}$ gedeelte van dat verhang of 0.08 cM. wordt aangetroffen, en bij een drie en een halfmaal sterkeren winddruk van 35 K.G. slechts een verhang van 0.42 cM. wordt gevonden, en eindelijk een winddruk van slechts 6 K.G. 0.57 cM. verhang aangeeft, zijnde 0.15 cM. meer dan bij een zesmaal sterkeren stoot.

Men behoort daarbij echter in het oog te houden, dat bij dergelijke waarnemingen nog menige kans bestaat om feilen te begaan, waaronder, behalve den invloed der dwarskanalen, nog kunnen genoemd worden, de onzekerheid of er op de dagen van waarneming ook door bemaling water op het kanaal is gebracht, of bij droogte daaraan water werd onttrokken, als ook onnauwkeurige schatting der hoogte bij het kabbelen van het water.

Hierna heb ik een onderzoek ingesteld der opwaaiingen die zich in de ruime Hoofd- en Kruisvaart van den Haarlemmermeerpolder hebben voorgedaan. Daarvan worden toch, door de goede zorgen van het Polderbestuur, sedert vele jaren de dagelijksche waterstanden aangeteekend, zoowel aan de uiteinden bij de stoomwerktuigen de Leeghwater, de Lijnden en de Cruquius, als aan het punt van kruising te Hoofddorp.

De Hoofdvaart lang 20300 M. loopt in de richting van Z.W. naar N.O., en de kruisvaart te lood daarop van N.W. naar Z.O.

Deze beide kanalen hebben het voordeel van geheel afgescheiden te zijn van het buitenwater, en ook, van geen water door windmolens te ontvangen, terwijl van het malen der stoomwerktuigen en van het soms inlaten van het water bij groote droogte nauwkeurig aanteekening wordt gehouden, zoodat men met elken vreemden invloed bekend is.

Ik heb de waterstanden nagegaan van het begin van 1861 tot het einde van 1869, alzoo gedurende 9 jaren.

Van dit tijdvak vielen al dadelijk buiten beschouwiug de dagen, waarop een of meer der stoommachines in werking werden gesteld, of waarop water werd ingelaten, alsmede de dag, die op de afmaling of inlating volgde, zoodat men kan aannemen dat het water steeds gelegenheid heeft gehad zich weêr in een natuurlijken stand te herstellen. Ook de dagen van vorst moesten buiten rekening blijven, waardoor van het geheele aantal van 3287 dagen slechts 1209 ter beschouwing overbleven.

Van deze 1209 waarnemingen werden er 250 gevonden, waarvan het verhang op het Noordelijk gedeelte der Hoofdvaart juist in tegengestelden zin was van dat op het Zuidelijk gedeelte; ook deden zich nog 251 gevallen voor, waarbij zich op het eene gedeelte geen, en op het andere gedeelte wel een verhang vertoonde, dat zelfs tot 1.5 cM. per K.M. steeg, terwijl ik eindelijk vond dat het verhang op het eene gedeelte van de Hoofdvaart soms 2, 4, 6, 7 ja tot 11 maal meer bedroeg dan op het andere gedeelte, zoodat men niet met eenige vrucht een gemiddelde daarvan mocht nemen.

Daar de richting en kracht van den wind niet bij de opgaven van den Haarlemmermeerpolder voorkomen, zoo heb ik die uit de waarnemingen te Helder en te Utrecht afgeleid. Het bleek mij daarbij al spoedig, dat men slechts die dagen mocht aanhouden, waarin zoowel de richting als de kracht van den wind op beide plaatsen nagenoeg overeenstemden, daar men anders tot ongerijmde uitkomsten kwam. Ook hierdoor verviel weêr een aantal dagen. Er bleven alzoo ten slotte slechts 140 waarnemingen van de 1209 over, die ter beoordeeling der opwaaiing in aanmerking konden komen Verder had ik de windrichtingen noodig die juist in de strekking van de Hoofd- of Kruisvaart vielen, waardoor eindelijk het aantal waarnemingen, dat in aanmerking kon komen, tot op 47 werd teruggebracht, die in Bijlage IV Staat B voorkomen en waarin dan ook werkelijk eenig verband tusschen windkracht en verhang wordt bespeurd.

Ook heb ik in dezelfde Bijlage sub C de uitkomsten verza-

meld der windrichtingen, die onder een hoek van 45° met de Hoofd- en Kruisvaart invielen, hetgeen te gemakkelijker kon geschieden, doordat alsdan de verhangen op beide vaarten gelijk moesten zijn.

Van deze richtingen hebben er zich slechts 21 voorgedaan, zoodat dit aantal ook te gering is om eene vaste betrekking te ontdekken tusschen de windkracht en het verhang, daar er zich in de uitkomsten dezer enkele gevallen natuurlijk veel onregelmatigs voordoet. Bij eene vergelijking met de uitkomsten, die wij hierboven in Staat B verkregen, blijkt het intusschen duidelijk, van hoeveel minderen invloed de wind op het verhang is wanneer die kracht onder een hoek van 45° invalt dan wel in de strekking van het kanaal waait.

Ziehier de uitkomst en de vergelijking der beide verhangen.

Winddruk per M^2 in K.G.	Verhang per K.M. in cM.	
	Bij wind in de richting van het kanaal.	Bij windrichting onder 45°.
26	3.65	—
22	2.32	—
18	1.18	0.92
14.5	0.99	0.72
12	0.77	—
10	0.68	0.60
8	0.62	—
7	0.60	0.47
5	0.55	0.40
2	0.36	0.18
1	0.30	—

Hoe weinig beslissend de uitkomsten van dit onderzoek ook zijn mogen, zoo hebben zij toch eenig licht verspreid, en aangetoond hoe ontzettend onregelmatig de wind gewoonlijk waait, en dat zoowel wat de richting als wat de kracht betreft.

Deze uitkomsten leiden alzoo tot de gevolgtrekking, dat ongelijkheid in richting en kracht van den wind, zelfs tusschen

nabij elkâar gelegen plaatsen, regel is te noemen, en gelijkmatigheid daarvan tot de zeldzaamheden behoort. Bij zulk eene bevinding wekt het alzoo geene verwondering meer, dat de verhangen ten opzichte van de windkracht op het Noordhollandsch kanaal, in Staat B achter Bijlage III gevonden, zoo uiteenliepen. De windkracht te Helder waargenomen, zal niet overal dezelfde zijn geweest, en de richting, die in de strekking van het kanaal werd gedacht, kan daarvan meermalen aanmerkelijk zijn afgeweken.

Hoewel dit onderzoek niet tot de uitkomsten heeft geleid, die ik mij voorstelde, zoo is de tijd daaraan besteed toch niet verloren te noemen. Van hoog belang althans zijn de gevonden verhangen op beide kanalen, wanneer men die onderling vergelijkt. Die in den Haarlemmermeerpolder zijn in den regel merkbaar grooter dan op het Noordhollandsch kanaal.

Het grootste verhang per K.M. op het Noordhollandsch kanaal bedroeg slechts 1.21 cM. en in den polder 3.65. Op het Noordhollandsch kanaal heeft men, bij windkracht van boven de 5 K.G., vele verhangen van slechts 1 à 2 mM., terwijl in den polder, bij gelijke windkracht, 6 mM., en, bij windkracht van slechts 1 K.G., gemiddeld 3 mM. verhang werd gevonden.

Dit merkbare verschil moet dus zijne oorzaak vinden in de grootere afmetingen van het Noordhollandsch kanaal, bij vergelijking met die van de beide kanalen in den Haarlemmermeerpolder.

Het Noordhollandsch kanaal heeft, bij eene diepte van 5.70 M. onder kanaalpeil, eene breedte op den waterspiegel van 38 M. De Hoofd- en Kruisvaart hebben, bij eene diepte van 1.30 M., eene breedte op den waterspiegel van 24 M.

De grootere breedte kan intusschen onmogelijk aanleiding tot minder verhang geven, om reden dat de golven zich dan beter kunnen ontwikkelen en de wind dieper in het water grijpt, waardoor de opwaaiing sterker moet worden.

Werkt de breedte van kanalen alzoo in omgekeerden zin dan de uitkomsten hierboven gevonden, zoo volgt daaruit, dat het vooral de diepte moet zijn die hier van overwegenden invloed is, hetgeen dus tot de vooronderstelling leidt, dat er bij diepere

kanalen onder langs den bodem een tegenstroom ontstaat, waardoor het verhang zich herstelt.

Ik heb deze zaak doen onderzoeken en wel op den 7[den] October jl. in het Noordhollandsch kanaal nabij het Nieuwediep, in het gedeelte genaamd het Palenrak, bij een waterstand van 0.10 M. boven A.P. en met eene windrichting Z.W.t.W. en een winddruk van 20 K.G.

De kanaalbodem ligt op 6.08 M. onder A.P., zoodat er tijdens de proefneming eene diepte bestond van 6.18 M.

Bij gebrek aan een geschikten stroommeter, werd door den opzichter van den Waterstaat J. C. MANN een tonnetje gebezigd van 0.40 M. middellijn en 0.55 M. lengte, dat tot zinkens toe was gevuld, doch door een touw verbonden aan den zinken kop van een gewonen drijver, op de verlangde diepte werd gehouden.

Toen het tonnetje op 4 M. onder den waterspiegel was geplaatst, dreef de drijver met den wind af. Op 4.50 M. diepte was de drijver soms in rust, of dreef zeer langzaam tegen den wind in.

Op 5 en 5.50 M. diepte dreef het toestel, zoodra het werd losgelaten, tegen den wind in, en wel met eene snelheid die geschat werd 2 M. per minuut te bedragen *).

Deze uitkomst gaf mij aanleiding om te onderzoeken of het verhang zich ook op de Zuiderzee naar de diepte regelt.

Eene schoone gelegenheid werd mij daartoe aangeboden, door waarnemingen, die in Februari, Maart en April 1871 om het uur werden gedaan op verschillende plaatsen aan de Zuiderzee.

Bij de dagen van windstilte bleek het, dat de tijden van hoog- en laagwater gelijk waren te Enkhuizen en te Urk, en

*) Het water stond tijdens de proef aan de Zijpersluis 0.20 M. onder A.P., en bij de Koopvaarderssluis 0.10 M. + A.P., zoodat er over de lengte van 12000 M. een verhang bestond van 30 cM., gevende 2.5 cM. per K.M. Dit verschil is grooter dan bij een der hierboven vermelde waarnemingen werd gevonden. Mogelijk is het verhang vermeerderd door eene golving over de lengte van het kanaal, veroorzaakt door het oploopen van het water bij sluiting der deuren, welk oploopen na verschillende spuiingen is waargenomen. Het is intusschen niet gebleken na hoeveel tijd het water weder geheel in rust komt.

ook aan de van Ewijcksluis en te Stavoren; tevens werden daarbij die waterstanden als het vlak van vergelijking voor de dagen van opwaaiing aangenomen. Enkhuizen en Urk liggen juist W.t.N. en Z.t.O. De van Ewijcksluis en Stavoren liggen West en Oost.

In Bijlage V zijn de dagen opgegeven, waarbij de wind in die richtingen waaide of daarmede een hoek van 45° vormde. In de eerste lijn is de richting van den wind alleen te Enkhuizen waargenomen, in de tweede lijn heeft zulks op beide uiteinden plaats gehad. Het aantal waarnemingen bij vloed en eb gedaan, bedroeg 178, hiervan vervielen de 9 eerste dagen in Februari door vorst en die, waarbij de strekking van den wind niet in de verlangde richting liep, of aan de uiteinden veel verschilde, alsmede die waarbij de windkracht beneden 5 K.G. bleef, zoodat er in het geheel voor de eerste lijn 33 en voor de tweede 26 waarnemingen tot vergelijking konden worden gebezigd.

De uitkomst volgens Staat B van Bijlage V verkregen, geeft per kilometer de volgende verhangen in cM. uitgedrukt.

Windkracht in K.G. per M².	Bodemsdiepte van 3.90 M.		Bodemsdiepte van 3 M.	
	Wind in de richting der plaatsen.	Windrichting onder 45°.	Wind in de richting der plaatsen.	Windrichting onder 45°.
5—10	0.31	0.12	0.33	0.23
10—15	0.44	0.26	0.53	0.47
15—20	0.53	0.38	0.84	0.62

Hieruit blijkt ten duidelijkste:

1° dat het verhang toeneemt met de kracht van den wind;

2° dat het verhang bij dezelfde windkracht, grooter is wanneer de wind juist in de richting der lijn waait, dan onder een hoek van 45°;

3° dat zoowel bij eene windrichting in de lijn der plaatsen, als wanneer die een hoek van 45° daarmede vormt, het verhang grooter is naarmate het water minder diepte bezit.

Ik vestig er tevens de aandacht op, dat de verhangen bij

vermeerdering van diepte veel verminderen, en ook met matigen wind bij eene diepte van 4 M. niet groot zijn. In Bijlage I wordt tijdens de zwaarste stormen, tusschen Enkhuizen en Urk, met eene diepte van ongeveer 6 M., slechts 1.366 cM. per K.M. aangetroffen, terwijl dat grootste verhang tusschen Urk en Schokland, met nagenoeg 1 M. mindere diepte, tot 6.462 cM. klimt.

Daar men hier bij een betrekkelijk klein aantal waarnemingen reeds tot zulke afdoende uitkomsten geraakt, schijnt men daaruit te mogen besluiten, dat de winden op zee aan minder afwisseling onderhevig zijn dan op het land, waar zoo vele voorwerpen daarop invloed uitoefenen. Men dient evenwel niet onopgemerkt te laten, dat hier slechts windkrachten van 5 K.G. en hooger, in rekening zijn gebracht, terwijl in den Haarlemmermeerpolder ook mindere windkracht, tot 1 K.G., in aanmerking werd genomen.

De regel, die hierboven werd gevonden, dat zich naar gelang der meerdere of mindere diepte, kleinere of grootere opwaaiing voordoet, wordt door de hoogte der stormvloeden op eene in het oogvallende wijze bevestigd.

Op de kusten van Groningen en Friesland, vóór welke zich de breede en ondiepe wadden bevinden, bereiken de stormvloeden in den regel een hoogeren stand boven volzee dan bij het gewone Noordzeestrand te Petten en te Katwijk, terwijl te Vlissingen, waar eene diepte van 30 en meer meters wordt gepeild, de opwaaiing verreweg het minste bedraagt. Bijlage VI, getrokken uit het verslag aan den Koning over de openbare werken van 1868, waarin de hoogten der stormvloeden boven volzee zijn aangegeven, levert daarvan het bewijs. De gemiddelde hoogten boven volzee uit de elf daar vermelde stormen zijn als volgt:

te Statenzijl	2.21 M.	}
〃 Zoutkamp	2.14 〃	}
〃 Munnekezijl	2.14 〃	}
〃 Petten	1.81 〃	}
〃 Katwijk	1.80 〃	}
〃 Vlissingen	1.28 〃	

Ook de zoo verbazende verlaging van het IJ bij het begin der stormen zal wel aan dezelfde oorzaak, namelijk aan de ondtepte van het Pampus, moeten worden toegeschreven. Het water, dat daarover eenmaal is heen gedreven, heeft door de weinige diepte geene gelegenheid om over den bodem terug te vloeien.

Zoo daalde het water met den storm van 27—28 Mei 1860 te Amsterdam aan de Oosterdoksluis tot 2.55 M. ÷ A.P., waarbij het water te Zaandam 1.00 ÷ A.P. en te Nauerna 1.50 M. ÷ A.P. stond.

In December 1863 liep het water te Amsterdam af tot 2.19 M. ÷ A.P. en te Spaarndam tot 1.04 M. ÷ A.P.

Hierbij moet worden opgemerkt, dat de waterstanden te Zaandam, Nauerna en Spaarndam door de uitstrooming der boezems zeer worden verhoogd, en dat wanneer de waarnemingen midden in het IJ tegenover die plaatsen waren gedaan, de waterstanden zeer zeker veel lager zouden zijn bevonden.

De laagste mij bekende stand op het IJ werd den 1sten Februari 1868 aan de Willemsluizen waargenomen, op 2.63 M. ÷ A.P., terwijl de laagste stand te Marken toen slechts 1.03 M. ÷ A.P. bedroeg. De stand der Zuiderzee schijnt alzoo geene aanleiding te hebben gegeven tot zulk een lagen waterstand in het IJ, tenzij eene bijzondere oorzaak, hier de ondiepte van het Pampus, dit te weeg bracht.

Als slotsom dezer beschouwingen komt het mij voor:

1°. Dat men bij het maken van lange kanalen geen vrees behoeft te koesteren voor te groote op- en afwaaiing, wanneer bij groote breedte de diepte slechts ruim is en minstens 5 meter bedraagt.

Zoowel het zeer lange doch ook bochtige Noordhollandsch kanaal, als het kortere doch geheel rechte kanaal door Zuidbeveland, leveren daarvan het bewijs.

Op het Noordhollandsch kanaal werd nimmer nadeel door opwaaiing ondervonden, terwijl men op het 8000 lange en 6.50 M. diepe kanaal door Zuidbeveland, bij de sterkste winden, schier geene opwaaiing bespeurt.

2°. Dat men na voltooiing van het Noordzeekanaal op den

IJboezem voor geene groote opwaaiing behoeft te vreezen, daar het kanaal eene diepte van 7 M. onder het kanaalpeil verkrijgt, en de geul voor Amsterdam nog eenige meters meerdere diepte bezit. Daarbij komt nog, dat het kanaal in de doorgraving wederzijds door hooge duinen is begrensd, zoodat de wind juist in die richting moet waaien om daarop merkbaren invloed uit te oefenen. Verder heeft het kanaal geene doorgaande rechte strekking, zoodat de wind over de geheele lengte niet met gelijke kracht op het water werkt.

Vóór dat het kanaal op diepte is gebracht en de indijkingen zijn voltooid, zal de opwaaiing zich nog kunnen doen gevoelen, daar de uitgestrekte oppervlakte van het westelijk IJ weinig diepte peilt en de wind dat water alzoo oostwaarts zal kunnen drijven. Men mag intusschen aannemen, dat eene sterke aftapping, die bij zulke omstandigheden te Schellingwoude zal plaats hebben, gepaard met een teruggaanden stroom door de reeds voltooide gedeelten van het diepe Noordzeekanaal, krachtig zullen medewerken om de opwaaiing te temperen.

Op ééne toepassing van het hier besprokene moet ik nog wijzen, namelijk van hoeveel invloed de vorm van het profil van een kanaal kan zijn op het uitwateringsvermogen. Wanneer toch een kanaal eene strekking heeft van het oosten naar het westen, dan vereischt het belang der afwatering dat men daaraan, bij behoud van denzelfden inhoud, een geheel ander profil geeft wanneer de sluis aan het westelijk uiteinde, dan wel aan het oosteinde is geplaatst.

Staat de sluis aan het westeinde, dan zal men, om den nadeeligen invloed der meest heerschende westenwinden te verminderen, het kanaal diep en smal moeten maken, waardoor de waterstand binnen de sluizen door mindere afwaaiing steeds hooger zal staan. Bij eene oostwaarts geplaatste sluis zal men juist het kanaal breed en weinig diep moeten maken, waardoor de stand achter de sluizen door opwaaiing merkelijk zal verhoogen, en de uitwatering veel krachtiger zal plaats hebben.

Handelt men in beide gevallen in omgekeerden zin, dan zal men de afwatering in hooge mate benadeelen.

Om dezelfde reden was het IJ, vóór den aanleg der kanaalwerken, zoo geschikt voor eene krachtige uitloozing der daaraan gelegen sluizen, daar bij groote breedte op het westelijk gedeelte weinig diepte bestond en voorts het ondiepe Pampus de terugkeer van het weggevoerde water verhinderde.

Haarlem, April 1872.

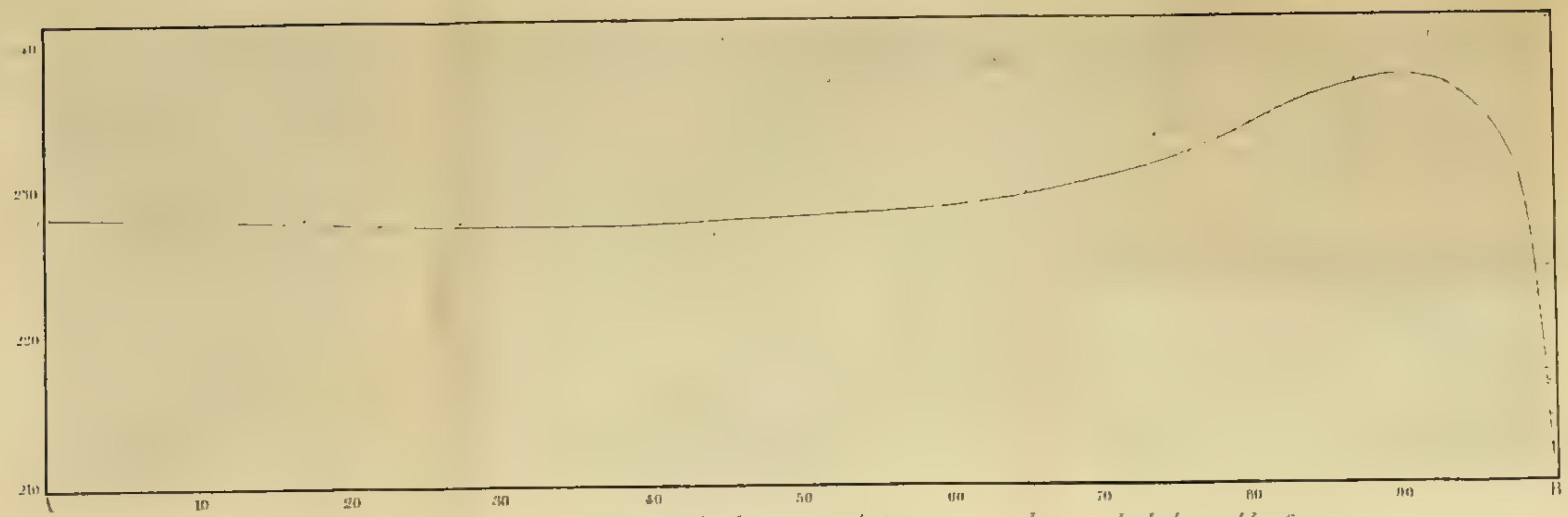


Fig 1. Soortelijk Draaiingsvermogen van Cinchonine opgelost in mengsels van alcohol en chloroform

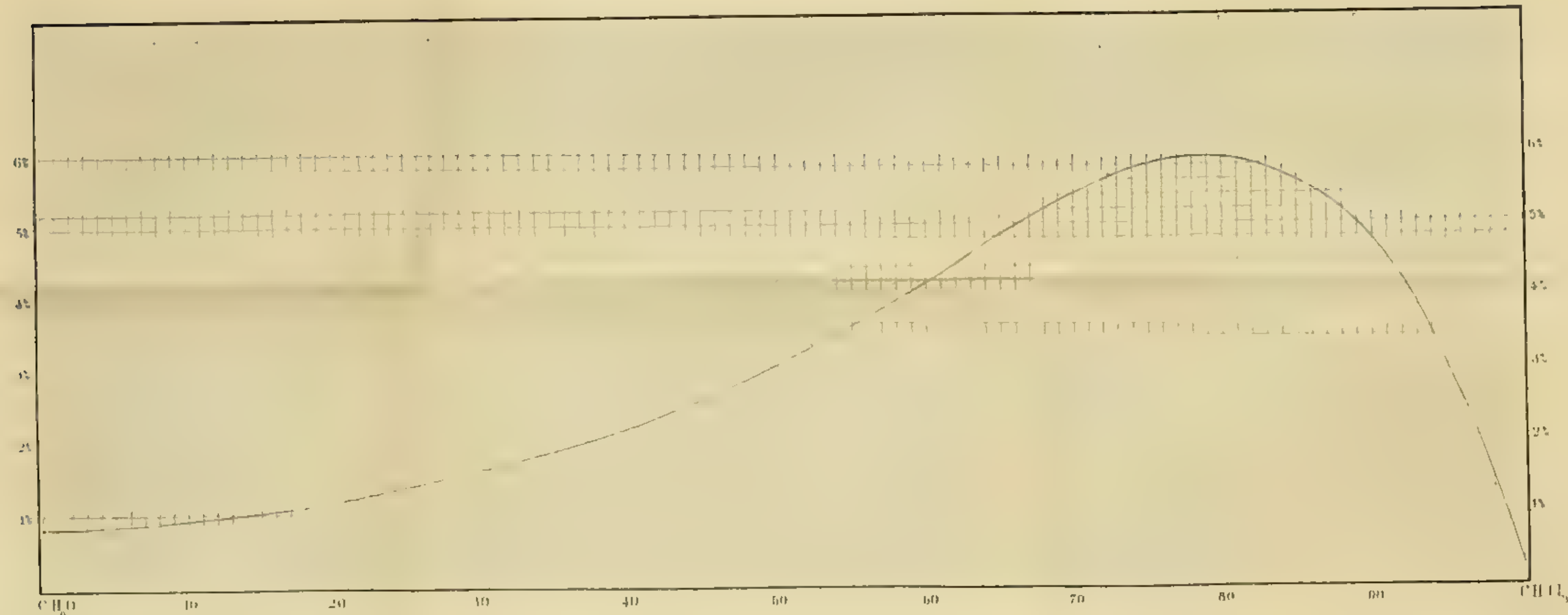


Fig 2. Oplosbaarheid van Cinchonine in mengsels van alcohol en chloroform

BIJLAGEN.

BIJLAGE I. EENIGE WATERSTANDEN EN VERHANGEN TIJDENS STORMVLOEDEN OP DE ZUIDERZEE.

JAAR EN DATUM DER STORMEN.	Waterstanden in meters boven A.P. te				Verhangen in centimeters tusschen						Waarnemingen te Helder gedaan.			
					Medemblik en Urk (34500 M.)		Enkhuizen en Urk. (20500 M.)		Urk en Schokland. (12225 M).					
	Medemblik.	Enkhuizen.	Urk.	Schokland.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.	DAG EN UUR. DER WAARNEMING.	Windrichting.	Grootste windstoot in kilogrammen.	Waterstand in het Marsdiep in meters boven A.P.
1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**
Februarij 1825	2.98	—	2.87	3.58	÷ 11	÷ 0.319	—	—	71	5.807	—	—	—	—
25 en 26 September 1853.	1.98	—	2.02	2.56	4	0.112	—	—	54	4.417	25 September	W.N.W.	86	1.93
31 Dec. 1854—2 Jan. 1855.	2.98	2.15	2.37	3.16	÷ 61	÷ 1.768	22	1.073	79	6.462	1 Januari	W N.W.	76	2.07
27—29 Mei 1860.	1.18	—	1.43	1.98	25	0.725	—	—	55	4.499	29 Mei, midd 12 uur.	N.W.t.W.	135	1.02
18—20 December 1862 .	2.41	2.15	2.39	3.09	÷ 2	÷ 0.058	24	1.171	70	5.726	20 Dec., voorm. 4 uur.	W.N.W.	70	2.19
19—22 Januari 1863. . .	2.18	2.00	2.28	2.98	10	0.290	28	1.366	70	5.726	20 Jan., nam. 6 uur	W.t.N.	97	1.96
2—4 December 1863. . .	2.23	2.20	2.41	—	18	0.522	21	1.024	—	—	4 Dec., voorm. 0u 30'.	W.t.N.	135	1.59
6—7 Januari 1865. . . .	2.39	1.80	1.91	2.08	÷ 48	÷ 1.390	11	0.537	17	1.391	6 Jan., nam. 9u 40'.	W.N W.	80	2.07
5—8 Februari 1867 . . .	1.43	—	1.20	1.42	÷ 23	÷ 0.667	—	—	22	1.800	7 Febr., nam. 6 uur.	W.	50	1.18
2—3 December 1867. . .	2.36	2.19	2.27	2.50	÷ 9	÷ 0.261	8	0.390	23	1.881	2 Dec., voorm. 11u40'.	W.t.Z.	68	1.89

Bijlage II.

VERHANGEN OP HET IJ BIJ STERKE AFWAAIING.

JAAR EN DATUM DER STORMEN.	Waterstanden in meters onder A.P. te				Verhangen in centimeters tusschen					
					Spaarndam en Nauerna (3500 M.)		Nauerna en Zaandam (7200 M.)		Zaandam en Willem-sluizen. (6500 M.)	
	Spaarndam.	Nauerna.	Zaandam.	Willemsluizen.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.	Over den geheelen afstand.	per kilo-meter.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
27 Mei 1860.	0.90	1 05	0.70	0.47	÷ 15	÷ 4.286	35	4.861	23	3.538
19 Januari 1863.	0.41	0.40	0.28	1.20	1	0.286	12	1 667	÷ 92	÷ 14.153
3 December 1863.	0.61	0.65	0.65	0.81	÷ 4	÷ 1.143	0	0	÷ 16	÷ 2.462
6 Februari 1867 te 8 uur.	0.62	0.54	0.48	0.55	8	2.286	6	0.833	÷ 7	÷ 1.077
6 Februari 1867 te 12 uur	0.70	0.75	0.60	0.61	÷ 5	÷ 1.429	15	2.083	÷ 1	÷ 0.154
1 December 1867.	0.68	0.65	0 60	0.70	3	0.857	5	0.694	÷ 10	÷ 1.538
7 December 1868.	0.90	1.33	0.90	0.32	÷ 43	÷ 12.286	43	5.972	58	8.923
11 December 1868	0.87	0.98	0.93	1.08	÷ 12	÷ 3.429	5	0.696	÷ 15	÷ 2.308
27 December 1868	0.58	0.36	0.35	0.58	22	6.286	1	0.139	÷ 23	÷ 3.538

Bijlage III. Staat A.

WAARNEMINGEN OMTRENT OP- EN AFWAAIING VA

Kanaalvakken waarop de waarnemingen zijn gedaan.	Lengte van het kanaalvak in meters.	DATUM DER WAARNEMING.	Windrichting gedurende het etmaal, den dag der waarneming voorafgaande.	Gemiddelde winddruk gedurende het etmaal den, dag der waarneming voor-
1.	2.	3.	4.	5.
Van de Koopvaardersssluis tot de Zijpersluis, loopende in de richting van N.t.O. naar Z t.W.	12000	30 Januari 1869	Z.Z.W.	17.6
		31 „ „	Z t.W.	14.4
		7 Februari „	Z.W.t.Z.	10.4
		9 „ „	Z.W.t.Z.	22.6
		22 Maart „	N.O t.N.	14.2
		7 April „	Z.W.t.Z.	11.2
		29 „ „	N.N.O.	9.1
		30 „ „	N.N.O.	9.3
		7 Mei „	Z.t.W.	7.6
		19 „ „	Z.Z.W.	10.1
		29 „ „	N.t.O.	15.6
		2 Juli „	N.N O.	8.0
		4 Augustus „	Z.W.t.Z.	12.5
		30 „ „	N.t.O.	12.5
		2 September „	N.t.W.	7.7
		7 „ „	Z.W.t.Z.	11.2
		11 „ „	Z.Z.W.	9.5
		13 Mei 1870	Z.W.t.Z.	12.0
		14 „ „	Z.Z.W.	9.5
		18 Juni „	Z W.t.Z.	7.4
		28 Juli „	N.N.O.	7.5
		11 Augustus „	N.	13.5
		12 „ „	N.	8.3
		13 „ „	N.	7.5
		14 „ „	N.t.W.	7.1
Van de Zijpersluis tot de Jacob Klaassensluis, liggende in de richting van N.N.O. naar Z.Z.W.	14000	30 Januari 1869	Z Z.W.	17.6
		31 „ „	Z.t.W.	14.4
		7 Februari „	Z.W.t.W.	10.4
		9 „ „	Z.W.t.Z.	22.6
		29 Maart „	N.O.	22.6
		30 „ „	N.O.	11.9
		31 „ „	N.O.	13.1
		7 April „	Z.W.t.Z.	11.2
		29 „ „	N.N.O.	9.1

WATER IN HET NOORD-HOLLANDSCH KANAAL.

Wind-richting.	Wind-druk in kilo-grammen.	Waterstanden in meters onder A.P. aan de peilschaal te				Verhang in centimeters.	
		Koopvaar-derssluis.	Zijper-sluis.	Jacob Klaas-sensluis.	Scher-mervlot-brug te Alk-maar.	Over den geheelen afstand.	per kilo-meter.
7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
Z.W.t.Z.	15	0.10	0.16	—	—	6	0.50
Z.Z.W.	25	+0.10	0.01			11	0.91
Z.W.t.Z.	26	0.05	0.08			3	0.25
W.Z.W.	24	0.23	0.28			5	0.41
N.O.	13	0.50	0.47			3	0.91
Z.W.t.Z.	10	0.37	0.43			6	0.50
N.O.	8	0.70	0.69			1	0.08
N.	10	0.76	0.72			4	0.33
Z.W.t.Z.	11	0.45	0.52			7	0.58
Z.W.t.Z.	13	0.50	0.53			3	0.25
N.N.O.	18	0.78	0.70			8	0.66
N.N.O.	7	0.60	0.57			3	0.25
W.Z.W.	8	0.61	0.63			2	0.16
N.O.t.N.	6	0.65	0.64			1	0.08
N.N.W.	7	0.67	0.65			2	0.16
Z.W.t.Z.	7	0.52	0.55			3	0.25
Z.W.	7	0.54	0.57			3	0.25
Z.W.	10	0.38	0.46			8	0.66
Z W.	14	0.35	0.47			12	1.00
Z.W.	5.8	0.62	0.66			4	0.33
W.N.W.	9	0.78	0.71			7	0.58
N.	12	0.65	0.60			5	0.41
N.	8	0.55	0.52			3	0.25
N.	7	0.50	0.50			0	0.
N.N.O.	10	0.51	0.52			1	0.08
Z.W.t.Z.	15	—	0.16	0.23	—	7	0.50
Z.Z.W.	25		0.01	0.13		12	0.85
Z.W.t.Z.	26		0.08	0.22		14	1.00
W.Z.W.	24		0.28	0.40		12	0.85
N.O.t.O.	20		0.59	0.53		6	0.42
N.O.	17		0.59	0.54		5	0.35
N.O	7		0.54	0.50		4	0.28
Z.W.t.Z.	10		0.43	0.60		17	1.21
N.O.	8		0.69	0.67		2	0.14

Kanaalvakken waarop de waarnemingen zijn gedaan.	Lengte van het kanaalvak in meters.	DATUM DER WAARNEMING.			Windrichting gedurende het etmaal, den dag der waarneming voorafgaande.	Gemiddelde winddruk gedurende het etmaal, den dag der waarneming voorafgaande; in kilogrammen.
1.	2.	3.			4.	5.
		30	April	1869	N.N.O.	9.33
		7	Mei	„	Z.t.W.	7.65
		18	„	„	Z.W.	7.00
		19	„	„	Z.Z.W.	10.17
		20	„	„	Z.W.	14.50
		29	„	„	N.t.O.	15.67
		16	Juni	„	Z.W.	9.37
		2	Juli	„	N.N.O.	8.08
		30	„	„	Z.W.	9.58
		31	„	„	Z.W.	8.62
		4	Augustus	„	Z.W.t.Z.	12.50
		8	„	„	Z.W.	11.83
		30	„	„	N.t.O.	12.58
		7	September	„	Z.W.t.Z.	11.25
		11	„	„	Z.Z.W.	9.57
		13	„	„	Z.W.t.W.	32.4
		16	„	„	Z.W.	26.00
		16	October	„	Z.W.	13.6
		14	November	„	Z.W.t W.	22.1
		17	December	„	Z.W t.W.	35.2
		4	Maart	1870	N.O.	9.9
		5	„	„	N.O.	17.2
		1	Mei	„	Z.W.	7.2
		13	„	„	Z.W.t.Z.	12.0
Van de Zijpersluis tot de Jacob Klaassensluis, gaande van N.N.O. naar Z.Z.W.	14000	14	Mei	1870	Z.Z.W.	9.7
		1	Juni	„	Z W.	9.5
		18	„	„	Z.W.t.Z.	7.4
		5	Juli	„	Z.W.	8.5
		28	„	„	N.N.O.	7.5
		11	Augustus	„	N.	13.5
		12	„	„	N.	8.3
		13	„	„	N.	7.5
		9	October	„	Z.W.	13.3
Van de Jacob Klaassensluis tot de Schermervlotbrug te	13000	31	Januari	1869	Z.t.W.	14.4
		19	April	„	N.N.W.	12.5
		7	Mei	„	Z.t.W.	7.6

Wind-richting.	Wind-druk in kilogrammen.	Waterstanden in meters onder A.P. aan de peilschaal te				Verhang in centimeters.	
		Koopvaardersluis.	Zijpersluis.	Jacob Klaassensluis.	Schermervlotbrug te Alkmaar.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.
7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
N.	10		0.72	0.69		3	0.21
Z.W.t.Z.	11		0.52	0.57		5	0.35
Z.W.	8		0.57	0.65		8	0.57
Z.W.t.Z.	13		0.53	0.60		7	0.50
Z.W.	15		0.58	0.65		7	0.50
N.N O.	18		0.70	0.60		10	0.71
N.N.W.	6		0.59	0.67		8	0.57
N.N.O.	7		0.57	0.52		5	0.35
Z.W.	10		0.60	0.66		6	0.42
Z.W.	6		0.62	0.65		3	0.21
W.Z.W.	8		0.63	0.61		2	0.14
Z.W.t W.	10		0.60	0.64		4	0.28
N.O.t N.	6		0.64	0.60		4	0.28
Z.W.t Z.	7		0.55	0.57		2	0.14
Z.W.	7		0.57	0.59		2	0.14
Z.W.t.W.	39		0.43	0.52		9	0.64
W.	40		0.18	0.28		10	0.71
Z.W.t Z.	23		0.30	0.38		8	0.57
Z.W t.W.	15		0.10	0.15		5	0.35
W t.N.	35		0.34	0.40		6	0.42
N O.t.N.	18		0.73	0.61		12	0.80
N.O.	16		0.64	0.54		10	0.71
Z W.	6		0.56	0.58		2	0.14
Z.W.	10		0.46	0.50		4	0.28
Z.W.	14	—	0.47	0.50	—	3	0.21
Z.W.	5.5		0.71	0.72		1	0.07
Z.W.	5.8		0.66	0.66		0	0.
Z.W.	15		0.55	0.58		3	0.21
N.N.O.	10		0.71	0.63		8	0.57
N.	12		0.60	0.50		10	0.71
N.	8		0.52	0.47		5	0.35
N.	7		0.50	0.45		5	0.35
Z.W.t.W.	10		0.40	0.48		8	0.57
Z.Z.W.	25	—	—	0.13	0.14	1	0.07
N N.W.	8			0.63	0.60	3	0.23
Z.W.t.Z.	11			0.57	0.60	3	0.23

Kanaalvakken waarop de waarnemingen zijn gedaan.	Lengte van het kanaalvak in meters.	DATUM DER WAARNEMING.			Windrichting gedurende het etmaal, den dag der waarneming voorafgaande.	Gemiddelde winddruk gedurende het etmaal den, dag der waarneming voor-
1.	2.	3.			4.	5.
Alkmaar, liggende N.t.W. naar Z.t.O.		29	Mei	1869	N.t O.	15.6
		30	„	„	N.N.W.	9.4
		1	Juni	„	N.W.t N.	8.7
		9	„	„	N.W.	14.4
		10	„	„	N.W.	13.5
		11	„	„	N.W.t.N.	12.2
		30	Augustus	„	N.t.O.	12.5
		2	September	„	N.t.W.	7.7
		9	Maart	1870	N.W.t.N.	8.3
		11	Augustus	„	N.	13.5
		12	„	„	N.	8.3
		13	„	„	N.	7.5
		14	„	„	N.t.W.	7.1

Nota. De opgaven betrekkelijk wind- en waterstand, in de kolomn

Wind richting.	Winddruk in kilogrammen.	Waterstanden in meters onder A.P. aan de peilschaal te				Verhang in centimeters.	
		Koopvaardersluis.	Zijpersluis.	Jacob Klaassensluis.	Schermervlotbrug te Alkmaar.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.
7.	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**14.**
N.N.O.	18			0.60	0.57	3	0.23
N.W.t.W.	5			0.51	0.47	4	0.30
N.W.	5			0.43	0.40	3	0.23
W.	10			0.64	0.61	3	0.23
N.W.	14			0.68	0.61	7	0.53
N.N.W.	10			0.64	0.61	3	0.23
N.O.t.N.	6			0.60	0.56	4	0.30
N.N.W.	7			0.60	0.58	2	0.15
W.N.W.	7			0.50	0.45	5	0.38
N.	12			0.50	0.50	0	0.
N.	8			0.47	0.46	1	0.07
N.	7			0.45	0.43	2	0.15
N.N.O.	10			0.45	0.42	3	0.23

12 voorkomende, zijn te 12 uur op den dag bepaald.

STAAT B.

RANGSCHIKKING DER VERHANGEN UIT DEN VOORGAANDEN STAAT NAAR DE WINDKRACHT.

Nummers van Staat A.	Winddruk in kilogramm.	Verhang per kilometer in centimeters.	Nummers van Staat A.	Winddruk in kilogramm.	Verhang per kilometer in centimeters.	Nummers van Staat A	Winddruk in kilogramm.	Verhang per kilometer in centimeters.
1.	**2.**	**3.**	**1.**	**2.**	**3.**	**1.**	**2.**	**3.**
51	40	0.71	10	13	0.25	45	8	0.14
50	39	0.64	64	12	0.71	7	,,	0.08
54	35	0.42	22	,,	0.41	81	,,	0.07
28	26	1.00	80	,,	0.	79	7	0.38
3	,,	0.25	9	11	0.58	42	,,	0.35
2	25	0.91	36	,,	0.35	66	,,	0.35
27	,,	0.85	70	,,	0.23	32	,,	0.28
68	,,	0.07	33	10	1.21	12	,,	0.25
29	24	0.85	18	,,	0.66	16	,,	0.25
4	,,	0.41	63	,,	0.57	17	,,	0.25
52	23	0.57	67	,,	0.57	15	,,	0.16
30	20	0.42	6	,,	0.50	78	,,	0.15
55	18	0.80	43	,,	0.42	82	,,	0.15
40	,,	0.71	8	,,	0.33	48	,,	0.14
11	,,	0.66	46	,,	0.28	49	,,	0.14
71	,,	0.23	58	,,	0.28	24	,,	0.
31	17	0.35	74	,,	0.23	41	6	0.57
56	16	0.71	76	,,	0.23	77	,,	0.30
1	15	0.50	83	,,	0.23	47	,,	0.28
26	,,	0.50	35	,,	0.21	44	,,	0.21
39	,,	0.50	25	,,	0.08	57	,,	0.14
53	,,	0.35	21	9	0.58	14	,,	0.08
62	,,	0.21	37	8	0.57	20	5.8	0.33
19	14	1.00	65	,,	0.35	61	,,	0.
75	,,	0.53	23	,,	0.25	60	5.5	0.07
59	,,	0.21	69	,,	0.23	72	5	0.30
5	13	0.91	13	,,	0.16	73	,,	0.23
38	,,	0.50	34	,,	0.14			

Bijlage IV. Staat A.

WAARNEMINGEN BETREKKELIJK VERHANG DOO[R]

Volgnummer.	Jaar en Datum.	Windrichting.	Windkracht per M² in kilogrammen te		Waterstand onder A.P. in meters aan			
			Utrecht.	Helder.	den Leeghwater.	het Hoofddorp.	den Lijnden.	d[e] C[ru]q[uius]
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
	1861							
1	18 April	N.O.	1.3	1.2	4.74	4.77	4.78	4.
2	19 „	O.N.O.	4.	7.7	4.73	4.76	4.80	4.
3	20 „	O.N.O.	0.8	1.6	4.73	4.75	4.78	4.
4	22 „	N.N.O.	1.2	3.5	4.71	4.74	4.76	4.
5	29 „	N.N.W.	9.	10.2	4.74	4.76	4.77	4.
6	5 Mei	N.O.	9.7	8.2	4.66	4.74	4.75	4.
7	14 „	N.	1.	1.8	4.66	4.68	4.69	4.
8	28 „	N.O.	7.7	8.9	4.62	4.69	4.74	4.
9	24 Juni	W.Z.W.	10.	8.2	4.74	4.69	4.67	4.
10	19 Juli	Z.W.	7.	15.7	4.79	4.71	4.65	4.
11	26 „	Z.W.	10.2	15.5	4.79	4.71	4.65	4.
12	3 Augustus	Z.W.	15.	26.7	4.91	4.71	4.60	4.
13	13 „	Z.W.	13.2	13.2	4.79	4.69	4.62	4.
14	15 „	Z.W.	9.	12.	4.76	4.69	4.65	4.
15	17 „	W.N.W.	3.2	5.9	4.70	4.69	4.69	4.
16	20 „	W.Z.W.	8.	10.3	4.75	4.70	4.68	4.
	1862.							
17	26 Februari	N.O.	7.	8.6	4.73	4.82	4.88	4.
18	27 „	O.N.O.	8.5	7.9	4.71	4.82	4.88	4.
19	28 „	N.O.	1.2	3.8	4.73	4.80	4 87	4.
20	21 April	W.Z.W.	3.	4.8	4.92	4.84	4 81	4.
21	23 „	Z.W.	18.5	14.7	5.01	4.80	4.72	4.
22	25 „	Z.Z.O.	0.5	2.6	4.81	4.79	4.78	4.
23	30 „	O.Z.O	8.	11.2	4.71	4.76	4.80	4.
24	1 Mei	Z.O.	10.5	8.	4.74	4.76	4.76	4.
25	4 „	O.N.O.	4.2	6.3	4.72	4.76	4.77	4.
26	10 „	Z.W.	7.5	9.	4.87	4.76	4.73	4.
27	13 „	N.O.	0.5	1.5	4.73	4.77	4.79	4.
28	14 „	N.O.	5.7	10.8	4.71	4.78	4.83	4.
29	15 „	N.O.	3.7	11.3	4.72	4.79	4.83	4.
30	18 „	N.O.	1.5	2.9	4.75	4.80	4.83	4.
31	19 „	N.O.	1.2	0.7	4.76	4.80	4.82	4.
32	22 „	Z.Z.W.	10.	17.5	4.94	4.80	4.70	4.
33	27 „	Z.W.	7.	15.	4.93	4.81	4.76	4.
34	12 Juni	Z.W.	6.7	9.5	4.86	4.82	4.78	4.
35	13 „	Z.W.	20.	24.5	5.15	4.82	4.68	4.
36	15 „	Z.W.	10.	10.2	4.93	4.83	4.80	4.

AAIING ONTSTAAN IN DEN HAARLEMMERMEERPOLDER.

…ng in centimeters tusschen …le plaatsen van kolom			Verhang in centimeters per kilometer tusschen			Aanmerkingen.
7 … M.)	7 en 8 (7100 M.)	7 en 9 (5300 M.)	6 en 7	7 en 8	7 en 9	
.	11.	12.	13.	14	15.	16.
	1	0	0.225	0.141	0.	
	4	2	0.225	0.563	0.377	
	3	1	0.150	0.422	0.189	
	2	1	0.225	0.281	0.189	
	1	2	0.150	0.141	0.377	
	1	0	0.600	0.141	0.	
	1	1	0.150	0.141	0 189	
	5	0	0.525	0.704	0.	
	2	1	0.375	0.281	0.189	
	6	0	0.600	0.844	0.	
	6	1	0.600	0.844	0.189	
	11	1	1.500	1.549	0.189	
	7	1	0.750	0.986	0.189	
	4	1	0.525	0.563	0.189	
	0	1	0.075	0.	0.189	
	2	1	0.375	0.281	0.189	
	6	1	0.675	0.845	0.189	
	6	2	0.825	0.845	0.377	
	7	1	0.525	0.986	0.189	
	3	2	0.600	0.422	0.377	
	8	1	1.575	1.126	0.189	
	1	2	0.150	0.141	0.377	
	4	5	0.375	0.563	0.943	
	0	6	0.150	0.	1.132	
	1	1	0.300	0.141	0.189	
	3	0	0.825	0.422	0.	
	2	0	0.300	0.281	0.	
	5	1	0.525	0.704	0.189	
	4	1	0.525	0.563	0.189	
	3	0	0.375	0 422	0	
	2	0	0.300	0.281	0	
	10	2	1.050	1.408	0.377	
	5	1	0.900	0.704	0.189	
	4	0	0.300	0.563	0.	
	14	0	2.475	1.971	0.	
	3	1	0.750	0.422	0.189	

Volg-num-mer.	Jaar en Datum.	Windrichting.	Windkracht per M² in kilogrammen te		Waterstand onder A.P. in meters aan			
			Utrecht	Helder.	den Leegh-water.	het Hoofd-dorp.	den Lijnden.	d C qu
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9
	1862.							
37	28 Juni	W.N.W.	6.	7.5	4.77	4.74	4.73	4.
38	1 Juli	W.N.W.	3.5	8.	4.75	4.71	4.68	4.
39	25 „	Z.W.	15.5	13.	4.90	4.76	4.70	4.
40	27 Augustus	N.O.	3.7	7.7	4.65	4.74	4.81	4.
41	19 September	O.N.O.	3.2	3.3	4.67	4.75	4.80	4.
42	20 „	N.O.	3.2	2.5	4.67	4.74	4.79	4.
	1863.							
43	19 Januari	W.N.W.	31.5	44.2	5.00	4.82	4.76	4.
44	7 Maart	Z.W.	8.	6.4	4.97	4.86	4.81	4.
45	16 „	N.O.	4.	6.	4.90	4.95	4.99	4.
46	28 „	W.N.W.	18 5	14.7	5.03	4.92	4.86	5.
47	29 „	W.N.W.	14.	13.	4.97	4.90	4.86	4.
48	8 April	Z.	1.5	4.3	4.83	4.80	4.76	4.
49	21 „	Z.W.	5	8.4	4.94	4.88	4.83	4.
50	22 „	Z.W.	25.	27.5	5.39	4.87	4.65	4.
51	23 „	W.N.W.	5.	7.5	4.89	4.87	4.86	4.
52	27 „	Z.W.	8.	7.1	4.94	4.85	4.80	4.
53	29 „	N.W.	5.5	9 5	4.84	4.84	4.84	4
54	3 Mei	O.N.O.	3.7	2.6	4.77	4.85	4.91	4
55	5 „	Z.W.	8.5	10.2	4.90	4.83	4.76	4
56	9 „	O.N.O.	1.5	5.3	4.80	4.86	4.90	4
57	13 „	Z.W.	7.	9.7	4.96	4.85	4.80	4
58	14 „	Z.W.	10.2	12.5	4.99	4.84	4.79	4
59	16 „	Z.W.	5.2	8.1	4.91	4.84	4.79	4
60	19 „	O.N.O.	21.5	28.	4.67	4.87	5.00	4
61	21 „	O.N.O.	3.5	8.9	4.75	4.86	4.91	4
62	22 „	O.	4.2	8.2	4.79	4.86	4.89	4
63	24 „	O.N.O.	4.7	3.2	4.78	4.86	4.91	4
64	26 „	O.	2.	3.4	4.82	4.86	4.89	4
65	30 „	N.W.	1.7	2.1	4.88	4.88	4.88	4
66	7 Juni	Z.Z.W.	11.	10.5	4.88	4.78	4.73	4
67	9 „	Z.W.	8.7	12.7	4.89	4.79	4.73	4
68	13 „	Z.Z.O.	4.5	4.1	4.85	4.82	4.81	4
69	17 November	Z.	3.7	6.8	4.92	4.88	4.85	4
	1864.							
70	22 Maart	N.O.	6.7	7.6	4.88	4.96	4.99	4
71	23 „	O N.O.	5.	5.4	4.87	4.94	4.99	4
72	15 April	O Z.O.	6.5	7.6	4.92	4.95	4.96	4
73	16 „	O.Z O.	9.	12.7	4.90	4.95	4.97	4
74	21 „	O.Z.O.	8.	5.4	4.84	4.91	4.95	4

g in centimeters tusschen plaatsen van kolom		Verhang in centimeters per kilometer tusschen			Aanmerkingen.
7 en 8 (7100 M.)	7 en 9 (5300 M.)	6 en 7	7 en 8	7 en 9	
11.	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**	**16.**
1	2	0.225	0.141	0.377	
3	3	0.300	0.422	0.566	
6	1	1.050	0.845	0.189	
7	1	0.675	0.986	0.189	
5	2	0.600	0.704	0.377	
5	1	0.525	0.704	0.189	
6	16	1.350	0.845	3.018	
5	0	0.825	0.704	0.	
4	0	0.375	0.563	0.	
6	8	0.825	0.845	1.409	
4	6	0.525	0.563	1.132	
4	2	0.225	0.563	0.377	
5	0	0.450	0.704	0.	
22	1	3.900	3.091	0.189	
1	3	0.150	0.141	0.566	
5	1	0.675	0.704	0.189	
0	3	0.	0.	0.566	
6	2	0.600	0.845	0.377	
7	0	0.525	0.986	0.	
4	2	0.450	0.563	0.377	
5	1	0.825	0.704	0.189	
5	1	1.125	0.704	0.189	
5	1	0.525	0.704	0.189	
13	3	1.500	1.830	0.566	
5	3	0.825	0.704	0.566	
3	3	0.525	0.422	0.566	
5	2	0.600	0.704	0.377	
3	2	0.300	0.422	0.377	
0	1	0.	0.	0.189	
5	2	0.750	0.704	0.377	
6	1	0.750	0.845	0.189	
1	2	0.225	0.141	0.377	
3	2	0.300	0.422	0.377	
3	1	0.600	0.422	0.189	
5	2	0.525	0.704	0.377	
1	6	0.225	0.141	1.132	
2	9	0.375	0.281	1.698	
4	6	0.525	0.563	1.132	

Volg-num-mer.	Jaar en Datum.	Windrichting.	Windkracht per M² in kilogrammen te		Waterstand onder A.P. in meters aan			
			Utrecht.	Helder.	den Leegh-water.	het Hoofd-dorp	den Lijnden.	de Cr qui
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9
	1864.							
75	7 Mei	Z.	1.5	2.6	4.85	4.83	4.82	4.
76	9 „	O.Z.O.	12.5	11.6	4.74	4.85	4.91	4.
77	10 „	O.Z.O.	6.	11.5	4.72	4.79	4.82	4.
78	26 „	N.N.W.	13.5	16.2	4.78	4.80	4.82	4.
79	6 Juni	Z.Z.W.	6.7	7.3	4.85	4.80	4.78	4.
80	18 „	Z.Z.W.	10.2	9.3	4.90	4.82	4.78	4.
81	20 „	Z.Z.W.	2.2	5.5	4.86	4.82	4.80	4.
82	23 „	Z.W.	7.2	8.8	4.90	4.84	4.80	4.
83	25 „	Z.W.	5.7	7.3	4.89	4.85	4.81	4.
84	5 Juli	W.Z.W.	9.	9.	4.87	4.84	4.82	4.
85	31 „	Z.Z.O	4.	4.6	4.85	4.82	4.80	4.
86	31 September	O.Z.O.	1.5	2.3	4.83	4.81	4.80	4.
87	2 October	O.Z O.	12.	8.1	4.72	4.77	4.79	4.
88	3 „	O.	5.5	7.1	4.72	4.76	4.79	4.
89	4 „	O.Z.O.	7.5	8.2	4.71	4.76	4.79	4.
90	5 „	O.Z.O.	7.7	6.	4.72	4.76	4.78	4.
91	6 „	O.Z.O.	2.5	2.6	4.71	4.76	4.78	4.
92	29 „	O.Z.O.	11.5	14.5	4.77	4.85	4.89	4.
93	30 „	O.N.O.	4.	8.8	4.75	4.83	4.89	4.
94	14 November	Z.Z.O.	9.5	12.2	5.05	4.98	4.95	4.
	1865.							
95	20 April	O.N.O.	3.2	5.4	4.79	4.83	4.85	4.
96	21 „	O.	4.7	3.1	4.78	4.83	4.86	4.
97	22 „	O.N.O.	3.	0.9	4.80	4.83	4.85	4.
98	24 September	O.	1.5	3.4	4.83	4.85	4.87	4.
99	4 October	O.Z.O.	1.7	2.1	4.83	4.85	4.87	4.
	1866.							
100	23 April	O.N.O.	13.4	11.5	4.81	4.90	4.98	4.
101	30 „	O.N.O.	14.5	15.1	4.74	4.85	4.98	4.
102	24 Mei	O.N.O	11.5	9.7	4.78	4.87	4.94	4.
103	25 „	O.N.O.	12.5	12.3	4.79	4.87	4.93	4.
104	31 „	O.Z.O.	5.2	6.	4.85	4.89	4.92	4.
	1867.							
105	23 Februari	W.N.W.	10.	10.2	4.97	4.91	4.90	4.
106	17 Juni	N.N.W.	4.	5.2	4.77	4.78	4.80	4.
107	8 Juli	N.W.	6.	13.5	4.80	4.80	4.80	4.
108	15 „	Z.W.	3.	1.8	4.85	4.81	4.78	4.

g in centimeters tusschen plaatsen van kolom			Verhang in centimeters per kilometer tusschen			Aanmerkingen.
M.)	7 en 8 (7100 M.)	7 en 9 (5300 M.)	6 en 7	7 en 8	7 en 9	
	11.	12.	13.	14.	15.	16.
	1	1	0.150	0.141	0.189	
	6	8	0.825	0.845	1.409	
	3	4	0.525	0.422	0.754	
	2	3	0.150	0.281	0.566	
	2	1	0.375	0.281	0.189	
	4	2	0.600	0.563	0.377	
	2	1	0.300	0.281	0.189	
	4	1	0.450	0.563	0.189	
	4	0	0.300	0.563	0.	
	2	1	0.225	0.281	0.189	
	2	1	0.225	0.281	0.377	
	1	3	0.150	0.141	0.566	
	2	3	0.375	0.281	0.566	
	3	2	0.300	0.422	0.377	
	3	5	0.375	0.422	0.943	
	2	2	0.300	0.281	0.377	
	5	3	0.375	0.281	0.566	
	4	5	0.600	0.563	0.943	
	6	3	0.600	0.845	0.566	
	3	6	0.525	0.422	1.132	
	2	1	0.300	0.281	0.189	
	3	2	0.375	0.422	0.377	
	2	1	0.225	0.281	0.189	
	2	1	0.150	0.281	0.189	
	2	3	0.150	0.281	0.566	
	8	3	0.675	1.126	0.566	
	13	2	0.825	1.830	0.377	
	7	2	0.675	0.986	0.377	
	6	2	0.600	0.845	0.377	
	3	3	0.300	0.422	0.566	
	1	5	0.450	0.141	0.943	
	2	3	0.075	0.281	0.566	
	0	4	0.	0.	0.754	
	3	1	0.300	0.422	0.189	

Volg-nummer.	Jaar en Datum.	Windrichting.	Windkracht per M² in kilogrammen te		Waterstand onder A.P in meters aan		
			Utrecht.	Helder.	den Leegh-water.	het Hoofd-dorp.	den Lijnden.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
	1868.						
109	10 Februari	Z.W.	12.	11.7	5.03	4.95	4.90
110	1 Maart	W.	15.	20.5	5.07	4.97	4.93
111	23 „	Z.W.	12.	10.5	5.04	4.93	4.87
112	9 April	N.O.	18.	16.	4.78	4.87	4.90
113	20 „	Z.	18.5	16.	4.90	4.83	4.77
114	30 „	W.Z.W.	25.5	21.	5.06	4.87	4.81
115	20 Juni	O.Z.O.	2.5	3.7	4.86	4.91	4.93
116	28 September	Z.	11.5	17.5	4.95	4.86	4.81
117	29 „	Z.Z.O.	9.	10.	4.93	4.86	4.84
118	30 „	Z.Z.O.	13.5	19.5	4.98	4.86	4.80
119	3 October	O.Z.O.	10.5	13.	4.81	4.87	4.90
120	21 November	O.Z.O.	3.	4.3	4.91	4.91	4.90
121	22 „	Z.Z.O.	11.	12.	4.90	4.88	4.84
122	22 December	Z.	21.	16.5	5.16	4.95	4.85
123	23 „	Z.Z.W.	10.5	10.	5.11	4.90	4.82
	1869.						
124	21 Maart	O.	12.5	9.5	4.80	4.86	4.90
125	21 April	Z.	5.5	8.	4.99	4.94	4.90
126	27 „	O.	7.5	6.	4.84	4.89	4.93
127	28 „	O.	7.5	6.1	4.83	4.88	4.92
128	30 „	N.O.	8.5	10.5	4.84	4.88	4.92
129	4 Mei	O.	8.	7.5	4.83	4.87	4.91
130	5 „	O.Z.O.	3.	2.7	4.85	4.87	4.88
131	15 „	O.N.O.	15.	14.5	4.74	4 82	4.89
132	18 „	Z.W.	11.5	9.5	4.87	4.82	4.78
133	25 „	O.Z.O.	2.	5.3	4.80	4.82	4.83
134	2 Juli	O.	7.5	7.2	4.79	4.84	4.87
135	3 „	O.Z.O.	8.	5.7	4.80	4.84	4.87
136	13 „	O.Z.O.	7.	4.5	4.87	4.89	4.90
137	23 September	Z Z.W.	19.5	18.5	5.06	4.92	4.86
138	24 „	W.	5.5	6.4	4.96	4.89	4.84
139	25 „	Z.	10.	11.	4.96	4.87	4.81
140	13 October	Z.Z.O.	8.5	8.5	4.95	4.86	4.81

g in centimeters tusschen e plaatsen van kolom			Verhang in centimeters per kilometer tusschen			Aanmerkingen.
7 M.)	7 en 8 (7100 M.)	7 en 9 (5300 M.)	6 en 7	7 en 8	7 en 9	
	11.	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**	**16.**
	5	0	0.600	0.704	0.	
	4	4	0.750	0.563	0 754	
	6	1	0.825	0.845	0.189	
	3	0	0.675	0.422	0	
	6	4	0.525	0.845	0.754	
	6	2	1.425	0.845	0.773	
	2	7	0.375	0.281	1.320	
	5	4	0.675	0.704	0.754	
	2	3	0.525	0.281	0.566	
	6	5	0.900	0.845	0.943	
	3	6	0.450	0.422	1.132	
	1	4	0.	0.141	0.754	
	4	5	0.150	0.563	0.943	
	10	6	1.575	1.408	1.132	
	8	4	1.575	1.126	0.754	
	4	3	0.450	0.563	0.566	
	4	3	0.375	0.563	0.566	
	4	3	0.375	0.563	0.566	
	4	2	0.375	0.563	0.377	
	4	1	0.300	0.563	0.189	
	4	2	0.300	0.563	0.377	
	1	2	0.150	0.141	0.377	
	7	2	0.600	0.986	0.377	
	4	2	0.375	0.563	0.377	
	1	2	0.150	0.141	0.377	
	3	2	0.375	0 422	0.377	
	3	3	0.300	0.422	0.566	
	1	2	0.150	0.141	0 377	
	6	2	1.050	0.845	0.377	
	5	3	0.525	0.704	0.566	
	6	5	0.675	0.845	0.943	
	5	3	0.675	0.704	0.566	

Staat B.

RANGSCHIKKING DER VERHANGEN UIT STAAT A NAAR DE WIND-KRACHT, BIJ WINDEN JUIST IN DE RICHTING DER KANALEN.

Nummers uit Staat A.	Windrichting.	Windkracht in K.G.			Verhang in cM. per kilom. tusschen				Herleiding der windkracht van kolom 5 tot geheele getallen.	Verhang van kolom 8 en 9 dat overeenstemt met de windkracht der vorige kolom.	Aanmerking[en]
		Utrecht.	Helder.	Gemiddeld.	Leegh-water en Hoofd-dorp.	Hoofd-dorp en Lijnden	Leegh-water en Lijnden.	Cru-quius en Hoofd-dorp.			
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
50	Z.W.	25.	27.5	26.3	3.900	3.091	3.645	—	26	3.65	Kolom 8 gevonden [..] het dadel[..] verschil i[..] waterstan[..] tusschen Leeghwat[..] en Lijnde[..] welke sta[..] den in Sta[..] A zijn opg[..] geven.
35	Z.W.	20.	24.5	22.3	2.475	1.971	2.316	—	22	2.32	
12	Z.W.	15.	26.7	20.9	1.500	1.549	1.527	—			
112	N.O.	18.	16.	17.	0.675	0.422	0.591	—	18	1.18	
21	Z.W.	18.5	14.7	16.6	1.575	1.126	1.429	—			
39	Z.W.	15.5	13.	14.3	1.050	0.845	0.985	—	14½	0.99	
13	Z.W.	13.2	13.2	13.2	0.750	0.986	0.837	—			
11	Z.W.	10.2	15.5	12.9	0.600	0.844	0.690	—			
109	Z.W.	12.	11.7	11.9	0.600	0.704	0.640	—	12	0.77	
10	Z.W.	7.	15.7	11.4	0.600	0.844	0.690	—			
58	Z.W.	10.2	12.5	11.4	1.125	0.704	0.985	—			
111	Z.W.	12.	10.5	11.3	0.825	0.845	0.837	—			
33	Z.W.	7.	15.	11.	0.900	0.704	0.837	—			
67	Z.W.	8.7	12.7	10.7	0.750	0.845	0.788	—			
14	Z.W.	9.	12.	10.5	0.525	0.563	0.542	—			
132	Z.W.	11.5	9.5	10.5	0.375	0.563	0.443	—			
36	Z.W.	10.	10.2	10.1	0.750	0.422	0.640	—	10	0.68	
107	N.W.	6.	13.5	9.8	—	—	—	0.754			
128	N.O.	8.5	10.5	9.5	0.300	0.563	0.394	—			
55	Z.W.	8.5	10.2	9.4	0.525	0.986	0.690	—			
24	Z.O.	10.5	8.	9.3	—	—	—	1.132			
6	N.O.	9.7	8.2	9.	0.600	0.141	0.443	—			

AT B.

NGSCHIKKING DER VERHANGEN UIT STAAT A NAAR DE WIND-KRACHT, BIJ WINDEN JUIST IN DE RICHTING DER KANALEN.

Windrichting.	Windkracht in K.G.			Verhang in cM. per kilom. tusschen				Herleiding der windkracht van kolom 5 tot geheele getallen.	Verhang van kolom 8 en 9 dat overeenstemt met de windkracht der vorige kolom.	Aanmerkingen.
	Utrecht.	Helder.	Gemiddeld.	Leegh-water en Hoofd-dorp.	Hoofd-dorp en Lijnden.	Leegh-water en Lijnden.	Cru-quius en Hoofd-dorp.			
2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12
Z.W.	7.	9.7	8.4	0.825	0.704	0.788				
N.O.	7.7	8.9	8.3	0.525	0.704	0.591				
Z.W.	7.5	9.	8.3	0.825	0.422	0.690				
N.O	5.7	10.8	8.3	0.525	0.704	0.591		8	0.62	
Z.W.	6.7	9.5	8.1	0.300	0.563	0.394				
Z.W.	7.2	8.8	8.	0.450	0.563	0.492				
N.O.	7.	8.6	7.8	0.675	0.845	0.739				
Z.W.	8.	7.1	7.6	0.675	0.704	0.690				
N.O.	3.7	11.3	7.5	0.525	0.563	0.542				
N.W.	5.5	9.5	7.5	—	—	—	0.566			
Z.W.	8.	6.4	7.2	0.825	0.704	0.788				
N.O	6.7	7.6	7.2	0.600	0.422	0.542		7	0.60	
Z.W	5.	8.4	6.7	0.450	0.704	0.542				
Z.W.	5.2	8.1	6.7	0.525	0.704	0.591				
Z.W.	5.7	7.3	6.5	0.300	0.563	0.394				
N.O.	3.7	7.7	5.7	0.675	0.986	0.788		5	0.55	
N.O.	4.	6.	5.	0.375	0.563	0.443				
N.O.	3.2	2.5	2.9	0.525	0.704	0.591				
N.O.	1.2	3.8	2.5	0.525	0.986	0.690				
Z.W.	3.	1.8	2.4	0.300	0.422	0.345				
N.O.	1.5	2.9	2.2	0.375	0.422	0.394		2	0.36	
N.W.	1.7	2.1	1.9	—	—	—	0.189			
N.O.	1.3	1.2	1.3	0.225	0.141	0.197				
N.O.	0.5	1.5	1.	0.300	0.281	0.296		1	0.30	
N.O.	1.2	0.7	1.	0.300	0.281	0.296				

STAAT C.

RANGSCHIKKING DER VERHANGEN UIT STAAT **A** NAAR DE WINDKRACHT, BIJ WINDEN DIE EEN HOEK VAN 45 GRADEN MET [...] KANAALRICHTINGEN MAKEN.

Nummers uit Staat A.	Windrichting.	Windkracht in K.G.			Verhang in cM. per kilom. tusschen				Herleiding der windkracht van kolom **5** tot geheele getallen.	Verhang van kolom **8** en **9** dat overeenstemt met de windkracht der vorige kolom.	Aanmerking[...]
		Utrecht.	Helder.	Gemiddeld.	Leegh-water en Hoofd-dorp.	Hoofd-dorp en Lijnden.	Leegh-water en Lijnden.	Cru-quius en Hoofd-dorp.			
1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**
122	Z.	21.	16.5	18.8	1.575	1.408	1.527	1.132			
110	W.	15.	20.5	17.8	0.750	0.563	0.690	0.754	18	0.92	
113	Z.	18.5	16.	17.3	0.525	0.845	0.640	0.754			
116	Z.	11.5	17.5	14.5	0.675	0.704	0.690	0.754	14½	0.72	
124	O.	12.5	9.5	11.	0.450	0.563	0.591	0.566			
139	Z.	10.	11.	10.5	0.675	0.845	0.739	0.943	10	0.60	
129	O.	8.	7.5	7.8	0.300	0.563	0.394	0.377			
134	O.	7.5	7.2	7.4	0.375	0.422	0.394	0.377			
125	Z.	5.5	8.	6.8	0.375	0.563	0.443	0.566	7	0.47	
126	O.	7.5	6.	6.8	0.375	0.563	0.443	0.566			
127	O.	7.5	6.1	6.8	0.375	0.563	0.443	0.377			
88	O.	5.5	7.1	6.3	0.300	0.422	0.345	0.377			
62	O.	4.2	8.2	6.2	0.525	0.422	0.493	0.566			
138	W.	5.5	6.4	6.	0.525	0.704	0.591	0.566	5	0.40	
69	Z.	3.7	6.8	5.3	0.300	0.422	0.345	0.377			
96	O.	4.7	3.1	3.9	0.375	0.422	0.394	0.377			
48	Z.	1.5	4.3	2.9	0.225	0.563	0.345	0.377			
64	O.	2.	3.4	2.7	0.300	0.422	0.345	0.377			
98	O.	1.5	3.4	2.5	0.150	0.281	0.197	0.189			
75	Z.	1.5	2.6	2.1	0.150	0.141	0.148	0.189	2	0.18	
7	N.	1.	1.8	1.4	0.150	0.141	0.148	0.189			

Bijlage V. Staat A.

VERHANGEN OP DE ZUIDERZEE DOOR DEN WIN

Tusschen Enkhuizen e

De afstand dezer plaatsen is 20500 M. en de gemiddel

Volgnummer.	Datum.	Aanwijzing van het getijde.	Standen in centimeters ten opzichte van het vlak van hoog- of laagwater. (zie in kolom 10).		Verhang in centim.		Windrichting.	Windkracht in kilogr.	Aanmerkingen.
			te Enkhuizen.	te Urk.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.			
1.	2.	3	4.	5	6.	7.	8.	9.	10.
	Februari								
1	10	vloed	÷ 30	÷ 44	14	0.70	O.	18	Enhuizen ligt W.t.N. van U
2	20	vloed	+ 23	+ 31	8	0.40	W.Z.W.	13	
3		eb	+ 20	+ 27	7	0.35	Z.W.	20	Tijdens dagen windstilte gin
4	23	vloed	+ 29	+ 33	4	0.20	W.N.W.	7	deze maanden
5		eb	+ 21	+ 30	9	0.45	W.	8	hoogwaterlijn 0.08 M ÷ volz
6	24	vloed	+ 36	+ 52	16	0.80	W.	12	Enkhuizen en
7		eb	+ 37	+ 44	7	0.35	W.	6	M ÷ volzee te en de laagwa
8	25	vloed	+ 33	+ 40	7	0.35	W.	8	lijn door 0.37
9		eb	+ 27	+ 38	11	0.55	W.	10	volzee te Enk zen en 0.33 volzee te Urk
10	27	vloed	+ 5	+ 17	12	0.60	W.Z.W.	19	
11		eb	+ 3	+ 11	8	0.40	W.Z.W.	20	De eerste da van Februari de zee met ijs b
	Maart								
12	6	vloed	÷ 2	÷ 3	1	0.05	Z.O.	10	en konden dus in rekening kom
13	8	vloed	+ 10	+ 12	2	0.10	W.Z.W.	12	
14		ed	+ 20	+ 23	3	0.15	W.Z.W.	21	De windrich is die te Enk
15	10	vloed	+ 45	+ 38	÷ 7	÷0.35	N.W.	7	zen en de wi
16		eb	+ 15	+ 25	10	0.50	W.	13	kracht die te der waargenon

STAAN IN FEBRUARI, MAART EN APRIL 1871.

bij vloed en eb.

e der zee 3.90 M. onder gewoon laagwater.

atum	Aanwijzing van het getijde.	Standen in centimeters ten opzichte van het vlak van hoog- of laagwater. (zie in kolom 10). te Enkhuizen.	te Urk.	Verhang in centim. Over den geheelen afstand.	per kilometer.	Windrichting.	Windkracht in kilogr.	Aanmerkingen.
2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
laart								
13	vloed	+ 13	+ 20	7	0.35	W.Z.W.	12	Alleen die dagen zijn genomen waarop de wind juist in de richting der beide plaatsen waaide of wel daarmede een hoek van 45 graden maakte, terwijl de winden die met deze beide richtingen niet meer dan ééne streek (11°15′) verschilden, nog zijn beschouwd geworden als in die richtingen gewaaid te hebben.
	eb	0	0	0	0	W.	11	
31	vloed	+ 10	+ 17	7	0.35	W.	10	
	eb	+ 5	+ 12	7	0.35	W.	8	
pril								
1	vloed	+ 49	+ 56	7	0.35	N.W.	19	
	eb	+ 66	+ 75	9	0.45	N.W.	18	
2	vloed	+ 57	+ 65	8	0.40	N.W.	10	
	eb	+ 56	+ 64	8	0.40	N.W.	8	
5	vloed	+ 22	+ 24	2	0.10	N.W.	7	
	eb	+ 24	+ 31	7	0.35	N.W.	5	
10	vloed	+ 5	+ 4	1	0.05	O.	5	
	eb	+ 9	+ 3	6	0.30	O.	5	
13	eb	+ 12	+ 14	2	0.10	N.W.	7	
20	vloed	+ 9	+ 14	5	0.25	W.Z.W.	13	
	eb	÷ 3	+ 4	7	0.35	W.	16	
21	vloed	+ 15	+ 28	13	0.65	W.N.W.	18	
	eb	+ 10	+ 11	1	0.05	W.	5	

Staat A.

VERHANGEN OP DE ZUIDERZEE DOOR DEN WIN

Tusschen de van Ewijcksluis in den An

De afstand dezer plaatsen is 31000 M. en de gemiddel

Volgnummer.	Datum.	Aanwijzing van het getijde.	Standen in centimeters ten opzichte van het vlak van hoog- of laagwater. (zie in kolom 10).		Verhang in centim.		Windrichting.	Windkracht in kilogr.	Aanmerkinge
			te Ewijcksluis.	te Stavoren.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.			
1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**
	Februari								
1	18	vloed	+ 13	+ 20	7	0.23	W.	6	De van Ewijck
2		eb	+ 8	+ 19	11	0.37	W.	7	ligt juist ten ten van Stavo
3	19	vloed	+ 19	+ 24	5	0.17	W.	8	
4		eb	+ 11	+ 28	17	0.57	W.	10	Tijdens dagen windstilte gi
5	20	vloed	0	+ 28	28	0.93	W.t.Z.	17	deze maande
6		eb	+ 14	+ 32	18	0.60	W.	16	hoogwaterlijn 0.20 M ÷ volz
7	22	vloed	÷ 3	+ 13	16	0.53	W.	6	Ewijcksluis en
8		eb	+ 1	+ 8	7	0.23	W.	10	M ÷ volzee te voren en de l
9	23	vloed	+ 25	+ 34	9	0.30	N.W.t.W.	7	waterlijn door
10		eb	+ 16	+ 33	17	0.57	N.W.t.W.	19	M ÷ volzee Ewijcksluis en
11	24	vloed	+ 23	+ 42	19	0.63	W.t.N.	12	M ÷ volzee te
12		eb	+ 13	+ 39	26	0.87	W.	10	voren.
13	25	vloed	+ 22	+ 37	15	0.50	W.	8	Ook hier moe
14		eb	+ 24	+ 38	14	0.47	N.W.t.W.	10	de eerste dag Februari we
15	27	vloed	÷ 10	+ 21	31	1.03	W.t.Z.	19.5	ijsbezetting b

TSTAAN IN FEBRUARI, MAART EN APRIL 1871.

ownapolder en Stavoren bij vloed en eb.
e der zee 3.00 M. onder gewoon laagwater.

Datum.	Aanwijzing van het getijde.	Standen in centimeters ten opzichte van het vlak van hoog- of laagwater. (zie in kolom 10).		Verhang in centim.		Windrichting.	Windkracht in kilogr.	Aanmerkingen.
		te Ewijcksluis.	te Stavoren.	Over den geheelen afstand.	per kilometer.			
2.	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**
Februari 28	eb	+ 26	+ 44	18	0.60	W.	14	beschouwing blijven.
Maart 8	vloed	÷ 6	+ 23	29	0.97	Z.W.	17	De windrichting is die welke te
	eb	+ 1	+ 5	4	0.13	Z.W.	9	van Ewijcksluis en
13	vloed	+ 8	+ 14	6	0.20	W.t.Z.	11	te Stavoren is waargenomen; de
28	eb	+ 28	+ 20	8	0.27	N.O.t.N.	9	windkracht is die te Helder.
April 1	vloed	+ 34	+ 44	10	0.33	N.W.	20	Even als bij de lijn Enkhuizen
10	eb	+ 10	+ 4	6	0.20	O.	5	Urk zijn ook hier slechts die dagen
16	eb	÷ 8	+ 16	24	0.80	W.	16	genomen, dat de wind in de rich-
20	vloed	÷ 2	+ 14	16	0.53	W.t.Z.	12	ting der plaatsen
	eb	0	+ 17	17	0.57	W.t.Z.	13	waaide of daarmede de 45° maakte.
21	eb	+ 14	+ 23	9	0.30	W.	9	

STAAT B.

OVERZICHT VAN HET OP DE ZUIDERZE

Tusschen Enkhuizen en Urk, waar de bodem 3.90 M. onder laagwater ligt.

Bij winden juist in de richting der plaatsen waaiende.				Bij winden die een hoek van 45° maken met de richting der plaatsen.			
Nummers van Staat A.	Windkracht in kilogr.	Verhang per kilometer in cM.	Gemiddeld verhang.	Nummers van Staat A.	Windkracht in kilogr.	Verhang per kilometer in cM.	Gemiddeld verhang
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
27		0.05					
33		0.05					
4		0.20		15		÷ 0.35	
28		0.30		25		0.10	
7	5 tot 10	0.35	0.31	29	5 tot 10	0.10	0.12
8		0.35		26		0.35	
20		0.35		24		0.40	
5		0.45					
32		0.65					
				12		0.05	
18		0.—		13		0.10	
19		0.35		30		0.25	
16	10 tot 15	0.50	0.44	17	10 tot 15	0.35	0.26
9		0.55		2		0.40	
6		0.80		23		0.40	
				14		0.15	
				3		0.35	
31	15 tot 20	0.35	0.53	21	15 tot 20	0.35	0.38
1		0.70		11		0.40	
				22		0.45	
				10		0.60	

R DEN WIND ONTSTANE VERHANG.

sschen de van Ewijcksluis en Stavoren, waar de bodem 3.00 M. onder laagwater ligt.

ijj winden juist in de richting der plaatsen waaiende				Bij winden die een hoek van 45⁰ maken met de richting der plaatsen.			
ers n A.	Windkracht in kilogr.	Verhang per kilometer in cM.	Gemiddeld verhang.	Nummers van Staat A.	Windkracht in kilogr.	Verhang per kilometer in cM.	Gemiddeld verhang.
.	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**14.**	**15.**	**16.**
3		0.17					
2		0.20					
1		0.23		18		0.13	
6	5 tot 10	0.30	0.33	20	5 tot 10	0.27	0.23
2		0.37		9		0.30	
3		0.50					
7		0.53					
9		0.20					
8		0.23					
4		0.53					
4	10 tot 15	0.57	0.53	14	10 tot 15	0.47	0.47
25		0.57					
16		0.60					
11		0.63					
12		0.87					
6		0.60					
23	15 tot 20	0.80	0.84	21	15 tot 20	0.33	0.62
5		0.93		10		0.57	
15		1.03		17		0.97	

BIJLAGE VI. STAAT VAN STORMVLOEDEN OP EENIGE PLAATSEN ONZER KUST; OVERGENOMEN UIT HET VERSLAG AAN DEN KONING OVER DE OPENBARE WERKEN IN 1868.

Plaatsen.	Hoogten in meters boven A.P. door de Noordzee bereikt in den storm van											Gemiddeld.	
	September 1853.	Januari 1855.	Mei 1860.	December 1862.	Januari 1863.	December 1863.	Januari 1865.	Februari 1867.	December 1867.	6—7 Dec. 1868.	26—29 Dec. 1868.	+ A.P.	+ volzee.
1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**13.**	**14.**
Statenzijl . .	3.78	4.83	2.98	4.03	4.18	4.98	2.88	2.60	3.75	2.50	3.00	3.59	2.21
Zoutkamp. .	3.18	4.18	2.58	3.63	3.68	4.08	2.98	2.15	3.50	2.40	2.50	3.12	2.14
Munnikezijl.	3.21	3.99	2.67	3.71	3.55	4.59	3.21	2.15	3.69	2.07	2.67	3.23	2.14
Petten . . .	2.68	2.28	1.68	2.68	2.58	3.18	3.08	1.98	2.68	1.18	1.88	2.35	1.81
Katwijk. . .	3.25	3.50	2.40	3.00	2.80	2.50	onbekend	2.20	3.50	2.50	1.80	2.75	1.80
Vlissingen. .	2.76	4.83	2.98	3.60	3.30	2.70	2.07	4.59	3.47	3.22	2.63	3.29	1.28

NOTA. De stormvloed van Februari 1825 is hier niet overgenomen, omdat de waterhoogten te Vlissingen en Katwijk ontbreken.
Het peil van volzee is aangenomen volgens het Jaarboekje voor de leden van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs; als:

te Statenzijl op 1.38 M. + A.P.
„ Zoutkamp „ 0.98 „ + „
„ Munnikezijl „ 1.09 „ + „
„ Petten „ 0.54 „ + „
„ Katwijk „ 0.95 „ + „
en „ Vlissingen „ 2.01 „ + „

E R R A T A.

		staat:	lees:
Blz. 128 reg.	5 v. o.	dus $\varphi = C_6\, e^{dx}$	dus $y = C_6\, e^{dx}$
〃 129 〃	7 v. o.	$= \sqrt{-\frac{C_3}{C_2}}$	$= \sqrt{-\frac{C_2}{C_3}}$
〃 135 〃	9 v. b. form. (31)	$x^{-\frac{C_2}{C_1}+1}$	$x^{+\frac{C_2}{C_1}+1}$
		$\varphi^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{\varphi^2}$
〃 136 〃	5 v. b.	$\frac{d}{dx}\cdot\frac{x}{\varphi y}$	$\frac{d}{dx}\cdot\frac{\varphi y}{x}$
〃 137 〃	16 v. b.	$(\alpha+1)^{l/1}$	$(\alpha+1)^{l/-1}$.

Op blz. 308, regel 11 van boven, staat: 27 millim.
lees: 109 millim.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling **NATUURKUNDE.**

TWEEDE REEKS.

ZEVENDE DEEL.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1873.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER - KRÖBER - BAKELS.

INHOUD

VAN HET

ZEVENDE DEEL,

TWEEDE REEKS.

MEDEDEELINGEN.

INHOUD

VAN

DEEL VI. — STUK 3

bladz.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER - KRÖBER - BAKELS.

GEDRUKT BIJ DE BOEVER - KRÖBER - BAKELS.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

ZEVENDE DEEL.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1873.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

Zevende Deel. — Eerste Stuk.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1873.

NOTE

SUR L'ÉQUATION

DE CONTINUITÉ DU MOUVEMENT DES FLUIDES,

PAR

G. F. W. BAEHR.

On peut obtenir cette équation d'une manière plus générale que par la considération du parallélipipède infiniment petit.

Autour d'une molécule P du fluide décrivons une surface fermée quelconque mais infiniment petite σ; soient J le volume et, au bout du temps t, m la masse du fluide contenus dans σ, ϱ la densité au point P; on aura

$$\varrho = \frac{m}{\mathrm{J}},$$

où J est constant, tandisque ϱ et m sont des fonctions du temps et des coordonnées rectangulaires x, y, z de P, en sorte que différentiant partiellement par rapport au temps, il s'ensuit

$$\frac{d\varrho}{dt} = \frac{1}{\mathrm{J}} \frac{dm}{dt} \quad \ldots \; (\alpha)$$

Soient maintenant u, v, w les composantes parallèles aux axes des coordonnées de la vitesse de P; u', v', w' celles de la vitesse V' en un point de σ, qui ait pour coordonnées par rapport à des axes parallèles à ceux des x, y, z, mais dont l'origine est en P, les quantités infiniment petites ξ, η, ζ; $d\sigma$ l'élément de la surface σ, ϱ' la densité et (N.V') l'angle entre la normale extérieure N et la direction de V' en ce point. Le volume du fluide, qui dans l'instant dt sort de σ par l'élément $d\sigma$, sera un cilindre oblique, qui a $d\sigma$ pour base et dont la

génératrice, de longueur $V'dt$, fait un angle $(N.V')$ avec la perpendiculaire à la base ; la masse, qui sort par $d\sigma$, sera donc

$$d\sigma \times V'dt \times Cos\,(N.V') \times \varrho' ;$$

pour les éléments de σ où l'angle $(N.V')$ est obtus ce produit sera négatif, et sa valeur absolue est la masse qui entre par ces éléments, en sorte que la somme

$$\Sigma\, \varrho'\, V'\, Cos\,(N.V')\, d\sigma\, dt,$$

étendue à la surface totale σ, donnera l'excès de la masse qui sort sur celle qui entre dans σ pendant le temps dt, et que l'on aura

$$\frac{dm}{dt} = -\,\Sigma\, \varrho'\, V'\, Cos\,(N.V')\, d\sigma,$$

ou

$$\frac{dm}{dt} = -\,\Sigma \Big[\varrho' u'\, Cos\,(N.\xi) + \varrho' v'\, Cos\,(N.\eta) + \varrho' w'\, Cos\,(N.\zeta)\Big]\, d\sigma,$$

en désignant par $(N.\xi)$, $(N.\eta)$, $(N.\zeta)$, les angles de la normale avec les axes des coordonnées.

Dans cette expression $\varrho' u'$, $\varrho' v'$, $\varrho' w'$ sont les valeurs de ϱu, ϱv, ϱw quand on passe à un instant donné du point x, y, z au point infiniment voisin $x + \xi$, $y + \eta$, $z + \zeta$; donc, en développant par la formule de TAYLOR, et se bornant, comme il le faut, aux termes infiniments petits du premier ordre, elle devient :

$$\begin{aligned}\frac{dm}{dt} = -\,\Sigma \Big[&\Big(\varrho u + \frac{d.\varrho u}{dx}\,\xi + \frac{d.\varrho u}{dy}\,\eta + \frac{d.\varrho u}{dz}\,\zeta\Big)\, Cos\,(N.\xi) \\ &+ \Big(\varrho v + \frac{d.\varrho v}{dx}\,\xi + \frac{d.\varrho v}{dy}\,\eta + \frac{d.\varrho v}{dz}\,\zeta\Big)\, Cos\,(N.\eta) \\ &+ \Big(\varrho w + \frac{d.\varrho w}{dx}\,\xi + \frac{d.\varrho w}{dy}\,\eta + \frac{d.\varrho w}{dz}\,\zeta\Big)\, Cos\,(N.\zeta)\Big] d\sigma ;\end{aligned}$$

mais on sait que si les sommes doivent être étendues à une surface fermée quelconque, dont le volume est J, l'on a :

$$\Sigma\ d\sigma\ Cos(N.\xi) = 0,\quad \Sigma\ d\sigma\ Cos(N.\eta) = 0,\quad \Sigma\ d\sigma\ Cos(N.\zeta) = 0,$$
$$\Sigma\ \xi\, d\sigma\ Cos(N.\xi) = J,\quad \Sigma\ \eta\, d\sigma\ Cos(N.\xi) = 0,\quad \Sigma\ \zeta\, d\sigma\ Cos(N.\xi) = 0,$$
$$\Sigma\ \xi\, d\sigma\ Cos(N.\eta) = 0,\quad \Sigma\ \eta\, d\sigma\ Cos(N.\eta) = J,\quad \Sigma\ \zeta\, d\sigma\ Cos(N.\eta) = 0,$$
$$\Sigma\ \xi\, d\sigma\ Cos(N.\zeta) = 0;\quad \Sigma\ \eta\, d\sigma\ Cos(N.\zeta) = 0;\quad \Sigma\ \zeta\, d\sigma\ Cos(N.\zeta) = J;$$

ce qui réduit l'expression précédente à :

$$\frac{dm}{dt} = -J\left\{\frac{d.\varrho u}{dx} + \frac{d.\varrho v}{dy} + \frac{d.\varrho w}{dz}\right\},$$

et substituant ceci dans l'équation (α), on obtient

$$\frac{d\varrho}{dt} + \frac{d.\varrho u}{dx} + \frac{d.\varrho v}{dy} + \frac{d.\varrho w}{dz} = 0,$$

et lorsque ϱ est constant, ou pour les liquides,

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0.$$

Delft, Octobre 1872.

OVER DEN GALVANISCHEN STROOM,

ONTSTAAN BIJ

ONGELIJKTIJDIG INDOMPELEN VAN PLATINA IN WATER

DOOR

Dr. J. L. HOORWEG.

Het is bekend, dat men een galvanischen stroom verkrijgt, indien men de uiteinden van een keten van goede geleiders van hetzelfde metaal vervaardigt, en deze uiteinden eenigen tijd na elkander in eene of andere vloeistof dompelt.

De oorsprong dezer stroomen licht grootendeels nog in het duister. Voornamelijk is dit het geval met den stroom, die ontstaat indien men platina en zuiver water bij die proef aanwendt. Hiervoor zijn proeven gedaan door SCHRÖDER *), QUINCKE †) en GAUGAIN §).

SCHRÖDER nam gedistilleerd water, dat op zijne zuiverheid was onderzocht en dompelde daarin twee platinadraden, die in warm zwavelzuur waren afgebeten en daarna in zuiver water afgewasschen. Er ontstaat geen stroom. Maar, indien nu de eene draad er uitgenomen, met fijn schuurpapier afgeschuurd en daarna weder ingedompeld werd, dan ontstond een stroom, die van den laatst ingedompelden door het water naar den eersten draad gaat. De draad die het langst in het water had doorgebracht, was dus electro-negatief veranderd. Verdere proeven versterkten hem in de meening, dat het platina in water door eene slecht geleidende meer electro-negatieve laag bedekt wordt.

---

*) POGG. *Annalen.* Bd. 54. S. 80.

†) POGG. *Annalen.* Bd. 107. S. 12.

§) *Compt. Rend.* 26 Févr. 1872.

De proeven van QUINCKE werden ondernomen, toen hij bij de ontdekking zijner diaphragmen-stroomen wilde aantoonen, dat zij niet denzelfden oorsprong hadden als de capillariteits-stroomen van BECQUEREL. QUINCKE vond de uitkomsten van SCHRÖDER bevestigd en bracht de genoemde capillariteits-stroomen tot dezelfde rubriek van verschijnselen terug.

Eindelijk heeft ook GAUGAIN zich met deze zaak bezig gehouden. Hij plaatst twee gereinigde platina-platen, die met een galvanometer verbonden zijn, in zuiver gedistilleerd water, neemt een er uit, veegt die met een schoonen doek af en dompelt ze weder in. Er ontstaat een stroom, die dezelfde richting heeft als bij de proeven van SCHRÖDER. Uit de waarneming, dat over de afgeveegde plaat het water zich niet gelijkmatig verspreidt, trekt hij dan de conclusie, dat de oorzaak van den stroom moet gelegen zijn in een laagje vet, waarmede de plaat door het afvegen wordt bedekt. GAUGAIN is ook de eerste, die de electromotorische kracht van dien stroom heeft trachten te bepalen. Volgens de methode van J. REGNAULD *) vindt hij daarvoor 30—56 malen die van een $\frac{\text{Bi—Cu}}{0^0\text{—}100^0}$ element.

Vatten wij deze proeven samen, dan blijkt het dat het onderwerp verre van uitgeput is; dat zelfs SCHRÖDER en GAUGAIN gedeeltelijk tot tegenovergestelde uitkomsten komen.

Om die reden heb ik vroegere proeven omtrent deze zaak weder opgevat en deel de uitkomst van dit onderzoek in het volgende mede.

Met een spiegel-galvanometer van WIEDEMANN, wiens magnetische spiegel nog gedeeltelijk geästatiseerd was door een nabijzijnde magneetstaaf, werden geleiddraden verbonden, die in twee kwikbakjes uitliepen. Aan de platina-draden, waarmede de proeven zouden verricht worden, waren koperdraden gesoldeerd, die zoodanig omgebogen waren, dat zij in de kwikbakjes dompelden, indien de platina draden in het glas water vielen. De afwijking van den magneetspiegel werd afgelezen met een kijker en een schaal, die op 1865 mm. van den spiegel was verwijderd.

---

*) *Annales de Chem. et de Phys.* (3) Tome 44, pg. 453.

In de eerste plaats moest gezorgd worden, dat het water zoo volkomen mogelijk vrij was van alle inmengselen. Daartoe werd gewoon gedistilleerd water behandeld volgens de methode van TROMMSDORFF *), waardoor het zelfs vrij wordt van ammoniak en organische stoffen. Het glas werd 24 uur in sterk zwavelzuur gezet, daarna met warm zwavelzuur omgespoeld en eindelijk met overvloed van gedistilleerd water uitgewasschen. De platina-draden waren van eenzelfden gelijkmatig getrokken draad afgeknipt en, tot op een klein gedeelte na, in glazen buizen ingesmolten. Zij werden in sterk salpeterzuur of zwavelzuur afgebeten, ook ettelijke malen met gedistilleerd water afgewasschen en daarna de eene in het glas met water gedompeld. De andere werd in 't luchtledige naast een bak met zwavelzuur gedroogd. Zoo nu deze laatste ook in het water gebracht werd, was de keten gesloten en trad een vrij sterke stroom op, die in het water van den laatsten naar den eersten draad liep, dus in den zin door SCHRÖDER gevonden. Uit deze proef, die verscheidene malen herhaald is, blijken drie zaken: ten eerste dat geen vreemde bijmengselen het verschijnsel voortbrengen; ten tweede, dat geen deshomogeniteit der draden in 't spel komt; ten derde dat de verklaring van GAUGAIN onjuist is. Hier toch is het afvegen geheel en al ontweken.

Eerst trachtte ik hetzelfde doel te bereiken door den eenen draad te gloeien, maar na vele proeven bevond ik, dat dan altijd, zelfs in een alcoholvlam, het platina bedekt wordt met een zoutlaag, die na lang gloeien zelfs met de vingers voelbaar werd. De stroom, dien men met zulk een uitgegloeiden draad verkrijgt, is ook tegengesteld aan dien bij de eerstgenoemde proef.

Het afschuren met fijn schuurpapier geeft echter volkomen dezelfde uitkomsten als het afwasschen en drogen in 't luchtledig, en daar deze laatste methode veel tijd vergt, heb ik in 't vervolg altijd van de eerste manier van reinigen gebruik gemaakt.

Bij die proeven is de eenige onreinheid, die nog zou kunnen bestaan, deze, dat het platina met andere stoffen gemengd

---

*) *Zeitschr. f. analyt. Chemie v.* FRESENIUS, 8r Jahrg. S. 355.

was. Nadere proeven omtrent dit punt heb ik niet genomen en meende ik ook te kunnen nalaten, omdat GAUGAIN gewerkt heeft met platina-plaatjes, van wier zuiverheid hij overtuigd was.

Het optreden van den stroom bij ongelijktijdig indompelen is dus wel degelijk een verschijnsel, dat optreedt tusschen platina en water, geheel alleen.

Men kan zich nu drie verschillende oorzaken voor den stroom voorstellen: 1°. het platina werkt scheikundig op het water; 2°. het platina wordt in de lucht door een laag bedekt, die in het water er van wordt opgelost; 3°. het platina wordt in het water met eene of andere laag bedekt.

1. Hoewel de onderstelling, dat platina het water zou ontleden niet waarschijnlijk klinkt, is zij toch niet onmogelijk. De proeven dienen hier te beslissen.

Is die onderstelling waar, dan moet de electromotorische kracht van den bedoelden stroom gelijk zijn aan het electro-dynamisch equivalent van de ontleding van water, welk door verschillende onderzoekers gevonden is = 1,97 –2,56 DANIELL *).

De bepaling dier electromotorische kracht was dus van aanbelang. Intusschen is dat onderzoek bij een stroom, die zoo ras verdwijnt, niet zeer gemakkelijk. 't Is zelfs vooruit niet zeker of het stroomen zijn, waar de wet van OHM voor geldt. Het konden ook, zooals velen gemeend hebben, korte storingen zijn in 't electrisch evenwicht, even spoedig verloopen als de ontladings-stroom van een leidsche flesch.

Ik koos voor de bepaling der electromotorische kracht de methode van POGGENDORFF, zooals zij gewijzigd is door Dr. BOSSCHA. Polarisatie treedt dan niet op, en de galvanometer vervult slechts de rol van galvanoscoop. Ik maakte daarbij gebruik van de weerstandsbank, waarvan Dr. SPRUYT †) de verschillende weerstanden volgens de methode van BOSSCHA had bepaald.

Ten einde bij het telkens afpoetsen van een der draden toch altijd onder dezelfde omstandigheden te werken, werden in de kurk, die het glas water bedekte, twee glazen buizen bevestigd,

---

*) WIEDEMANN, *Die Lehre vom Galvanismus*, 1861, S. 475.

†) *Academisch Proefschrift*. Arnhem, J. V. EGMOND, pg. 90.

die tot bijna op den bodem van het glas reikten. Daardoor vielen de platinadraden met hunne beschermende buisjes altijd op dezelfde plaats van de vloeistof. Het constante element waarmede onze stroom vergeleken werd, was een element van DANIELL. Telkens wanneer onderzocht was, welke der twee stroomen de overhand had, werd de keten afgebroken, de weerstand veranderd en de platinadraad op nieuw gepoetst. Dit werd zoo lang voortgezet tot bij vernieuwde indompeling geen afwijking van den spiegel werd waargenomen.

Drie waarnemingen, onder verschillende omstandigheden gedaan, leverden tot uitkomst:

$$e = 0{,}25 \text{ D}$$
$$e = 0{,}28 \text{ D}$$
$$e = 0{,}26 \text{ D}$$

Gemiddeld $e = 0{,}26$ DANIELL.

De overeenstemming dezer uitkomsten bewijst, dat de stroomen wel degelijk aan de wet van OHM onderworpen zijn, terwijl verder blijkt, dat de electromotorische kracht veel kleiner is, dan bij scheikundige ontleding van 't water mogelijk zou zijn.

II. De tweede onderstelling, dat nl. een laag van eene of andere stof zich uit de lucht op het platina afzet, en dan door het water wordt opgelost, klinkt minder onwaarschijnlijk.

De proeven van TOMLINSON *), enz. bewijzen, hoe zelden men het geluk heeft met een zuiver metaaloppervlak te werken. Zoo echter de draad behoorlijk is afgebeten met sterke zuren en daarna met zuiver water afgewasschen, kan men alleen waterdamp of gassen op het metaal verwachten, en wel alleen lucht of koolzuur.

Ik heb echter verscheidene malen de draden, na ze goed gereinigd te hebben, wel 24 uur in 't luchtledig doen doorbrengen in de nabijheid van een groote schaal geconcentreerd zwavelzuur. Men kan dan verwachten dat de waterdamp er af is, en toch verkreeg ik den bedoelden stroom. Ook verkreeg ik somtijds door gloeiing in een spiritus-vlam een uitslag in

*) *Phil. Mag.* (4) Vol. 36, pg, 241.

denzelfden zin als door 't afpoetsen. Dan hadden zich geen zouten uit de vlam op 't metaal nedergezet, de waterdamp was stellig verwijderd, en toch ontstond dezelfde stroom.

Om te onderscheiden of de oorzaak van den stroom ook gelegen is in een laagje lucht, op den laatst in te dompelen draad gecondenseerd en van den eersten opgelost door het water, nam ik de volgende proef.

Ik reinigde zorgvuldig beide draden en dompelde ze gelijktijdig in het water (hetgeen bij iedere proef ververscht werd). Er was geen stroom te bespeuren. Nu werd door een der glazen buizen, die in de kurk bevestigd waren, om de draden bij hun val in het water te geleiden, lucht ingeperst, die dan den overeenkomstigen platina draad bedekte en verder in bellen oprees. Er ontstond een zwakke stroom, van den eenen draad door het water naar den met lucht bedekten draad, derhalve:

$$\underleftarrow{\text{(lucht — water — platina);}}$$

terwijl wij vroeger vonden:

$$\underrightarrow{\text{(laatst ingedompelde — water — eerst ingedompelde draad).}}$$

Vooreerst is dus de richting tegengesteld aan de onderstelling, ten tweede is de stroom veel te zwak.

Dezelfde proef werd vele malen met den zelfden uitslag herhaald.

Evenzoo de volgende, waarbij, in plaats van lucht, koolzuur naar een der platina-draden gevoerd werd. Weder vond ik een uitkomst, strijdig met de onderstelling, nl.:

$$\underleftarrow{\text{(koolzuur — water — platina).}}$$

Noch waterdamp, noch lucht of koolzuur op den laatst in te dompelen draad kan dus de oorzaak der bedoelde stroomen zijn.

III. Wij houden derhalve slechts de laatste onderstelling over, nl. dezelfde als van SCHRÖDER, dat op den eerst ingedompelden draad zich uit het water eene of andere electro-negatieve laag afzet. Vat men in het oog dat men hier alleen met pla-

tina en water te doen heeft, dan kan die laag alleen zijn óf water, dat op het platina is verdicht, óf een of ander gas, uit het water ontstaan of er in opgelost.

Dat het water door platina zoodanig verdicht zou worden, dat het geheel andere eigenschappen verkrijgt en zelfs meer electro-negatief wordt dan platina, kan moeielijk geloofd worden. Intusschen heeft WALCKER *) een dergelijke bijzondere verdichting van vloeistoffen op de oppervlakte van platina meenen op te merken.

Indien hier echter de oorzaak der stroomen lag, dan zou langdurige uitkoking van het water geen verandering in de stroomsterkte kunnen teweegbrengen, mits het bij de proef maar weder op de gewone temperatuur wordt afgekoeld.

Nu daalden de uitslagen van den spiegel, die anders hoogstens 5 mm. uiteenloopen, door deze behandeling van het water van 100 mm. op 40 mm.

De gassen, uit het water door ontleding ontstaan, zijn zuurstof en waterstof. Geen van beiden kan zich echter op den eerst ingedompelden draad hebben afgezet, daar het water niet scheikundig ontleed wordt. Ten overvloede heb ik echter de volgende directe proeven genomen.

Eerst werden weder beide draden goed gereinigd en gelijktijdig in versch water ingedompeld, zoodat er geen stroom ontstond. Nu werd door een der meergenoemde buisjes zuurstof naar den overeenkomstigen draad gevoerd: er ontstond óf geen óf een uiterst zwakke stroom. Zuurstof valt dus geheel weg. Met waterstof verkreeg ik daarentegen een zeer sterken stroom, die intusschen eene met de onderstelling strijdige richting heeft, zooals door vergelijking blijkt:

(waterstof — water — platina)

$\longrightarrow$

(eerst ingedompelde — water — laatst ingedompelde).

$\longleftarrow$

Er resten nu alleen nog de gassen, die in het water waren opgelost en daaruit op de oppervlakte van den eerst ingedom-

*) POGG. *Annalen*. Bnd 4. S. 301.

pelden draad verdicht Deze gassen kunnen niet anders zijn dan lucht en koolzuur.

En waarlijk, door vergelijking van de stroomrichting blijkt het, dat deze gassen, op de genoemde wijze werkende, de oorzaak van den stroom kunnen zijn. Deze vergelijking geeft toch:

(eerst ingedompelde draad — water — laatst ingedompelde)

$\longleftarrow$

(lucht — water — platina)

$\longleftarrow$

(koolzunr — water — platina).

$\longleftarrow$

Maar, terwijl de gewone afwijking 100 mm. bedroeg, geeft de invoering van lucht bij de laatste proeven, slechts een afwijking van 10 of 20 mm.; koolzuur daarentegen gaf een stroom, die, naar gelang van de drukking op het gas uitgeoefend, een uitslag van 80—120 mm. veroorzaakte.

De keus moet dus noodzakelijk op het koolzuur vallen.

Eindelijk heb ik een nieuwe hoeveelheid zuiver water met koolzuur verzadigd, den eenen gereinigden draad er in geplaatst en daarna den anderen afgepoetst en insgelijks ingedompeld. De stroom had de gewone richting, maar was veel sterker. De uitslag variëerde tusschen 220—250 mm.

Ik meen dus aangetoond te hebben, dat de stroom, die optreedt bij ongelijktijdig indompelen van platina in water zijn oorsprong te danken heeft aan het koolzuur, dat in het water is opgelost, en zich daaruit op den eerst ingedompelden draad nederzet.

Utrecht, 9 April 1872.

BIJDRAGEN

TOT DE

THEORIE DER BEPAALDE INTEGRALEN,

N°. XII EN XIII.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

XII AFLEIDING VAN EENIGE INTEGRALEN, DIE DE FACTOREN e^{qx^p}, $Cos\,(qx^p)$, $Sin\,(qx^p)$ BEVATTEN.

1. Stelt men in de drie bepaalde integralen

$$\int_0^\infty e^{-qx}\, x^{p-1}\, dx = \frac{1}{q^p}\,\Gamma(p),$$

$$\int_0^\infty e^{-qx}\, Cos\, rx \,.\, x^{p-1}\, dx = \tfrac{1}{2}\Big[(q-ri)^{-p}+(q+ri)^{-p}\Big]\,\Gamma(p)\,..\,(a)$$

$$= \frac{\Gamma(p)}{(q^2+r^2)^{\frac{1}{2}p}}\, Cos\left(p\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right),$$

$$\int_0^\infty e^{-qx}\, Sin\, rx \,.\, x^{p-1}\, dx = \frac{1}{2i}\Big[(q-ri)^{-p}-(q+ri)^{-p}\Big]\,\Gamma(p)\,..\,(b)$$

$$= \frac{\Gamma(p)}{(q^2+r^2)^{\frac{1}{2}p}}\, Sin\left(p\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right) \; ^{*)},$$

$\{$waarin overal $q>0$ en $p \leqq 1$ is$\}$,

---

*) Zie *Exposé de la théorie des propriétés etc. des Intégrales Définies.* Amst., 1862 (= *Verhand. Kon. Akad v. Wetensch.* Afd. Natuurk. Dl. 8) p. 439, 440.

vooreerst $x^p = y$, en vervangt men dan p door $\frac{1}{p}$, zoo verkrijgt men

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\, dx = \frac{1}{pq^{\frac{1}{p}}}\,\Gamma\left(\frac{1}{p}\right) = \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{q^{\frac{1}{p}}}, \ldots\ldots\ (1)$$

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\, Cos\,(rx^p)\, dx = \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}}} \,.\, Cos\left(\frac{1}{p}\, Bgtg\, \frac{r}{q}\right), \ldots\ (2)$$

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\, Sin\,(rx^p)\, dx = \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}}} \,.\, Sin\left(\frac{1}{p}\, Bgtg\, \frac{r}{q}\right); \ldots\ (3)$$

waarin nu, even als in het vervolg van deze bijdrage, overal $p \geqq 1$.

Deze integralen bevatten nu geen stelkundigen factor meer: de eerste komt voor $q = 1$ reeds voor in de *Nouvelles Tables d'Intégrales Définies.* Leide 1867, in Table 26, N°. 4.

Stelt men in de beide laatste formulen $q = 0$, — en dit is geoorloofd, omdat de beide laatste der aangehaalde integralen ook nog voor die waarde van q blijven gelden *) — zoo worden zij

$$\int_0^\infty Cos\,(rx^p)\, dx = \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{r^{\frac{1}{p}}}\, Cos\, \frac{\pi}{2p}, \ldots\ldots\ (4)$$

$$\int_0^\infty Sin\,(rx^p)\, dx = \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{r^{\frac{1}{p}}}\, Sin\, \frac{\pi}{2p}; \ldots\ldots\ (5)$$

die voor $p = 2$ voorkomen in de *Nouv. Tables d'Int. Déf.* Table 70, N°. 1, 2.

---

*) Zie *Exposé de la Théorie* etc. p. 442.

Op deze integralen kan men met goed gevolg de methode toepassen van het differentieeren onder het integraalteeken naar eene of andere standvastige, die in de geïntegreerde functie voorkomt: de differentiatie „de curva in curvam" van LEIBNITZ. De grenzen van de integratie zijn hier van al die standvastigen geheel onafhankelijk.

2. Wil men de integralen (1), (2), (3) naar q differentiëeren, dan wordt de uitkomst bij de twee laatsten tamelijk zamengesteld, hoewel men dan later door herleiding tot eenvoudiger uitkomsten kan geraken. Beter is het dit te ontwijken; en zulks kan zeer gemakkelijk door in de tweede leden dier vergelijkingen de coefficiënten van $\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)$ te vervangen door de vormen, die in de vergelijkingen (a) en (b) coefficiënten van $\Gamma(p)$ zijn. Op die wijze verkrijgt men

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\ x^p\,dx = \frac{1}{pq^{\frac{1}{p}+1}}\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right), \ldots \ldots \ldots (6)$$

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\ Cos(rx^p)\,.\,x^p dx = \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}+\frac{1}{2}}} Cos\left\{\left(1+\frac{1}{p}\right)Bgtg\frac{r}{q}\right\}, .(7)$$

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\ Sin(rx^p)\,.\,x^p dx = \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}+\frac{1}{2}}} Sin\left\{\left(1+\frac{1}{p}\right)Bgtg\frac{r}{q}\right\}.. (8)$$

De twee laatste uitkomsten had men ook kunnen afleiden door de formulen (3) en (2) naar r te differentiëeren; in welk geval men tot dezelfde kunstgreep, als zoo even, zijn toevlucht had moeten nemen.

Maar men kan dezelfde integralen (1), (2) en (3) ook naar p differentiëeren: alsdan behandele men die vormen zelve rechtstreeks, zoodat er komt

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\, lx \,.\, x^p\, dx = \frac{-lq\,.\,\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)+\Gamma'\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p^2\,.\,q^{\frac{1}{p}+1}}\,, \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\, lx \,.\, x^p\, dx \left[-q\, Cos\,(rx^p) - r\, Sin\,(rx^p)\right] dx =$$

$$= -\frac{\Gamma'\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}}}\, Cos\left(\frac{1}{p}\, Bgtg\, \frac{r}{q}\right) +$$

$$+ \quad \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}}}\left[Bgtg\,\frac{r}{q}\,.\, Sin\left(\frac{1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right) +\right.$$

$$\left. + \quad \frac{1}{2}\, l(q^2+r^2).\, Cos\left(\frac{1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right)\right],$$

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\, lx \,.\, x^p\, dx \left[r\, Cos\,(rx^p) - q\, Sin\,(rx^p)\right] dx =$$

$$= -\frac{\Gamma'\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}}}\, Sin\left(\frac{1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right) +$$

$$+ \quad \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}}}\left[\frac{1}{2}\, l(q^2+r^2)\,.\, Sin\left(\frac{1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right) -\right.$$

$$\left. - \quad Bgtg\,\frac{r}{q}.\, Cos\left(\frac{1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right)\right].$$

Uit de beide laatste vergelijkingen kan men derhalve door oplossing de twee volgende integralen vinden

$$\left.\begin{aligned}&\int_0^\infty e^{-qx^p}\, Cos\,(rx^p)\,.\,lx\,.\,x^p\,dx =\\&=\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}+1}}\left[\left\{\frac{1}{2}rl(q^2+r^2)-q\,Bgtg\,\frac{r}{q}\right\} Sin\left(\frac{1}{p}\,Bgtg\,\frac{r}{q}\right)-\right.\\&\left.-\left\{\frac{1}{2}\,q\,l\,(q^2+r^2)+r\,Bgtg\,\frac{r}{q}\right\} Cos\left(\frac{1}{p}\,Bgtg\,\frac{r}{q}\right)\right]+\\&+\frac{\Gamma'\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}+1}}\left[q\,Cos\left(\frac{1}{p}\,Bgtg\,\frac{r}{q}\right)-r\,Sin\left(\frac{1}{p}\,Bgtg\,\frac{r}{q}\right)\right],\end{aligned}\right\}\ldots(10)$$

$$\left.\begin{aligned}&\int_0^\infty e^{-qx^p}\, Sin\,(rx^p)\,.\,lx\,.\,x^p\,dx =\\&=\frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}+1}}\left[\left\{q\,Bgtg\frac{r}{q}-\frac{1}{2}rl(q^2+r^2)\right\} Cos\left(\frac{1}{p}\,Bgtg\frac{r}{q}\right)-\right.\\&\left.-\left\{r\,Bgtg\,\frac{r}{q}+\frac{1}{2}ql(q^2+r^2)\right\} Sin\left(\frac{1}{p}\,Bgtg\,\frac{r}{q}\right)\right]+\\&+\frac{\Gamma'\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}+1}}\left[r\,Cos\left(\frac{1}{p}\,Bgtg\,\frac{r}{q}\right)+q\,Sin\left(\frac{1}{p}\,Bgtg\frac{r}{q}\right)\right].\end{aligned}\right\}\ldots(11)$$

Wat de twee integralen (4) en (5) betreft, deze kan men vooreerst naar r differentiëeren: dit geeft ons

$$\int_0^\infty Sin\,(rx^p)\,.\,x^p\,dx = \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{pr^{\frac{1}{p}+1}}\,Cos\,\frac{\pi}{2p}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

$$\int_0^\infty Cos\,(rx^p)\,.\,x^p\,dx = \frac{-\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p\,r^{\frac{1}{p}+1}}\,Sin\,\frac{\pi}{2p}\,, \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

zoo als zij ook zouden volgen uit de formulen (7) en (8), indien men daarin $q = 0$ stelde.

Maar ook dezelfde integralen kan men naar p differentieeren, dan wordt

$$\int_0^\infty Sin(rx^p).lx.x^p\,dx = \frac{-\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p^2\,r^{\frac{1}{p}+1}}\left[lr\,.\,Cos\frac{\pi}{2p} + \frac{\pi}{2}\,Sin\,\frac{\pi}{2p}\right] +$$

$$+\frac{\Gamma'\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p^2\,r^{\frac{1}{p}+1}}\,Cos\,\frac{\pi}{2p}\,, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

$$\int_0^\infty Cos(rx^p).lx.x^p\,dx = \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p^2\,r^{\frac{1}{p}+1}}\left[lr\,.\,Sin\,\frac{\pi}{2p} - \frac{\pi}{2}\,Cos\,\frac{\pi}{2p}\right] -$$

$$-\frac{\Gamma'\left(1+\frac{1}{p}\right)}{p^2\,r^{\frac{1}{p}+1}}\,Sin\,\frac{\pi}{2p} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Wanneer men in de integralen (10) en (11) $q = 0$ had gesteld, zoude men tot dezelfde uitkomsten zijn gevoerd.

3. Men kan echter ook algemeener in plaats van éénmaal, liever a maal differentieeren ten opzichte van de standvastigen onder de integraalteekens; op die wijze zal men hier tot merkwaardige uitkomsten geraken.

Voor de differentiatie naar q geeft dit ten opzichte van de integralen (1), (2) en (3), — indien men bij de twee laatste wederom de overeenkomstige vormen uit de formulen (a) en (b) gebruikt, en dan later het theorema van DE MOIVRE in toepassing brengt, —

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\, x^{ap}\, dx = \left(\frac{1}{p}\right)^{a/1} \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{q^{\frac{1}{p}+a}} = \frac{\Gamma\left(a+\frac{1}{p}\right)}{p\, q^{\frac{1}{p}+a}}, \quad . \; . \; . \; (16)$$

$$\int_0^\infty e^{-qx^p} \,.\, Cos\,(rx^p) \,.\, x^{ap}\, dx =$$

$$= \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}+\frac{1}{2}a}} \left(\frac{1}{p}\right)^{a/1} Cos \left\{\left(a+\frac{1}{p}\right) Bgtg\, \frac{r}{q}\right\} =$$

$$= \frac{\Gamma\left(a+\frac{1}{p}\right)}{p(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}+\frac{1}{2}a}}\, Cos \left\{\left(a+\frac{1}{p}\right) Bgtg\, \frac{r}{q}\right\}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; (17)$$

$$\int_0^\infty e^{-qx^p} \,.\, Sin\,(rx^p) \,.\, x^{ap}\, dx =$$

$$= \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}+\frac{1}{2}a}} \left(\frac{1}{p}\right)^{a/1} Sin \left\{\left(a+\frac{1}{p}\right) Bgtg\, \frac{r}{q}\right\} =$$

$$= \frac{\Gamma\left(a+\frac{1}{p}\right)}{p(q^2+r^2)^{\frac{1}{2p}+\frac{1}{2}a}}\, Sin \left\{\left(a+\frac{1}{p}\right) Bgtg\, \frac{r}{q}\right\}; \quad . \; . \; . \; . \; . \; (18)$$

waarbij de laatste herleiding daarop steunt, dat

$$\left(\frac{1}{p}\right)^{a/1} \Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right) = \frac{1}{p}\left(1+\frac{1}{p}\right)^{a-1/1} \Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right) = \frac{1}{p}\Gamma\left(a+\frac{1}{p}\right) (c)$$

is. Omdat nu in deze formulen $p \geqq 1$, en overigens geheel onbepaald is, kan men $ap = s$ stellen, waarbij dus $s > 1$, en overigens geheel onbepaald blijft. Alsdan worden deze formulen

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\, x^s\, dx = \frac{\Gamma\left(\frac{s+1}{p}\right)}{pq^{\frac{s+1}{p}}}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (19)$$

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\,.\, Cos(rx^p)\,.\, x^s\, dx = \frac{\Gamma\left(\frac{s+1}{p}\right)}{p(q^2+r^2)^{\frac{s+1}{2p}}}\, Cos\left(\frac{s+1}{p}\, Bgtg\, \frac{r}{q}\right), \ldots (20)$$

$$\int_0^\infty \epsilon^{-qx^p}\,.\, Sin(rx^p)\,.\, x^s dx = \frac{\Gamma\left(\frac{s+1}{p}\right)}{p(q^2+r^2)^{\frac{s+1}{2p}}}\, Sin\left(\frac{s+1}{p}\, Bgtg\, \frac{r}{q}\right); \ldots (21)$$

en deze zijn nu veel algemeener dan de vorige (6), (7) en (8), die hieruit worden afgeleid door de onderstelling $s = p$.

Wanneer men evenzoo de integralen (4) en 5) a maal differentieert ten opzichte van r, zoo komt er

$$\int_0^\infty Cos\,(\tfrac{1}{2}\, a\pi + rx^p)\,.\, x^{ap}\, dx = (-1)^a \left(\frac{1}{p}\right)^{a/1} \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{r^{\frac{1}{p}+a}}\, Cos\, \frac{\pi}{2p} =$$

$$= (-1)^a \frac{\Gamma\left(a+\frac{1}{p}\right)}{pr^{\frac{1}{p}+a}}\, Cos\, \frac{\pi}{2p}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (22)$$

$$\int_0^\infty Sin\,(\tfrac{1}{2}\, a\pi + rx^p)\,.\, x^{ap}\, dx = (-1)^a \left(\frac{1}{p}\right)^{a/1} \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)}{r^{\frac{1}{p}+a}}\, Sin\, \frac{\pi}{2p} =$$

$$= (-1)^a \frac{\Gamma\left(a+\frac{1}{p}\right)}{pr^{\frac{1}{p}+a}}\, Sin\, \frac{\pi}{2p}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (23)$$

om dezelfde reden als boven. Vermenigvuldigt men nu ten eerste deze uitkomsten (22) en (23) met $Cos\, \frac{1}{2}\, a\pi$ en $Sin\, \frac{1}{2}\, a\pi$,

en telt men de uitkomsten op, — vermenigvuldigt men ze ten tweede met $Sin\ \frac{1}{2}\,a\pi$ en $Cos\ \frac{1}{2}\,a\pi$, en neemt dan het verschil der uitkomsten; dan wordt

$$\int_0^\infty Cos\,(rx^p)\,.\,x^{ap}\,dx = (-1)^a \frac{\Gamma\left(a+\frac{1}{p}\right)}{prp^{\frac{1}{p}+a}}\,Cos\left(\frac{\pi}{2p}-\tfrac{1}{2}\,a\pi\right) =$$

$$= \frac{\Gamma\left(a+\frac{1}{p}\right)}{prp^{\frac{1}{p}+a}}\,Cos\left(\tfrac{1}{2}\,a\pi+\frac{\pi}{2p}\right) \quad , \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

$$\int_0^\infty Sin\,(rx^p)\,.\,x^{ap}\,dx = (-1)^a \frac{\Gamma\left(a+\frac{1}{p}\right)}{prp^{\frac{1}{p}+a}}\,Sin\left(\frac{\pi}{2p}-\tfrac{1}{2}\,a\pi\right) =$$

$$= \frac{\Gamma\left(a+\frac{1}{p}\right)}{prp^{\frac{1}{p}+a}}\,Sin\left(\tfrac{1}{2}\,a\pi+\frac{\pi}{2p}\right) \quad ; \ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

waarin voor $(-1)^a$ beter geschreven is $Cos\,a\pi$, en dan eene goniometrische herleiding is toegepast. Stelt men ook hier $ap = s$, waarbij voor s de bovenstaande opmerking blijft volgen, zoo verkrijgt men

$$\int_0^\infty Cos\,(rx^p)\,.\,x^s\,dx = \frac{\Gamma\left(\frac{s+1}{p}\right)}{pr^{\frac{s+1}{p}}}\,Cos\left(\frac{s+1}{2p}\,\pi\right) \quad , \ldots\ldots \quad (26)$$

$$\int_0^\infty Sin\,(rx^p)\,.\,x^s\,dx = \frac{\Gamma\left(\frac{s+1}{p}\right)}{pr^{\frac{s+1}{p}}}\,Sin\left(\frac{s+1}{2p}\,\pi\right) \quad ; \ldots\ldots \quad (27)$$

wederom algemeener dan de vroegere vormen (12) en (13), die zij bevatten voor $s = p$. Zij volgen ook uit (20) en (21), wanneer men daarin $q = 0$ neemt.

Ten einde evenzoo algemeener formulen te verkrijgen dan de gevondene (9), (10) en (11), kan men niet denzelfden weg volgen, dat is de uitkomsten (1) tot (5) van N°. 1 a maal naar p differentieeren: alsdan toch moest men het theorema van LEIBNITZ toepassen, en kan men op die wijze zijn doel niet bereiken. Maar wegens de uitkomsten, die reeds in dit N°. gevonden zijn, kan men eenen anderen weg inslaan: men kan toch de formulen (19), (20) en (21) éénmaal naar p differentieeren: en alzoo de gewenschte uitkomsten verkrijgen. Ten einde ons het werk hierbij te verlichten, vervange men

$$\frac{1}{p}\Gamma\left(\frac{s+1}{p}\right) \text{ door } \frac{1}{s+1}\Gamma\left(\frac{s+p+1}{p}\right),$$

omdat naar de theorie der Gammafunctiën

$$\frac{s+1}{p}\Gamma\left(\frac{s+1}{p}\right)=\Gamma\left(\frac{s+1}{p}+1\right) \tag{d}$$

is.

Op die wijze zal men vinden

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\, lx\,.\,x^{p+s}\,dx=\frac{-lq.\Gamma\left(\frac{s+p+1}{p}\right)+\Gamma'\left(\frac{s+p+1}{p}\right)}{p^2\, q^{\frac{s+1}{p}+1}},$$

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\, lx\,.\,x^{p+s}\,dx\left[-q\, Cos\,(rx^p)-r\, Sin\,(rx^p)\right]=$$

$$=\frac{-\Gamma'\left(\frac{s+p+1}{p}\right)}{p^2\,(q^2+r^2)^{\frac{s+1}{2p}}}\, Cos\left(\frac{s+1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right)+$$

$$+\frac{\Gamma\left(\frac{s+p+1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{s+1}{2p}}}\left[Bgtg\,\frac{r}{q}\,.\,Sin\left(\frac{s+1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right)+\right.$$

$$\left.+\tfrac{1}{2}\,l(q^2+r^2)\,.\,Cos\left(\frac{s+1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right)\right],$$

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\, lx \,.\, x^{p+s}\, dx \left[r\, Cos\,(rx^p) - q\, Sin\,(rx^p) \right] =$$

$$= \frac{-\Gamma'\left(\frac{s+p+1}{p}\right)}{p^2\,(q^2+r^2)^{\frac{s+1}{2p}}}\, Sin\left(\frac{s+1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right) +$$

$$+ \frac{\Gamma\left(\frac{s+p+1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{s+1}{2p}}} \left[\tfrac{1}{2}\, l\,(q^2+r^2)\,.\, Sin\left(\frac{s+1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right) - \right.$$

$$\left. - Bgtg\,\frac{r}{q}\,.\, Cos\left(\frac{s+1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right)\right].$$

Dewijl p en s onbepaald zijn, kan men hier overal $p + s$ door s vervangen, die evenzeer onbepaald blijft. Verder kan men, even als in N°. 2, uit de twee laatste vergelijkingen, de twee integralen oplossen, die daarin voorkomen. Alzoo komt er

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\, lx \,.\, x^s\, dx = \frac{-lq\,.\,\Gamma\left(\frac{s+1}{p}\right) + \Gamma'\left(\frac{s+1}{p}\right)}{p^2\, q^{\frac{s+1}{p}}} \quad . \; . \; . \; (28)$$

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\, Cos\,(rx^p)\,.\, lx \,.\, x^s\, dx =$$

$$= \frac{\Gamma\left(\frac{s+1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{s+p+1}{2p}}} \left[\left\{ \tfrac{1}{2} r l (q^2+r^2) - Bgtg\frac{r}{q} \right\} Sin\left(\frac{s-p+1}{p}\, Bgtg\frac{r}{q}\right) - \right.$$

$$\left. - \left\{ \tfrac{1}{2}\, q l\,(q^2+r^2) + r\, Bgtg\,\frac{r}{q} \right\} Cos\left(\frac{s-p+1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right) \right] +$$

$$+ \frac{\Gamma'\left(\frac{s+1}{p}\right)}{p^2\,(q^2+r^2)^{\frac{s+p+1}{2p}}} \left[q\, Cos\left(\frac{s-p+1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right) - \right.$$

$$\left. - r\, Sin\left(\frac{s-p+1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right)\right],$$

$$\int_0^\infty e^{-qx^p}\, Sin\,(rx^p)\,.\,lx\,.\,x\;dx =$$

$$= \frac{\Gamma\left(\frac{s+1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{s+p+1}{2p}}}\left[\left\{q\,Bgtg\frac{r}{q} - \tfrac{1}{2}rl(q^2+r^2)\right\} Cos\left(\frac{s-p+1}{p}\,Bgtg\frac{r}{q}\right) -\right.$$

$$\left. - \left\{r\;Bgtg\frac{r}{q} + \tfrac{1}{2}\,ql\,(q^2+r^2)\right\} Sin\left(\frac{s-p+1}{p}\;Bgtg\;\frac{r}{q}\right)\right] +$$

$$+ \frac{\Gamma'\left(\frac{s+1}{p}\right)}{p^2\,(q^2+r^2)^{\frac{s+p+1}{2p}}}\left[r\;Cos\left(\frac{s-p+1}{p}\;Bgtg\;\frac{r}{q}\right) +\right.$$

$$\left. + \,q\;Sin\left(\frac{s-p+1}{p}\;Bgtg\;\frac{r}{q}\right)\right].$$

Deze beide laatste waarden laten zich evenwel vereenvoudigen, zoodra men bedenkt, dat wegens

$$Cos\left(Bgtg\;\frac{r}{q}\right) = \frac{q}{\sqrt{q^2+r^2}},\quad Sin\left(Bgtg\;\frac{r}{q}\right) = \frac{r}{\sqrt{q^2+r^2}},\quad (e)$$

zoo als zij ook volgen uit de vormen (a) en (b) voor $p = 1$, men ook heeft

$$\left.\begin{array}{l} Sin\left(\dfrac{s-p+1}{p}\;Bgtg\;\dfrac{r}{q}\right) = Sin\left(\dfrac{s+1}{p}\;Bgtg\dfrac{r}{q} - Bgtg\;\dfrac{r}{q}\right) = \\ = \dfrac{1}{\sqrt{q^2+r^2}}\left[q\;Sin\left(\dfrac{s+1}{p}\;Bgtg\;\dfrac{r}{q}\right) - r\,Cos\left(\dfrac{s+1}{p}\;Bgtg\;\dfrac{r}{q}\right)\right], \\ Cos\left(\dfrac{s-p+1}{p}\;Bgtg\;\dfrac{r}{q}\right) = Cos\left(\dfrac{s+1}{p}\;Bgtg\;\dfrac{r}{q} - Bgtg\;\dfrac{r}{q}\right) = \\ = \dfrac{1}{\sqrt{q^2+r^2}}\left[q\;Cos\left(\dfrac{s+1}{p}\;Bgtg\;\dfrac{r}{q}\right) + r\;Sin\left(\dfrac{s+1}{p}\;Bgtg\;\dfrac{r}{q}\right)\right], \end{array}\right\}\quad (f)$$

Voert men deze waarden in de twee laatste integralen in, dan verkrijgt men

$$\int_0^\infty e^{-qx^p} \, Cos\,(rx^p) \,.\, lx \,.\, x^s \, dx =$$

$$= \frac{-\Gamma\left(\frac{s+1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{s+1}{2p}}} \left[Bgtg\,\frac{r}{q} \,.\, Sin\left(\frac{s+1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right) + \right.$$

$$\left. + \tfrac{1}{2}\, l(q^2+r^2) \,.\, Cos\left(\frac{s+1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right)\right] +$$

$$+ \frac{\Gamma'\left(\frac{s+1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{s+1}{p}}} Cos\left(\frac{s+1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (29)$$

$$\int_0^\infty e^{-qx^p} \, Sin\,(rx^p) \,.\, lx \,.\, x^s \, dx =$$

$$= \frac{\Gamma\left(\frac{s+1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{s+1}{2p}}} \left[Bgtg\,\frac{r}{q} \,.\, Cos\left(\frac{s+1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right) - \right.$$

$$\left. - \tfrac{1}{2}\, l(q^2+r^2) \,.\, Sin\left(\frac{s+1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right)\right] +$$

$$+ \frac{\Gamma'\left(\frac{s+1}{p}\right)}{p^2(q^2+r^2)^{\frac{s+1}{p}}} Sin\left(\frac{s+1}{p}\, Bgtg\,\frac{r}{q}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (30)$$

Deze uitkomsten (28), (29) en (30), zijn nu werkelijk de gezochte, algemeenere integralen; voor $s = q$ worden zij teruggebracht tot de vorige (9), (10) en (11). Men hadde beide laatste ook uit de formulen (20) en (21) kunnen afleiden, door deze naar de standvastige s te differentieeren: daarbij zoude evenzeer de willekeurigheid der waarde van die s overtuigend gebleken zijn.

Dezelfde bewerking kan men nu ook verrichten bij de formulen (26) en (27), dat is, men kan ze hetzij naar p, hetzij naar s differentieeren, en telkens zal de factor lx bij de functie onder het integraalteeken komen. In het laatste geval komt er tevens de factor x^s bij, in het eerste de factor x^{p+s}, zoodat men alsdan nog $p + s$ door s moet vervangen. Wij kiezen derhalve hier den gemakkelijksten weg en differentieeren naar s.

$$\int_0^\infty Cos\,(rx^p)\,.\,lx\,.\,x^s\,dx = -\frac{\Gamma\left(\frac{s+1}{p}\right)}{p^2\, r^{\frac{s+1}{p}}}\left[\tfrac{1}{2}\,\pi\, Sin\left(\frac{s+1}{2p}\pi\right) + \right.$$

$$\left. + \, lr\,.\,Cos\left(\frac{s+1}{2p}\pi\right)\right] + \frac{\Gamma'\left(\frac{s+1}{p}\right)}{p^2\, r^{\frac{s+1}{p}}}\, Cos\left(\frac{s+1}{2p}\pi\right) \quad . \; . \; . \; (31)$$

$$\int_0^\infty Sin\,(rx^p)\,.\,lx\,.\,x^s\,dx = -\frac{\Gamma\left(\frac{s+1}{p}\right)}{p^2\, r^{\frac{s+1}{p}}}\left[lr\,.\,Sin\left(\frac{s+1}{2p}\pi\right) - \right.$$

$$\left. - \tfrac{1}{2}\,\pi\,.\,Cos\left(\frac{s+1}{2p}\pi\right)\right] + \frac{\Gamma'\left(\frac{s+1}{p}\right)}{p^2\, r^{\frac{s+1}{p}}}\, Sin\left(\frac{s+1}{2p}\pi\right) \quad . \; . \; . \; (32)$$

Men kan ook nog de verkregen algemeene integralen (19), (20), (21), (26) en (27) b maal naar de standvastige s differentieeren, waardoor onder het integraalteeken de factor $(lx)^a$ geboren wordt: maar de bewerkingen bij de tweede leden dier vergelijkingen worden te zamengesteld, om ze hier neder te schrijven.

XIII. OVER DE INTEGRAAL $\int_a^b l\Gamma(x)\,dx$.

Wanneer men de bepaalde integraal

$$l\Gamma(x) = \int_0^\infty \frac{e^{-y}dy}{y}\left(x-1 - \frac{1-e^{-(x-1)y}}{1-e^{-y}}\right) \text{ *)} \qquad (a)$$

naar x integreert tusschen de grenzen q en $q+1$, zoo komt er

$$\int_q^{q+1} l\Gamma(x)\,dx = \int_0^\infty \frac{e^{-y}\,dy}{y}\int_q^{q+1}\left(x-1 - \frac{1-e^{-(x-1)y}}{1-e^{-y}}\right)dx, \quad (b)$$

waarbij de orde in het integreeren is omgekeerd. De laatste integraal is gemakkelijk als onbepaalde integraal te integreeren, en geeft dan

$$\tfrac{1}{2}\,x^2 - x - \frac{x + e^y \frac{1}{y}\, e^{-xy}}{1-e^{-y}},$$

waarna voor het tweede lid van (b) volgt

$$= \int_0^\infty \frac{e^{-y}\,dy}{y}\left\{q + \tfrac{1}{2} - 1 - \frac{1 + \frac{1}{y}e^y\left(e^{-(q+1)y} - e^{-qy}\right)}{1-e^{-y}}\right\} =$$

$$= \int_0^\infty \frac{e^{-y}\,dy}{y}\left\{q - \tfrac{1}{2} - \frac{1}{1-e^{-y}} + \frac{e^{-(q-1)y}}{y}\right\} =$$

$$= \int_0^\infty \frac{dy}{y}\left\{\frac{1}{y} - \tfrac{1}{2}\,e^{-y} - \frac{e^y}{1-e^{-y}}\right\} + \int_0^\infty \frac{dy}{y}\left\{q\,e^{-y} + \frac{e^{-qy}-1}{y}\right\}.$$

---

*) Zie *Nouvelles Tables d'Intégrales Définies,* Table 94 N°. 7.

De beide integralen in het tweede lid zijn nu bekend. De eerste is gelijk aan $\frac{1}{2}\, l\, 2\, \pi$ *), de laatste aan $q l q - q$ †). Derhalve is

$$\int_q^{q+1} l\, \Gamma(x)\, dx = q\, l\, q - q + \tfrac{1}{2}\, l\, 2\, \pi \text{ §)}. \qquad (c)$$

Wanneer men $y = x + q$ stelt, volgt daaruit

$$\int_0^1 l\, \Gamma(x+q)\, dx = \tfrac{1}{2}\, l\, 2\, \pi + q\, l\, q - q \text{ **)}. \qquad (d)$$

Vervangt men in deze laatste uitkomst q door p en trekt men af, dan verkrijgt men

$$\int_0^1 l\, \frac{\Gamma(x+p)}{\Gamma(x+q)}\, dx = q\, l\, q - p\, l\, p - (q-p) \ldots\ldots\ldots (1)$$

nu geheel onafhankelijk van $l\, 2\, \pi$.

Neemt men daarentegen in de vergelijking (d) q gelijk aan nul, zoo wordt $q\, l\, q = 0 . \infty$.

Maar naar de bekende regels heeft men

$$\frac{l\, q}{q^{-1}} = \frac{\frac{1}{q}}{-q^{-2}} = -q, \text{ dus } = 0.$$

Derhalve is

$$\int_0^1 l\, \Gamma(x)\, dx = \tfrac{1}{2}\, l\, 2\, \pi \text{ ††)}.$$

---

*) Zie *Nouvelles Tables d'Intégrales Définies*. Table 94 „ 32.

†) „ „ „ „ „ „ 89 „ 24.

§) „ „ „ „ „ „ 340 „ 7.

**) „ „ „ „ „ „ 340 „ 5.

††) „ „ „ „ „ „ 340 „ 2.

Verder is

$$\int_0^1 l\,\Gamma(2x)dx = \tfrac{1}{2}\int_0^2 l\,\Gamma(y)\,dy = \tfrac{1}{2}\left[\int_0^1 l\,\Gamma(x)\,dx + \int_1^2 l\,\Gamma(x)\,dx\right]. \quad (e)$$

of wanneer men in de laatste integraal $x = y + 1$ stelt, zoodat zij $\int_0^1 l\,\Gamma(y+1)\,dy$ wordt,

$$\int_0^1 l\,\Gamma(2x)\,dx = \tfrac{1}{2}\left[\int_0^1 l\,\Gamma(x)\,dx + \int_0^1 l\,\Gamma(x+1)\,dx\right] =$$

$$= \tfrac{1}{2}\left[\tfrac{1}{2}\,l\,2\pi + (\tfrac{1}{2}\,l\,2\pi - 1)\right] = \tfrac{1}{2}(l\,2\pi - 1) \quad . \; . \; . \quad (2)$$

wanneer men de waarden der beide integralen van het tweede lid naar (e) en naar (d), voor $q = 1$, substitueert.

Om eindelijk algemeener $\int_0^1 l\,\Gamma(ax)\,dx$ te vinden, waar a een geheel getal voorstelt, stelle men $ax = y$: dan wordt

$$a\int_0^1 l\,\Gamma(ax)\,dx = \int_0^a l\,\Gamma(x)\,dx\,. \qquad (f)$$

In deze laatste integraal kan men den afstand der grenzen der integratie 0 en a in a nieuwe afstanden verdeelen, die telkens eene eenheid bevatten: men vindt dan

$$\int_0^a l\,\Gamma(x)\,dx = \int_0^1 l\,\Gamma(x)\,dx + \int_1^2 l\,\Gamma(x)\,dx \;.\;\;.\; +$$

$$+ \int_h^{h+1} l\,\Gamma(x)\,dx + \ldots + \int_{a-1}^{a} l\,\Gamma(x)\,dx\,.$$

Voert men in elke dezer integralen $\int_h^{h+1} l\,\Gamma(x)\,dx$, de substitutie $x = y + h$ in, dat is

$$\int_h^{h+1} l\,\Gamma\,(x)\,dx = \int_0^1 l\,\Gamma\,(x+h)\,dx$$

zoo komt er

$$\int_0^a l\,\Gamma\,(x)\,dx = \int_0^1 l\,\Gamma\,(x)\,dy + \int_0^1 l\,\Gamma\,(x+1)\,dx \;.\;.\;. +$$

$$+ \int_0^1 l\,\Gamma\,(x+k)\,dx + \ldots + \int_0^1 l\,\Gamma\,(x+a-1)\,dx.$$

Hierbij kan men nu de boven gevonden integralen (e) en (d) gebruiken, wanneer men in d achtereenvolgens $q = 1, = 2,$ $\ldots = a - 1$ stelt: en dit geeft ons

$$\int_0^a l\,\Gamma\,(x)\,dx = \tfrac{1}{2}\,l\,2\,\pi + (\tfrac{1}{2}\,l\,2\,\pi - 1) + (\tfrac{1}{2}\,l\,2\,\pi + 2\,l\,2 - 2) +$$

$$+ (\tfrac{1}{2}\,l\,2\pi + 3\,l\,3 - 3) + . + (\tfrac{1}{2}\,l\,2\,\pi + h\,l\,h - h) +$$

$$\ldots + \left\{\tfrac{1}{2}\,l\,2\,\pi + (a-1)\,l\,(a-1) - (a-1)\right\}$$

$$= a\,.\,\tfrac{1}{2}\,l\,2\,\pi - \tfrac{1}{2}\,a\,(a-1) + l \mathop{P}_{n=2}^{n=a-1} n^n =$$

$$= \tfrac{1}{2}\,a\,\left\{l\,2\,\pi - (a-1)\right\} + \sum_{n=2}^{n=a-1} n\,l\,n \;\;.\;.\;.\; (3)$$

en derhalve naar (f)

$$\int_0^1 l\,\Gamma\,(ax)\,dx = \tfrac{1}{2}\,l\,2\,\pi - \tfrac{1}{2}(a-1) + \frac{1}{a} \sum_{n=2}^{n=a-1} n\,l\,n \;\;.\;.\;.\; (4)$$

Uit de vergelijking (3) leidt men verder af, als men a door b vervangt, en dan de uitkomsten van elkander aftrekt

$$\int_a^b l\,\Gamma(x)\,dx = \int_0^b l\,\Gamma(x)\,dx - \int_0^a l\,\Gamma(x)\,dx =$$

$$= (b-a)\tfrac{1}{2}\,l\,2\pi - \tfrac{1}{2}b(b-1) + \tfrac{1}{2}a(a-1) + \sum_{n=a}^{n=b-1} nln$$

$$= \tfrac{1}{2}(b-a)\left\{l\,2\pi - a - b + 1\right\} + \sum_{n=a}^{n=b-1} nln \,..(5)$$

en deze op hare beurt levert weder

$$\int_a^b l\,\Gamma(x+c)\,dx = \int_{a+c}^{b+c} l\,\Gamma(x)\,dx =$$

$$= \tfrac{1}{2}(b-a)\left\{(l\,2\pi - a - b - 2c + 1)\right\} + \sum_{n=a+c}^{n=b+c-1} n\,l\,n \,..(6)$$

$$\int_a^b l\,\Gamma(cx)\,dx = \frac{1}{c}\int_{ac}^{bc} l\,\Gamma(x)\,dx =$$

$$= \tfrac{1}{2}(b-a)\left\{l\,2\pi - (a+b)c + 1\right\} + \frac{1}{c}\sum_{n=ac}^{n=bc+1} n\,l\,n \,..(7)$$

waarin nu a, b, c willekeurige geheele getallen zijn.

De laatste uitkomst geeft ons

$$\int_0^{\frac{b-a}{c}} l\,\Gamma(x)\,dx = \frac{1}{c}\int_0^{b-a} l\,\Gamma\left(\frac{x}{c}\right)dx =$$

$$= \frac{1}{c}\left[\tfrac{1}{2}(b-a)\left\{l\,2\pi - (b-a)\frac{1}{c} + 1\right\} + c\sum_{n=1}^{n=\frac{b-a}{c}+1} nln\right]$$

$$= \tfrac{1}{2}\,\frac{b-a}{c}\left\{l\,2\pi - \frac{b-a}{c} + 1\right\} + \sum_{n=1}^{n=\frac{b-a}{c}+1} nln \;.\,(8^a)$$

waarin de sommatie bij $n = 1$ is begonnen, omdat de term $n \, l \, n$ voor $n = 0$ naar het boven ingestelde onderzoek verdwijnt.

Dewijl hierin $\frac{b-a}{c}$ geheel willekeurig is, kan men $\frac{b-a}{c} = y$ stellen, en verkrijgt alsdan

$$\int_0^y l\Gamma(y)\,dy = \tfrac{1}{2}\,y\,\{l\,2\,\pi - y + 1\} + \sum_{n=1}^{n=\frac{b-a}{c}+1} n\,l\,n \quad \ldots . \; (8)$$

Men ontmoet hier een dier zeldzame gevallen, dat de theorie der bepaalde integralen voert tot de kennis eener onbepaalde integraal, zoodra het namelijk gelukt de laatste sommatie als functie van y uit te drukken.

DESCRIPTION ET FIGURE DU

CICHLA TEMENSIS HUMB.

PAR

P. BLEEKER.

Cichl. corpore subelongato compresso, altitudine 4 et paulo in ejus longitudine absque pinna caudali, $5\frac{2}{5}$ circ. in ejus longitudine usque ad apicem pinnae caudalis superiorem; latitudine corporis 2 circ. in ejus altitudine; capite acuto 3 circ. in longitudine corporis absque pinna caudali, 4 circ. in longitudine corporis usque ad apicem pinnae caudalis superiorem; altitudine capitis $1\frac{1}{2}$ circ.-, latitudine capitis $2\frac{3}{5}$ circ. in ejus longitudine, oculis diametro $4\frac{1}{2}$ fere in longitudine capitis, diametro 1 circ. distantibus; naribus ante medium oculum perforatis oculo quam apici rostri propioribus; linea rostro-frontali concaviuscula; rostro acuto oculo multo longiore; osse suborbitali sub oculo oculi diametro longitudinali multo minus duplo humiliore; maxilla superiore maxilla inferiore breviore, valde protractili, sub oculi margine anteriore desinente, $2\frac{1}{2}$ circ. in longitudine capitis; dentibus maxillis parvis intermaxillaribus anterioribus 7-8 seriatis, inframaxillaribus anterioribus 4-seriatis; vertice et fronte usque inter medios oculos squamosis; praeoperculo squamis in series 16 circ. transversas dispositis, margine libero edentulo, limbo alepidoto; linea laterali rectiuscula sub media dorsali radiosa interrupta, parte inferiore pinna caudali trifurcata; squamis corpore ctenoideis angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis in series 106 ad 116 transversas dispositis; squamis 34 ad 36 in serie transversali ventrem inter et pinnam dorsalem quarum 12 ou 13 lineam lateralem inter et mediam dorsalem spinosam; cauda

parte libera sat multo longiore quam postice alta; pinna dorsali parte spinosa basi leviter, parte radiosa basi late squamata; dorsali spinosa dorsali radiosa multo longiore, spinis sat gracilibus 3ª 4ª et 5ª ceteris longioribus 2 fere in altitudine corporis, spina penultima spina 3ª duplo circ. breviore, spina ultima spina penultima conspicue longiore radio 1° multo breviore; dorsali radiosa dorsali spinosa altiore, longiore quam alta, obtuse rotundata; pectoralibus acutis capite absque rostro longioribus; ventralibus acutis antice squamosis capite absque rostro brevioribus; anali tota fere squamata dorsali radiosa multo breviore et paulo humiliore, altiore quam longa, obtusa rotundata, spinis 3 contiguis posteriore ceteris longiore; caudali tota fere squamosa, truncatiuscula, capite paulo breviore, angulo superiore producto acutissimo; colore corpore superne violascente-olivaceo, inferne olivascente; iride coerulescente margine pupillari aurea; vitta oculo-maxillari obliqua fusca; corpore ocellis sat numerosis margaritaceis in series 5 vel 6 longitudinales valde irregulares dispositis; dorso maculis 2 rotundis majoribus nigris lineae dorsali approximatis anteriore sub parte posteriore pinnae dorsalis spinosae, posteriore vix ante medium dorsalis radiosae; pinnis dorsali et caudali violaceis, ceteris aurantiacis; dorsali ocellis numerosis margaritaceis, caudali superne ocellis aliquot margaritaceis margine posteriore fusca vel nigricante, basi dimidio superiore ocello magno nigro margaritaceo vel flavescente annulato.

B. 5. D. 15/16 vel 15/17. P. 2/14. V. 1/5. A. 3/11. C. 1/14/1 et lat. brev.

Syn. *Cichla temensis* Humb., Observ. zoöl. II p. 169; Heck., Brasil. Fluss-Fische, Ann. Wien. Mus 1840, II p. 408, Günth., Cat. Fish. IV p. 304.

Cichla tucunare Heck., l. c. p. 409.

Hab.?

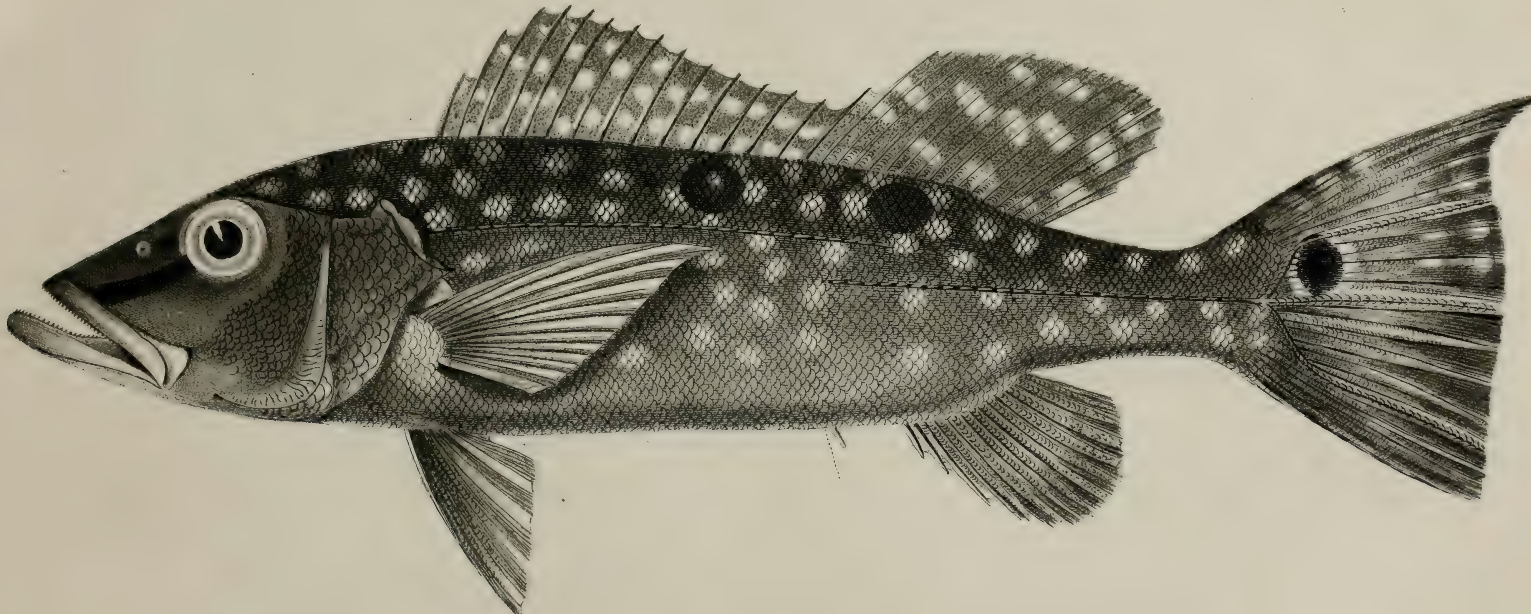
Longitudo speciminis unici 200‴.

Rem. Le seul individu que je connais de cette belle espèce fait partie des collections du Musée de Leide. Son étiquette ne portant qu'un „?" je ne puis rien dire de son origine, mais on sait que l'espèce habite les fleuves du Brésil. Je compte

bien distinctement onze rayons à l'anale, c'est à dire deux de plus que ne donne à l'espèce M. Günther. La hauteur du corps mesure plus de 5 fois dans la longueur totale M. Günther donne cette hauteur comme „one-fourth of the total length." Je ne vois pas sur l'individu de Leide les trois bandes verticales noirâtres du corps, décrits par M. Günther, mais seulement les deux taches noires indiquées ci-dessus. Von Humboldt, dans sa note sur le Cichla temensis (Observ. zoöl. II p. 169) dit expressément de cette espèce „pas de bandes transversales." Il paraît aussi qu'il n'ait pas observé les taches noires du dos. Ces bandes et taches n'indiquent donc probablement que des variations individuelles. La figure que j'ajoute ici est la première qui vient d'être publiée de l'espèce.

L'Acharnes speciosus Müll. Trosch., Hor. ichth. III p. 27 tab. 5 fig. 3, est manifestement une espèce fort voisine mais qui pourrait bien n'être pas distincte du Cichla ocellaris Bl. Schn. Les auteurs des Horae ichthyologicae ont très-bien observé la trifurcation de la ligne latérale sur la nageoire caudale et la simplicité des narines de chaque côté du museau (caractère de famille).

La Haye, Aôut 1872.



CICHLA TEMENSIS HUMB.

TROISIEME NOTICE

SUR LA

FAUNE ICHTHYOLOGIQUE DES ÎLES AROU

PAR

P. BLEEKER.

Depuis la publication des deux notices antérieures *) sur les poissons des îles Arou, j'ai eu l'occasion d'examiner de nouvelles collections de cet archipel, faites par MM. Hoedt, Ludeking et Lans.

J'ai trouvé dans ces collections plus de 70 espèces de poissons dont les suivantes n'étaient pas connues jusqu'ici des îles Arou.

1. Crayracion immaculatus Blkr.
2. Pseudaluteres nasicornis Blkr.
3. Cheilinus chlorurus Blkr.
4. Halichoeres poëcila Blkr.
5. Julis dorsalis. QG.
6. Pomacentrus bankanensis Blkr.
7. Glyphidoden waigiensis CV.
8. Heliases coeruleus CV.
9. Priacanthus hamrur CV.

*) Notice sur la faune ichthyologique des îles Arou, Versl. Kon. Akad. Wet. Afd. Natuurk. XVI p. 366, Ned. Tijdschr. Dierk. II. p. 101.

Deuxième notice sur la faune ichthyologique des îles Arou, Versl. Kon. Akad. Wet. Afd. Natuurk. Tweede Reeks. II p. 305.

10. Lutjanus amboinensis Blkr.
11. 〃 vitta Blkr.
12. Psammoperca waigiensis Blkr.
13. Therapon (Helotes) sexlineatus Blkr.
14. Amia hypselonotus Blkr.
15. Apogonichthys punctulatus Blkr.
16. Sebastes polylepis Günth.
17. Pseudomonopterus zebra Blkr.
18. Holacanthus bicolor Bl.
19. Tetragonoptrus Rafflesi Blkr.
20. 〃 vagabundus Blkr.
21. Leiognathus splendens Blkr.
22. 〃 fasciatus Blkr.
23. Parupeneus macronema Blkr.
24. Teuthis marmorata Blkr.
25. Acanthurus ctenodon CV.
26. Parapercis cancellata Blkr.
27. Uranoscopus bicinctus Schl.
28. Gobius caninoides Blkr.
29. 〃 criniger Val.
30. Valenciennesia sexguttata Blkr.
31. Salarias (Cirripectes) polyzona Blkr.
32. 〃 (Salarias) melanocephalus Blkr.
33. Mastacembelus leiurus Blkr.
34. Hemirhamphus Quoyi Val.
35. Exocoetus oxycephalus Blkr.
36. Synodus synodus Blkr.

Le nombre des espèces actuellement connues des îles Arou monte à 89, sav.

1. Carcharinus (Prionace) amboinensis Blkr.
2. Crossorhinus dasypogon Blkr.
3. Tetraodon sceleratus L. Gm. = Tetraodon argenteus Lac.
4. Crayracion immaculatus Blkr = Tetraodon immaculatus Blkr.
5. Monacanthus chinensis Cuv. = Monacanthus geographicus Cuv.
6. 〃 hajam Blkr. = Monacanthus tomentosus Blkr. (nec Cuv.)

7. Monacanthus tomentosus Cuv. = Monacanthus trichurus Blkr.
8. Pseudaluteres nasicornis Blkr = Aleuteres nasicornis Schl.
9. Gymnothorax fimbriatus Blkr = Gymnothorax isingleenoides Blkr.
10. 〃 tessellatus Blkr = Muraena tessellata Rich.
11. Gymnomuraena micropterus Blkr = Uropterygius micropterus Blkr.
12. Plotosus arab Blkr = Plotosus anguillaris Lac.
13. Cannorhynchus serratus Blkr = Fistularia serrata Cuv. = Cannorhynchus immaculatus Cant.
14. Salarias (Salarias) melanocephalus Blkr.
15. 〃 (Cirripectes) polyzona Blkr.
16. Platophrys (Platophrys) pantherinus Blkr = Rhomboidichthys pantherinus Günth.
17. Achirus pavoninus Lac.
18. Batrachus diemensis Rich.
19. Uranoscopus bicinctus Schl.
20. Parapercis cylindrica Blkr = Percis cylindrica CV.
21. 〃 cancellata Blkr = Percis cancellata CV.
22. Gobius caninoides Blkr.
23. 〃 criniger Val.
24. 〃 notacanthus Blkr.
25. Valenciennesia sexguttata Blkr = Eleotris sexguttata Val.
26. Echeneis neucrates L.
27. Leiognathus edentulus Blkr = Equula ensifera CV.
28. 〃 fasciatus Blkr = Equula fasciata et filigera CV.
29. 〃 splendens Blkr = Equula gomorah et splendens CV.
30. Rhombotides lineatus Blkr = Acanthurus lineatus Bl. Schn.
31. Acanthurus ctenodon CV.
32. Teuthis puella Günth. = Amphacanthus puella Schl.
33. 〃 marmorata Blkr = Amphacanthus marmoratus CV.
34. Scarichthys auritus Blkr = Scarus naevius Val.
35. Pseudoscarus aeruginosus Blkr = Scarus aeruginosus Val.
36. Cheilinus chlorurus Cuv.
37. Cheilio inermis Rich.
38. Platyglossus Hoevenii Blkr = Julis (Halichoeres) Hoevenii Blkr.

39. Halichoeres poëcila Blkr = Julis poecila Lay Renn.
40. Julis dorsalis QG.
41. 〃 lunaris Val.
42. Güntheria scapularis Blkr = Güntheria coeruleovittata Blkr = Platyglossus scapularis Günth.
43. Stethojulis phekadopleura Günth. = Julis (Halichoeres) phekadopleura Blkr.
44. Pomacentrus bankanensis Blkr.
45. Tetradrachmum arcuatum Cant. = Dascyllus aruanus CV.
46. Glyphidodon antjerius K. V. H.
47. 〃 rahti CV.
48. 〃 waigienis CV.
49. Heliases ternatensis Blkr.
50. 〃 coeruleus CV.
51. Holocentrum rubrum Rüpp. = Holocentrum orientale CV.
52. Priacanthus hamrur CV. = Priacanthus Blochii et fax Blkr.
53. Psammoperca waigiensis Blkr = Labrax waigiensis CV.
54. Therapon (Helotes) sexlineatus Blkr = Helotes sexlineatus CV.
55. 〃 (Pelates) quadrilineatus Blkr = Therapon Cuvieri Blkr.
56. Lutjanus bottonensis Blkr = Mesoprion bottonensis CV.
57. 〃 decussatus Blkr = Mesoprion decussatus CV.
58. 〃 amboinensis Blkr = Mesoprion amboinensis Blkr.
59. 〃 vitta Blkr = Diacope vitta Schl.
60. Pentapus nemurus Blkr = Heterognathoden nemurus Blkr.
61. Gymnocranius griseus Blkr = Dentex griseus Schl.
62. Lethrinus ornatus CV. = Lethrinus xanthotaenia Blkr.
63. Grammistes orientalis Bl. Schn.
64. Parupeneus barberinus Blkr = Upeneus barberinus CV.
65. 〃 macronema Blkr = Upeneus lateristriga CV.
66. 〃 multifasciatus Blkr = Upeneus trifasciatus CV. = Parapeneus trifasciatus Blkr.
67. Amia bandanensis Blkr = Apogon bandanensis Blkr.
68. 〃 cyanotaenia Blkr = Apogon cyanotaenia Blkr.
69. 〃 fasciata Gill = Apogon novemfasciatus CV.
70. 〃 hypselonotus Blkr = Apogon hypselonotus Blkr.
71. Apogonichthys polystigma Blkr.
72. 〃 punctulatus Blkr.

73. Holacanthus bicolor Bl.
74. Tetragonoptrus Rafflesi Blkr = Chaetodon princeps CV.
75. 〃 vagabundus Blkr = Chaetodon vagabundus Blkr.
76. 〃 vittatus Blkr = Chaetodon vittatus Bl. Schn.
77. Pseudomonopterus antennatus Blkr = Pterois antennata CV.
78. 〃 zebra Blkr = Pterois zebra CV.
79. Sebastes polylepis Günth. = Scorpaenopsis polylepis Blkr.
80. Scorpaena bandanensis Blkr = Scorpaena aplodactylus Blkr.
81. 〃 polyprion Blkr.
82. Scorpaenopsis gibbosus Blkr = Scorpaena gibbosa Bl. Schn.
83. Mastacembelus annulatus Blkr = Mastacembel. giganteus Blkr.
84. 〃 leiurus Blkr = Belone leiurus Blkr.
85. Hemirhamphus Quoyi Val.
86. Exocoetus oxycephalus Blkr.
87. Synodus synodus Blkr = Saurus varius Günth.
88. 〃 myops Blkr = Saurus myops CV.
89. Saurida nebulosa Val.

La Haye, Janvier 1872.

MEDEDEELINGEN

OMTRENT EENE

HERZIENING DER INDISCH-ARCHIPELAGISCHE SOORTEN

VAN

EPINEPHELUS, LUTJANUS, DENTEX

EN VERWANTE GESLACHTEN.

DOOR

P. BLEEKER.

De onderstaande aanteekeningen hebben betrekking tot eenige uitkomsten, verkregen door eene herziening van de talrijke soorten mijner verzameling, behoorende tot de hierboven genoemde en eenige verwante geslachten. In drie afzonderlijke bijdragen, bestemd voor de Verhandelingen der Akademie, en gedeeltelijk reeds ter perse, zijn alle die soorten naar een verbeterd schema beschreven en is meer in het bijzonder gelet op verschillende wezenlijke kenmerken, vroeger door de meeste ichthyologen veronachtzaamd. Ik verwijs daarvoor, alsmede voor vele opmerkingen waartoe de herziening aanleiding gaf, naar de bijdragen zelve en bepaal mij hier slechts tot eenige losse aanteekeningen, die ik al dadelijk ter kennis van de ichthyologen wensch te brengen.

De geslachtsnaam *Synagris* Klein heeft recht van prioriteit boven dien van Dentex Cuv. De typische soort van Klein is dezelfde als die van Cuvier. De naam Synagris behoort alzoo behouden te blijven voor Dentex vulgaris en verwante soorten.

De naam van Dentex kan dan gebezigd worden voor de soorten, door den heer Günther van Dentex afgescheiden onder den naam van Synagris. Behalve deze laatste type is nog een andere groep soorten van die van Dentex Cuv. af te zonderen. Ik breng die onder den generischen naam Gymnocranius, voorgesteld door den heer Klunzinger. Dit genus is herkenbaar aan de afwezigheid van schubben op kruin en voorhoofd, aan kleine hondstanden en beschubten aarsvingrond.

Pentapus en Heterognathodon vormen een enkel geslacht. Heterognathodonten zijn echte Pentapoden, maar met getand preoperkel. Onder de soorten van Pentapus is er echter één die tot eene afzonderlijke type behoort, t. w. Pentapus aureolineatus. Deze soort onderscheidt zich niet alleen door de getande kam van het os supramaxillare, maar ook door de afwezigheid van schubben op kruin en voorhoofd. Ik noem dit geslacht *Gnathodentex*, en de eenige totdusver bekende soort Gnathodentex aureolineatus.

Onder de soorten van Dentex (Synagris Günth.) mijner verzameling, vind ik een paar nog onbeschrevene. Ik heb ze genoemd Dentex hypselognathus en isacanthus. De kenmerken zijn de volgende:

Dentex hypselognathus Blkr. — Altitudo corporis minus quam 4 in ejus longitudine absque pinna caudali. Dentes canini inframaxillares. Membrana dorsalis non incisa. Spinae dorsales mediae ceteris longiores. Os suborbitale obtusangulum, altitudine minus quam 2 in oculi diametro longitudinali, margine posteriore valde obliquo. Praeoperculum edentulum limbo alepidoto parte squamata non graciliore. Dentes intermaxillares serie externa 15 à 18. Corpus pinnaeque vittis conspicuis nullis. Hab. Java, Celebes.

Dentex isacanthus Blkr. — Altitudo corporis minus quam 4 in ejus longitudine absque pinna caudali. Dentes canini inframaxillares. Membrana dorsalis non incisa. Spinae dorsales 7 posteriores aequales. Os suborbitale obtusangulum, altitudine minus quam 2 in oculi diametro longitudinali, margine posteriore valde obliquo. Praeoperculum margine posteriore scabrum,

limbo alepidoto parte squamata duplo graciliore. Dentes intermaxillares serie externa 30 circ. Pinna dorsalis basi vitta longitudinali flava. Hab. Java, Sumatra.

De beide volgende soorten werden vroeger tenonrechte beschouwd als te behooren tot Dentex tambulus CV en Dentex ruber CV.

Dentex sundanensis Blkr. — Altitudo corporis 4 circ. in ejus longitudine absque pinna caudali. Dentes canini inframaxillares. Membrana dorsalis non incisa. Spinae dorsales mediae ceteris longiores. Altitudo capitis longitudini ejus absque operculo aequalis. Os suborbitale altitudine oculi diametro verticali aequalis. Dentes intermaxillares et inframaxillares serie externa 15 ad 20. Praeoperculum edentulum limbo alepidoto aeque lato ac parte ejus squamosa. Caput obtusum, linea rostro-frontali convexa. Corpus vittis longitudinalibus flavis. Syn. *Dentex tambulus* Blkr Verh. Bat. Gen. XXXII Spar p. 12 (nec CV). — Hab. Java, Bangka, Biliton, Celebes.

Dentex gracilis Blkr. — Altitudo corporis $4\frac{1}{3}$ circ. in ejus longitudine absque pinna caudali. Altitudo capitis longitudini ejus absque operculo aequalis. Dentes canini inframaxillares nulli. Dentes intermaxillares serie externa 15 ad 16. Membrana dorsalis non incisa. Spinae dorsales 6 posteriores aequales. Praeoperculum edentulum, limbo alepidoto parte ejus squamosa duplo graciliore. Os suborbitale oculi diametro verticali duplo humilius. Corpus vittis longitudinalibus flavis. — Syn. *Dentex ruber* Blkr Verh. Bat. Gen. XXIII Sar. p. 12 (nec CV.). Hab. Java, Nias, Celebes, Amboina.

Een nader onderzoek van Dentex griseus Schl. en Lobotes microprion Blkr (= Dentex lethrinoides Blkr) heeft doen zien, dat beide soorten inderdaad verschillen eu niet, zoo als ik vroeger aannam, tot een enkele soort behooren. Ik heb ze op nieuw beschreveu onder de namen *Gymnocranius griseus* en *lethrinoides*. Het geslacht Gymnocranius werd als subgenus voorgesteld door den heer Klunzinger. Eene andere soort van dit geslacht, ook door mij als eigen genus herkend, maar waarvan de naam Paradentex later werd gedrukt dan die van Gymnocranius, is Dentex microdon Blkr, in den Atlas ichthyologique des Indes

orientales nérlandaises afgebeeld (doch foutievelijk zonder aarsvinschubscheede) onder den naam *Paradentex microdon.*

Ik bezit bovendien van Gymnocranius eene nieuwe soort, welker voornaamste karakters hieronder worden teruggegeven.

Gymnocranius frenatus Blkr. — Altitudo corporis $2\frac{2}{5}$ in ejus longitudine absque pinna caudali. Caput aeque altum ac longum. Oculi diametro $2\frac{3}{4}$ in longiudine capitis. Dentes canini inframaxillares parvi. Preoperculum squamis 4-5-seriatis, limbo alepidoto parte ejus squamosa duplo graciliore. Spinae dorales flexiles mediae ceteris longiores. Radii caudales medii oculo longiores. Vitta rostro-ocularis aurea. Lobi caudales macula magna fuscescente. Squam. l. tr. $\frac{6}{16}$ — D. 10/10 vel 10/11. A. 3/10 vel 3/11. — Hab. Celebes.

Scolopsides caninus CV. is een Pentapus. Heterognathodon bifasciatus en xanthopleura behooren tot dezelfde soort, die dus behoort genoemd te worden *Pentapus caninus.*

Ik bezit slechts eene enkele soort van Lutjanus die mij voorkomt in de wetenschap nog niet bekend te zijn. Haar voornaamste kenmerken zijn de volgende:

Lutjanus oligolepis Blkr. Caput superne alepidotum. Series squamarum longitudinales supra lineam lateralem 6 horizontales non obliquae lineae dorsali parallelae. Series squamarum transversales 45 vel 46 supra et totidem infra lineam lateralem. Preoperculum squamis 5-seriatis. Dentes vomerini in thurmam triangularem, linguales in thurmam oblongam dispositi. Spinae dorsi 10, posterior penultima longior. Macula magna nigra in linea laterali ex parte sub dorsali spinosa sita. Hab. Sumatra, Java, Celebes, Ternata, Amboina.

Lutjanus vitta Blkr = Serranus vitta. QG. = Mesoprion vitta Blkr, verschilt niet soortelijk van Mesoprion Ophuysenii Blkr.

Lutjanus erythropterus Bl. is dezelfde soort als Mesoprion caroui CV., als Diacope lineolata Rüpp. en waarschijnlijk ook als Serranus nouleny CV.!

Mesoprion Bleekeri Günth., terecht door den heer Günther

beschouwd als verschillende van Mesoprion lineolatus Blkr, is in de groote Histoire naturelle des Poissons zeer goed herkenbaar aangeduid onder den naam van Serranus biguttatus en zal dus voortaan behooren genoemd te worden *Lutjanus biguttatus.*

Het zou mij niet bevreemden indien uit een nader onderzoek van *Serranus lemniscatus* CV. bleek, dat ook deze soort een Lutjanus is en niet verschillende van Lutjanus melanotaenia Blkr.

Lutjanus amboinensis Blkr verschilt waarschijnlijk niet van Diacope rufolineata CV.

Lutjanus dodecacanthus Blkr is dezelfde soort als *Lutjanus malabaricus* Blkr (Mesoprion malabaricus CV.).

Diacope bitaeniata CV. van Celebes is blijkbaar geene andere soort als *Lutjanus lunulatus* Bl. Schn. (Perca lunulata Mungo Park).

Mesoprion monostigma CV.? Blkr., Verh. Bat. Gen. XXII Perc. p. 42 heb ik op nieuw beschreven als eigen soort onder den naam van *Lutjanus lioglossus.*

Mèsoprion gembra CV., Cant., Blkr, is blijkbaar geene andere soort als Sciaena argentimaculata Forsk. Ik breng hiertoe ook Mesoprion taeniops CV. De soort behoort dus genoemd te worden *Lutjanns argentimaculatus.*

De geslachten Chaetopterus Schl., Pristipomoides Blkr., Sparopsis Kner en Platyinius Gill behooren tot eene zelfde generische type, even als *Aprion* CV. De laatste naam heeft recht van eerstgeboorte en behoort dus behouden te blijven. De kenmerken van dit genus waren totdusver zeer onvoldoende beschreven. Mesoprion microchir Blkr en Sparopsis elongatus Kner zijn synoniemen van *Aprion virescens* CV.

Het geslacht Etelis CV. is zeer na verwant aan Aprion, en verschilt er slechts van door diep uitgerande rugvin en bovenkaakschubben. Het behoort alzoo tot de Lutjanini en niet tot de Anthianini, waaronder ik het nog niet lang geleden, doch tenonrechte, geplaatst heb. Etelis CV. is, zoo als

reeds door den heer Gill opgemerkt werd, hetzelfde genus als Elastoma Swns., Hesperanthias Lowe en Macrops C. Duméril.

De soorten van den Indischen archipel vroeger als Serrani beschreven, behooren tot vier verschillende geslachten, t. w. Epinephelus, Cromileptes, Anyperodon en Variola. Serranus urophthalmus Blkr is een Anyperodon, Serranus melanotaenia Blkr een Variola en niet soortelijk verschillend van Serranus flavimarginatus Rüpp. Ik heb beide soorten op nieuw behscreven onder de namen *Anyperodon urophthalmus* en *Variola flavimarginata*.

Als soorten van Epinephelus nieuw voor de kennis van den Indischen archipel zijn te vermelden Epinephelus janthinopterus Blkr, Epinephelus miltostigma en Epinephelus analis Blkr (Serranus analis CV.) Slechts de beide eerste beschouw ik als nieuw voor de wetenschap. Zij zijn gekenmerkt als volgt.

Epinephelus janthinopterus Blkr. Series squamarum transversae supra lineam lateralem 110, infra lineam lateralem 105. Squamae 55 in serie transversali basin pinnae ventralis inter et dorsalem, 11 vel 12 lineam lateralem inter et spinam dorsi 6^m. D. 9/15 vel 9/16. A. 3/9 vel 3/10. Corpus pinnaeque roseae immaculatae. Pinnae dorsalis radiosa, analis radiosa et caudalis late purpureo maculatae. Hab. Celebes.

Epinephelus miltostigma Blkr. — Series squamarum transversae supra lineam lateralem 100, infra lineam lateralem 95. Squamae 50 in serie transversali basin pinnae ventralis inter et dorsalem, 8 vel 9 lineam lateralem inter et spinam dorsi 6^m. D. 9/15 vel 9/16. A. 3/9 vel 3/10. Corpus pinnaeque roseae. Caput, corpus pinnaeque impares guttulis sparsis purpureis. Maxillae maculis nigris nullis. Hab. Amboina.

Serranus moara Schl. is dezelfde soort als Epinephelus nebulosus Blkr (Serranus nebulosus CV.).

Synoniemen van *Epinephelus leopardus* Blkr (Labrus leopardus Lac.) zijn Serranus leopardus, zanana en spilurus CV.

Epinephelus corallicola Blkr (Serranus corallicola K. V. H.) verschilt niet van Serranus altivelioides Blkr.

Epinephelus fuscoguttatus Blkr (Serranus fuscoguttatus Rüpp.) verschilt niet van Serranus horridus K. V. H. en *Epinephelus summana* Blkr (Serranus summana Playf.) niet van Serranus polystigma Blkr.

Epinephelus maculatus Bikr. (Holocentrus maculatus Bl.) is eene soort die groote kleurveranderingen ondergaat. Bij de zeer jonge individus zijn lichaam en vinnen geteekend met groote onregelmatige parelkleurige vlekken, terwijl bij de voorwerpen van gevorderden leeftijd, die vlekken geheel zijn verdwenen en slechts ronde of langwerpige bruine vlekjes op lichaam en vinnen overblijven. Een voornaam kenteeken dezer soort is de buitengewone lengte der 3de, 4de en 5de rugdoornen. Als synoniemen zijn te beschouwen: Holocentrus albofuscus Lac., Serranus Gaimardi, Quoyanus en miliaris CV., Serranus Sebae en maculatus Blkr, Serranus albofuscus Günth. en Serranus longispinis Kner.

Epinephelus stellans Blkr (Serranus stellans Rich.) is eene bepaald van Epinephelus merra Bl. (Serranus hexagonatus CV.) verschillende soort en vooral kenbaar aan talrijker dwarsche schubreien boven en onder de zijlijn (105 tot 110 en 95) en stomper bol profiel. Bij merra zijn die schubreien 85 tot 90 en 80 tot 85.

Pagrus heterodon Blkr, Lethrinus latidens CV., Sphaerodon heterodon Günth., en Sphaerodon latidens Kner zijn synoniemen van *Sphaerodon grandoculis* Rüpp. Deze soort is alzoo niet tot de Roode Zee beperkt, maar bewoont ook de wateren van Ceylon, van den Indischen archipel en van Nieuw-Guinea en Nieuw-Holland.

Haag, September 1872.

VERDERE ONDERZOEKINGEN

OMTRENT

DE VORMING VAN FOLLICULI GRAAFIANI

IN HET

OVARIUM VAN DEN VOLWASSEN MENSCH,

DOOR

W. KOSTER.

(Voorgedragen in de Zitting van 30 November 1872).

In Mei 1868 deelde ik, in eene zitting der Koninklijke Akademie van Wetenschappen, afdeeling Natuurkunde, de uitkomsten mede van een onderzoek omtrent de ontleedkundige bijzonderheden der oppervlakte van het ovarium der zoogdieren, in het bijzonder van den mensch. *) Het was mij gebleken dat ten onrechte een bekleeding van het ovarium door het buikvlies aangenomen wordt. Daarentegen werd een waar klierepithelium op het ovarium gevonden, dat hier en daar verlengsels in het stroma van het ovarium bleek te bezitten.

In verband met andere feiten, en steunende op de embryonale ontwikkeling der folliculi Graafiani, kwam ik daardoor tot de meening, dat, ook na de geboorte, van tijd tot tijd vorming van nieuwe folliculi en eieren in het ovarium plaats had; ofschoon de twijfel werd uitgesproken, dat de verlengsels van het epithelium, in volwassen ovaria waar te nemen, slechts overblijfselen van den embryonalen toestand konden zijn.

Terzelfder tijd hield WALDEYER, toenmaals hoogleeraar in

---

*) De verhandeling werd gedrukt in de Versl. en Mededeel:, 2e reeks, 3de deel, 1869, bladz. 141.

Breslau, zich met het onderzoek naar de embryonale ontwikkeling van het ovarium bezig. In zijn uitstekend boek *) in 1870 verschenen, waarin een schat van nieuwe feiten medegedeeld werden, en dat door grondig vergelijkend-ontleedkundig onderzoek uitmunt, behandelt hij ook het vraagstuk der postfoetale ontwikkeling van eieren in den eierstok.

Zijn meening omtrent dit punt verschilde geheel van de mijne. Slechts voor het ovarium van het konijn vond hij dat "eine spätere Bildung von eiführenden Follikeln wohl angenommen werden darf" — Voor den mensch daarentegen, en voor de zoogdieren en vogels in het algemeen, neemt hij alleen een vorming van folliculi in den foetale période, en zeer kort na de geboorte, aan.

Hoezeer ik zelf geen zekerheid had verkregen, kwam mij toch de vorming van folliculi, zelfs in het volwassen lichaam, hoogst waarschijnlijk voor, met name voor het menschelijk ovarium, waarvan ik misschien meer dan WALDEYER, specimina onder verschillende omstandigheden onderzocht had. Eenigzins vreemd mocht het daarenboven schijnen, dat alleen bij het konijn, zulk een uitzondering zou voorkomen.

Het vraagstuk boezemde mij hoofdzakelijk belang in, uit een pathologisch oogpunt. De betrekkelijk weinige ziekte-processen welke in het ovarium voorkomen, zijn met den normalen bouw en de normale verrichtingen zoo duidelijk in verband te brengen, †) als schier bij geen ander orgaan mogelijk is.

De cysten en de kankervormen met name, zijn, in aanleg, in de bestanddeelen van het normale ovarium als gegeven, van beiden staat het vast, dat zij door ongewonen groei van het epithelium der oppervlakte zich ontwikkelen. terwijl de cysten voor een deel uit de folliculi Graafiani kunnen voortkomen. Een andere meer zeldzame ziekelijke verandering, de papillaire woekeringen, §) meen ik in verband te mogen brengen met

*) Eierstock und Ei. Ein Beitrag zur Anatomie und Entwicklungsgeschichte der Sexualorgane, von WILHELM WALDEYER. Leipzig, W. ENGELMANN, 1871.

Schoon WALDEYER's boek veel later verscheen dan mijne verhandeling, heeft hij blijkbaar nog vóór mij den waren aard der oppervlakte van het ovarium gekend.

†) Met uitzondering der raadselachtige dermoide cysten.

§) O. a. beschreven door GUSSEROW in Virch. Archiv Bd 43.

het voorkomen van tepelvormige verhevenheden, ook op het normale ovarium, welke ik reeds eenigen tijd kende, en omtrent wier ontstaan in deze verhandelIng nog het een en ander zal worden medegedeeld. — Moet men zich nu, zooals na WALDEYER's onderzoek het geval scheen te zijn, het epithelium der oppervlakte van het ovarium na de geboorte als een onveranderlijke, rustig liggende cellenlaag denken, welke slechts van tijd tot tijd in haar samenhang gestoord wordt, door een uitpuilenden en barstenden folliculus, maar welke overigens geen verschijnselen van formatief leven meer vertoont, dan is het tot stand komen van dien ongewonen, ziekelijken, groei wel niet onbegrijpelijk, maar toch minder voor de hand liggend dan bij mijne opvatting. Volgens deze zou ook na de geboorte nog vorming van nieuwe produkten van het epithelium uitgaan, misschien gebonden aan bepaalde périoden, waaromtrent ik echter, in mijn vorige verhandeling, nog niets zekers kon vermelden.

Ik heb, na het verschijnen van WALDEYER's boek, zooveel ik kon, menschelijke ovaria onderzocht. Voor den mensch toch wenschte ik meer zekerheid; en het was betrekkelijk van weinig belang of bij nog andere dieren, dan bij het konijn, een postfoetale vorming van nieuwe folliculi kon bewezen worden, daar zij dan toch bij den mensch zou kunnen ontbreken.

Echter heb ik ook nog dikwijls ovaria van andere zoogdieren onderzocht, en bepaaldelijk moet ik volhouden, dat er bij honden een ruime vorming van nieuwe folliculi aan de oppervlakte voorkomt Ik bezit praeparaten aan ovaria van oude honden ontleend, waarin boven een dikke laag van vezelig bindweefsel, tunica albuginea, onder welke de gewone meer ontwikkelde folliculi liggen, met het epithelium der oppervlakte jonge folliculi en zakvormige verlengsels van epitheliumcellen in zóó groote hoeveelheid in samenhang voorkomen, dat men onmogelijk aan toevallige overblijfselen uit het foetale tijdperk kan denken. Daarenboven verschilt ook het voorkomen dier epithelium verlengsels en jonge folliculi geheel van de overblijfselen uit het foetale tijdperk, zoo als zij door WALDEYER beschreven en afgebeeld worden, en werkelijk voorkomen.

Doch mijn doel is alleen, te vermelden wat het voortgezet onderzoek van menschelijke ovaria opleverde. Langen tijd

wanhoopte ik er aan, meer zekerheid te verkrijgen. Ik vond wel dikwijls de vroeger vermelde verlengsels van het epithelium, en enkele kleine folliculi daarnaast; ook leerde ik kleine tepelvormige verhevenheden kennen, somtijds reeds op het ovarium van jonge personen (15 en 17 jaren) aanwezig, tusschen welke dan gewoonlijk verlengsels van het epithelium in het stroma, en waarnaast 2—4 folliculi lagen, maar op dit alles konden WALDEYER's opvatting, en mijn vroegere twijfel toepasselijk zijn. Verder had ik, reeds drie jaren geleden, opgemerkt, dat de mikroskopisch waar te nemen tepeltjes en de verlengsels van het epithelium bijna uitsluitend op plaatsen voorkwamen, waar niet ver onder de oppervlakte (1 à 2 millimeters) vrij groote holten (van 1 à 3 millimeters diameter) lagen. Op zulke plaatsen vond ik dan, zelfs reeds bij jonge personen (16—20 jaren) waarbij overigens de ovarium-oppervlakte volkomen glad is, reeds met het bloote oog zichtbare groefjes en wrongvormige, of meer paddestoelachtige verhevenheden. Deze waren de plaatsen, waar tepels en epithelium-verlengsels moesten gezocht worden, terwijl de holten daaronder overblijfselen bleken te zijn van wel groot gewordene, maar in het ovarium zelf (zonder aan de oppervlakte gebarsten te zijn) regressief te gronde gaande folliculi. Waar de ovarium-oppervlakte volkomen glad is, vindt men zelden iets anders dan de ééne laag cellen van cylinder-epithelium *), en daaronder de ongeveer $\frac{1}{8}$ millimeter dikke zoogenoemde tunica albuginea, onder welke dan eerst de kleinere, en nog dieper de grootere folliculi met ovula volgen.

Bijna twee jaren geleden kreeg ik echter de ovaria te onderzoeken van eene vrouw van 32 jaren, eenige uren na den partus aan stuipen gestorven. De organen zagen er geheel normaal uit; alleen trof mij reeds, bij beschouwing met het

---

*) Ik heb in mijn vroegere verhandeling een vergissing begaan, door het voorkomen van meerdere lagen epitheliumcellen als den *gewonen* toestand van het ovarium te beschrijven. De reden ligt daarin, dat ik praeparaten raadpleegde waar de beschreven bijzonderheden bestaan, en waar inderdaad aan sommige doorsneden meerdere lagen boven elkander moeten voorkomen. — Omtrent het ten gronde gaan der folliculi in het ovarium zelve, volgen later nog de noodige ophelderingen.

bloote oog, een eenigszins fluweelachtig, licht hobbelig voorkomen der oppervlakte, op vele plaatsen. De ovaria werden in chroomzuur gehard, en later op dunne doorsneden onderzocht. Daarbij kwamen onmiddellijk een aantal plaatsen voor den dag, waar het beeld eener rijkelijke vorming van nieuwe folliculi, aan de oppervlakte, zeer duidelijk was waar te nemen.

Op de plaatsen, welke met het bloote oog zich licht hobbelig hadden voorgedaan, trof ik overal in de doorsneden onmiddellijk onder het epithelium gansche groepen van jonge folliculi, aan, allen met een duidelijke eicel er in, en vele vormen welke geheel het beeld der „Pfluegersche Schlaüchen" vertoonden, gelijk zij ook kort na de geboorte in het menschelijk ovarium onder de oppervlakte voorkomen. Deze en de groepen van jonge folliculi kwamen frappant overeen met de beschrijving en afbeeldingen door WALDEYER van den toestand bij het pasgeboren kind gegeven. Verder vond ik ook nog epitheliumverlengsels, op het punt van afgesnoerd te worden, en tepelvormige verhevenheden, regelmatig met de ééne laag van het doorloopende ovarium-epithelium overtrokken. Het bindweefsel op die plaatsen verschilde geheel van de elkander kruisende lagen van de dikke vezels welke de tunica albuginea aan de oppervlakte anders vormt. Het was zeer fijnvezelig, hier en daar bijna homogeen, zeer rijk aan kleine ronde cellen en kernen, en bevatte vrij groote, voor een deel nog gevulde bloedvaten. De vezels van dit bindweefsel liepen niet, zoo als de oppervlakkigste laag van de tunica albuginea, evenwijdig aan het oppervlak van het ovarium, maar loodrecht daarop, zoodat het zich onafgebroken in de genoemde tepeltjes kon voortzetten. Dieper straalde dan dit (nieuwgevormde) bindweefsel in de meer donkere lagen der tunica albuginea uit. Slechts om de jonge folliculi heen vormde het bindweefsel een maaswerk van iets dikkere vezels.

Ook hier vielen op de plaatsen waar de beschreven bijzonderheden waren waar te nemen, weder 1 à 2 millimeters onder de oppervlakte liggende holten in het oog, voor een groot deel geheel ledig, voor een gedeelte nog met een massa gevuld en omgeven, welke hen ten duidelijkste als regressief in het ovarium te gronde gaande folliculi kenmerkte. Daarenboven

lagen, op andere plaatsen, op dezelfde hoogte, door een gegolfde lijn omgeven ronde, vaste, door een bruingeelachtige kleur gekenmerkte lichamen (van 4 à 5 millimeters) welke tot dezelfde groep van te gronde gaande groote follikels te brengen waren.

Ik schat de vlakte-uitgebreidheid der plaatsen waar de folliculi en verdere bijzonderheden aan en onder de oppervlakte waren waar te nemen, op een vijftiende van het oppervlak van het geheele ovarium. Het aantal epithelium-verlengsels en jonge folliculi bedroeg zeker vele honderden, zoo niet duizenden. Nog moet ik vermelden dat in de gewone follikellagen van het ovarium vele oudere folliculi te vinden waren.

Nog nimmer had ik iets dergelijks aan een menschelijk ovarium gezien. Tegen het denkbeeld dat ik met een toevallige verandering, misschien het begin van een ziekteproces te doen had, pleitten het volkomen normale voorkomen der beide ovaria, en het karakter der epithelium-produkten en der groepen onder het epithelium zelve. Slechts de tepels zouden als minder normale vormsels kunnen gelden, maar ik wist dat geheel overeenkomstige, zelfs aan de meest normale ovaria van jonge meisjes, bijna nooit geheel ontbreken.

Ik moest wel meenen thans een tijdperk van ontwijfelbare vorming van nieuwe folliculi op het spoor te zijn. Het scheen dat gedurende de zwangerschap belangrijke veranderingen in het ovarium tot stand kwamen. Was de meening juist, dan moest ook een volgende keer, als ik weder ovaria, hetzij van een zwangere, of kort na den partus overledene, te onderzoeken kreeg, dezelfde toestand worden aangetroffen.

De kans voor het spoedig verkrijgen van zulk eene gelegenheid scheen niet groot. Bij het beperkt getal zieken en kraamvrouwen, dat in ons ziekenhuis verpleegd wordt, behooren sterfgevallen van zwangeren of pas gebaard hebbenden, tot de groote zeldzaamheden. Toch was ik nog spoediger dan ik kon verwachten, tot het toetsen mijner meening in staat. In Mei van dit jaar stierf plotseling eene in het tococomium opgenomen gezonde vrouw van 44 jaren, die reeds in de negende maand der zwangerschap verkeerde, na een hypodermatische injectie eener gewone hoeveelheid morphine, wegens maagpijn in het werk gesteld, onder de verschijnselen van diepe narcose.

De lijkopening bracht een oorzaak van dien doodelijken slaap aan het licht, welke, zoo al in eenig, dan toch in een zeer verwijderd, en onmogelijk vooruit te vermoeden verband met de morphine-injectie moet gestaan hebben: een kolossale bloeduitstorting *in* de ventriculi cerebri.

De ovaria der apoplectica welke zich door geringe dikte onderscheidden en een vlokkige, ongelijke oppervlakte hadden, werden eenige uren na den dood uit het lijk genomen. Reeds aan voorloopig gemaakte doorsneden van het versche orgaan bleek het mij dat hier de verwachte toestand der oppervlakte van het ovarium bestond.

Het latere onderzoek van het geharde orgaan bracht over een groot deel der oppervlakte verspreide groepen van jonge folliculi en Pfluegersche buizen aan het licht. In dit geval kwamen ook zeer veel papillaire verhevenheden voor, ter grootte van $\frac{1}{30}$ tot $\frac{1}{10}$ millimeter, in groepen bijeenstaande, en ook overal boven de groepen van jonge folliculi nog zakvormige, of in de diepte zich verder vertakkende ingroeiingen van het epithelium. Opmerkelijk, in verband met den leeftijd der vrouw was hier het bijna volkomen ontbreken van gewone folliculi in de diepere lagen der zona parenchymatosa, en ook de afwezigheid van die vele holten, welke in het ovarium der post partum gestorven vrouw met de plaatsen der nieuwe vorming aan de oppervlakte overeenkwamen. Toch ontbraken de laatste niet geheel, en boven zulk een holte kreeg ik in grooten getale de fraaiste praeparaten van ingroeiing van het epithelium. Figuur 1 is daaraan ontleend.

De toestand kwam volkomen overeen met hetgeen bij de post partum gestorven vrouw gevonden was. Alleen waren de veranderingen over een nog grooter gedeelte van het oppervlak van het ovarium verbreid, en bestonden er veel meer nog niet afgesnoerde verlengsels van het epithelium, hetgeen geheel in overeenstemming te brengen is met de vroegere periode der nieuwe vorming, welke thans gevonden was.

Opmerkelijk was ook hier weder de aard van het bindweefsel aan de oppervlakte. Het heeft geheel de kenmerken van jong bindweefsel, bijna homogeen, of fijn vezelig, rijkelijk voorzien van kleine cellen, kernen, en bloedvaten. De richting der vezels is weder loodrecht op het oppervlak van het ovarium;

als er tepels zijn, met geleidelijk voortgaan van het weefsel in die papillaire verhevenheden.

In twee gevallen, onmiddelijk na elkander waargenomen, werden dus onmiskenbare bewijzen van vormingsprocessen aan de oppervlakte van het ovarium tijdens de graviditeit, aangetroffen. 't Zou een meesterstuk van het toeval zijn, indien het later bleek dat er geen verband tusschen de zwangerschap en die veranderingen aan de oppervlakte van het ovarium bestond. Het is mij echter niet mogelijk geweest nog andere gevallen te raadplegen. Na het vinden dezer feiten herinnerde ik mij lang, misschien 4 jaren geleden, nog een paar ovaria op spiritus bewaard te hebben, van een vrouw van 34 jaren die aan longtering, 4 weken na den partus, gestorven was. Door toevallige omstandigheden waren toenmaals die ovaria niet onderzocht, maar voor andere anatomische bijzonderheden (kleine blaasgezwellen aan de tuba Fallopii) bij eene collectie bewaard. Zooals te verwachten was, kon ik aan deze in slappen spiritus slap gebleven ovaria, waar daarenboven het epithelium der oppervlakte voor het allergrootste gedeelte afvalt, geen regelmatig onderzoek in 't werk stellen. Ik verkreeg echter nog enkele goede doorsneden, en vond ten minste nog veel meer papillaire verhevenheden dan aan het ovarium in „gewone" omstandigheden ooit voorkomen Figuur 4 geeft een afbeelding van een plekje. Verder vond ik slechts enkele epithelium-verlengsels, maar op sommige plaatsen veel kleine folliculi in groepen, dicht onder de oppervlakte ($\frac{1}{10}$ millimeter). Het bindweefsel tusschen epithelium en folliculi had ook nog niet het grofvezelige en strakke van een oudere tunica albuginea, zoodat ik wel de overblijfselen van een gedurende de graviditeit en kort na den partus plaats gehad hebbend vormingsproces in deze ovaria meen te mogen aannemen. Intusschen kan ik aan deze waarneming maar weinig gewicht hechten. Slechts de vele papillae blijven van belang. — In 't algemeen zal het groote bezwaren hebben te beoordeelen of kleine folliculi, welke reeds door een laag bindweefsel van het epithelium zijn gescheiden, van jongen of ouden datum zijn. Immers, zoo spoedig de bindweefsellaag ontstaan is (en die moet als gevolg van het

proces van nieuwe vorming vrij spoedig komen) is weer de toestand overeenkomstig met den ouden.

Het lag voor de hand ovaria van zwangere zoogdieren te onderzoeken. Het konijn was daarvoor weinig geschikt. Men vindt daarbij altijd veel epithelium verlengsels en jonge folliculi op vele plaatsen der oppervlakte, en toch weder in verschillende gevallen vrij groote verschillen. Het is dus bijna onmogelijk te noemen de beteekenis van verschillen bij zwangere en niet zwangere konijnen met zekerheid vast te stellen. — Was het waar, wat WALDEYER opgeeft, dat bij honden geen sporen van vorming van nieuwe folliculi zijn waar te nemen, dan zou het onderzoek van ovaria van zwangere honden kunnen leeren of daar de période der graviditeit op den toestand van het ovarium invloed heeft. Ik heb echter reeds vermeld dat ik bij oude honden zoo duidelijk vorming van nieuwe folliculi aan de oppervlakte waargenomen heb, dat voor mij in dit opzicht geen twijfel bestaat. Toch heb ik het honden-ovarium op dit punt onderzocht. Ik koos, om licht te begrijpen redenen, honden zoo oud mogelijk. Het belangrijkste wat ik waarnam vond ik bij een hond, die, volgens opgaaf meer dan 11 jaren oud moest zijn. De toestand der ovaria bewees in elk geval dat het dier zeer oud was. Ik vond 4 foetus van ongeveer 1 centimeter lengte, en op ieder ovarium twee sterk uitpuilende groote corpora lutea. Door deze laatste was het zelfs moeijelijk bij den eersten oogopslag den vorm en de uitgebreidheid der ovaria te herkennen. De oppervlakte van de massa tusschen de corpora lutea was volstrekt niet glad, zooals men haar bij jongere honden steeds vindt, maar ruw, met groeven en kleine uitpuilingen voorzien. Het bleek mij hierbij overtuigend dat ook bij dieren zoogenoemde seniele veranderingen der eierstokken voorkomen, waaromtrent WALDEYER nog geen zekere uitspraak kon doen. Even als bij den mensch, op gevorderden leeftijd, de oppervlakte van het ovarium meestal van onregelmatige groeven voorzien, door diepe inkervingen in meerdere afdeelingen verdeeld wordt gevonden, vond ik ook den toestand dezer honden-ovaria.

Bij het onderzoek der geharde organen op dunne doorsneden trof ik nu op de meeste plaatsen één laag van cylinder-epithelium, en daaronder zeer dikke elkander kruisende lagen van

grofvezelig bindweefsel (tunica albiginea) aan, zooals hier vooral te wachten was. Maar op zeer vele plaatsen weder verlengsels van het epithelium, en jonge folliculi met een ei er in, tegen het epithelium liggende. En dat op zooveel punten en die epithelium-produktiën zóó duidelijk met die bij pasgeboren honden overeenstemmende, dat er bijna geen twijfel mogelijk is, of er bestond een proces van nieuwe vorming in de allerlaatste dagen begonnen, In de diepere lagen van het ovarium bestonden nog zeer fraaie groote folliculi, met ovulum, kiemblaasje en kiemvlek, maar ook zeer vele met een korrelige massa gevulde ruimten, welke als regressief veranderende folliculi in honden-ovaria zeer bekend zijn.

Ovaria van een zwangere koe heb ik nog sleehts eenmaal kunnen onderzoeken. Zij waren echter vele uren, nadat het beest geslacht was, eerst bezorgd, en, door een misverstand in spiritus gelegd. 't Is bekend hoe teêr en vergankelijk het ovarium-epithelium van de koe is. Ik vond daarvan bijna niets meer. Ontwijfelbaar kon ik op een paar plaatsen onder de oppervlakte overblijfselen van epitheliumcellen-groepen en van jonge folliculi aantoonen, maar aan deze waarneming is uit den aard der zaak weinig gewicht te hechten, te meer niet, omdat ik ook aan ovaria van een niet zwangere koe (in Maart van dit jaar onderzocht) de duidelijkste bewijzen van nieuwe vorming aan de oppervlakte gevonden heb. In dat geval puilden, zooals zoo vaak bij de koe het geval is, groote corpora lutea op de oppervlakte uit. Tepels en ingroeiing van epithelium vond ik echter weder alleen boven binnen het ovarium besloten regressieve folliculi.

Meer materiaal heb ik in den kortijd tijd, nadat ik bij den mensch het waarschijnlijk verband tusschen de graviditeit en veranderingen aan de oppervlakte van het ovarium op het spoor kwam, niet kunnen verzamelen. Ik zal het onderwerp niet uit het oog verliezen, maar hecht toch slechts een ondergeschikt gewicht aan hetgeen bij dieren blijken zal. Immers, ook in het geval dat de aan menschelijke ovaria gevonden toestand der oppervlakte geen bewijzen van postfoetale vorming van tot bevruchting geschikte ovula mochten blijken te zijn, ja zelfs indien zij (hetgeen zeer onwaarschijnlijk is) niet eens met de graviditeit in causalen samenhang mochten gebracht worden, zou

toch mijn causaliteitsgevoel als patholoog bevredigd zijn. Want dit mag wel als zeker beschouwd worden: *er komen aan het menschelijk ovarium toestanden der oppervlakte voor, welke bewijzen dat van het epithelium vormingsprocessen uitgaan die in elk geval met de normale foetale follikelvorming overeenkomst hebben.* Ter beoordeeling van den aard en de beteekenis dezer vormingsprocessen moet ik echter eerst nog kort sommige aan andere menschelijke ovaria gevonden bijzonderheden vermelden.

In het vorige jaar was ik in de gelegenheid de ovaria te onderzoeken van een meisje van $17\frac{1}{2}$ jaar, aan longtering gestorven. De ovaria hadden de normale groote, en oogenschijnlijk een geheel gladde oppervlakte. Met de loupe vielen echter op het éene kleine wrongen en vele speldenknopgroote verhevenheden in het oog, zeker over een vierde der oppervlakte. Het later onderzoek, op mikroskopische doorsneden, leerde, dat overal op die verheven plaatsen tepelvormige uitwassen, regelmatig door epithelium overtrokken, $^1/_2$—$^1/_{10}$ milimeter hoog, voorkwamen. Tusschen die tepeltjes, welke blijkbaar weder met elkander versmelten, waar zij tegen elkander aanliggen, vormde het epithelium verlengsels in de diepte, en geisoleerd daarnaast lagen eveneens groepen van epithelium-cellen. Figuur 2 geeft er een voorstelling van. Ik vond echter regelmatig onder deze oppervlakkige folliculi de gewone elkander kruisende lagen der albuginea en op de gewone diepte ($\frac{1}{8}$—$\frac{1}{6}$ milimeter) lagen groepen van kleinere en grootere folliculi met ovula. Ik vermeldde reeds vroeger de moeielijkheid te beslissen of de onder de albuginea liggende oppervlakkigste folliculi oud of jong zijn. Zoo spoedig, ook bij de postfoetale vorming, een tunica albuginea onder het epithelium is tot stand gekomen, liggen de nieuwgevormde folliculi weder op dezelfde hoogte en hebben het zelfde voorkomen (klein ovulum, één laag granulosa-cellen, weinig zelfstandige tunica propria) als de uit de foetale periode afkomstige. Moeten de papillae en de epithelum-verlengsels in dit geval allen als overblijfselen van de foetale période beschouwd worden, en waren de onder de tunica albuginea liggende jongste folliculi reeds in de foetale période gevormd?

Mijn tweede waarneming, welke ik nog mede te deelen heb,

behoeft niet met een vraagteeken te eindigen. In de laatst verloopen weken kon ik de ovaria onderzoeken van een 16 jarig meisje, aan een hartgebrek (stenose en insufficientie aan het ostium aorticum) gestorven. Het linker ovarium was volkomen glad, het rechter, dat dubbel zoo lang en veel dikker was dan het linker, vertoonde ééne gebogen verloopende groef ongeveer in 't midden, en daarnaast wrongvormige verhevenheden. Alleeen op deze plaats werden weder papillaire verhevenheden gevonden, en nu ook de allerduidelijkste vorming van nieuwe folliculi. Figuur 3 geeft er een voorstelling van. Karakteristiek was hier weder de toestand van het bindweefsel. Het elkander tegemoet groeien van epithelium en bindweefsel, de richting van de fijne vezels van het laatste, loodrecht op de lagen der oude tunica albuginea, stemmen hier volkomen overeen met de plastische beschrijving, door WALDEYER van de foetale période gegeven. Jonge folliculi met een ovulum, hier wel ontwijfelbaar pas ontstaan, liggen aan de oppervlakte. Opmerkelijk is het dat ook hier weder de plaats der vorming aan de oppervlakte beantwoordde, wel niet aan een holte iets dieper, maar aan een massa welke geheel aan een corpus luteum herinnert. Slechts weinig onder de oppervlakte (op de uitwendig zichtbare ingetrokken plaats) lag een door bindweefsel en groote geele korrelcellen gevormd lichaam. Dat hier boven de plaats van een regressief verdwijnenden (misschien aan de oppervlakte vroeger gebarsten?) folliculus vorming van nieuwe epithelium-produkten plaats had gehad, is aan geen redelijken twijfel onderhevig.

Toetsen wij thans de medegedeelde bijzonderheden aan onze overige kennis omtrent bouw en verrichtingen van het ovarium, om tot een zoo juist mogelijke beantwoording van de vraag naar de postfoetale vorming van folliculi in het menschelijk ovarium te komen.

Wanneer wij bedenken, dat, naar een matige schatting (HENLE, WALDEYER) in ieder menschelijk ovarium bij meisjes van 15 à 16 jaren 36000 folliculi uit de foetale periode afkomstig, ieder met een ei, voorkomen, schijnt het bijna een dwaasheid, nog naar vermeerdering van dat aantal na de geboorte te zoeken. Volgens de gewone tot nu toe heerschende

voorstelling is dan ook het ovarium een magazijn waarin de eieren opgehoopt liggen, en waaruit er, naar behoefte, nu en dan één genomen wordt. Neemt men echter, nog na de geboorte, een van tijd tot tijd plaats hebbende vorming van nieuwe folliculi aan, dan zou het ovarium te vergelijken zijn met een boom, die, hoe rijk reeds met vruchten beladen, toch voortdurend nog nieuwe voortbrengt.

Om tot een keus tusschen deze twee beelden te komen, moet in de eerste plaats de vraag beantwoord worden: wat wordt er van de 36000 eieren, in elk menschelijk ovarium aanwezig? Stelt men het tijdperk, waarin in het vrouwelijk lichaam eieren uit het ovarium naar buiten komen op 30—35 jaren, en neemt men aan (wat niet strikt bewezen, maar hoogst waarschijnlijk is) dat bij elke menstruatie één Graafsche blaas barst, dan worden er slechts ongeveer 400 eieren uit de ovaria naar buiten verwijderd. En na het ophouden der menstruatie bij de vrouw, tegen het vijftigste jaar, vinden wij geen folliculi meer in de ovaria. Waar zijn dan de overige 71600 gebleven?

Het is duidelijk, en ook reeds lang bekend, dat zij in het ovarium zelf, door zoogenoemde regressieve veranderingen, te gronde gaan. Reeds lang zijn in de diepere lagen van het ovarium geplooide fibreuse lichamen, met korrelcellen, vetkorrels en kleine haematoidine-kristallen tot inhoud, bekend, welke blijkbaar regressief veranderende folliculi zijn. Zij moeten nog onderscheiden worden van de eigentlijke corpora lutea, welke zich dan vormen, wanneer de folliculus aan de oppervlakte is gebarsten, ofschoon de bestanddeelen van beide vormsels dikwijls dezelfde zijn, en scherpe grenzen tusschen beide zelfs niet getrokken kunnen worden *). De dieper liggende folliculi (ongeveer 1½ millimeters onder de oppervlakte van het ovarium) gaan echter niet te gronde, voordat zij reeds een vrij belangrijke grootte (tot 2 en meer millimeters diameter) verkregen hebben.

---

*) 't Ligt buiten den aard van dit opstel de bijzonderheden omtrent deze veranderingen in het ovarium verder te vermelden. Men kon daarover de werken van PFLUEGER, HENLE en WALDEYER raadplegen.

Door dien groei, welke als het ware een poging van den folliculus is om aan zijn physiologische bestemming te voldoen, en aan de oppervlakte te bersten, om het ei te ontlasten, worden nu, uit den aard der zaak, de jongere oppervlakkiger liggende, verdrongen en gedrukt. Bezwijken zij niet geheel in dezen „struggle for life," wat blijkbaar wel veler lot is, dan komen zij zeer oppervlakkig te liggen, en uit dezen eenvoudigen gang van zaken wordt het begrijpelijk, dat eensdeels dicht onder de oppervlakte van het ovarium, de ook door mij beschreven holten worden aangetroffen (verkeerdelijk dikwijls voor zeer groote nog normale folliculi gehouden) terwijl er andersdeels de moeielijkheid uit blijkt, over den tijd van ontstaan der jongste oppervlakkigste folliculi te oordeelen. Immers de jongere folliculi worden naar de oppervlakte gedrongen en de vroegere tunica albuginea verdwijnt voor een groot gedeelte, (men kan zich daarvan aan doorsneden door het ovarium ter plaatse van zulke holten overtuigen). Maar later wordt de afstervende folliculus weder kleiner en verdwijnt eindelijk geheel. Inmiddels zijn boven zulk een plaats (en zekerlijk liggen in de veranderingen van den ouderen folliculus op die plaats de voorwaarden daarvoor) vormingsprocessen van het epithelium der oppervlakte uitgegaan (de door mij beschreven papillaire verhevenheden en epithelium-ingroeiingen), welke misschien, ja, ook bij den mensch, hoogst waarschijnlijk, nieuwe oppervlakkig liggende folliculi leveren. De tepels kunnen weder verdwijnen, versmelten blijkbaar met elkander; een nieuwe bindweefselmassa scheidt weder het epithelium der oppervlakte van zijne produkten af, en de vroegere toestand is hersteld, terwijl niets belet dat dezelfde gang van zaken zich later op dezelfde plaats herhaalt.

Verschillend van dezen gang van zaken, is de bekende vorming van een groot corpus luteum tijdens de zwangerschap, dat als een vast, bruingeelachtig lichaam van meer dan 1 centimeter middellijn tot in de laatste maanden der graviditeit op de oppervlakte uitpuilt, daarna zich meer in het ovarium terugtrekt, en op doorsnede dan nog duidelijk lang zichtbaar blijft. Bij niet zwangere vrouwen vindt men zulke uitpuilende corpora lutea niet. Toch barsten er stellig voortdurend, ook

zonder dat er gelegenheid tot foecundatie bestaat, (waarschijnlijk tijdens de menstruatie) folliculi. De dan ontstaande zoogenoemde valsche corpora lutea puilen echter nauwelijks op de oppervlakte uit, en verdwijnen zeer spoedig. — Hieruit blijkt ook reeds de invloed der zwangerschap op de vormingsprocessen aan de oppervlakte van het ovarium.

Het lag voor de hand boven en naast die groote corpora lutea naar nieuwgevormde folliculi te zoeken. Ik moet echter met WALDEYER (l. c. pag. 29) instemmen, dat men ze daar niet vindt. In de directe omgeving van de groote corpora lutea bij koeien, of boven nog als duidelijk omschrevene gele ronde lichamen aan de oppervlakte zittende corpora lutea, zoo als men ze bij den mensch ook enkele malen aantreft, zocht ik te vergeefs. Ik vermeldde reeds vroeger dat de tepels en epithelium-verlengsels bij voorkeur aangetroffen worden, op plaatsen, waar een holte dicht onder de oppervlakte voorkomt, maar in de periode, waarin die holte blijkbaar aan het verdwijnen is. Er ontstaat dan later dikwijls een ingetrokken plek aan de oppervlakte. Vandaar dat ook WALDEYER (eodem loco) te vergeefs boven groote, normale folliculi naar sporen van nieuwe formatie zocht. Zoolang de folliculus progressief zich ontwikkelt, drukt hij de oppervlakkiger liggende deelen. en dringt die zelfs geheel weg, als het hem gelukt de oppervlakte te bereiken. Daarna echter, 't zij hij gebarsten is, of reeds vóór dien tijd zijn levensvoorwaarden te kort schoten, en het groote lichaam snel verdwijnt, om ten laatste slechts een pigmentvlekje of een vezelig lidteekentje na te laten, krijgen de oppervlakkiger liggende deelen weder vrij spel. Op deze wijze kan men, naar 't mij voorkomt, het feit verklaren, dat ik zoo vaak de veranderingen aan de oppervlakte boven holten, of ingetrokken plekken vond, onder welke laatste dan de vormbestanddeelen van een zoogenoemd corpus luteum onmiskenbaar waren. Of in zulke gevallen de folliculus vroeger de oppervlakte bereikt had en gebarsten was, of, in 't ovarium besloten, zijn ondergang gevonden had, waag ik niet te beslissen.

Vatten wij de medegedeelde bijzonderheden samen, dan blijkt het, dat het buitensporig groote aantal folliculi in een ovarium,

in plaats van een argument tegen de vorming van nieuwe aan de oppervlakte te zijn, eerder die nieuwe vorming zou kunnen noodzakelijk maken. Het menschelijk ovarium maakt geen inbreuk op de algemeene wet, dat duizenden, ja millioenen kiemen ontstaan, om de ontwikkeling van enkele weinige mogelijk te maken. Maar die weinigen zouden dan zeer goed de meest bevoorrechte uit de groep der in het foetale leven gevormde en in het ovarium geëmmagasineerde kunnen zijn. Er is niets onwaarschijnlijks in; en ik heb alleen willen aantoonen dat het groote aantal bestaande ovula op zich zelve geen argument tegen een vorming van nieuwe kan wezen. Integendeel de gelijktijdige groei van zeer vele folliculi is het verderf voor honderde anderen, en de lotgevallen der het sterkst ontwikkelde, maar toch hun ei niet ontlastende roepen naar 't schijnt, veranderingen aan de oppervlakte van het ovarium in 't leven, welke de schade door hen aangericht, kunnen herstellen. Immers hierop wijst ten duidelijkste het door mij gevonden voorkomen der veranderingen aan de oppervlakte van het ovarium boven de regressief veranderende folliculi. — In verband met dit tot nog toe te weinig gewaardeerde levensverloop der bestanddeelen van het ovarium kunnen nu eenige bekende feiten gebracht worden, welke tevens zeer voor de vorming van nieuwe folliculi pleiten.

Dikwijls heeft het reeds de verbazing van vroegere onderzoekers gewekt, dat men somtijds in het ovarium van vrouwen, in het midden van het tijdperk der geslachtsverrichtingen, slechts na lang zoeken een enkelen folliculus kon vinden. Zoo vond nog onlangs GERLACH *) „bei einem achtzehnjährigen, während der Menstruation gestorbenen Mädchen das Ovarium fast ohne Eiern." — Opmerkelijk is het dat de meesten, die veel menschelijke ovaria onderzocht hebben, de noodzakelijkheid eener vorming van nieuwe folliculi uitspreken.

HENLE bijvoorbeeld †) zegt: „Ob die in dem Embryo angelegten Follikel stationär bleiben, bis die Reihe sie trifft, oder ob sie nach gewisser Zeit vergehen, um wieder anderen Platz zu

*) HENLE's *Jahresbericht* 1870, S. 67 und 77.

†) Handbuch der Eingeweidelehre des Menschen S. 482.

machen, ist eine noch unerledigte, und kaum aufgeworfene Frage. Mir scheint dat letztere nicht unwahrscheinlich, weil mitunter in Ovarien von Frauen aus mittleren Lebensjahren die jüngsten Entwicklungsstufen vermisst werden."

En PFLUEGER *), wiens in 1863 verschenen verhandeling den grondslag onzer kennis van den waren bouw en de ontwikkeling van het ovarium legde, en den aanstoot tot het verdere onderzoek gaf, trouwens met nog vele dwalingen en onjuiste opvattingen †), is van de voortdurende ontwikkeling van nieuwe folliculi aan de oppervlakte, ook bij den mensch, zóó overtuigd, dat hij een aantal anatomische bijzonderheden, welke thans zeker anders zouden beoordeeld worden, als bewijzen daarvan aanvoert.

PFLUEGER kende echter het eigentlijke epithelium van het ovarium niet, en beoordeelde alle feiten uit het oogpunt zijner meening, dat de primaire vormen bij de ontwikkeling der folliculi klierbuisjes zijn. Wat hij over vorming van nieuwe folliculi bij honden zegt, kan ik echter, in het licht onzer tegenwoordige kennis beschouwd, geheel bevestigen. Opmerkelijk is de meening van PFLUEGER die in de volgende woorden uitgesproken wordt: „Es kann also wohl einmal die Neubildung der Eier mit der Brunst zusammen fallen" (l. c. s. 70).

Deze meening berust echter nog slechts op speculatieve gronden, want hij heeft „bei diesen so schwierigen und so zeitraubenden sich über mehrere Jahre erstreckenden Untersuchungen noch nicht Musse gefunden um bei ein und demselben erwachsenen Thiere Monat für Monat den Eierstock auf die periodischen Veränderingen seines Drüsengewebes gründlichst zu durchforschen."

Ik heb reeds vroeger ter loops vermeld dat zulk een, schoon

---

*) Uerber die Eierstöcke der Saügethiere und des Menschen, von E. F. W. PLUEGER professor der Physiologie an der Universität Bonn. Leipzig 1863.

†) Zie mijne in 1869 verschenen Verhandeling. — De buisjes, waaruit, volgens PFLUEGER, het ovarium bij de ontwikkeling en nog kort na de geboorte bestaan zoude, zijn door het onderzoek van WALDEYER gebleken, slechts toevallige produkten van den gang der afsnoering van de epithelium-cellen-groepen door het bindweefsel te zijn, en slechts in sommige phazen der ontwikkeling voor te komen (bij den mensch onmiddellijk na de geboorte). De nog met het epithelium verbonden verlengsels, waarvan ik er vroeger ook reeds één afbeeldde, zijn eveneens door PFLUEGER voor buisjes gehouden.

nog altijd wenschelijk onderzoek, waarschijnlijk geen belangrijke vruchten zal afwerpen. Zooveel staat wel vast, dat bij het konijn en den hond voortdurend vorming van nieuwe folliculi aan de oppervlakte kan geconstateerd worden. Schoon nu bepaalde perioden, zoo als bronsttijd en zwangerschap zeker die vorming kunnen doen toenemen (hetgeen reeds schijnt bevestigd te worden door hetgeen ik bij een oude zwangere hond vond) schijnt mij een beoordeeling van enkel graduëele verschillen hoogst moeielijk. Was er zulk een scherpe tegenstelling tusschen bepaalde perioden bij de tot dit onderzoek geschikte dieren waar te nemen, zij zouden aan het scherpe oog van WALDEYER ook wel niet ontsnapt zijn.

Alleen bij ovaria, waar gewoonlijk slechts sporen van vorming aan de oppervlakte zijn waar te nemen, zooals bij den mensch, (misschien zal het ovarium van de koe in dit opzicht ook nog iets meer kunnen leeren) kan de invloed van een bepaalde periode duidelijker in het oog springen. Hiermede staat het door mij gevonden voorkomen der oppervlakte van het ovarium bij zwangere of pas gebaard hebbende vrouwen in verband.

Maar ook het bij de ovaria der twee jonge meisjes vroeger beschrevene, verdient nog een oogenblik de aandacht. Het is bekend dat de ovaria van jonge kinderen eene geheel gladde oppervlakte bezitten. Daarom moesten de zeer vele tepels en epithelium-verlengsels in het ovarium van het meisje van 17½ jaar, wel het vermoeden doen opkomen, dat misschien het begin der puberteit, de tijd der eerste menstruatiën, een periode van meer belangrijke vorming van nieuwe folliculi aan de oppervlakte van het ovarium is. De beschreven tepels en epithelium-verlengsels zouden dan ongedwongen als overblijfselen daarvan beschouwd kunnen worden. — Echter was het proces weder veel meer beperkt in het onlangs onderzochte ovarium van het meisje van 16 jaren, schoon daar, gelijk beschreven werd, op één bepaalde plaats, boven een regressief veranderden follikel, de duidelijkste nieuwe vorming van epithelium en bindweefsel waar te nemen was, welke ik nog ooit gezien had. Verdere waarnemingen zullen moeten leeren, of werkelijk in het begin der puberteit, en misschien in de periode van iedere menstruatie bij de vrouw belangrijkere

veranderingen aan de oppervlakte van het ovarium voorkomen. Uit den aard der zaak is echter de gelegenheid tot het doen van zulke waarnemingen hoogst beperkt.

Uit het omtrent de menschelijke ovaria medegedeelde mag wel het besluit worden afgeleid, dat het plaats hebben van vormingsprocessen aan de oppervlakte veel waarschijnlijker is geworden, dat zij bepaaldelijk boven de, eerst vergroote, dan regressief veranderende folliculi, van tijd tot tijd en van plaats tot plaats, voorkomen, en dat eindelijk, bij den mensch, gedurende de zwangerschap zeer in het oog vallende veranderingen der oppervlakte van het ovarium bestaan. Nu het laatste feit bekend is, mag men ook beweren, dat er niets vreemds in ligt. Het karakteristieke, zeer groote corpus luteum der zwangeren kon reeds een wijziging der processen in het ovarium doen vermoeden. Verder houdt de menstruatie, meer dan 9 maanden lang, en het barsten van folliculi aan de oppervlakte op. Immers men vindt na den partus geen meerdere corpora lutea. Daarentegen schijnen nu de grooter wordende folliculi in het ovarium zelf in grooten getale te gronde te gaan. Ik vond ten minste in het ovarium der 32jarige na den partus gestorven vrouw *zeer vele* groote holten onder de oppervlakte, en daaraan beantwoordden weder voornamelijk de plaatsen der veranderingen aan de oppervlakte. Jammer was het dat in mijn tweede waarneming de vrouw reeds bijna 45 jaren oud was. Daardoor waren er bijna geen folliculi meer in het ovarium aanwezig, en de holten ontbraken. De ovaria waren zeer plat en smal. Daarentegen viel nu de tegenstelling tusschen de nieuwe produkten aan de oppervlakte en het vezelige diepere weefsel sterk in het oog. Behalve een enkele grootere follikelholte, en eenige weinige kleinere folliculi, bevatte dat weefsel in het éene ovarium de massa van het reeds bijna geheel weer in het ovarium opgenomen corpus luteum, en verder eenige geplooide lichamen, laatste overblijfselen van vroegere folliculi.

Vraagt men ten slotte of ik het thans voor *bewezen* houd dat in het menschelijk ovarium *tot bevruchting geschikte ovula na de geboorte nieuw gevormd worden*, dan moet ik ontkennend antwoorden. Wel houd ik het voor waarschijnlijk. Mijn voorstelling is, dat werkelijk telkens, als een groot geworden folliculus vele kleinere in zijne omgeving verdrongen en ten ondergang gebracht heeft, na de verkleining van dien grooten folliculus een vernieuwing der oppervlakte van het ovarium volgt, van plaats tot plaats, telkens wanneer op een bepaald punt de voorwaarden ontstaan zijn. Dat proces zou dan alleen in bepaalde, gunstigere, tijdperken (misschien de puberteit, en de menstruatie, hoogstwaarschijnlijk de zwangerschap) in veel ruimere mate plaats hebben. Maar ik heb er ter loops reeds op gewezen hoe moeielijk het is tusschen de nieuwgevormde folliculi en de oppervlakkigste der oude lagen te onderscheiden, gesteld dat de eerste in de diepte komen. Daarenboven worden niet alle oudere kleine oppervlakkige folliculi door den zich sterk vergrootenden verwoest. Ik vond ze dikwijls vlak tegen den wand van den grooten, dicht opeen gedrukt, maar toch geheel normaal, liggen. In andere gevallen echter dragen zij de kennelijke teekenen van korrelige degeneratie. Gesteld dat er nu na de verdwijning van een grooten folliculus, nog een aantal kleine oppervlakkig zijn blijven liggen, waarvan er nu daarenboven weder één of meerdere zich sterker kunnen gaan ontwikkelen, wie zegt ons, wat onder zulke, stellig voorkomende, omstandigheden, het lot der nieuw gevormde folliculi aan de oppervlakte zijn zal. Blijft er misschien van het gansche proces aan de oppervlakte niets meer over dan epithelium-verlengsels en epithelium-cellen-groepen, welke men zoo dikwijls vindt, en die dan toch, bij deze opvatting, in mijn zin *na de geboorte nieuw gevormd* zouden zijn?

Niemand kan hierop een stellig antwoord geven, maar de vraag is geoorloofd, vooral, wanneer wij nog op sommige bijzonderheden bij het proces van nieuwe vorming letten. Ik vermeldde reeds de tepels. Soms vindt men ze in groote hoeveelheid bijeen. Als regel kan ik uitspreken, dat, waar zij voorkomen, ook nieuwe folliculi gevonden worden, maar meestal

niet direkt in of onder de tepels. Het maakt den indruk alsof de tepels dan ontstaan, wanneer wel het jonge bindweefsel woekert, maar het epithelium niet in staat is daartegen in het zijne te doen. Zoo wisselen soms tepeldragende en follikelbevattende plaatsen af als wijzigingen van hetzelfde proces. Toch komen er ook soms vele nieuwe folliculi in tepels voor. Die tepels hebben nu somtijds zulk een grootte en zulk een zonderlingen vorm, zoodat zij als paddestoelen met een dunnen steel aan het ovarium hangen, dat men wel den indruk moet krijgen ongewone, op de grens van het „ziekelijke" staande producten voor zich te hebben, en in elk geval kan de inhoud dier laatste soort van papillae bezwaarlijk in de diepte van het ovarium geraken, om zich verder te ontwikkelen.

Ik moet er echter terstond bijvoegen dat dit hoofdzakelijk aan de ovaria der 41jarige zwangere het geval was, zeker niet de geschiktste bodem voor normale processen van nieuwe vorming. Bij de vrouw van 32 jaren kwamen veel minder onregelmatige vormen voor. Bij deze en bij de ovaria van het meisje van 16 jaren, moet men, vooral als men zelf de praeparaten gemaakt en onderzocht heeft, wel de overtuiging krijgen, dat er folliculi zijn gevormd, die zullen voortleven. Echter mag die overtuiging de redeneering niet beletten, dat in de meeste gevallen de vormingsprocessen aan de oppervlakte van het volwassen ovarium, slechts welgemeende, maar toch mislukkende pogingen zijn kunnen, om de in de diepte gedunde reien der folliculi aan te vullen. Trouwens, in de meeste gevallen is aan die aanvulling wel geen behoefte, en ook in de twee genoemde gevallen (16jarige en 32jarige vrouw) lagen in de diepte van de parenchymlaag der ovaria nog eene groote hoeveelheid eieren bevattende folliculi, van verschillenden ontwikkelingsgraad. Aan den anderen kant staan dan echter de gevallen van bevoegde waarnemers (HENLE, GERLACH o. a.) bij welke het ovarium in een bepaald tijdperk bijna geen folliculi bleek te bevatten. 't Is te betreuren dat in zulke gevallen de toestand der oppervlakte van het ovarium nog niet nauwkeurig kon onderzocht worden.

Hoe echter door verdere waarnemingen, het vraagstuk der postfoetale eivorming beslist moge worden, het staat, meen ik,

nu wel vast: *dat het epithelium van het menschelijk ovarium geen passieve slechts voor haar eigen voeding zorgende laag is, maar dat er vormingsprocessen van uitgaan, in welke wij tevens het paradigma physiologicum vinden der meeste aan het ovarium voorkomende ziekte-processen.*

Utrecht, November 1872.

NASCHRIFT.

Terwijl ik de drukproeven dezer verhandeling nazag, was ik weder in de gelegenheid een hoogst belangrijke waarneming te doen omtrent den invloed der zwangerschap op den toestand der oppervlakte van het ovarium. In den nacht van 9 op 10 December werd eene 36-jarige, 6 $\frac{1}{2}$ maand zwangere, vrouw in het Ziekenhuis gebracht, wegens erge bloedvloeiing bij de onverwacht begonnen vroeggeboorte. De placenta lag voor, de partus werd kunstmatig getermineerd, maar, niettegenstaande alle aangewende hulpmiddelen, stierf de vrouw te 3 uren. Des morgens te 10 uren kreeg ik de ovaria te zien, welke een verrassend schouwspel aanboden. Op de oppervlakte van beiden was een sterk ontwikkeld, sierlijk net van bloedvaten zichtbaar, terwijl anders een ovarium nimmer bloedvaten, maar een witgraauwachtig oppervlak vertoont. Het rechter bezat dat vaatnet over de geheele oppervlakte; het linker op de voorste vlakte alleen duidelijk, op de achterste slechts enkele roode eilandjes. De ovaria waren klein en smal, nog geen 4 centimeters lang, en slechts 8 millimeters breed (van voren naar achteren). *Er puilde geen corpus luteum op de oppervlakte uit.* De oppervlakte was niet glad, maar elke vlakte, voorste en achterste, in 6 à 7, een weinig bultig verheven, terreinen verdeeld, rondom welke, in de groeven daartusschen, sterkere bloedvaten liepen. Van deze laatsten breidde zich over iedere afdeeling een rijk net van fijne vaatjes uit. Die grootere bloedvaten waren van ongeveer $\frac{1}{4}$ millimeter middellijn, de kleinere met de loupe goed zichtbaar. — De oppervlakte van het ovarium had een gelatineus, half doorschijnend voorkomen. Bij beschouwing met de loupe zag men dat elk der straks genoemde bultig verheven

plaatsen, kleine verdiepte plekken en wrongvormige of meer paddestoelachtige verhevenheden bezat.

Het mikroskopisch onderzoek toonde de weelderigste vorming van jong bindweefsel, capillaria en nieuwe epithelium-producten onder de oppervlakte aan. De laatste kwamen geheel met de eerste periode der embryonale vorming overeen: groote, kernhoudende, cellen van $\frac{1}{50}$—$\frac{1}{40}$ millimeter (primordiale eieren) lagen tusschen kleinere ronde, groote kernen bevattende epitheliumcellen in, of tot groepen bijeen. Tusschen dezen zag men verder een weinig fijn vezelig, of meer homogeen, met korrelige, of spoelvormig verlengde cellen gemengd bindweefsel met de groote, zeer dunwandige capillaria van het uitwendig zichtbare vaatnet. Tepelvormige verlengsels ontbraken evenmin. Zij werden door een helder, doorschijnend bindweefsel gevormd, waarvan de bundels bedekt werden door rozenkransvormig aan elkander verbonden, ronde, licht korrelige, geen kern vertoonende cellen. — Duidelijke folliculi, dat is: primordiale eieren, door een ring van zoogenoemde granulosa-cellen omgeven, en door bindweefsel van de omgeving geïsoleerd, zag men bij dit voorloopig onderzoek nog niet, evenmin als „Epitheleinsenkungen," welke eerst ontstaan, wanneer meer bindweefsel aan de oppervlakte gevormd is geworden, en de nieuwe producten weder van het epithelium der oppervlakte afscheidt.

Alles stemt dus volkomen overeen met het vroeger gevondene. Daar had ik de ovaria uit de laatste, hier uit een vroege periode der zwangerschap. 't Is duidelijk, dat door deze derde waarneming het verband tusschen zwangerschap en vorming van nieuwe bestanddeelen aan de oppervlakte van het ovarium, nog meer bevestigd wordt. Verder mag er zeker nog meer grond in gevonden worden voor de meening, dat er werkelijk *levensvatbare en tot bevruchting geschikte eieren ontstaan.* — Het naauwkeurige onderzoek der geharde organen zal nog vele bijzonderheden aan het licht kunnen brengen, bij voorbeeld omtrent het aantal en den toestand der oudere folliculi, de plaats van het corpus luteum, dat waarschijnlijk binnen één der ovaria besloten zal zijn, enz. — Dit alles eischt echter nog veel tijd.

Utrecht, 15 Dec. 1872.

VERKLARING DER AFBEELDINGEN.

Pl. I.

Fig. 1. Sagittale doorsnede van het ovarium eener 44-jarige vrouw, die in de negende maand der zwangerschap plotseling gestorven was. — Epithelium-verlengsels naar binnen. Jonge folliculi met ovula aan de oppervlakte. — Vergr. 300.

Fig. 2. Sagittale doorsnede van het ovarium van een meisje van 17½ jaar, aan longtering gestorven. — Tepelvormige verhevenheden aan de oppervlakte, waartusschen een groep van epitheliumcellen, welke afgesnoerd wordt. De tepels smelten zijdelings, waar zij tegen elkander aangroeien, weder ineen. Afgesnoerde groepen van epitheliumcellen liggen lager, in de zoogenoemde tunica albuginea, boven de laag der eieren bevattende folliculi. — Vergr. 300.

Pl. II.

Fig. 3. Sagittale doorsnede van het ovarium van een meisje van 16 jaren, aan een hartgebrek gestorven, op een verdiepte, maar door wrongvormige verhevenheden omgeven plek. — Ruim 1 millimeter onder de oppervlakte lagen holten (regressief veranderende folliculi) en oppervlakkiger in het bindweefsel verspreid, de bestanddeelen van een corpus luteum. — Vergr. 300.

a. bloedvat.

b. oudere, tot in de tunica albuginea reikende folliculus, waarschijnlijk regressief te gronde gaande.

Fig. 4. Doorsnede van het normale ovarium eener vrouw van 34 jaren, 4 weken na den partus gestorven. — Tepelvormige verhevenheden aan de oppervlakte. Daaronder slechts één grootere folliculus. Zijdelings begint op de gewone diepte de follikellaag. — Vergr. 65.

W. KOSTER. Oppervlakte van het Ovarium.

Fig. 1

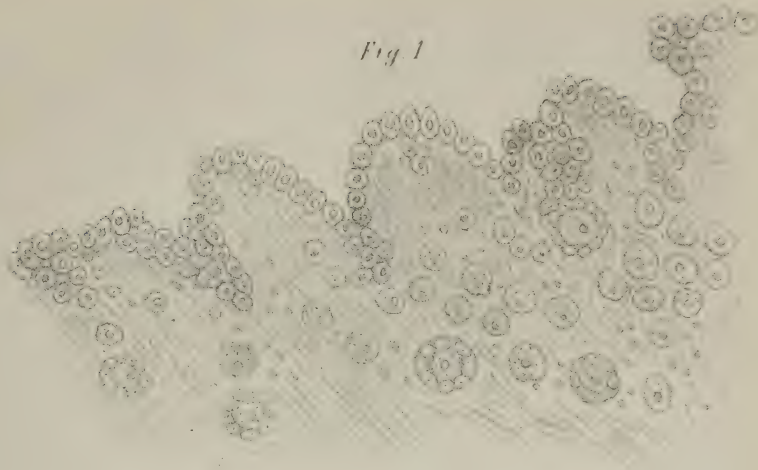


Fig. 2.



Fig. 3.

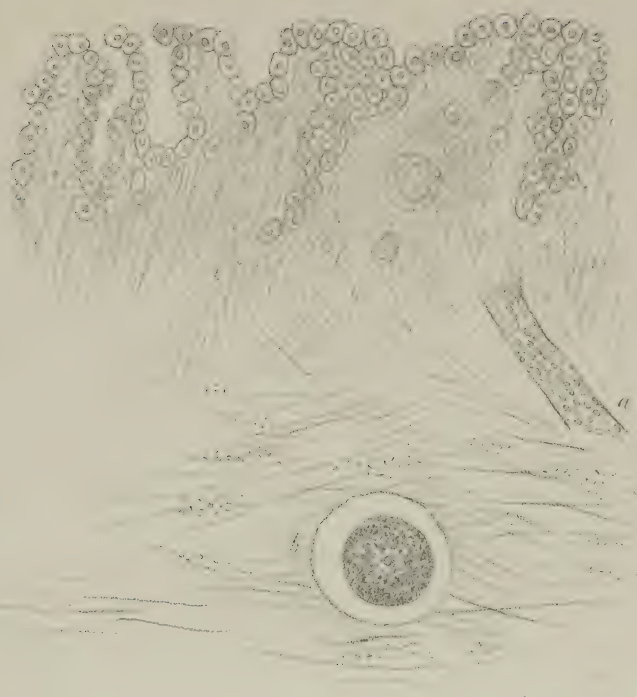
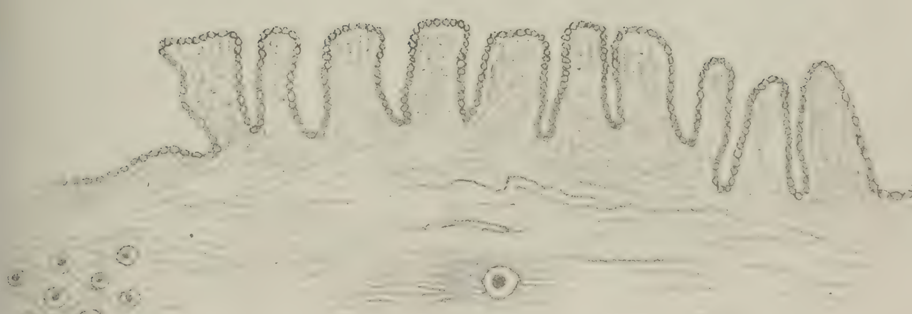


Fig. 4.



OVER DE
VERSCHIJNSELEN VAN GEKLEURDE POLARISATIE

VOOR

ÉÉNASSIGE KRISTALLEN IN CONVERGENT LICHT,

DOOR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

1. Ik ontleen aan BILLET *) de navolgende bekende formule voor de totale vertraging, welke de gewone straal op den buitengewonen, voor éénassige kristallen, ondervindt:

$$R = \frac{e}{b \cos r} - \frac{e}{\varrho \cos r'} + e \sin i \left(tg\, r' \cos(\varphi' - \varphi) - tg\, r \right). \quad . \quad . \quad (I)$$

R is het wegverschil, gereduceerd op lucht, dat de gewone lichtgolf meer moet afleggen dan de buitengewone, opdat beider golven-vlakken na de breking weder zamenvallen, eene waarde, positief voor negatieve kristallen, negatief voor positieve. Het is geheel overbodig om hier op nieuw deze formule af te leiden.

e is de dikte van het plaatje;

$b = \frac{1}{n}$ is de straal van den snelheids-bol van den gewonen straal, gelijk aan het omgekeerde van den gewonen index van refractie;

$\varrho = \frac{1}{N}$ is de voerstraal van het omwentelings-ellipsoid van snelheid van den buitengewonen straal voor de rigting waarin

---

*) *Traité d'Optique physique.* T. I, p. 468.

3. Men heeft nu:

$$\frac{e}{b \cos r} - e \sin i \, tg\, r = \frac{e(1 - b \sin i \sin r)}{b \cos r} = \frac{e(1 - b^2 \sin^2 i)}{b \cos r} = \frac{e \cos^2 r}{b \cos r}$$

$$= \frac{e}{b} \cos r = \frac{e}{b} \sqrt{(1 - b^2 \sin^2 i)}.$$

De waarde der beide overige termen van R is veranderlijk met den hoek L. Is L = 0°, dat is wordt het plaatje loodregt op de optische as gesneden, zoo is:

$$A = -\frac{1}{a^2} \text{ en } B = 0.$$

Dan wordt:

$$\frac{e}{\varrho \cos r'} - e \sin i \, tg\, r' \cos(\varphi' - \varphi) = e \left\{ \frac{1}{ab\sqrt{\left\{\frac{1}{a^2} - \sin^2 i \left(\frac{a^2}{a^2} \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi\right)\right\}}} \right.$$

$$\left. - \frac{a \sin^2 i}{b\sqrt{\left\{\frac{1}{a^2} - \sin^2 i \left(\frac{a^2}{a^2} \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi\right)\right\}}} \left\{\frac{a^2 \cos^2 \varphi}{a^2} + \sin^2 \varphi\right\} \right\}$$

$$= e \left\{ \frac{1}{b\sqrt{(1 - \sin^2 i (a^2 \sin^2 \varphi + a^2 \cos^2 \varphi))}} \right.$$

$$\left. - \frac{a^2 \sin^2 i}{b\sqrt{(1 - \sin^2 i (a^2 \sin^2 \varphi + a^2 \cos^2 \varphi))}} \left\{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi\right\} \right\}$$

$$= \frac{e}{b\sqrt{(1 - a^2 \sin^2 i)}} \left\{1 - a^2 \sin^2 i\right\} = \frac{e}{b} \sqrt{(1 - a \sin^2 i)} = \frac{e}{b} \cos r'',$$

wanneer r'' den met den hoek van inval i correspondeerenden hoek van breking voor den buitengewonen straal voorstelt, voor het geval dat de breking plaats heeft in den aequator van het ellipsoid, waarin dus ook de buitengewone straal de beide wetten van SNELLIUS volgt.

De waarde van R voor plaatjes loodregt op de optische as is alzoo:

$$R = \frac{e}{b}\left\{\cos r - \cos r''\right\} = \frac{e}{b}\left\{\sqrt{1-b^2\sin^2 i} - \sqrt{1-a^2\sin^2 i}\right\} \ldots (II)$$

4. Wanneer de optische as in de brekende vlakte ligt, en dus het plaatje evenwijdig aan de as is gesneden, is $L = 90°$, dus $A = -\frac{1}{b^2}$ en B nog gelijk 0.

Men heeft:

$$\frac{e}{\varrho\cos r'} - e\sin i\, tg\, r' \cos(\varphi'-\varphi) = e\left\{\frac{1}{ab\sqrt{\left\{\frac{1}{b^2} - \sin^2 i\left(\frac{a^2}{b^2}\sin^2\varphi + \cos^2\varphi\right)\right\}}}\right.$$

$$\left. - \frac{a\sin^2 i}{b\sqrt{\left\{\frac{1}{b^2} - \sin^2 i\left(\frac{a^2}{b^2}\sin^2\varphi + \cos^2\varphi\right)\right\}}}\left\{\frac{b^2\cos^2\varphi}{a^2} + \sin^2\varphi\right\}\right\}$$

$$= e\left\{\frac{1}{a\sqrt{\{1-\sin^2 i\,(a^2\sin^2\varphi + b^2\cos^2\varphi)\}}}\right.$$

$$\left. - \frac{a\sin^2 i}{\sqrt{\{1-\sin^2 i\,(a^2\sin^2\varphi + b^2\cos^2\varphi)\}}} \cdot \frac{(b^2\cos^2\varphi + a^2\sin^2\varphi)}{a^2}\right\}$$

$$= \frac{e}{a\sqrt{\{1-\sin^2 i(a^2\sin^2\varphi + b^2\cos^2\varphi)\}}}\{1-\sin^2 i^2\,(a^2\sin^2\varphi + b^2\cos^2\varphi)\}$$

$$= \frac{e}{a}\sqrt{\{1-\sin^2 i\,(a^2\sin^2\varphi + b^2\cos^2\varphi)\}} \;\ldots\ldots\ldots \;(III)$$

Voor $\varphi = 0$, dat is, valt de vlakte van inval zamen met de normale hoofdsnede, wordt deze uitdrukking:

$$= \frac{e}{a}\sqrt{(1-b^2\sin^2 i)} = \frac{e}{a}\cos r,$$

alzoo: $$\frac{e}{\varrho\cos r'} - e\sin i\, tg\, r'\cos(\varphi'-\varphi) = \frac{e}{a}\cos r$$

en de totale waarde van R:

$$R = \frac{e}{b}\cos r - \frac{e}{a}\cos r = e\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)\cos r = e\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)\sqrt{(1-b^2\sin^2 i)} \ldots (IV)$$

Voor $\varphi = 90^\circ$, dat is, wanneer de vlakte van inval loodregt staat op de optische as, wordt:

$$\frac{e}{\varrho \cos r'} - e \sin i \, tg\, r' \cos(\varphi' - \varphi) = \frac{e}{a} \sqrt{(1 - a^2 \sin^2 i)} = \frac{e}{a} \cos r'' ;$$

en dus

$$R = \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \cos r'' = e \left\{ \frac{1}{b} \sqrt{(1 - b^2 \sin^2 i)} - \frac{1}{a} \sqrt{(1 - a^2 \sin^2 i)} \right\} \ldots (V)$$

Voor $\varphi = 45^\circ$ wordt:

$$\frac{e}{\varrho \cos r'} - e \sin i \, tg\, r' \cos(\varphi' - \varphi) = \frac{e}{a} \sqrt{\left\{1 - \sin^2 i \left(\tfrac{1}{2} a^2 + \tfrac{1}{2} b^2\right)\right\}}$$

$$= \frac{e}{a} \sqrt{\left\{1 - \tfrac{1}{2} \sin^2 i \, (a^2 + b^2)\right\}} ,$$

en dus:

$$R = \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \sqrt{\left\{1 - \tfrac{1}{2} \sin^2 i (a^2 + b^2)\right\}} = \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \sqrt{(1 - \tfrac{1}{2} a^2 \sin^2 i - \tfrac{1}{2} b^2 \sin^2 i)}$$

$$= \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \sqrt{(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} a^2 \sin^2 i + \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} b^2 \sin^2 i)}$$

$$= \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \sqrt{\left\{\tfrac{1}{2}(1 - \sin^2 r'') + \tfrac{1}{2}(1 - \sin^2 r)\right\}}$$

$$= \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \sqrt{\tfrac{1}{2} (\cos^2 r + \cos^2 r'')}$$

$$= \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \sqrt{\tfrac{1}{2} \left\{1 + \cos(r + r'') \cos(r - r'')\right\}} \ldots . (VI)$$

5. Voor $L = 45^\circ$, voor plaatjes alzoo die onder een hoek van 45° met de optische as uit het kristal gesneden zijn, wordt:

$$A = -\tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right) = -\tfrac{1}{2}\left(\frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2}\right) \text{ en } B = \tfrac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) = \tfrac{1}{2}\left(\frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2}\right);$$

derhalve : $$\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}=\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2},$$

verder : $$\frac{e}{\varrho \cos r'}-e \sin i \, tg r' \cos(\varphi'-\varphi)=$$

$$=e\left\{\frac{1}{ab\sqrt{\left\{\frac{a^2+b^2}{2a^2b^2}+\sin^2 i\left(-\frac{a^2(a^2+b^2)}{2a^2b^2}\sin^2\varphi-\cos^2\varphi\right)\right\}}}\right.$$

$$\left.-\sin i\left(\frac{a \sin i}{b\sqrt{}}\left[\frac{2a^2b^2\cos^2\varphi}{a^2(a^2+b^2)}+\sin^2\varphi\right]-\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}\cos\varphi\right)\right\}$$

$$=\frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{\left\{a^2+b^2-\left[a^2(a^2+b^2)\sin^2\varphi+2a^2b^2\cos^2\varphi\right]\sin^2 i\right\}}}$$

$$\times\left\{1-a^2\sin^2 i\left(\frac{a^2(a^2+b^2)\sin^2\varphi+2a^2b^2\cos^2\varphi}{a^2(a^2+b^2)}\right)\right\}$$

$$+\frac{e(a^2-b^2)}{a^2+b^2}\cos\varphi \sin i,$$

$$=\frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{\left\{a^2+b^2-\sin^2 i\left(a^2(a^2+b^2)\sin^2\varphi+2a^2b^2\cos^2\varphi\right)\right\}}}$$

$$\times\frac{a^2+b^2-\sin^2 i\left(a^2(a^2+b^2)\sin^2\varphi+2a^2b^2\cos^2\varphi\right)}{a^2+b^2}$$

$$+e\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\cos\varphi \sin i,$$

$$=\frac{e\sqrt{2}\sqrt{\left\{a^2+b^2-\sin^2 i\left(a^2(a^2+b^2)\sin^2\varphi+2a^2b^2\cos^2\varphi\right)\right\}}}{a^2+b^2}$$

$$+e\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\cos\varphi \sin i,$$

$$=\frac{e\sqrt{2}\sqrt{\left\{a^2+b^2-\sin^2 i(a^2b^2+a^4\sin^2\varphi+a^2b^2\cos^2\varphi)\right\}}}{a^2+b^2}$$

$$+e\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\cos\varphi \sin i, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(VII)}$$

Voor $\varphi = 0$ wordt deze formule:

$$\frac{e}{\varrho \cos r'} - e \sin i \, tgr' \cos(\varphi' - \varphi)$$

$$= \frac{e\sqrt{2}\sqrt{\{a^2+b^2-\sin^2 i\,(a^2b^2+a^2b^2)\}}}{a^2+b^2} + e\,\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sin i,$$

$$= \frac{e\sqrt{2}}{(a^2+b^2)}\sqrt{(a^2+b^2-2\,a^2b^2\sin^2 i)} + e\,\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sin i,$$

$$= \frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\sqrt{(1-\frac{2\,a^2b^2}{a^2+b^2}\sin^2 i)} + e\,\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sin i\,;$$

dus:

$$R = \frac{e}{b}\cos r - \frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\sqrt{(1-\frac{2\,a^2b^2}{a^2+b^2}\sin^2 i)} - e\,\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sin i\;.\;(\text{VIII})$$

Voor $\varphi = 90^0$ is:

$$\frac{e}{\varrho \cos r'} - e \sin i \, tg\, r' \cos(\varphi' - \varphi) = \frac{e\sqrt{2}}{a^2+b^2}\sqrt{\{a^2+b^2-\sin^2 i\,(a^2b^2+a^4)\}},$$

$$= \frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\sqrt{\{1-a^2\sin^2 i\}} = \frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\cos r''$$

dus: $$R = \frac{e}{b}\cos r - \frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\cos r'' \;\;.\;.\;.\;.\;\; (\text{IX}).$$

6. Wanneer parallel regtlijnig gepolariseerd licht convergent geworden invalt, stel ik mij voor, dat het polarisatie-vlak voor alle meer- of minder schuin invallende stralen dezelfde doorsnede heeft met de brekende vlakte, die de lijn OP is, volgens welke het polarisatie-vlak van het parallel gegeven licht, deze brekende vlakte doorsnijdt.

Laat het azimuth van de vlakte van inval, ten aanzien van het vlak dat door de normaal O N op de brekende vlakte en genoemde doorsnede O P gebragt wordt α zijn, en noem den hoek van inval, dien de straal O M met de normaal O N vormt i, dan wordt de hoek p, dien het zoo even bepaalde polarisatie-vlak van dezen schuins invallenden straal met het vlak van

inval maakt, gevonden uit den regtzijdigen bolvormigen driehoek MPN aangewezen door de normaal ON, den straal OM en de doorsnede OP. In dezen driehoek is de zijde NP $= 90°$; PMN is de gezochte hoek p; MN $= i$; hoek MNP $= 180° - \alpha$.

Men heeft:

$$tg\left[180° - (180° - \alpha)\right] = tg\,(180° - p)\cos\,(180° - i),$$

dus:
$$tg\,\alpha = tg\,p\cos\,i \text{ en } tg\,p = \frac{tg\,\alpha}{\cos\,i} \quad \ldots\ldots \quad (X)$$

Wanneer het plaatje loodregt op de as gesneden is, dan geeft p den hoek door de voorname doorsnede van den invallenden straal met het vlak van polarisatie gevormd.

7. Indien het plaatje evenwijdig aan de optische as gesneden is, en het vlak van inval den hoek β, gemeten op de brekende vlakte, vormt met het vlak gaande door de normaal en de optische as OL, dan wordt de hoek, dien de voorname doorsnede van het kristal, gebragt door den invallenden straal, maakt met het vlak van inval, en dien wij q zullen noemen, op dezelfde wijze gevonden uit den regtzijdigen driehoek MNL. Hoek LMN moet dan gelijk genomen worden aan q, hoek LNM $= 180° - \beta$ en de zijde MN $= i$; dus:

$$tg\,q = \frac{tg\,\beta}{\cos\,i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (XI)$$

Neemt men nu op de brekende vlakte de lijn die loodregt staat op de optische as, dan zal het vlak gaande door deze lijn OL′ en den invallenden straal, met het vlak van inval den hoek q' vormende, zijn

$$tg\,q' = \frac{\cot\,\beta}{\cos\,i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (XII)$$

Wanneer $i = 0°$ is, is $q + q' = 90°$. Wanneer β b.v. gelijk 45° is, dan is $q = q'$ voor $i = 10°$ gelijk 45°26′,5; voor $i = 20°$ gelijk 46°47′, en voor $i = 30°$ gelijk 49°6′,5; dus $q + q'$ respectievelijk $=$ 90°53′, 90°34′ en 98°13′.

8. Ligt het vlak, dat door de optische as en de normaal gaat nog in het azimuth β, ten aanzien van het vlak van inval, maar

duikt de as ter waarde van den hoek 90°–L onder de brekende vlakte, dan maakt de lijn OT, waar dit vlak de brekende vlakte snijdt, den hoek β met de lijn OU waarin de vlakte van inval de brekende vlakte ontmoet; de lijnen OU en OT vormen met de optische as OL een regthoekigen bolvormigen driehoek, regthoekig in T. Zoo wij LU noemen δ, is:

$$\cos \mathrm{LU} = \cos \mathrm{UT} \times \cos \mathrm{TL},$$

dat is:

$$\cos \delta = \cos \beta . \sin \mathrm{L},$$

en de hoek U wordt gevonden door:

$$tg\, \mathrm{TL} = \sin \mathrm{TU} \times tg\, \mathrm{U},$$

dat is:

$$\cot \mathrm{L} = \sin \beta . \, tg\, \mathrm{U},$$

derhalve:

$$tg\, \mathrm{U} = \frac{\cot \mathrm{L}}{\sin \beta}.$$

Wij hebben verder den bolvormigen driehoek, gevormd door den invallenden straal OM, de as OL en de lijn van doorsnijding OU; het vlak MOL is hier de voorname doorsnede van het kristal, die door OM gaat en MOU is het vlak van inval. In dezen bolvormigen driehoek is UL gelijk δ, MU = $90° + i$, hoek MUL = $90° + \mathrm{U}$ en hoek LMU zij genoemd s; de bekende formule geeft:

$$tg\, \mathrm{LMU} = \frac{\sin \mathrm{MUL}}{\sin \mathrm{MU} \cot \mathrm{UL} - \cos \mathrm{MU} \cos \mathrm{MUL}};$$

om s te vinden hebben wij dus:

$$tg\, s = \frac{\cos \mathrm{U}}{\cos i \cot \delta - \sin i \sin \mathrm{U}},$$

waarin:

$$tg\, \mathrm{U} = \frac{\cot \mathrm{L}}{\sin \beta} \text{ en } \cos \delta = \cos \beta \sin \mathrm{L} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(XIII)}$$

Ligt de optische as aan de andere zijde van het vlak van inval in een normaal-vlak, dat het azimuth 90°–β met het vlak van inval vormt, terwijl hare duiking 90°–L blijft, dan is:

$$tg\ s' = \frac{\cos U'}{\cos i \cot \delta' - \sin i \sin U'}$$

waarin:

$$tg\ U' = \frac{\cot L}{\cos \beta} \text{ en } \cos \delta' = \sin \beta \sin L \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(XIV)}$$

Worden L en β beiden gelijk 45°, dan wordt:

$$tg\ U = tg\ U' = \sqrt{2} \text{ en } \cos \delta' = \tfrac{1}{2};$$

de uitdrukkingen voor s en s' worden:

$$tg\ s = tg\ s' = \frac{\frac{1}{3}\sqrt{3}}{\frac{1}{3}\sqrt{3} \cos i - \frac{1}{3}\sqrt{6} \sin i} = \frac{1}{\cos i - \sqrt{2} \sin i}$$

Wordt L alleen $= 45°$, dan is:

$$tg U = \frac{1}{\sin\beta} \text{ en } tg U' = \frac{1}{\cos\beta}, \ \cos\delta = \tfrac{1}{2}\sqrt{2}.\cos\beta \text{ en } \cos\delta' = \tfrac{1}{2}\sqrt{2}.\sin\beta.$$

Hierdoor wordt:

$$\sin U = \frac{1}{\sqrt{1+\sin^2\beta}}, \ \cos U = \frac{\sin \beta}{\sqrt{1+\sin^2\beta}}, \ \sin U' = \frac{1}{\sqrt{1+\cos^2\beta}},$$

$$\cos U' = \frac{\cos \beta}{\sqrt{1+\cos^2\beta}}, \ \cot \delta = \frac{\cos\beta}{\sqrt{2-\cos^2\beta}} = \frac{\cos\beta}{\sqrt{1+\sin^2\beta}}$$

$$\text{en } \cot \delta' = \frac{\sin \beta}{\sqrt{2-\sin^2\beta}} = \frac{\sin \beta}{\sqrt{1+\cos^2\beta}}.$$

Alzoo:

$$tg\ s = \frac{\dfrac{\sin\beta}{\sqrt{1+\sin^2\beta}}}{\dfrac{\cos\beta \cos i}{\sqrt{1+\sin^2\beta}} - \dfrac{\sin i}{\sqrt{1+\sin^2\beta}}} = \frac{\sin \beta}{\cos i \cos \beta - \sin i}$$

en:

$$tg\ s' = \frac{\dfrac{\cos\beta}{\sqrt{1+\cos^2\beta}}}{\dfrac{\sin\beta \cos i}{\sqrt{1+\cos^2\beta}} - \dfrac{\sin i}{\sqrt{1+\cos^2\beta}}} = \frac{\cos \beta}{\cos i \sin \beta - \sin i};$$

voor $i = 0°$ wordt $tg\ s = tg\ \beta$ en $tg\ s' = \cot \beta$. Verder is:

$$tg\,(s-\beta)=\frac{\dfrac{\sin\beta}{\cos i\cos\beta-\sin i}-\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}}{\cos\beta+\dfrac{\sin^2\beta}{(\cos i\cos\beta-\sin i)}}=\frac{\sin\beta\cos\beta-\sin\beta\cos\beta\cos i+\sin i\sin\beta}{\cos\beta\,(\cos i\cos\beta-\sin i)+\sin^2\beta}$$

$$=\frac{\sin\beta\cos\beta-\sin\beta\cos\beta\cos i+\sin i\sin\beta}{\cos i\cos^2\beta-\sin i\cos\beta+\sin^2\beta}=\frac{\sin\beta\cos\beta(1-\cos i)+\sin i\sin\beta}{\cos i+\sin^2\beta(1-\cos i)-\sin i\cos\beta};$$

evenzoo:

$$tg\,(s-90^{\circ}+\beta)=\frac{\sin\beta\cos\beta-\sin\beta\cos\beta\cos i+\sin i\cos\beta}{\cos i\sin^2\beta-\sin i\sin\beta+\cos^2\beta}$$

$$=\frac{\sin\beta\cos\beta\,(1-\cos i)+\sin i\cos\beta}{\cos i+\cos^2\beta\,(1-\cos i)-\sin i\sin\beta};$$

en $$tg\,(s+s')=\frac{\cos i-\sin i\,(\sin\beta+\cos\beta)}{-\sin i\cos i\,(\sin\beta+\cos\beta)+\sin^2 i-\sin^2 i\sin\beta\cos\beta}$$

$$=\frac{\cos i-\sin i\,(\sin\beta+\cos\beta)}{\sin^2 i\,(1-\sin\beta\cos\beta)-\sin i\cos i\,(\sin\beta+\cos\beta)}$$

Voor $\beta=45^{\circ}$ vindt men bij $i=5^{\circ}$, $s-\beta=s'-\beta=3^{\circ}53'$; bij $i=7^{\circ}$, $s-\beta=s'-\beta=5^{\circ}38.'5$; bij $i=10^{\circ}$, $s-\beta=s'-\beta=8^{\circ}31'$; bij $i=20^{\circ}$, $s-\beta=s'-\beta=20^{\circ}28'.5$. Voor $\beta=180^{\circ}-45^{\circ}$, wanneer alzoo de gebroken straal midden in het overstaande kwadrant der optische assen valt, vindt men, bij $i=5^{\circ}$, $s-\beta=s'-\beta=3^{\circ}13',5$; bij $i=7^{\circ}$, $s-\beta=s'-\beta=4^{\circ}21',5$; bij $i=10^{\circ}$, $s-\beta=s'-\beta=5^{\circ}54'$.

9. Het zou zeker naauwkeuriger geweest zijn in art. 6 de rigting van trilling in het schuins invallende licht loodregt op den straal te nemen in het vlak dat door dien straal en de rigting van trilling van het parallel invallende licht gaat; dit doet echter niets ter zake.

Nemen wij voorloopig aan, dat het polarisatie-vlak van den invallenden straal, die bij de gebroken stralen behoort, wordt aangewezen door de in art. 6 aangeduide vlakte — eene vooronderstelling die zeker voor kleine waarden van i zeer nabij de waarheid komt — dan bezitten wij in de tot nu toe gegeven formulen alles wat noodig is ter berekening der chromatische verschijnselen van alle plaatjes, hoe die ook in het kristal mogten gesneden zijn en tevens van alle paren van plaatjes. De laatste formulen gelden voor twee evenwijdig aan de as of twee onder

eenzelfden hoek daarmede gesneden plaatjes, die zoo verbonden zijn, dat de normale vlakken, die de optische assen bevatten, of loodregt op elkander staan of zamenvallen.

Voor een plaatje loodregt op de as gesneden is het weg-verschil, volgens formule (II):

$$R = \frac{e}{b} (\cos r - \cos r'').$$

Het polarisatie-vlak van den gebroken straal maakt met het polarisatie-vlak van het parallel invallend licht, voor den gewonen straal den hoek p, voor den buitengewonen den hoek $90^\circ - p'$, die, volgens formule (X), bepaald zijn door:

$$tg\, p = \frac{tg\, \alpha}{\cos r} \text{ en } tg\, p' = \frac{tg\, \alpha'}{\cos r'}$$

waarin α het azimuth van het vlak van inval ten aanzien van het polarisatie-vlak van het parallel invallend licht is, en $\alpha = \alpha'$ en $r = r'$ mag genomen worden.

Bij $r = 10^\circ$ geeft deze laatste formule, voor $\alpha = 5^\circ$, $p = 5^\circ 4' 40''$ en voor $\alpha = 45^\circ$, $p = 45^\circ 26' 20''$; hierdoor is alzoo duidelijk, dat voor geen al te groote waarden van i de hoek p niet merkbaar van α zal verschillen. Zonder van de waarheid af te wijken, kunnen wij dus, bij de berekening der ringen van loodregt op de as gesneden plaatjes, ons aan de gewone voorstelling houden en, voor eenig punt op de brekende vlakte, de lijnen van doorsnijding van het vlak van polarisatie van het parallel invallend licht en van de voorname doorsnede van den invallenden straal met deze brekende vlakte benevens de lijn loodregt op deze laatste voorloopig in de plaats stellen voor de drie polarisatie-vlakken van invallenden, gewonen en buitengewonen straal.

Stelt men nu in formule (II) het wegverschil achtervolgens gelijk aan $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{3\lambda}{2}$, $\frac{5\lambda}{2}$ enz., voor eenig homogeen licht en neemt men ook in het tweede lid de waarden, die voor datzelfde licht gelden, dan kan men de hoeken van inval bepalen voor den eersten, tweeden, derden en volgenden donkeren ring. Het spreekt van zelf, dat het voor naauwkeurige vergelijkingen verkieslijk is, zich bij hoeks-metingen in plaats van bij de

meting van de lineaire afmeting der ringen op een scherm te bepalen; het komt mij voor, dat voor die hoeken eene groote naauwkeurigheid bereikbaar zijn moet.

Donkere ringen voor een wegverschil $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{3\lambda}{2}$ enz, vooronderstellen den parallelen stand der polarisatie-vlakken van polarisator en analysator. Staan die polarisatie-vlakken loodregt op elkander, dan stemmen de donkere ringen natuurlijk met de wegverschillen $\frac{2\lambda}{2}$, $\frac{4\lambda}{2}$ enz., overeen.

De meest algemeene beschouwing is deze. Wanneer de amplitudo van den invallenden straal gelijk aan de eenheid gesteld wordt, dan zijn de amplitudines der ontbonden stralen, die volgens de hoofdsnede en loodregt daarop gepolariseerd zijn, natuurlijk $\cos p$ en $\sin p$. Wanneer dan $\frac{R}{\lambda} 2\pi = u$ gesteld wordt, dan zijn de snelheden van trilling in de uit het plaatje komende stralen, voor die welke in de hoofdsnede gepolariseerd is: $\cos p \sin O$ en voor die welke loodregt daarop gepolariseerd is: $\sin p \sin (O + u)$, waarin O een willekeurigen boog mag voorstellen; de afwijkingen of uitslagen van het aetherdeeltje zijn alzoo $\cos p \cos O$ en $\sin p \cos (O + u)$.

Wanneer twee loodregt op elkander gepolariseerde stralen zamenvallen, wier uitslagen worden voorgesteld door $x = a \cos O$ en $y = b \cos (O + u)$, is de resulteerende beweging der aetherdeeltjes algemeen genomen eene ellips, wier vergelijking is:

$$y^2 a^2 - 2\, xy\, ab \cos u + x^2 b^2 = a^2 b^2 \sin^2 u.$$

De voerstraal dezer ellips in eenig azimuth φ ten aanzien van de as x gelegen en in het positieve quadrant vallende is:

$$\varrho = \sqrt{\frac{a^2 b^2 \sin^2 u}{a^2 \sin^2 \varphi - ab \sin 2\varphi \cos u + b^2 \cos^2 \varphi}};$$

wordt φ negatief, dat is valt ϱ in het quadrant, waarin x positief en y negatief is, dan verandert het teeken van den tweeden term van den noemer.

De vergelijking dezer ellips op hare assen is:

$$\frac{x^{I\,2}}{A^2} + \frac{y^{I\,2}}{B^2} = 1,$$

waarin

$$A^2 = \frac{a^2\, b^2\, sin^2\, u}{a^2\, sin^2\, \Phi + ab\, sin\, 2\,\Phi + b^2\, cos^2\, \Phi},$$

$$B^2 = \frac{a^2\, b^2\, sin^2\, u}{a^2\, cos^2\, \Phi - ab\, sin\, 2\,\Phi + b^2\, sin^2\, \Phi}$$

en

$$tg\; 2\,\Phi = \frac{2\, ab\, cos\, u}{b^2 - a^2}$$

is.

Zoo lang i niet te groot wordt, verschilt in de formulen van boven p weinig van α; nemen wij dus eenvoudig α voor p, dan is $a = cos\,\alpha$ en $b = sin\,\alpha$ dus :

$$tg\; 2\,\Phi = \frac{sin\, 2\,\alpha\, cos\, u}{sin^2\alpha - cos^2\alpha} = - cos\, u\; tg\; 2\,\alpha,$$

$$A^2 = \frac{sin^2\,\alpha\, cos^2\,\alpha\, sin^2\, u}{cos^2\,\alpha\, sin^2\,\Phi + sin\,\alpha\, cos\,\alpha\, sin\, 2\,\Phi + sin^2\,\alpha\, cos^2\,\Phi}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\, sin^2\, 2\,\alpha\; sin^2\, u}{cos^2\,\alpha\, sin^2\,\Phi\;\alpha\,\frac{1}{2}\, sin\, 2\,\alpha\, sin\, 2\,\Phi + sin^2\,\alpha - sin^2\,\alpha\, sin^2\,\Phi}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\, sin^2\, 2\,\alpha\; sin^2\, u}{cos\, 2\,\alpha\, sin^2\,\Phi + \frac{1}{2}\, sin\, 2\,\alpha\, sin\, 2\,\Phi + sin^2\,\alpha}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\, sin^2\, 2\,\alpha\, sin^2\, u}{\frac{1}{2}\, cos\, 2\,\alpha - \frac{1}{2}\, cos\, 2\,\alpha\, cos\, 2\,\Phi + \frac{1}{2}\, sin\, 2\,\alpha\, sin\, 2\,\Phi + sin^2\,\alpha};$$

dus

$$A^2 = \frac{\frac{1}{4}\, sin^2\, 2\,\alpha\, sin^2\, u}{\frac{1}{2}cos 2\,\alpha - \frac{1}{2}cos 2(\alpha+\Phi) + sin^2\alpha} = \frac{\frac{1}{4}\, sin^2\, 2\,\alpha\; sin^2\, u}{\frac{1}{2}cos^2\alpha - \frac{1}{2}sin^2\alpha - \frac{1}{2}cos 2(\alpha+\Phi) + sin^2\alpha}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\, sin^2\, 2\,\alpha\, sin^2\, u}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\, cos\, 2\,(\alpha+\Phi)} = \frac{\frac{1}{4}\, sin^2\, 2\,\alpha\, sin^2\, u}{sin^2\,(\alpha+\Phi)};$$

dus :

$$A = \frac{sin\, 2\,\alpha\, sin\, u}{2\, sin\,(\alpha + \Phi)}.$$

Evenzoo

$$B^2 = \frac{\frac{1}{4} \sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\cos^2 \alpha \cos^2 \Phi - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\Phi + \sin^2 \alpha \sin^2 \Phi}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} \sin^2 2\alpha \sin^2 u}{(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \cos^2 \Phi - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\Phi + \sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} \sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\frac{1}{2}(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) + \frac{1}{2}(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)\cos 2\Phi - \frac{1}{2}\sin 2\alpha \sin 2\Phi + \sin^2\alpha}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} \sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\alpha \cos 2\Phi - \frac{1}{2}\sin 2\alpha \sin 2\Phi}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} \sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2(\alpha+\Phi)} = \frac{\frac{1}{4} \sin^2 2\alpha \sin^2 u}{\cos^2(\alpha+\Phi)}$$

dus

$$B = \frac{\sin 2\alpha \sin u}{2\cos(\alpha+\Phi)}.$$

De halve voorname as x^{I} wordt hierbij verondersteld te vallen in het quadrant, dat bepaald is door de positieve x en de negatieve y; de rigting der licht-stralen is hier as van z.

10. Wanneer de golvingen $a \cos O$ en $b \cos (O+u)$ geprojecteerd worden op een vlak dat den hoek φ met het vlak xz maakt, dan verkrijgt men $a \cos \varphi \cos O$ en $b \sin \varphi \cos (O+u)$, in de vooronderstelling dat dit derde vlak tusschen de beide anderen, dus in het positieve quadrant van x en y, valt. De intensiteit van den resulteerenden straal is dan:

$$a^2 \cos^2 \varphi + ab \sin 2\varphi \cos u + b^2 \sin^2 \varphi$$

of daar a hier $= \cos \alpha$ en $b = \sin \alpha$ is:

$$J = \cos^2 \alpha \cos^2 \varphi + \tfrac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\varphi \cos u + \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi$$

$$= \cos(\alpha+\varphi)^2 + \tfrac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\varphi + \tfrac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\varphi \cos u$$

$$= \cos(\alpha+\varphi)^2 + \sin 2\alpha \sin 2\varphi \cos^2 \frac{u}{2}.$$

Nemen wij in onze ellips van zoo even den voerstraal die, aan de andere zijde van de as x, of van het vlak waarin $a \cos O$

ligt, vallende daarmede den hoek $-(90^{0}-\varphi)$ maakt, dan vindt men hiervoor:

$$\varrho'^{2} = \frac{a^{2}\, b^{2}\, cos^{2}\, u}{a^{2}\, cos^{2}\, \varphi + ab\, sin\, 2\, \varphi\, cos\, u + b^{2}\, sin^{2}\, \varphi}$$

alzoo is:

$$J = \frac{a^{2}\, b^{2}\, sin^{2}\, u}{\varrho'^{2}}.$$

Dat is: beschrijf de ellips van zoo even, die de baan voorstelt van het aetherdeeltje, dat onder den invloed van beide stralen trilt — waarbij wij eenvoudigheids-halve de trillingen met het poralisatie-vlak laten zamenvallen —; wordt dan de resulteerende straal van deze beiden verlangd, die gepolariseerd is volgens een vlak dat met de voorname doorsnede van den uittredenden straal, dat is met het vlak van $a\, cos\, O$, een willekeurigen hoek φ maakt, trek dan in die ellips den voerstraal, die loodregt op dit vlak of die door φ aangewezen rigting staat, dan is de gezochte intensiteit omgekeerd evenredig aan het vierkant van dien voerstraal en wel:

$$J = \frac{a^{2}\, b^{2}\, cos^{2}\, u}{\varrho'^{2}};$$

dat is voor ons geval:

$$J = \frac{sin^{2}\, 2\, \alpha\, cos^{2}\, u}{4\, \varrho'^{2}}.$$

De anomalie v van den resulteerenden straal wordt gevonden door de formule:

$$tg\, v = \frac{b\, sin\, u}{a + b\, cos\, u} = \frac{sin\, \alpha\, \, sin\, u}{cos\, \alpha + sin\, \alpha\, cos\, u}$$

en de afwijking of uitslag in dezen straal is derhalve:

$$= \sqrt{J}.\, cos\, (\varphi + v),$$

De convergent invallende stralen worden aan den anderen kant van het plaatje divergent waargenomen; de waarnemer is dus van stelling veranderd; daardoor zal men dan ook bij de waarneming van eene linksche draaijing eene regtsche in de plaats stellen en omgekeerd. Dat de vibraties hier in het vlak

van polarisatie gedacht worden geeft geene moeijelijkheid; in plaats van vibratie leze men overal slechts vlak van polarisatie.

11. Het aetherdeeltje dat door de beide uit het kristalplaatje tredende stralen getroffen wordt, beschrijft alzoo bijna immer eene ellips; alleen voor stralen in het polarisatie-vlak van het evenwijdig invallende licht en in het vlak loodregt daarop, is de beweging regtlijnig; beide vlakken verdeelen het veld in vier quadranten en wel zoodanig, dat wanneer wij ons bij eenzelfden ring bepalen, de beweging van het aetherdeeltje in zijne ellips in het eene paar overstaande quadranten van linksch naar regtsch en in het andere paar van regtsch naar linksch plaats heeft.

Bepalen wij ons bij homogeen licht, dan moet van ring tot ring en wel op de maxima en minima van licht, omkeering der beweging van het deeltje plaats hebben.

Trekken wij verder voor eenig punt van zulk een ring den straal en de raaklijn, die de doorsnijdingen van de voorname doorsnede en het vlak loodregt daarop met de brekende vlakte aanwijzen, dan verdeelen deze lijnen den omtrek rond het raakpunt weder in vier quadranten. Wij kunnen nu zeer eenvoudig de ligging der polarisatie-vlakken van den polarisator en van den analysator, waarmede wij de ringen waarnemen, tot deze quadranten refereeren. Liggen die beide polarisatie-vlakken in eenzelfde van deze vier quadranten, of ook in een paar overstaande, dan zijn de interferentie-verschijnselen die men waarneemt het zuivere product van het kristal-plaatje; wanneer van die polarisatie-vlakken, het een in het eene en het ander in het andere van twee naastgelegen quadranten valt, dan ontstaan de waargenomen interferentie-verschijnselen daarentegen uit de werking van het kristalplaatje en nog een bijgevoegd wegverschil van eene halve undulatie, waardoor zij volkomen complementair aan de eerste worden.

Over de verschijnselen met het donkere of verlichte kruis behoef ik hier niet te spreken; de polarisatie-vlakken van beide polariscopen, zijn dan of loodregt, of evenwijdig en gaan voor bepaalde azimuthen van onzen interferentie-ring te gelijker tijd in een ander dezer vier quadranten over; dit heeft plaats in de azimuthen $\alpha = 0^\circ$, 90°, 180° en 270° gerekend van het vlak van polarisatie van den eersten polariscoop.

Gaan wij uit van den gekruisten stand en laat den hoek tusschen beide polarisatie-vlakken afnemen, dan zal het polarisatie-vlak van den eersten polariscoop, die stil blijft staan, nog steeds in de punten der ringen, die in de azimuthen 0°,90°, 120° en 270° gelegen zijn, van het eene quadrant in het andere overgaan; maar het polarisatie-vlak van den tweeden polariscoop, zal dit doen in die azimuthen, waar of de raaklijn of de straal van den ring evenwijdig is aan de nieuwe rigting van dit vlak. Is b.v. deze polariscoop den hoek A uit den gekruisten stand vooruitgedraaid, dan heeft dit eerst plaats in de azimuthen A, 90° + A, 180° + A en 270° + A. Tusschen de azimuthen 0° en A, 90° en 90° + A enz., hebben wij dus behalve met het physisch phasenverschil u nog rekening te houden met een geometrisch phase-verschil van 180°, dus met een bijgekomen weg-verschil van eene halve undulatie; in de aangewezen uitgestrektheden tusschen 0° en A, enz. zullen de ringen complementair geworden zijn van die tusschen A en 90° enz., dat is donkere en lichte ringen verwisselen voor A, A + 90°, enz. van plaats.

De uitdrukking voor de intensiteit, die ik boven gaf, liet zich daar $a = \cos\alpha$ en $b = \sin\alpha$ is, aldus schrijven:

$$J = \cos(\alpha + \varphi)^2 + \tfrac{1}{2}\sin 2\alpha \sin 2\varphi\,(1 + \cos u)$$
$$= \cos(\alpha + \varphi)^2 + \sin 2\alpha \sin 2\varphi\; 2\cos^2 \tfrac{1}{2} u$$

maar, wanneer A het azimuth van den tweeden polariscoop is, dan is $\varphi = A - \alpha$; dus:

$$J = \cos^2(\alpha + A - \alpha) + \sin 2\alpha \sin 2(A - \alpha)\cos^2 \tfrac{1}{2} u$$
$$= \cos^2 A + \sin 2\alpha \sin 2(A - \alpha)\cos^2 \tfrac{1}{2} u;$$

alleen het tweede lid zij hierin veranderlijk, terwijl $\cos^2 A$ standvastig blijft; dit tweede lid wordt 0 voor $\sin 2\alpha$ of $\sin 2(A - \alpha) = 0$ dat is voor $\alpha = 0°$, 90°, 180° en 270° en $\alpha = A$, 90° + A, 180° + A en 270° + A. Gedifferentiëerd geeft het:

$$2\left[\cos 2\alpha \sin 2(A - \alpha) - \sin 2\alpha \cos 2(A - \alpha)\right]\cos^2 \tfrac{1}{2} u\, d\alpha$$
$$= 2\sin 2(2\alpha - A)\cos^2 \tfrac{1}{2}\, d\alpha;$$

zal deze differentiaal gelijk nul zijn dan moet $\sin 2(2\alpha - A) = 0$

dus $2\alpha - A = 0$, dus $\alpha = \frac{1}{2} A$, enz. zijn; dat is de maxima en minima in de ringen, volgen het vlak van den analysator met de halve hoek-snelheid. Onze complementaire ringen tusschen 0° en A enz. van zoo even vertegenwoordigen de donkere pluimen van het kruis.

12. Wanneer de optische as in de brekende vlakte ligt, geven de formulen IV, V en VI, wanneer φ het azimuth der vlakte van inval is ten aanzien van de normale hoofdsnede van het kristalplaatje:

voor $\varphi = 0^\circ$

$$R = \left(\frac{e}{b} - \frac{e}{a}\right) \sqrt{(1 - b^2 \sin^2 i)}\,,$$

voor $\varphi = 45^\circ$

$$R = \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \sqrt{\tfrac{1}{2}} \sqrt{\left(1 - \cos(r + r'') \cos(r - r'')\right)},$$

waarin $\sin r = b \sin i$ en $\sin r'' = a \sin i$,

en voor $\varphi = 90^\circ$

$$R = \frac{e}{b} \sqrt{1 - b^2 \sin^2 i} - \frac{e}{a} \sqrt{1 - a^2 \sin^2 i} = \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \cos r''.$$

De voorname doorsnede van den uitwendigen invallenden straal maakt met het vlak van inval, dat in het azimuth β ten aanzien van de normale voorname doorsnede ligt, den hoek q, terwijl $tg\, q = \dfrac{tg\, \beta}{\cos i}$ is.

Zoo lang het vlak van inval zamenvalt met de normale voorname doorsnede, is $\beta = 0$ en ook $q = 0$; wanneer $\beta = 90^\circ$ en dus het vlak van inval loodregt staat op de uormale voorname doorsnede is $q = \beta = 90^\circ$. Voor deze beide uiterste gevallen is dus $q = \beta$; de grootste afwijkingen van q en β hebben dus plaats voor $\beta = 45^\circ$ en bedragen zelfs voor $i = 20^\circ$, volgens de berekeningen van Art. 7 ook daar nog niet veel.

Wanneer het polarisatie-vlak van het oorspronkelijke loodregte en parallel invallende licht in het azimuth γ ten aanzien van de normale voorname doorsnede van ons kristalplaatje ge-

legen is, dan moet $\beta - \gamma$ in plaats van α, in de formule (X) van Art. 6 worden gesubstitueerd; dan is $tg\ p = \frac{tg(\beta-\gamma)}{cos\ i}$, en p is de hoek dien het vlak van inval maakt met het vlak gebragt door den invallenden straal en de doorsnede der brekende vlakte met het polarisatie-vlak van het oorspronkelijk parallel ingevallen licht, dat convergent gemaakt werd.

De voorname doorsnede van den invallenden straal maakt alzoo met het polarisatie-vlak, dat ik voor dien straal mij dacht, den hoek $q-p$. Nemen wij nu, even als boven, in plaats van i weder $r = r'$ waarin $sin\ r = b\ sin\ i$ is, dan zijn onze waarden van q en p weder geldig voor de gebroken stralen. Het licht wordt bij de breking in twee deelen verdeeld, welke volgens twee onderling loodregte vlakken gepolariseerd zijn, die ter weerszijden van het polarisatie-vlak van den invallenden straal gelegen zijn. Alles komt hier nu aan op $q-p$, waarin wij dan voor i den hoek r in de plaats stellen. Bij benadering is:

$$tg\ (q-p) = \frac{tg\ q - tg\ p}{1 + tg\ q\ .\ tg\ p} = cos\ r \cdot \frac{tg\ \beta - tg\ (\beta-\gamma)}{cos^2\ r + tg\ \beta\ .\ tg\ (\beta-\gamma)}$$

$$= \left(tg\ \gamma + \frac{r^2}{[1 + tg\ \beta . tg\ (\beta-\gamma)]}\ tg\ \gamma\right) cos\ r$$

$$= cos\ r.\ tg\ \gamma\left(1 + \frac{r^2}{1 + tg\ \beta . tg\ (\beta-\gamma)}\right)$$

$$= tg\ \gamma\left(1 - \tfrac{1}{2}r^2 + \frac{r^2}{1 + tg\ \beta . tg\ (\beta-\gamma)}\right)$$

eene waarde die weinig van $tg\ \gamma$ zal afwijken, zoolang r klein blijft.

13. Stelt men in de algemeene formule (III) i klein, zoodat men de vierde magten daarvan mag verwaarloozen, en neemt men

$$sin^2\ i = \frac{x^2 + y^2}{D^2},\ sin^2\ \varphi = \frac{y^2}{x^2 + y^2}\ \text{en}\ cos^2\ \varphi = \frac{x^2}{x^2 + y^2},$$

waarin D den afstand van het scherm voorstelt, waarop het

verschijnsel geprojecteerd wordt, dan verkrijgt men de bekende hyperbolen; het totale weg-verschil is namelijk:

$$R = \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \sqrt{\left[1 - \sin^2 i (a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)\right]}$$

$$= \frac{e}{b} \sqrt{(1 - b^2 \sin^2 i)} - \frac{e}{a} \sqrt{\left[1 - \sin^2 i (a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)\right]}$$

dus bij benadering:

$$R = \frac{e}{b} \left(1 - \frac{b^2 (x^2 + y^2)}{2 D^2}\right) - \frac{e}{a} \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2 D^2} \left[\frac{a^2 y^2}{x^2 + y^2} + \frac{b^2 x^2}{x^2 + y^2}\right]\right)$$

dat is

$$R = \frac{e}{b} - \frac{e}{a} - \frac{eb (x^2 + y^2)}{2 D^2} + \frac{ea\, y^2}{2 D^2} + \frac{eb^2\, x^2}{a\, 2 D^2};$$

dus

$$R = e \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) + \frac{e (b^2 - ab)}{2\, a D^2} x^2 + \frac{e (ab - b^2)}{2\, b D^2} y^2,$$

waarin de teekens der coëfficiënten van x^2 en y^2 blijkbaar verschillen. Wij zullen ons echter hierbij niet langer ophouden, daar men deze geheele beschouwing overal en ook bij BILLET terugvindt.

Ik bepaal mij liever tot een voorbeeld:

Voor de streep $14\,\alpha\gamma$ vond ik voor IJslandsch spath, bij vorige onderzoekingen, bij 24° C.:

$$n^o = \frac{1}{b} = 1.65845 \quad \text{en} \quad n^e = \frac{1}{a} = 1.48638$$

en voor kwarts bij 24° C.:

$$n^o = \frac{1}{b} = 1.54419 \quad \text{en} \quad n^e = \frac{1}{a} = 1.55329$$

alzoo voor spath $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = 0.17207$ en voor kwarts $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = -0.00910$.

De golflengte voor $14\,\alpha\gamma$ in lucht bij 24° C. is $= 0.000589537$ mm.

Stel $e = 2^{mm}$; voor $i = 0^\circ$, geeft spath:

$$R = 2\,(0.17207) = 0.34514 \text{ mm.}$$

en kwarts:

$$R = -2\,(0.00910) = -0.01820 \text{ mm.};$$

dat is voor spath vrij nabij 737 golflengten en voor kwarts omtrent -30.9 golflengten.

Naauwkeuriger vindt men voor kwarts, voor

$$i = 0^0 \quad R = -30.87 \text{ golfl.}$$

en voor $i = 20^0$, naar IV, V en VI:

$$\text{bij } \varphi = 0^0 \quad R = -30.10$$
$$\varphi = 45^0 \quad R = -30.84$$
$$\varphi = 90^0 \quad R = -31.64.$$

Men ziet hieruit hoe weinig R betrekkelijk, zelfs tot $i = 20^0$ toe, voor zulk een kwarts-plaatje in de verschillende rigtingen verandert. Voor $\varphi = 0^0$ of 90^0 zelfs, waar de verandering nog het snelste is, moet de hoek van inval van 0^0 tot meer dan 20^0 klimmen om de af- of toe-name van eene enkele golflengte in het weg-verschil te erlangen; blijkbaar zal dat weg-verschil dan voor hoeken die onderscheidene graden van elkander verschillen wel als constant kunnen worden beschouwd.

Beschouwen wij nu een spath-plaatje loodregt op de as van dezelfde dikte van 2 mm, dan is het weg-verschil voor $i = 0^0$ ook gelijk 0; maar voor $i = 20^0$ vindt men, naar de formule

$$R = \frac{e}{b}(\cos r - \cos r''), \qquad R = +29.89 \text{ golfl. van } 14\alpha\gamma.$$

Bij 20^0 ligt dus hier reeds de dertigste donkere ring en het weg-verschil verloopt zeer snel voor eene kleine verandering in den hoek van inval.

14. Leggen wij nu het kwarts-plaatje op het spath-plaatje, dan laat zich bij naauwkeurige kennis hunner dikten ligt voor iedere waarde van φ de hoek van inval berekenen, waarbij volkomene onderlinge compensatie van beider weg-verschillen plaats heeft; voor de plaatjes, die wij tot voorbeeld kozen, stellen wij dat zulks bij $i = 20^0$ optreedt. Wanneer wij nu de as of de normale voorname doorsnede van het kwarts-plaatje brengen in het azimuth van 45^0 ten aanzien van het vlak van polarisatie van het invallende licht, dan geeft dit kwarts-plaatje op elk punt zijner oppervlakte al zeer nabij twee stralen van gelijke intensiteit, met een weg-verschil R, wier vlakken van

polarisatie een hoek van 45° regts en links maken met het oorspronkelijke polarisatie-vlak.

Voor het loodregt op de as gesneden spath-plaatje zullen, voor datzelfde azimuth van 45° de polarisatie-vlakken der beide stralen, waarin de invallende straal verdeeld wordt, volkomen zamenvallen met de polarisatie-vlakken der beide stralen van het daaronder of daarop gelegen kwarts-plaatje. Voor rigtingen links en regts van het azimuth 45° gaan de polarisatie-vlakken van het spath-plaatje, die steeds met het azimuth mededraaijen al meer en meer afwijken van de polarisatie-vlakken van het ondergelegen kwarts-plaatje, die immers voor kleine waarden van i bijna constant de rigting van de normale voorname hoofdsnede van dit plaatje en van het vlak daar loodregt op behouden.

Op 45° links of regts van die rigting waarvan wij uitgingen, vervallen wij in het polarisatie vlak van den invallenden straal en in het vlak loodregt daarop. Ons kwarts-plaatje geeft dan nog steeds zijne twee stralen, wier polarisatie-vlakken links en regts 45° van dat primitieve polarisatie-vlak afwijken, met een weg-verschil van omstreeks 30 golflengten. Het spath-plaatje geeft voor die beide rigtingen slechts één straal gepolariseerd volgens zijne voorname doorsnede of loodregt daarop. Bedraagt het weg-verschil der beide stralen van het kwarts-plaatje voor een van deze twee vlakken juist een oneven aantal halve golflengten, dan baat het weinig of het spath-plaatje het licht al door laat, want de straal is dan reeds geheel uitgedoofd voor hij in dit plaatje binnentreedt.

15. Ontleden wij nu het licht, dat de beide plaatjes doorloopen heeft, door een tweeden polariscoop wiens vlak van polarisatie loodregt of gekruist staat op dat van den eersten, dan hebben wij in het gewone daglicht vooreerst vijf of zes gewone ringen van het spath-plaatje, doorsneden door het bekende zwarte kruis, welks armen met de polarisatie-vlakken der beide polariscopen zamenvallen, alles echter zeer flaauw en naauwelijks zigtbaar, wanneer de optische as van het kwarts plaatje zeer nabij het azimuth van 45° ligt. De volgende ringen zijn geheel onzigtbaar, totdat wij onder een hoek van inval van omtrent 20° vooral in de rigting van de as van het kwarts-plaatje weder een geheel stel van zeer duidelijke ringen — ik telde er

14 — zien optreden, die wel omstreeks den dertigsten ring van het spath-plaatje zullen liggen. Deze ringen ontstaan nu hierdoor, dat bij die as het hoofdzakelijk weg-verschil tusschen de beide zamenstellende stralen van het spath-plaatje, door het kwarts-plaatje gecompenseerd wordt; zij berusten dus op een overschot van weg-verschil ten bedrage van 0, 1, 2, 3, enz. halve golflengten. Zij zijn zeer fijn en digt op elkander gelegen en behouden daarin het scherpe karakter, dat aan hunnen hoogen rang toekomt.

Daarenboven hebben deze ringen nog de eigenaardigheid van gewone interferentie-strepen, namelijk dat zij aan beide zijden van den middensten helderen ring symmetrisch zijn, en achtervolgens op dezelfde wijze als de doorgelaten ringen van NEWTON opklimmen. In de rigting van het donkere kruis bemerkt men natuurlijk eene afbreking van die additioneele ringen. In de rigting loodregt op de as van het kwarts-plaatje heeft, zoo als van zelf spreekt, in plaats van geheele of gedeeltelijke aftrekking, totale optelling der weg-verschillen plaats; hier moeten die ringen dus geheel verdwijnen. Zij loopen van de beide eindpunten der as links en regts al flaauwer en flaauwer uit, tot nabij de eindpunten van de rigting loodregt op de as, met eene korte afbreking voor de armen van het donkere kruis. Dat zij in zoo groot aantal zigtbaar worden, ligt alleen aan de zeer langzame verandering in het weg-verschil, dat door het kwarts-plaatje wordt voortgebragt. Zij staan in oorsprong gelijk met al die interferentie-strepen, die bij een groot onderling weg-verschil der interfereerende stralen weêr in het midden van het veld gebragt worden door aan den geavanceerden straal een groot standvastig gedeelte van zijne winst te ontnemen.

Stelt men de polarisatie-vlakken van beide polariscopen evenwijdig, dan heeft men dezelfde verschijnselen; alleen wordt het zwarte kruis vervangen door een met verlichte armen, die echter evenzoo door eene afbreking in de additioneele ringen hunnen invloed doen gevoelen.

Wanneer het azimuth eener voorname doorsnede van het spath-plaatje ten aanzien van de normale voorname doorsnede van het kwarts-plaatje grooter is dan 45°, mag men aannemen, dat de polarisatie-vlakken der beide stralen, die uit het ondergelegen kwarts-plaatje komen, links en regts van deze voorname

doorsnede liggen, dat alzoo die voorname doorsnede tusschen beiden in ligt. Maar dan zullen ook voor alle azimuthen kleiner dan 45° de polarisatie-vlakken van beide bedoelde stralen van het kwarts-plaatje aan denzelfden kant van de voorname doorsnede van het spath-plaatje vallen. In het eerste geval zijn dan de hoeken tusschen die polarisatie-vlakken en die voorname doorsnede ψ en $90^\circ - \psi$ en in het tweede ψ' en $90^\circ + \psi'$. Hieruit vloeit voort, dat de ontbondenen van beide kwarts-stralen volgens die voorname doorsnede in het eerste geval zamenwerken en in het tweede geval elkander verzwakken of omgekeerd, en dat dus, al naar gelang het oorspronkelijk door het kwarts-plaatje voortgebragte weg-verschil een even of een oneven aantal halve golflengten bedraagt, of de eene of de andere der door het kruis in onze additioneele ringen voortgebragte afbrekingen bij den parallelen stand der polariscopen nog donker zijn zal.

Dat tot op betrekkelijk kleinen afstand van de loodlijn op de as van het kwarts-plaatje onze additioneele ringen nog zwak zigtbaar zijn — niettegenstaande voor die lijn zelve volkomen verwisseling der rollen plaats heeft van versnelden en vertraagden kwarts-straal ten aanzien van de hoofdsnede van het spath-plaatje — zulks bewijst: dat de kleine ontbondenen van den versnelden kwarts-straal volgens die voorname spath-doorsnede en van den vertraagden volgens het vlak loodregt daarop nog intensiteit genoeg bezitten om de ringen van het spath te doen uitkomen.

16. Even goed als een plaatje evenwijdig aan de as uit het positieve kwarts gesneden, even goed zoude ook een plaatje evenwijdig aan de as uit een negatief kristal, b.v. kalk-spath gesneden het verschijnsel kunnen geven; maar dan zoude dit kalkspath-plaatje, volgens de berekening van boven, omtrent 25 malen dunner dan het kwarts-plaatje moeten zijn, dus ongeveer maar $^1/_{10}$ van een millimeter dik, om den dertigsten ring van het 2 millimeter dikke loodregt op de as gesneden spath-plaatje zigtbaar te maken. Evenzoo zoude een kwarts-plaatje, dat evenwijdig aan de as gesneden is, de hoogere ringen zigtbaar kunnen maken van een ander kwarts-plaatje dat loodregt op de as gesneden is; maar dan zoude ook het laatste plaatje wel dertig malen dikker dan het eerste mogen zijn. Voor beide deze gevallen, waar plaatjes van gelijknamige kris-

tallen op elkander gelegd worden, zoude alleen deze verandering in het verschijnsel plaats hebben, dat de additioneele ringen nu het intensiefst werden in de rigting van de lijn, die loodregt op de as van het parallele plaatje staat. Wanneer men de hoogere ringen van een kwarts-plaatje zigtbaar wilde maken door een evenwijdig aan de as gesneden spath-plaatje zoude de verhouding der dikten nog grooter moeten zijn; maar de ringen zouden weêr het best zigtbaar zijn in de rigting der as van het parallel gesneden plaatje.

Practisch nut heeft het hier behandelde verschijnsel in zoo ver, dat ik voor de gewoonlijk regthoekige plaatjes, die evenwijdig aan de as gesneden zijn, vooronderstеld dat het kwartsplaatjes zijn, terstond de rigting van de as vind, door ze met een loodregt op de as gesneden spath-plaatje in eene tourmalijntang te brengen. Evenzoo kan men voor een evenwijdig aan de as gesneden plaatje, wanneer de ligging der as bekend is, door het met een loodregt op de as gesneden plaatje van een kristal van bekend karakter te verbinden, terstond uitmaken, of het positief of negatief is. Wanneer men namelijk de plaatjes maar in die relatieve dikten heeft, waarbij de hier besproken ringen optreden. Ik vermoed dat hiervan ook nog wel voordeel zal te trekken zijn voor de twee-assige kristallen.

17. Wanneer men twee evenwijdig aan de as gesneden plaatjes van ongelijke dikte op elkander legt en daarbij hunne assen loodregt op elkander stelt, dan is de door hen te weeg gebragte versnelling van den eenen straal op den anderen, in de beide hoofdrigtingen, naauwkeurig gelijk aan die van een enkel plaatje, welks dikte gelijk is aan het verschil hunner dikten en waarvan de as in rigting zamenvalt met die van het dikste. Ondersteld dus dat deze plaatjes uit kwarts zijn gesneden en dat hunne assen, om het verschijnsel zoo duidelijk mogelijk te doen optreden, op 45° links en regts van het vlak van polarisatie van den invallenden straal liggen, dan kan men daarop weder een loodregt op de as gesneden spath-plaatje leggen; bij het zien door den tweeden polariscoop zal men dan weder onze gedeeltelijk versterkte ringen waarnemen, die nu, wanneer het verschil in dikte maar gering is, tot de orde der gewoonlijk zigtbare zullen zijn afgedaald en in de rigting der as van het

dikste plaatje versterkt zullen zijn. Draait men nu een der beide kwarts-plaatjes, bij voorkeur het dunste, zoodanig, dat zijne as al vrij digt bij het vlak van polarisatie van den eersten of tweeden der onderling loodregte of evenwijdige polariscopen komt, dan blijft men, hoewel zwakker, nog diezelfde locale versterking en kleurs-verandering in de ringen van lagere orde waarnemen; maar daarenboven treden de additioneele stelsels van ringen van veel hoogere orde voor ieder plaatje afzonderlijk op een betrekkelijk geringen afstand van elkander te voorschijn. Op nog veel grooter afstand van het centrum dan deze beide laatste, ziet men dan nog een derde stelsel van zeer fijne, scherp begrensde, gedeeltelijk versterkte ringen optreden; dit ontstaat uit de sommatie van de dikten der beide plaatjes, dat is uit de optelling der vertragingen of versnellingen door ieder hunner afzonderlijk voortgebragt. Immers, naar het beginsel der superpositie van kleinste bewegingen, kunnen wij in het uit het tweede kwarts-plaatje naar buiten tredende licht vier stralen met verschillende anomalieën onderscheiden; deze vier stralen geven, door alle mogelijke combinaties, bij interferentie vooreerst de verschijnselen die aan ieder plaatje afzonderlijk toebehooren en verder die, welke uit aftrekking en optelling hunner versnellingen of vertragingen ontstaan; het hangt daarbij alleen af van den onderlingen stand der normale hoofd-doorsneden en de daarmede zamenhangende intensiteit van het licht en stand van de polarisatie-vlakken der gebroken stralen, in welke rigting òf het eene òf het andere van die vier interferentie-verschijnselen domineert. Ik zie geene noodzakelijkheid om een en ander hier door berekening toe te lichten, te minder daar dit betoog zoo ligt niet zoude zijn; terwijl het experiment duidelijk genoeg spreekt. Juist de naauwkeurige berekening van den relatieven stand der polarisatie-vlakken van de invallende en gebroken stralen onderling zoude de grootste moeijelijkheden opleveren. Later kom ik voor soortgelijke verschijnselen nog eens hierop terug.

Het spath-plaatje treedt hier eigenlijk als hulpmiddel op om de rigtingen op te sporen, waarin elk van die vier mogelijke interferentie-verschijnselen het sterkst is. Men zal, ook bij den tweeden stand van het relatief gedraaide kwarts-plaatje, gemak-

kelijk waarnemen, dat de ringen eenigszins misvormd of liever niet cirkelvormig zijn; die van lagere orden zijn in het vlak van polarisatie van het invallende licht reeds eenigszins gerekt of elliptisch geworden; en de stelsels van additioneele ringen die door ieder plaatje afzonderlijk ontstaan, wijken in diezelfde rigting in hun verloop van elkander af en toonen daardoor aan, dat ook zij wel wat elliptisch zijn. Al die afwijkingen van den cirkelvorm ontstaan hieruit, dat het wegverschil in de rigting van de normale hoofdsnede van zulk een kwarts-plaatje langzaam afneemt en in de rigting loodregt daarop evenzoo langzaam toeneemt. Bij een enkel plaatje van zulk eene dikte van 2^{mm} bemerkt men die afwijking niet, omdat men niet kan vergelijken; hier komt zij terstond voor den dag, door de tegenstelling, die de twee op elkander gelegde plaatjes voortbrengen, waardoor terstond de gelegenheid tot comparatie bij de hand is.

Het spreekt wel van zelf, dat ik hier mijne waarnemingen met gewoon daglicht beschrijf; met homogeen sodium-licht zoude men zulk eene menigte gelijk-gekleurde ringen waarnemen, dat de bedoelde bijzonderheden daarin wierden opgelost.

18. Legt men van hetzelfde kristal twee even dikke plaatjes op elkander, waarvan een loodregt op en het andere evenwijdig aan de as gesneden is, dan heeft men voor het wegverschil in de rigting waarin de as van 't laatste ligt, volkomen correct:

$$R^x = \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{b} \cos r'' + \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \cos r = e\left(\frac{2}{b} \cos r - \frac{1}{b} \cos r'' - \frac{1}{a} \cos r\right)$$

$$= e\left(\frac{2 \cos r \,.\, \sin i}{\sin r} - \frac{\sin i \cos r''}{\sin r} - \frac{\sin i \cos r}{\sin r''}\right)$$

$$= \frac{e}{\sin r \sin r''}\left(2 \cos r \sin i \sin r'' - \sin i \cos r'' \sin r'' - \sin i \cos r \sin r\right)$$

$$= \frac{e \sin i}{\sin r \sin r''}\left(2 \cos r \sin r'' - \tfrac{1}{2} \sin 2 r'' - \tfrac{1}{2} \sin 2 r\right)$$

$$= \frac{e}{ab \sin i}\left(2 \cos r \sin r'' - \tfrac{1}{2} \sin 2 r'' - \tfrac{1}{2} \sin 2 r\right).$$

Even naauwkeurig heeft men voor de rigting loodregt op die as:

$$R^y = \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{b} \cos r'' - \frac{e}{b} \cos r + \frac{e}{a} \cos r'' = e\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \cos r''$$

$$= e\left(\frac{\sin i}{\sin r''} - \frac{\sin i}{\sin r}\right) \cos r'' = \frac{e}{ab \sin i} (\sin r - \sin r'') \cos r''.$$

Beide formulen geven echter tot geene bijzondere beschouwingen aanleiding.

Legt men twee even dikke evenwijdig aan de as gesneden plaatjes gekruist op elkander, dan heeft men, wanneer de vlakken van inval, waarin de assen liggen, juist 90° maken, voor het wegverschil in deze vlakken:

$$\pm R = \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \cos r - \frac{e}{b} \cos r + \frac{e}{a} \cos r'' = \frac{e}{a} (\cos r'' - \cos r).$$

Dit is natuurlijk de uitdrukking, die men vindt wanneer men voor eenzelfde waarde van i eenvoudig de wegverschillen van elkander aftrekt, die gelden wanneer het vlak van inval door de optische as gaat en wanneer het loodregt daarop staat.

Vergelijkt men deze waarde met die voor het wegverschil van een plaatje loodregt op de as, dat dezelfde dikte heeft, bij denzelfden hoek van inval i, dan bevindt men dat beiden tot elkander staan als $\frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{b}}$ of $\frac{b}{a}$, dat is, als de buitengewone en gewone indices van breking, en van tegengesteld teeken zijn. Kan men dus die wegverschillen juist bepalen en op de dikte der plaatjes vertrouwen, dan kan men uit den bekenden gewonen index, den buitengewonen afleiden. Niettegenstaande de practische moeijelijkheden kon het zijn, dat men een soortgelijken regel voor dunne plaatjes van twee-assige kristallen vond, die voor kleine deelen van kristallen nog bruikbare uitkomsten vermogt te leveren.

Bezigt men, om de proef voor één-assige kristallen nog anders voor te stellen, twee prisma's — een compensator van BABINET — waarvoor de optische as in het eene prisma evenwijdig

loopt aan de brekende ribbe en in het andere prisma loodregt op die ribbe staat, terwijl de beide prisma's volkomen gelijk geslepen zijn en neemt men verder een plaatje loodregt op de as uit hetzelfde kwarts-kristal gesneden, dan kan men de prisma's op elkander verschuiven en de dikten van beide stukken gelijkelijk laten toenemen, totdat het wegverschil in het daarvoor geplaatste loodregt op de as gesneden plaatje voor alle hoeken van inval volkomen gecompenseerd wordt. Dit zal blijken door een geheel verlichte of kleurlooze middellijn, die al de ringen doorsnijdt en natuurlijk evenwijdig aan de brekende ribbe der prisma's loopt; de dikte van het plaatje loodregt op de as zal dan staan tot de gezamenlijke dikte der beide prisma's, met welke die middellijn correspondeert, als de buitengewone index van refractie tot tweemaal den gewonen.

19. De algemeene formule voor het wegverschil van twee aldus regthoekig gekruiste platen, die evenwijdig aan de as gesneden zijn is:

$$R = \frac{e}{b} \cos r - \frac{e}{a} \sqrt{\left(1 - \sin^2 i\,(a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)\right)}$$

$$- \frac{e}{b} \cos r + \frac{e}{a} \sqrt{\left(1 - \sin^2 i\,(a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi)\right)}$$

$$= \frac{e}{a} \left\{ \sqrt{(1 - \sin^2 i\,(a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi))} \right.$$

$$\left. - \sqrt{\left(1 - \sin^2 i\,(a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi^2)\right)} \right\}$$

$$= \frac{e}{a} \left\{ \sqrt{\left(1 - \sin^2 i\left(a^2 + (b^2 - a^2) \sin^2 \varphi\right)\right)} \right.$$

$$\left. - \sqrt{\left(1 - \sin^2 i\left(a^2 + (b^2 - a^2) \cos^2 \varphi\right)\right)} \right\};$$

dus, bij benadering:

$$R = \frac{e}{a} \left\{ \sqrt{(1 - a^2 \sin^2 i)} - \frac{\frac{1}{2}(b^2 - a^2) \sin^2 \varphi \sin^2 i}{\sqrt{(1 - a^2 \sin^2 i)}} \right.$$

$$\left. - \sqrt{(1 - a^2 \sin^2 i)} + \frac{\frac{1}{2}(b^2 - a^2) \cos^2 \varphi \sin^2 i}{\sqrt{(1 - a^2 \sin^2 i)}} \right\}$$

of

$$R = \frac{e}{a}\left(\cos r - \frac{\frac{1}{2}(b^2-a^2)\sin^2\varphi \sin^2 i}{\cos r''} - \cos r'' + \frac{\frac{1}{2}(b^2-a^2)\sin^2 i \cos^2\varphi}{\cos r''}\right)$$

$$= \frac{e}{a} \cdot \frac{\cos 2\varphi}{2\cos r''} \sin^2 i\,(b^2-a^2) = \frac{e}{a^2}\,\frac{\cos 2\varphi \sin i\, tg\, r''}{2}\,(b^2-a^2);$$

dit geeft voor het scherm, dat op den afstand D geplaatst is, wanneer men nog $tg\ r'' = sin\ i$ stelt:

$$R = \frac{e}{a^2}\,\frac{x^2+y^2}{D^2+x^2+y^2}\,\frac{(b^2-a^2)}{2}\left(\frac{x^2}{x^2+y^2} - \frac{y^2}{x^2+y^2}\right)$$

of, nog verder bekortende:

$$R = \frac{e}{a^2}\,\frac{x^2+y^2}{D^2}\left(\frac{b^2-a^2}{2}\right)\left(\frac{x^2}{x^2+y^2} - \frac{y^2}{x^2+y^2}\right)$$

$$= \frac{e}{2\,D^2\,a^2}\,(b^2-a^2)\,(x^2-y^2),$$

dus

$$R \times \frac{2\,D^2\,a^2}{e\,(b^2-a^2)} = x^2 - y^2.$$

Deze vergelijking geeft gelijkzijdige hyperbolen; in de eerste plaats zoude hierin dan nog het eerste lid met $\frac{sin\ i}{tg\ r''}$ moeten worden vermenigvuldigd; naarmate $b^2 - a^2$ grooter wordt en de dikte der platen toeneemt, komen deze hyperbolen beter in het gezigts-veld.

De tweede hyperbool wordt hier, zooals boven, natuurlijk gevonden door R negatief te stellen.

Het kegelvlak, dat de invallende stralen omvat, die eenzelfde wegverschil geven, laat zich construeren door de berekening der formule:

$$C = \frac{e}{a}\left\{\sqrt{\left(1 - \sin^2 i\left(a^2 + (b^2-a^2)\sin^2\varphi\right)\right)} - \sqrt{\left(1 - \sin^2 i\left(a^2 + (b^2-a^2)\cos^2\varphi\right)\right)}\right\};$$

deze geeft eene vierde-magtsvergelijking voor *sin* i, van den tweede-magtsvorm; en daaruit voor ieder azimuth twee waarden van *sin* i, die met tegengestelde teekens aan elkander gelijk zijn en afhangen van $\cos^2 2\varphi$; voor $\varphi = 45°$ wordt het tweede lid gelijk nul; dus i onbestaanbaar.

20. Het wegverschil is hier voor de normaal doorgelaten stralen en voor de asymptoten der hyperbolen gelijk aan nul. — Voor een enkel plaatje heeft het voor de normaal doorgelaten stralen de middenwaarde, van welke het voor de eene reeks van hyperbolen, die de as van het plaatje tot bestaanbare as hebben, regelmatig afneemt, terwijl het voor de andere reeks van hyperbolen, die de loodlijn op de optische as tot bestaanbare as hebben, even regelmatig toeneemt; voor de gemeenschappelijke asymptoten van al deze hyperbolen geldt dan weêr standvastig diezelfde middenwaarde van de normaal doorgelaten stralen. Aan den eenen kant van eenige asymptoot neemt dit verschil dus regelmatig af en aan den anderen regelmatig toe. — Zoo ook heeft men voor de gekruiste even dikke plaatjes aan den eenen kant der asymptoot negatieve en aan den anderen kant positieve wegverschillen. Voor gekruiste plaatjes van ongelijke dikte, die evenzeer nog hyperbolen geven, wordt de verdeeling der wegverschillen gewijzigd.

Nemen wij tot voorbeeld weder ons kwarts-plaatje, dat 2^{mm} dik is, van zoo even; in de rigting der as neemt het wegverschil bij toenemenden hoek van inval af, zoodat, wanneer het voor normale stralen 30,87 golflengten bedraagt, het voor $i = 60°$ tot 25,56 golfl. is afgenomen; in de rigting loodregt op de as neemt het daarentegen met i toe, zoodat, wanneer het voor $i = 0°$ weder 30,87 golfl. bedraagt, het voor $i = 60°$ bereids tot 37,21 golfl. is toegenomen. Leggen wij nu twee plaatjes met regthoekig gekruiste assen op elkander, waarvan het eene 2^{mm} en het andere maar $1{,}7^{mm}$ dik is, dan is voor de normaal invallende stralen het wegverschil nog $30{,}87 - \frac{1{,}7}{2} 30{,}87 = 30{,}87 - 26{,}24 = 4{,}63$ golflengten. De 26,24 golfl. van het dunste plaatje zijn voor $i = 60°$, in de rigting der as 21,73, en in de rigting loodregt daarop 31,63 geworden. Volgen wij nu de as van het dikste plaatje, die met de lijn loodregt op de as van

het dunnere zamenvalt. Voor normale stralen wordt de straal, die volgens het normaal-vlak gaande door de as van het dikste plaatje gepolariseerd is, inderdaad 30,87 λ vertraagd, doch door het dunnere plaatje weder 26,24 λ versneld, hetgeen eene vertraging geeft van 4,63 λ; maar voor $i = 60°$ wordt diezelfde straal door het dikste maar 25,56 λ vertraagd en door het dunnere 31,63 λ versneld, gevende eene versnelling van 6,07 λ. Wij hebben dus hier een overgang van eene vertraging tot eene versnelling, van $- 4,63 \lambda$ tot $+ 6,07 \lambda$; ergens tusschen beiden gaat de waarde dus door 0. Wij hebben alzoo eerst vijf hyperbolen te verwachten, die de as van het dikste plaatje tot bestaanbare as hebben voor de wegverschillen 4 λ, 3 λ, 2 λ, λ en 0 negatief genomen, en dan vijf hyperbolen voor de wegverschillen λ tot 5 λ positief genomen en verder alle volgende met positief wegverschil; dat is eene reeks van hyperbolen waarin de 1ste en de 9de, de 2de en de 8ste, de 3de en de 7de en eindelijk de 4de en de 6de aan elkander gelijk zijn, dat is gekleurde ringen van dezelfde orde van NEWTON voorstellen, terwijl de 5de door twee even donkere hyperbolen begrensd zal zijn. Maar de hyperbolen met vertraging, die hier bijgekomen zijn, zullen van de andere reeks die de optische as van het dunnere plaatje tot bestaanbare as hebben, zijn afgetrokken; dat is, deze laatste zullen terstond met een wegverschil van 5 λ aanvangen en als ringen van hoogere orde moeijelijk zigtbaar zijn. Inderdaad vond ik ook het verschijnsel zoo met twee kwarts-plaatjes, die ongeveer zooveel in dikte verschilden, als ik hier vooronderstelde; zeer schuin door de tusschen de herapathit-tang geplaatste plaatjes ziende, vond ik in de rigting der optische as van het dikste plaatje eerst de toppen van wel zes of zeven hyperbolen met vertraging van den volgens het vlak van die as gepolariseerden straal; dan die van een paar zeer donkere hyperbolen en daarop die van de gewone, welke uit versnelling van dienzelfden straal ontstonden; terwijl ik zelfs bij de scheefste stelling in de rigting der as van het dunste plaatje niets kon waarnemen.

De formule voor het wegverschil is, de dikte van het dikste plaatje e en die van het dunste e' noemende, hier eenvoudig deze:

$$R = e \left\{\frac{1}{b} \cos r - \frac{1}{a} \sqrt{\left(1 - \sin^2 i \, (a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)\right)}\right\}$$

$$- e' \left\{\frac{1}{b} \cos r - \frac{1}{a} \sqrt{\left(1 - \sin^2 i \, (a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi)\right)}\right\}$$

$$= (e-e') \frac{1}{b} \cos r + \frac{e'}{a} \sqrt{\left(\left(1 - \sin^2 i \, (a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi)\right)\right)}$$

$$- \frac{e}{a} \sqrt{(1 - \sin^2 i \, (a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)}$$

$$= (e-e') \frac{1}{b} \cos r + \frac{e'}{a} \sqrt{\left(1 - \sin^2 i \left(a^2 + (b^2 - a^2) \sin^2 \varphi\right)\right)}$$

$$- \frac{e}{a} \sqrt{\left\{1 - \sin^2 i \left(a^2 + (b^2 - a^2) \cos^2 \varphi\right)\right\}} \,;$$

dat is, de wortels benaderende:

$$R = (e-e') \frac{1}{b} \cos r + \frac{e'}{a} \cos r'' - \frac{e'}{a} \frac{(b^2 - a^2) \sin^2 \varphi}{2 \cos r''} \sin^2 i$$

$$- \frac{e}{a} \cos r'' + \frac{e}{a} \frac{(b^2 - a^2) \cos^2 \varphi}{2 \cos r''} \sin^2 i$$

$$= \frac{e-e'}{b} \cos r + \frac{e'-e}{a} \cos r'' + \frac{e \cos^2 \varphi - e' \sin^2 \varphi}{2 \cos r''} \frac{b^2 - a^2}{a} \sin^2 i$$

$$= (e-e') \left(\frac{\cos r}{b} - \frac{\cos r''}{a}\right) + \frac{e \cos^2 \varphi - e' \sin^2 \varphi}{2 \cos r''} \frac{b^2 - a^2}{a} \sin^2 i \,;$$

dat is, ook nog $\cos r$ en $\cos r''$ ontwikkelende en daarbij evenzeer de vierde magten van $\sin i$ verwaarloozende:

$$R = (e-e') \left(\frac{1 - \frac{1}{2} b^2 \sin^2 i}{b} - \frac{1 - \frac{1}{2} a^2 \sin^2 i}{a}\right) + \frac{e \cos^2 \varphi - e' \sin^2 \varphi}{a} (b^2 - a^2) \sin^2 i$$

$$= (e-e') \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} + \tfrac{1}{2} (a-b) \sin^2 i\right) + \frac{e \cos^2 \varphi - e' \sin^2 \varphi}{a} (b^2 - a^2) \sin^2 i$$

$$= (e-e') \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) + \sin^2 i \left\{\tfrac{1}{2} (e-e')(a-b) + \frac{e \cos^2 \varphi - e' \sin^2 \varphi}{a} (b^2 - a^2)\right\} \,;$$

of, voor het scherm op den afstand D, en regtlijnige coördinaten invoerende:

$$R = (e-e')\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)+\frac{x^2+y^2}{D^2}\left\{\tfrac{1}{2}(e-e')(a-b)+\left(e\frac{x^2}{x^2+y^2}-e'\frac{y^2}{x^2+y^2}\right)\frac{b^2-a^2}{a}\right\}$$

$$= (e-e')\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)+\frac{\tfrac{1}{2}(e-e')(a-b)}{D^2}(x^2+y^2)+\frac{e\,x^2-e'\,y^2}{D^2}\cdot\frac{b^2-a^2}{a}$$

$$= (e-e')\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)+\frac{x_2}{D^2}\left\{\tfrac{1}{2}(e-e')(a-b)+\frac{e\,(b^2-a^2)}{a}\right\}$$

$$+\frac{y^2}{D^2}\left\{\tfrac{1}{2}(e-e')(a-b)-\frac{e'\,(b^2-a^2)}{a}\right\}.$$

Deze vergelijking geeft weder de beide hyperbolen; de coëfficiënt van x^2 is positief; die met bestaanbare as van x hebben $R-(e-e')\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$ steeds positief, en omvatten dus ook die enkele, waarin R negatief en kleiner dan $(e-e')\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$ is; want deze laatste uitdrukking is voor kwarts, dat $\frac{1}{b}$ kleiner dan $\frac{1}{a}$ heeft, immer negatief, omdat e grooter dan e' ondersteld wordt. De hyperbolen met bestaanbare as van y omvatten al de andere waarden van $R-(e-e')\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$, waarin R negatief is. De as van x is hier de optische as van het dikste plaatje.

21. Voor een plaatje, dat onder een hoek van 45° met de optische as gesneden is, geeft de formule van art. 5:

$$R = \frac{e}{b}\cos r-\frac{e\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\sqrt{\left(1-a^2\sin^2 i\sin^2\varphi-\frac{2\,a^2\,b^2\cos^2\varphi\,\sin^2 i}{a^2+b^2}\right)}$$

$$-\,e\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\cos\varphi\,\sin i;$$

dat is, de tweede magten van $sin^2 i$ verwaarloozende en den wortel ontwikkelende, waarbij ook $cos\, r$ in $sin\, i$ wordt uitgedrukt:

$$\frac{R}{e} = \left(\frac{1}{b} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\right) - \left(\frac{b}{2} - \frac{a^2}{\sqrt{2(a^2+b^2)}}\, sin^2\varphi \right.$$
$$\left. - \frac{a^2 b^2 \sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\, cos^2\varphi\right) \frac{x^2+y^2}{D^2+x^2+y^2}$$
$$- \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\, cos\varphi \cdot \frac{\sqrt{(x^2+y^2)}}{\sqrt{(D^2+x^2+y^2)}},$$

waarin, den afstand van het scherm D noemende, $sin\, i$ door hare waarde vervangen is. Stellende nu hierin nog de waarden $sin^2\varphi = \frac{y^2}{x^2+y^2}$ en $cos^2\varphi = \frac{x^2}{x^2+y^2}$, dan wordt de uitdrukking:

$$\frac{R}{e} = \left(\frac{1}{b} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\right) - \left(\frac{b}{2} - \frac{a^2}{\sqrt{2(a^2+b^2)}}\right) \frac{y^2}{D^2+x^2+y^2}$$
$$- \left(\frac{b}{2} - \frac{a^2 b^2 \sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right) \frac{x^2}{D^2+x^2+y^2} - \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} \frac{x}{\sqrt{(D^2+x^2+y^2)}}.$$

Voor x en y gelijk nul, dat is voor den normalen straal, is:

$$R = e\left(\frac{1}{b} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\right).$$

De oorsprong van telling kan op de as van x worden verlegd, zoodat de derde term van het tweede lid wegvalt; wanneer wij den afstand van den nieuwen oorsprong tot den eersten, dat is tot het punt, waar de normaal doorgaande straal het scherm treft, voorstellen door p, dan is:

$$p = - \frac{\dfrac{a^2-b^2}{(a^2+b^2)\sqrt{(D^2+x^2+y^2)}}}{\dfrac{2\left(\dfrac{b}{2} - \dfrac{a^2 b^2 \sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)}{D^2+x^2+y^2}} = - \frac{\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sqrt{(D^2+x^2+y^2)}}{2\left(\dfrac{b}{2} - \dfrac{a^2 b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)}.$$

De oorsprong moet dus in de rigting tegengesteld aan die waarin de as ligt, de uitgestrektheid $-p$ verplaatst worden. Voor kwarts zullen wij vinden, dat de waarde van p positief is en dus de verplaatsing moet geschieden in de rigting, waarin die optische as ligt, en dat verder die nieuwe oorsprong verre buiten het gezigtsveld valt.

Substituëren wij nu deze waarde van p in de waarde van $\frac{R}{e}$ en vervangen wij de oude x door de nieuwe x', dan wordt:

$$\frac{R}{e}-\left(\frac{1}{b}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\right)+\frac{\left(\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)^2}{4\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)}-\frac{\left(\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)^2}{2\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)}=$$

$$-\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2}{\sqrt{2(a^2+b^2)}}\right)\times\frac{y^2}{D^2+x^2+y^2}-\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)\times\frac{x'^2}{D^2+x^2+y^2},$$

of

$$\frac{R}{e}-\left(\frac{1}{b}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\right)-\frac{\left(\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)^2}{4\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)}=$$

$$\frac{1}{D^2+x^2+y^2}\left\{-\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2}{\sqrt{2(a^2+b^2)}}\right)y^2-\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)x'^2\right\}.$$

Met de boven gegeven waarden der gewone en buitengewone indices voor de streep $14^{\alpha\gamma}$ vindt men voor kwarts:

$$\frac{1}{b}=1{,}54419\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^3+b^2)}}=1{,}548721;\text{dus}\ \frac{1}{b}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}=-0{,}004531.$$

$$\frac{b}{2}=0{,}323794,\ \frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}=0{,}322436,\ \frac{a^2}{\sqrt{2(a^2+b^2)}}=0{,}320951;$$

$$\text{dus}\ \frac{b}{2}-\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}=-0{,}000958\ \text{en}\ \frac{b}{2}-\frac{a^2}{\sqrt{2(a^2+b^2)}}=0{,}002843.$$

Verder $(a^2-b^2) = -0{,}004898$ en $(a^2+b^2) = 0{,}833844$;

dus $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} = -0{,}005874$.

En eindelijk $\left(\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)^2 \frac{1}{4\left(\frac{b}{2}-\frac{a^2b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)} = 0,009005$;

dus $\frac{R}{e}$ — $(-0,004531) - 0,009005$

$$= \frac{1}{D^2+x^2+y^2}(-0,002843\,y^2 - 0,000958\,x'^2)$$

en verder $p = 3,065886\sqrt{(D^2+x^2+y^2)}$.

Verwaarloozende nog, even als boven, x^2+y^2 tegenover D^2, dan komt er:

$$R - 0,004474\,e = -\frac{0,002843\,e}{D^2}\,y^2 - \frac{0,000958\,e}{D^2}\,x'^2;$$

blijkbaar de vergelijking eener ellips, waarvan het centrum, zooals boven bleek, ver buiten het gezigtsveld ligt en waarvan de as van x' staat tot de as van y als $\frac{\sqrt{\frac{0,002843}{0,000958}}}{1}$; de as van x' is dus omtrent 1,723 maal grooter dan de as van y.

Keeren wij nog de teekens om, dan wordt onze vergelijking:

$$-R + 0,004474\,e = \frac{0,002843\,e\,.}{D^2}\,y^2 + \frac{0,000958\,e\,.}{D}\cdot x'^2$$

Voor den normalen straal is $R = -0,004531\,e$; dit geeft voor 2^{mm}: $R = -0,009062$; dus iets meer dan $-15\,\lambda$. Wanneer de lichtstraal al meer en meer geneigd wordt in de rigting van de optische as af, dat is in de rigting der negatieve x, zal R negatief blijven en steeds toenemen; in den anderen zin, dat is wanneer de gebroken straal digter bij de optische as komt, zal dit wegverschil afnemen; de gebroken stralen kunnen nooit volgens die as doorgaan, omdat vóór zij dien hoek van 45° bereiken kunnen reeds alle breking ophoudt; de vergelijking leert, dat alle grootere waarden van R in de eerste rigting steeds waarlijke ellipsen zullen geven.

22. Een kwarts-plaatje, dat onder een hoek van 45° met de as gesneden was, had ik niet bij de hand; maar wel een polariscoop van SAVART, mij geleverd door STEEG. Door verwarming in benzine heb ik de op elkander gekleefde plaatjes losgemaakt en verkreeg daardoor het verlangde. Met sodium-licht zag ik tal van gebogen strepen, die duidelijk de toppen van ellipsen waren, wier groote assen in de rigting der hoofdsnede lagen. Met daglicht vond ik spoedig deze strepen terug; naarmate ik, door de herapathit-tang scheever voor het oog te houden, de doorgaande stralen digter bij de optische as bragt, kwamen steeds nieuwe strepen te voorschijn, die al beter en beter zigtbaar werden doordien zij van lagere orde waren; door sterke neiging konde ik het brengen tot den tweeden ring van NEWTON. De voorname doorsnede van het kwartsplaatje stelde ik hierbij steeds onder een hoek van 45° met de polarisatie-vlakken der gekruiste polariscopen. Van den normaal doorgelaten straal uitgaande telde ik tot den bij de grootste neiging zigtbaren streep er 14 in getal; door de sterkst mogelijke neiging zag ik nog een gedeelte van een blaauwen top voor den dag komen, dien ik voor een gedeelte van den eersten donkeren ring hield. Het kwarts-plaatje vond ik al zeer naauwkeurig 2^{mm} dik; een en ander sluit dus vrij goed met de berekening. Vooral de strepen van lagere orden, waarbij dit beter te beoordeelen viel, kwamen, wat hare kromming betreft, al vrij wel overeen met de toppen van ellipsen waarvan de lange as omtrent twee maal zoo lang als de korte is. Van naauwkeurige meting kan hier geen sprake zijn; immers de formule der ellips is zelve reeds door benadering en betrekkelijk grove verwaarloozing verkregen; en ik heb geen middelen bij de hand om de hoeken van inval voor de opvolgende strepen in eenige azimuthen te meten, hetgeen wel een eerste vereischte zoude zijn. Verder van de normaal in de rigting loodregt op de groote as vond ik de strepen wel eenigszins minder goed gekromd; neigt men echter de polarisatie-tang, zoodat men daar ook groote hoeken van inval verkrijgt, dan vindt men ook daar duidelijk een elliptisch verloop terug.

Onze formule voor de ellips, zonder verplaatsten oorsprong, is, volgens de zoo even gevonden getallen:

$$\frac{R}{e}+0,004531=-\frac{0,002843y^2}{D^2+x^2+y^2}-\frac{0,000958x^2}{D^2+x^2+y^2}+\frac{0,005874x}{\sqrt{(D^2+x^2+y^2)}};$$

stellen wij hierin $y=0$, om op de hoofdsnede der optische as te blijven, en vermenigvuldigen wij met D^2+x^2, dan is:

$$\left(\frac{R}{e}+0,004531\right)(D^2+x^2)$$
$$=-0,000958\,x^2+0,005874\,x\sqrt{(D^2+x^2)}.$$

Brengen wij het wortelteeken aan de eene zijde van het gelijkheids-teeken, stellen wij $R=0$, verheffen dan tot de tweede magt en brengen daarenboven gelijksoortige termen bij elkander, dan verkrijgen wij:

$$4374760\,\frac{x^4}{D^4}-66885349\,\frac{x^2}{D^2}=20529952,$$

waarin ik alle getallen der vorige vergelijking, ter vermijding van nullen, een millioen malen grooter nam.

Deelen wij nu door den coëfficiënt van den eersten term, dan komt er:

$$\frac{x^4}{D^4}-15,28868\,\frac{x^2}{D^2}=4,69282,$$

eene vierde-magtsvergelijking van den tweede-magts vorm, waarvan ons hier alleen de positieve wortel kan dienen; men vindt daarvoor:

$$\frac{x}{D}=\pm\sqrt{+7,64434\pm\sqrt{63,12882}}$$
$$=\pm\sqrt{15,58971}=\pm 3,94838.$$

Maar $\frac{x}{D}$ is immers de tangens van den hoek van inval i; daar nu de gevonden waarde de tangens is van 75°47′, zal alzoo dit hier de waarde van i zijn. Substituëren wij de naauwkeurige waarde 75°47′15″ voor i in de absoluut naauwkeurige formule voor het wegverschil van boven, dan vinden wij, daarin $\varphi=0°$ nemende:

$\frac{R}{e}=-0,00013$, dat is voor $e=2^{mm}$, $R=-\frac{1}{5}\lambda$ omtrent.

De eigenlijke waarde nul voor $\frac{R}{e}$ ligt natuurlijk in die rigting van den invallenden straal, waarvoor beide, zoowel gewone als buitengewone, stralen de optische as zouden doorloopen; deze ligt buiten ons bereik, daar $i = 90^\circ$ voor den hoek r de waarde $40^\circ 21' 36''$ geeft. Deze hoek is nog vrij wat kleiner dan 45°; maar R wordt in den omtrek der as zoo klein, dat wij veilig kunnen zeggen: dat, voor $i = 90^\circ$ reeds, R gelijk nul is. Een en ander wordt al vrij goed bevestigd door mijne betrekkelijk grove waarnemingen. Het middelpunt der onderling gelijkvormige ellipsen bevindt zich nog verder verwijderd dan het punt waar de optische as het scherm treft.

23. Legt men twee zulke kwarts-plaatjes met onderling loodregte hoofdsneden op elkander, dan heeft men den polariscoop van SAVART terug. De vereischte formule verkrijgt men strict naauwkeurig, door van de oorspronkelijke uitdrukking voor R, diezelfde uitdrukking af te trekken, nadat daarin φ door $90^\circ - \varphi$ vervangen is, dat is, nadat daarin $sin\,\varphi$ en $cos\,\varphi$ voor elkander in de plaats zijn gekomen; dus:

$$R^1 = e\left\{\frac{1}{b}\cos r - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+b^2}}\sqrt{\left(1 - a^2 \sin^2 i \sin^2\varphi\right.}\right.$$

$$\left.\left. - \frac{2\,a^2 b^2 \cos^2\varphi \sin^2 i}{a^2+b^2}\right) - \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\cos\varphi \sin i\right\}$$

$$- e\left\{\frac{1}{b}\cos r - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+b^2}}\sqrt{\left(1 - a^2 \cos^2 i \cos^2\varphi\right.}\right.$$

$$\left.\left. - \frac{2\,a^2 b^2 \sin^2\varphi \sin^2 i}{a^2+b^2}\right) - \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sin\varphi \sin i\right\}$$

$$= e\left\{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+b^2}}\left(\sqrt{\left(1 - a^2 \sin^2 i \cos^2\varphi - \frac{2\,a^2 b^2 \sin^2\varphi \sin^2 i}{a^2+b^2}\right)}\right.\right.$$

$$\left. - \sqrt{\left(1 - a^2 \sin^2\varphi \sin^2 i - \frac{2a^2 b^2 \cos^2\varphi \sin^2 i}{a^2+b^2}\right)}\right)$$

$$\left. + \frac{a - b^2}{a^2+b^2}\sin i\,(\cos\varphi - \sin\varphi)\right\};$$

dat is, met dezelfde benadering als boven:

$$\frac{R^I}{e} = \frac{\left(\frac{a^2}{\sqrt{2(a^2+b^2)}} - \frac{a^2 b^2 \sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right) y^2}{D^2 + x^2 + y^2}$$

$$- \frac{\left(\frac{a^2}{\sqrt{2(a^2+b^2)}} - \frac{a^2 b^2 \sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right) x^2}{D^2 + x^2 + y^2} + \left(\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)\left(\frac{x-y}{\sqrt{D^2+x^2+y^2}}\right).$$

Ten einde de eerste magten van x en y uit deze vergelijking te verdrijven, moet de oorsprong, in de rigting der positieve x, ter uitgestrektheid

$$\frac{\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sqrt{(D^2+x^2+y^2)}}{2\left(\frac{a^2}{\sqrt{2(a^2+b^2)}} - \frac{a^2 b^2 \sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)},$$

en evenveel in de rigting der positieve y verschoven worden. Voor kwarts is deze waarde positief; de oorsprong ligt dus op de lijn, die den hoek tusschen de beide voorname doorsneden middendoordeelt, in het quadrant, dat door de beide assen begrensd wordt en wel op een zeer grooten afstand buiten het gezigtsveld. De kromme lijnen zijn gelijkzijdige hyperbolen, omdat de coëfficiënten van x^2 en y^2 in teeken verschillen doch overigens gelijk zijn.

Stellen wij nog de vergelijking eenvoudig aldus voor:

$$\frac{R^I}{e} = Ay^2 - Ax^2 + B(x-y) = A(y^2-x^2) + B(x-y) = (x-y)\left[B - A(x+y)\right].$$

Voor x en y gelijk aan nul is R ook gelijk nul; dus voor de rigting normaal op de verbonden plaatjes is het wegverschil gelijk nul; het blijft nul voor alle punten waarvoor $x-y=o$, dat is, $x=y$ is, dus voor de zoo even bedoelde rigting die den hoek tusschen de beide voorname doorsneden middendoordeelt. Deze rigting, waarvoor $x=y$ is, stelt een der asymptoten van die gelijkzijdige hyperbolen daar.

Maar R^I zal ook gelijk nul zijn voor $B - A(x+y) = o$, dat is voor $x = -y + \frac{B}{A}$; de waarden echter der boven gegeven

verplaatsingen van den oorsprong volgens de assen van x en y, om de eerste magten dezer coördinaten te doen wegvallen, zijn $\frac{B}{2A}$. Schrijven wij nu nog onze vergelijking van zoo even al-

dus: $x-\frac{B}{2A}=-\left(y-\frac{B}{2A}\right)$, dan blijkt dat de punten door deze vergelijking aangewezen, waarvoor R′ ook nul is, gelegen zijn in de andere asymptoot der gelijkzijdige hyperbolen, die ver buiten het gezigtsveld valt.

Voor $\frac{R^I}{e}=\frac{n\lambda}{e}$, om een voorbeeld te nemen, moet

$$\frac{n\lambda}{e}=A\,(y^2-x^2)+B\,(x-y) \text{ zijn.}$$

Zoo lang de invallende stralen zich weinig van de normaal verwijderen en dus x en y digt bij het midden van het gezigtsveld blijven, is $\frac{B}{A}$ van de orde van den afstand D, waarop het scherm geplaatst is,— voor ons kwarts naauwkeurig $=\frac{5874}{18^{\circ}5}D=3{,}1163D$ — zeer groot met betrekking tot x en y. Wij kunnen nu onze vergelijking weêr voorstellen door $\frac{n\lambda}{e}=A(x-y)\left(\frac{B}{A}-(x+y)\right)$ en in het tweede lid hiervan $x+y$ verwaarloozen, dan wordt $\frac{n\lambda}{e}=A\,(x-y)\frac{B}{A}$ en dus $\frac{n\lambda}{e}=B\,(x-y)$; dus $x=y+\frac{n\lambda}{eB}$; dat is $x=y+\frac{n\lambda D}{0{,}005874\,e}$, of voor λ de waarde 0,000589537 nemende, $x=y+\frac{nD}{10{,}036\,e}$, dat is voor $e=2^{mm}$, $x=y+\frac{nD}{20{,}072}$. De punten waarvoor de wegverschillen λ, 2λ, 3λ, enz. bedragen, vormen dus regte lijnen evenwijdig aan de lijn, die onder een hoek van 45° met de beide hoofdsneden midden door het veld gaat: en de onderlinge afstand dezer lijnen is $\frac{D}{10{,}036\,e}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2}$, en voor plaatjes die 2^{mm} dik zijn is zij $\frac{D}{20{,}072}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2}$. Na-

tuurlijk geeft de vergelijking even zulke lijnen die evenwijdig loopen aan de andere asymptoot, die buiten het gezigtsveld ligt; maar deze zijn onzigtbaar of liever onbestaanbaar. — De negatieve waarden van y geven de lijnen van gelijk wegverschil op gelijke afstanden aan den anderen kant onzer asymptoot.

Ligt nu die asymptoot in een der polarisatie-vlakken der onderling loodregt gestelde polarisatoren, dan is zij volkomen donker, links en regts vergezeld door gelijke en gelijk gekleurde strepen; en naarmate zij verder van die stelling afwijkt wordt zij steeds helderder. Zoo hebben wij dan den polariscoop van SAVART terug.

24. Legt men de twee gelijke plaatjes zoodanig op elkander, dat de optische assen wel in hetzelfde vlak, maar in tegenovergestelde rigting, gelegen zijn; dan duikt b.v. de eene in de positieve rigting der x en de andere in de negatieve; en dan moet φ voor het eene plaatje vervangen worden door $180^\circ - \varphi$.

De twee vergelijkingen voor het wegverschil, die dan moeten worden opgeteld, verschillen dan alleen door het teeken van $\cos \varphi$ in den term zonder wortelteeken. Dus wordt:

$$\frac{R^{II}}{2e} = \frac{1}{b}\cos r - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+b^2}}\sqrt{\left(1 - a^2 \sin^2\varphi \sin^2 i - \frac{2a^2 b^2}{a^2+b^2}\cos^2\varphi \sin^2 i\right)},$$

dat is, met denzelfden graad van benadering als boven:

$$\frac{R^{II}}{2e}(D^2+x^2+y^2) + \left(\frac{1}{b} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\right) = -\left(\frac{b}{2} - \frac{a^2}{\sqrt{2(a^2+b^2)}}\right)y^2$$
$$-\left(\frac{b}{2} - \frac{a^2 b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)x^2,$$

of, in den eersten term x^2+y^2 tegenover D^2 verwaarloozende:

$$\frac{R^{II}}{2e}D^2 + \left(\frac{1}{b} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\right) - \left(\frac{b}{2} - \frac{a^2}{\sqrt{2(a^2+b^2)}}\right)y^2$$
$$-\left(\frac{2}{b} - \frac{a^2 b^2\sqrt{2}}{(a^2+b^2)^{3/2}}\right)x^2.$$

Deze vergelijking geeft nu ellipsen, die gelijkvormig zijn aan die der enkele plaatjes, dat is met dezelfde verhouding der as-

sen; maar de vierkanten der assen van de opvolgende ellipsen zullen hier met $\frac{\lambda}{2e}$ gedeeld door de coëfficiënten van y^2 en x^2 toenemen, in plaats van met $\frac{\lambda}{e}$ gedeeld door de correspondeerende coëfficiënten; zij zullen dus langzamer klimmen. En hetgeen van meer belang is, het gemeenschappelijk middelpunt zal in het midden van het gezigtsveld, dat is in den normaal doorgelaten straal, liggen.

De substitutie van $R^{II} = -0{,}000589537\,\lambda^{II}$ in de algemeene vergelijking geeft b.v.:

$$-0{,}000589537\frac{\lambda^{II}}{2e} = \frac{1}{b}\cos r - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(a^2+b^2)}}\sqrt{\left(1 - a^2 \sin^2\varphi \sin^2 i \right.}$$
$$\left. - \frac{2a^2b^2}{a^2+b^2}\cos^2\varphi \sin^2 i\right),$$

waarin dan λ^{II} het aantal golflengten voorstelt, dat in R^{II} bevat is.

Door $i = 0^o$ te stellen vond ik hieruit, met de boven gegeven waarden van $\frac{1}{b}$ en $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+b^2}}$, voor $e = 2^{mm}$, dat het wegverschil voor de normaal doorgelaten stralen $\lambda^{II} = 30{,}743$ geeft. Stel ik echter $i = 30°$, dan vindt ik voor $\varphi = 0°$, dat is in de rigting der groote as, $\lambda^{II} = 32{,}470$; en voor $\varphi = 90°$, dat is in de rigting der kleine as, $\lambda^{II} = 35{,}822$. Men ziet hieruit, dat deze ellipsen, waarin de wegverschillen der interfererende stralen meer dan 30 golflengten bedragen, in het gezigtsveld verbazend groot en op groote afstanden uit elkander zullen gezien worden. Eene betrekkelijk groote afwijking in de gelijkheid van de helling der assen ten aanzien der brekende vlakte of een gebrek in het parallelisme der hoofdsneden van de beide plaatjes zal dan ook zeer weinig tot de duidelijkheid der ellipsen afdoen, maar wel haar middelpunt verplaatsen.

25. Tot nog toe hebben wij geen rekening gehouden van den naauwkeurigen stand der polarisatie-vlakken van de invallende, gebroken en uitkomende stralen. Zoowel de voor alle plaatjes geldende nadere definitie van het polarisatie-vlak en

dus ook van de rigting der vibratie, van eenigen willekeurigen straal van den convergenten bundel, die ik voorstelde, als het resultaat eener juiste berekening van den stand der polarisatie-vlakken der gebroken stralen voor evenwijdig aan de as of schuin gesneden plaatjes, die beiden met den stand van het vlak van inval en met den hoek van inval in het naauwste verband staan, lossen zich bij de aanwending van enkele plaatjes eenvoudig op in eene onderlinge afwijking in de intensiteit der verschillende deelen van denzelfden interferentie-ring; en van naauwkeurige intensiteits-metingen zal vooreerst nog wel geen sprake zijn. Hierom kon ik dien stand der polarisatie-vlakken, daar ik mij alleen tot den vorm en het verloop der interferentie-strepen bepaalde, bij die enkele plaatjes met stilzwijgen voorbijgaan, te meer daar i betrekkelijk klein bleef. Bij de combinatie echter van twee of meer plaatjes, waarvan een of meer evenwijdig of schuins ten aanzien der optische as gesneden zijn, behoort wel degelijk op den naauwkeurig berekenden stand van de polarisatie-vlakken der door de evenwijdig en schuin gesneden plaatjes gebroken stralen te worden gelet, wanneer men wil beoordeelen welke resultaten die op-elkander-legging zal opleveren.

Bij de combinatie van een plaatje evenwijdig aan de optische as met een ander plaatje loodregt op die as zoo als boven, hadden wij — wanneer φ het azimuth der vlakte van inval ten aanzien van de normale hoofdsnede van het evenwijdig aan de as gesneden plaatje voorstelt — behalve de verandering in den stand der polarisatie-vlakken van de door dit plaatje gebroken stralen, die bij onveranderlijke φ van den hoek r afhangt, nog de eigenlijke hoofd-wijziging in den betrekkelijken stand der polarisatie-vlakken van de door beide plaatjes doorgelaten stralen, die alleen van φ afhankelijk is. Deze laatste alleen reeds maakt dat door eene verandering in azimuth van het vlak van inval van $\varphi = 0°$ tot $\varphi = 90°$ dezelfde straal van het parallele plaatje, namelijk de ordinaire, die eerst ook ordinaire straal was voor het loodregt op de as gesneden plaatje, ten laatste extraordinaire wordt voor dit loodregte plaatje en omgekeerd, terwijl de invloed van r, die met r en φ verandert en voor $\varphi = 45°$ een maximum bereikt, daar r toch betrek-

kelijk klein blijft, van veel minder gewigt is. Toch was eene juiste kennis van den stand der polarisatie-vlakken daarbij zeer gewenscht; doch ook hier ben ik, daar aan geen meten maar slechts aan vergelijken kon gedacht worden, over de moeijelijkheden heengestapt, door eenvoudig van de twee hoofdrigtingen $\varphi = 0°$ en $\varphi = 90°$ te spreken, waarbij respectievelijk voor alle gebroken stralen, wélke ook de waarde van r moge wezen, de polarisatie-vlakken dezelfde zijn. Voor twee plaatjes evenwijdig aan de as, die gekruist op elkander gelegd zijn, wordt overal de gewone straal van het eene plaatje buitengewone straal voor het andere en omgekeerd; maar dit is weder niet volkomen naauwkeurig en geldt alleen voor de normaal doorgaande stralen en voor alle stralen in de azimuthen $\varphi = 0°$ en $\varphi = 90°$, terwijl de onderlinge afwijking van de polarisatie-vlakken, die als elkanders verlengden gedacht worden, in alle andere azimuthen met r toeneemt en voor $\varphi = 45°$ steeds haar maximum bereikt; evenwel heb ik ook hier de moeijelijkheid geïgnoreerd, daar ik geen correspondeerend interferentie-verschijnsel kon waarnemen. Men verwarre het hier behandelde niet met hetgeen ik boven bij de superpositie van twee evenwijdig gesneden plaatjes en een derde dat loodregt op de as gesneden is aanvoerde, en men mag mij het daarbij opgemerkte niet tegenwerpen als een bewijs voor de waarneembaarheid van het sommatie-verschijnsel; vooreerst is juist het loodregt op de as gesneden plaatje het eenige middel waardoor ik die sommatie zigtbaar kan maken, en ten tweede verhoogde ik daarbij kunstmatig de onderlinge afwijking der polarisatie-vlakken door draaijing van het eene plaatje, waarbij de natuurlijke afwijking waarvan nu sprake is wel even groot, maar van geen gewigt is.

26. Hier echter, nu de assen ten laatste 45° onder de brekende vlakte duiken, gaat het niet langer aan om over die onderlinge van r afhangende afwijkingen der polarisatie-vlakken van de als elkanders verlengde beschouwde gebroken stralen kortweg heen te stappen. Reeds voor den gekruisten stand vindt men uit de berekening van art. 6 voor $r = 7°$ en $\varphi = 45°$ den hoek, dien de polarisatie-vlakken van eenen straal maken, die gewoon in het eene en buitengewoon in het andere plaatje

is — wanneer die gebroken straal valt in het quadrant, waarin beide assen onder de brekende vlakte duiken — gelijk aan 11° 17′, terwijl wij gewoonlijk vooronderstellen, dat die vlakken zamenvallen. Wanneer $\varphi = 0°$ of $= 90°$ is, blijft die hoek nog ongeveer gelijk aan den hoek van breking, dat is 7°. Voor grootere waarden van r neemt die hoek betrekkelijk gesproken langzamerhand af en wordt al minder en minder ten aanzien van r; hij is namelijk gelijk aan r vermenigvuldigd met een kleiner getal; voor $r = 90°$ zoude hij 45° dat is $\frac{1}{2}$ r zijn; terwijl — om een voorbeeld te noemen — indien de optische assen loodregt gekruist in de brekende vlakten liggen, die hoek zelfs voor $\varphi = 45°$ en $r = 20°$ niet meer dan 3° 34′ bedraagt.

Wanneer daarentegen de normale voorname doorsneden van onze twee plaatjes, die onder een hoek van 45° gesneden zijn, in elkanders verlengde liggen, maar de assen naar tegengestelden kant gerigt zijn, dan bedraagt voor $\varphi = 90°$ de afwijking tusschen de polarisatie-vlakken der gebroken stralen, die als elkanders verlengde gedacht worden, het dubbel van hetgeen zij voor hetzelfde azimuth bedraagt bij diezelfde plaatjes, wanneer zij gekruist zijn; dat is, voor kleine waarden van r is zij omstreeks gelijk $2r$. Voor $r = 0°$ is in dit azimuth die hoek tusschen de als zamenvallend aangenomen polarisatie-vlakken 180° of 0°, dat is zij vallen werkelijk zamen; maar kon r gelijk 90° worden, dan zoude die hoek ook gelijk 90° zijn, en dus gelijk de enkele r, dat is door voortdurende toename van den hoek van inval zouden wij het zoover brengen, dat juist de polarisatie-vlakken die oorspronkelijk zamenvielen, onderling loodregt wierden en die welke oorspronkelijk loodregt stonden, tot coïncidentie kwamen. De hoek r kan wel geen 90° worden, dus zoo ver komt het niet; maar voor kleinere hoeken bereikt de hier bedoelde afwijking al spoedig eene belangrijke waarde; en betrekkelijk spoedig worden de beide door het eerste plaatje doorgelaten stralen door het tweede ieder afzonderlijk in twee gelijke deelen verdeeld, zoodat bij dien hoek van inval de interferentie-verschijnselen, die op oppositie berusten, even intensief worden als die welke op coïncidentie berusten.

Alleen voor $\varphi = 0°$ is die afwijking voor alle waarden van r steeds gelijk nul, dat is, in de normale hoofdsnede blijven de pola-

risatie-vlakken, die voor de normaal doorgelaten stralen zamenvallen, immer nog zamenvallen, hoe ook de grootte van den hoek van inval i moge toenemen. Voor elk ander azimuth kan, wanneer r bekend is, zeer gemakkelijk die afwijking berekend worden; bij een zelfde waarde van r is zij voor een azimuth grooter dan 0° steeds kleiner dan voor $\varphi = 90°$. Alle vier de quadranten zijn hier identisch. Voor elk invallend kegelvlak met cirkelvormig grondvlak, dat de normaal op de brekende vlakte tot as heeft, en geheel door lichtstralen gevormd is, zal dus die afwijking voor ieder quadrant van het azimuth 0° af rekenende voortdurend blijven toenemen tot het azimuth 90°, daarbij steeds van de waarde nul aanvangende.

De formulen van art. 6 voor s, q en p kunnen wij hier terstond toepassen, wanneer wij in die voor s, in plaats van i en β, eenvoudig schrijven r en φ, en in die voor q dezelfde verwisseling doen plaats hebben; β is gerekend van het vlak van inval; wij rekenen φ van de normale voorname doorsnede. Gemakshalve geven wij, φ en α in tegengestelden zin rekenende, het vlak van inval of liever gezegd het vlak van breking eene stelling in het eerste quadrant tusschen het vlak van polarisatie van het parallel invallend licht en de normale voorname doorsnede; dan is de hoek, gevormd door het polarisatievlak van den gewonen gebroken straal in het eerste plaatje en het in genoemd art. 6 nader bepaalde polarisatie-vlak van den invallenden straal, gelijk $s + p$ voor het schuin gesneden plaatje en gelijk $q + p$ van het evenwijdig gesneden plaatje. — Dien hoek noemen wij in het algemeen S; evenzoo noemen wij den hoek tusschen de polarisatie-vlakken der gewone stralen in beide plaatjes, die als elkanders verlengde worden gedacht, T; dan hebben wij, wanneer de intensiteit van den invallenden lichtstraal gelijk aan de eenheid gesteld wordt, en de aanwinst in weg van den gewonen straal in het eerste plaatje R, en in boog uitgedrukt — dat is de anomalie plus een zeker aantal geheele omtrekken — u genoemd wordt, voor den uitslag of afwijking:

in den gewonen straal $\cos S \cos (O + u)$
en in den buitengewonen $\sin S \cos O$,

waarbij wij van een willekeurigen boog O beginnen te rekenen.

Na den doorgang door het tweede plaatje waarvoor R′ en u' dezelfde grootheden beteekenen heeft men dan 4 stralen:

den gewonen $\cos S \cos T \cos (O + u + u')$ en $\sin S \sin T \cos (O + u')$ en den buitengewonen $\cos S \sin T \cos (O + u)$ en $\sin S \cos T \cos O$.

Deze vier stralen kunnen wij nu naar het beginsel van de superpositie van kleinste bewegingen als ieder hare eigene vibraties gevende beschouwen. Zij laten zes combinaties toe, namelijk:

$$\cos S \cos T \cos (O + u + u') \text{ met } \sin S \cos T \cos O,$$

die de sommatie interferentie-verschijnselen geeft;

$$\sin S \sin T \cos (O + u') \text{ met } \cos S \sin T \cos (O + u),$$

die de aftrekkings-interferentie-verschijnselen geeft;

$$\cos S \cos T \cos (O + u + u') \text{ met } \sin S \sin T \cos (O + u'),$$

en $\cos S \sin T \cos (O + u)$ met $\sin S \cos T \cos O$,

die te zamen werken en de interferentie-verschijnselen voor het eerste plaatje afzonderlijk blijven geven, en eindelijk:

$$\cos S \cos T \cos (O + u + u') \text{ met } \cos S \sin T \cos (O + u),$$

en $\sin S \sin T \cos (O + u')$ met $\sin S \cos T \cos O$,

die evenzoo de eigene interferentie-verschijnselen van het tweede plaatje blijven geven.

De eigenlijke stand van het polarisatie-vlak van den analyseerenden polariscoop is mij in zekeren zin geheel onverschillig; deze doet niets af tot den vorm der interferentie-krommen, waarmede ik mij alleen bezig wil houden; hij geeft slechts bijzonderheden voor enkele azimuthen, die mij voor het oogenblik geheel onverschillig zijn. De naauwkeurige berekening van S en T kon mij leeren of de vereischte lichtstralen ten slotte met genoegzame intensiteit bestaan om dat der vier aangewezen interferentie-verschijnselen, hetwelk ik tracht waar te nemen, zigtbaar te maken.

De vorige artikelen bevatten omtrent den hoek T eenige algemeene opmerkingen. De vorm der interferentie-krommen hangt alleen af van u en u', of zoo men wil van R en R′; het kan daarbij alleen nog een punt van quaestie zijn of R, R′, R, — R′, en R + R′ spoedig genoeg in het gezigtsveld veranderen om zigtbare

verschijnselen te geven: en aan den anderen kant of zij ook zoo snel veranderen dat dunnere plaatjes of wel vergrootende toestellen moeten worden ter hand genomen om die verschijnselen waar te nemen. De grootte dezer wegverschillen zal bepalen of men homogeen licht moet bezigen om de over elkander gelegde interferentie-verschijnselen der verschillende golflengten te ontwarren; hooger dan 13 golflengten mag dit wegverschil wel niet gaan of men heeft homogeen licht noodig, tenzij men door een of ander middel van al die wegverschillen voor eenige opvolgende strepen of kromme lijnen in eens een constant gedeelte aftrekt, en ze daardoor tot de lagere orden van Newton terugbrengt.

27. Herzien wij nu de stellen van plaatjes die wij gebezigd hebben. Het loodregt op de as gesneden kalkspath-plaatje ondervond, zoo als ik boven reeds opmerkte, de laatstgenoemde werking door het enkele of de twee evenwijdig aan de as gesneden kwarts-plaatjes; daardoor werden zijne ringen van hoogere orde zigtbaar. Bij omkeering kan men dus zeggen, dat hier het spath-plaatje het aanwezen van die stralen met groote wegverschillen in de uit het kwarts-plaatje tredende lichtstralen aantoont — De hyperbolen, waarvan men gewoonlijk spreekt voor twee gekruiste evenwijdige kwarts-plaatjes, zijn het aftrekkings-verschijnsel; de aanwezigheid der combinatie waardoor zij ontstaan, wordt door de partiële versterking der spath-ringen van lagere orden aangewezen. Wij vragen dus hier nog naar het sommatie-verschijnsel; de formulen van art. 18 die moeten worden opgeteld, leeren dat wanneer de kwarts-plaatjes even dik zijn, de gezochte interferentie-figuur zal worden gegeven door cirkels van zeer groote stralen, die het midden van het gezigtsveld tot middelpunt hebben; voor zeer kleine onderlinge afwijkingen van e en e' gaan die cirkels in al meer en meer gerekte ellipsen over, die hetzelfde middelpunt behouden; voor eene bepaalde verhouding van e en e' worden deze ellipsen regte lijnen, die aan beide zijden evenwijdig loopen aan de as van x of aan de as van y; en bij nog grootere afwijking van e en e' springen deze in hyperbolen over die nog altijd hetzelfde middelpnnt hebben. Van dit alles is echter niets te zien, omdat de coëfficiënten van x^2 en y^2 zoo klein zijn, dat het wegverschil over

het geheele gezigtsveld zoo goed als constant is. Hierbij spreek ik natuurlijk niet van het geval waarin e en e' belangrijk van elkander afwijken. De ringen van zeer hooge orden, die voor het kalkspath–plaatje zigtbaar worden, bewijzen, zoo als ik zeide, in ieder geval het bestaan van die sommatie-stralen in het uittredende licht

28. De onder een hoek van 45° gesneden en loodregt gekruist verbonden kwarts-plaatjes geven de verbinding van SAVART. De strepen van SAVART zijn weder een differentie-verschijnsel, dat om zijne kleine wegverschillen in het zamengestelde daglicht kan worden weggenomen. Keert men de herapathit-tang, waarin de verbinding gelegd is, naar eene sodium-vlam, dan kan men, vooral bij grootere helling van de invallende stralen, de stelsels van ellipsen vinden, die aan ieder der plaatjes afzonderlijk toekomen. Ons ontbreekt dan nog het sommatie-verschijnsel; hiertoe moeten de formulen van art. 23 worden opgeteld. Wij vooronderstellen de dikten der beide plaatjes gelijk; dan geeft ons de optelling cirkels, waarvan het gemeenschappelijk middelpunt ver weg ligt op de diagonaal in het derde quadrant — het eerste is dat waarin de beide assen in de plaatjes liggen — en die, naar het mij voorkomt, in het gezigtsveld nog ver genoeg uit elkander liggen om te worden gezien. Zij vangen in het midden van het gezigtsveld, voor onze plaatjes, die 2^{mm} dik zijn, aan met een wegverschil van omstreeks $30\,\lambda$; maar ik heb ze niet kunnen waarnemen.

De oorzaak hiervan zal wel gelegen zijn in het groote gebrek aan overeenstemming van de vier quadranten in de relatieve standen der polarisatie-vlakken die door beide plaatjes verlangd worden in een straal, die hen successievelijk doorloopt. Wij bepalen ons eenvoudigheids-halve bij de vergelijking in dit opzigt van vier stralen, die, onder denzelfden hoek van inval i, in de vier azimuthen 45°, 135°, 225° en 315° invallen en daarenboven bij de polarisatie-vlakken der gewone stralen. De azimuthen worden geteld van de normale hoofdsnede van een der beide plaatjes en het eerste quadrant is dat, waarin de beide assen duiken. Vooraf zij herinnerd, dat de laatste gewone straal, die eene kwarts-plaat kan doordringen een hoek van breking gelijk aan 40° 21′ 36″ heeft en dat de laatste buitengewone

straal, die even zoo door eene kwarts-plaat kan gaan, wanneer de buitengewone index zijn maximum bereikt, den hoek van breking 40° 4′ 21″ heeft. Verder denke men zich het vlak gebragt door de optische assen van beide plaatjes, die door den oorsprong gelegd worden, dan zal de gebroken straal die in het azimuth van 45° juist door dit vlak gaat, een hoek van breking hebben die is r = 35° 15′ 52″, waarmede, in de vooronderstelling dat dit een gewone straal is, de hoek van inval i = 63° 4′ 3″ overeenstemt.

Voor i en r = 0 is nu voor alle azimuthen de hoek tusschen de polarisatie-vlakken der gewone stralen in beide plaatjes, die elkanders verlengde zijn, juist gelijk 90°. Verwijdert zich de gebroken straal in het azimuth 225° van de normaal, dan neemt die hoek geleidelijk af; verwijdert zich die straal van de normaal in de tweede en vierde quadranten, in de azimuthen 135° en 315°, dan neemt die hoek nog voor beiden op gelijke wijze af, volgens andere wet echter dan voor het azimuth 225°; maar verwijdert die straal zich in het azimuth 45° van de normaal, dan neemt die hoek toe, wordt voor r = 35° 15′ 52″ gelijk aan 180° en blijft dan al verder en verder nog boven de 180° toenemen. Dit wil nu eigenlijk beteekenen, dat wij in het eerste quadrant, om in overeenstemming te blijven met de drie andere, het verlengde van een der polarisatie-vlakken moeten nemen, dat is het uit den straal van de optische as af moeten nemen. In een en ander is zeker grond genoeg voorhanden om de verlangde sommatie-verschijnselen te verwarren.

29. Wanneer de schuins gesneden plaatjes met evenwijdige normale hoofdsneden verbonden worden, vonden wij boven voor het sommatie-verschijnsel groote wijd uit elkander staande ellipsen, wier middelpunten in het midden van het gezigtsveld liggen. De hierbij als zamenvallend gedachte polarisatie-vlakken der in de beide kwarts-plaatjes gebroken stralen gaan voor toenemende waarden van i al meer en meer van elkander afwijken, het meest voor de azimuthen φ = 90° en φ = 270°. Wij kunnen hier naar de interferentie-verschijnselen vragen, die uit aftrekking ontstaan; de formulen van art. 23 zullen die, bij verondersteld gelijke dikte der plaatjes geven, door in die voor R, den hoek φ te vervangen door 180°— φ, even als voor art. 24,

en dan R en R′ van elkander af te trekken, in plaats van ze op te tellen.

Het resultaat is $R^{II\prime} = R - R' = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}\, 2e \sin i \,.\, \cos \varphi$.

Deze vergelijking kan ook aldus worden geschreven:

$$\sin i = \frac{R^{II\prime}}{2e} \cdot \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} \cdot \frac{1}{\cos \varphi}.$$

De sinussen van i verwisselende met de tangenten zullen deze in het gezigtsveld worden voorgesteld door de voerstralen, die uit den oorsprong naar de verschillende punten worden getrokken. Wordt $R^{II\prime}$ constant genomen, dan zullen alle punten met hetzelfde wegverschil bevonden worden te liggen in eene lijn evenwijdig aan de as van y, dus loodregt op de gemeenschappelijke normale hoofdsnede, dat is op de as van x, en deze as van x snijdende op eenen afstand van den oorsprong gelijk aan $\frac{R^{II\prime}}{2e} \cdot \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$.

De waarden van a en b substituërende en $R^{II\prime}$ in golflengten van de streep $14^{\alpha 7}$, dat is D van FRAUNHOFER, uitdrukkende, wordt de formule $\sin i = \frac{1}{0{,}023496} \times \frac{\lambda^{II\prime} \lambda}{\cos \varphi}$, waarin $\lambda^{II\prime}$ het aantal van die golflengten voorstelt en $\lambda = 0{,}000589537^{mm}$ is.

Ons rest nog één verbinding: die van parallel aan de as gesneden plaatjes met zamenvallende normale hoofdsneden: hier zijn de afwijkingen der polarisatie-vlakken, waarvan overal sprake was, steeds nul; hier valt dus niets waar te nemen dan alleen het sommatie-verschijnsel, waarin daarenboven de karakteristieke verschijnselen van ieder plaatje afzonderlijk opgaan. Immers, wij hebben slechts een plaatje van dubbele dikte zamengesteld.

30. Wij wenden ons nu tot de waarneming der besproken verschijnselen van de schuin gesneden plaatjes voor de verbinding van zoo even. Legt men de kwarts-verbinding van SAVART in de herapathit-tang en keert men die naar de sodium-vlam, dan is, zoo als bekend is, de voordeeligste stelling van de kwarts die, waarbij de hoofdsneden 45° maken met de polarisatie-vlakken van de evenwijdig of loodregt gestelde polariscopen. Dan ziet men uitstekend de strepen van SAVART,

terwijl de eigene ellipsen van de beide plaatjes slechts zwak te erkennen zijn. Leg ik nu zoo ook de verbinding dier kwarts-plaatjes van zoo even in de herapathit-tang, zoodat de gemeenschappelijke hoofdsnede ook een hoek van 45° met die polarisatie-vlakken der polariscopen maakt, dan zie ik terstond die groote sommatie-ellipsen, doch de eigene ellipsen van ieder plaatje afzonderlijk komen meer uit dan voor de verbinding van Savart, zoodat de donkere sommatie-ellipsen uit afwisselende donkere en minder donkere blokjes zijn zamengesteld; draai ik de tang eenigszins ter zijde, zoodat ik niet direct in de vlam zie, dan vormen die ellipsen een beter zamenhangend geheel. Van die regte strepen, die door aftrekking ontstaan, bemerk ik daarbij evenwel niets. Zie ik echter in het zamengestelde dag- of lamp-licht, dan verdwijnen op eenmaal al die verschijnselen, daar zij door betrekkelijk groote wegverschillen ontstaan; maar in plaats daarvan zie ik dan flaauw die aftrekkings-strepen links en regts van de as van y optreden, die op deze as zelf met een wegverschil gelijk aan nul aanvangen. Draai ik nu in den eenen of in den anderen zin de tang, rond de gemeenschappelijke hoofdsnede der kwarts-plaatjes, dat is rond de as van x, als spil, dan worden die strepen steeds duidelijker zigtbaar; dit is geheel in overeenstemming met het boven gezegde, daar de onderlinge afwijking der als zamenvallend gedachte polarisatie-vlakken van de door beide kwarts-plaatjes gebroken stralen voor den normalen doorgang gelijk aan nul is, en juist voor het azimuth van 90° het sterkst, en met toenemende waarden van i, al meer en meer toeneemt.

Op een scherm op den afstand D geplaatst, zullen die strepen op afstanden van elkander gelegen zijn, die aangewezen worden door $\frac{D\lambda}{2e} \cdot \frac{1}{0,005874}$, dat is voor onze waarden 0,0251 D.

Ik houd het daarvoor, dat men bij al deze verschijnselen rekening moet houden met de verstrooijing van het licht bij zijnen doorgang door de oppervlakten der kwarts-plaatjes, ter verklaring van de intensiteit waarmede zich de eigene interferentie-verschijnselen der plaatjes blijven handhaven.

31. *Mutatis mutandis* gaat al het behandelde natuurlijk even goed door voor plaatjes van kalk-spath; alleen zullen de ringen

veel kleiner en alle verschijnselen veel fijner zijn dan voor kwarts-plaatjes, vooronderstelde dat de plaatjes van beide kristallen even dik zijn; of wel de kalk-spath plaatjes zullen vele malen dunner moeten genomen worden, om de verschijnselen dezelfde uitgebreidheid te doen behouden. Ik heb onderscheidene loodregt op de as of evenwijdig daaraan gesneden kalkspath plaatjes bij de hand, allen omtrent 2^{mm} dik; met de parallele plaatjes zie ik in sodium-licht zeer goed de hyperbolen. Al die plaatjes zijn, zoo als de loodregt en evenwijdig gesneden kwarts-plaatjes, die ik bezigde, afkomstig van HOFMANN; zij behooren bij de kwarts- en spath-prisma's, waarvan ik de indices van refractie bepaalde. In het Deventer kabinet had ik een paar volgens de zijvlakken van het rhomboëdrum gesneden kalk-spath-plaatjes omtrent 2^{mm} dik, afkomstig van BERTHAUD; naar aanleiding van de verhandeling van OHM, had ik destijds mij die plaatjes verschaft. Zij geven voor kalkspath zeer schoon die ellipsen, waarvan zoo even sprake was, doch van vrij wat kleiner afmetingen dan die voor kwarts. Dit is juist het verschijnsel, waarmede OHM zijne uitgebreide verhandelingen inleidt *).

32. De een of ander der welwillende lezers, die zich de moeite geven om mijne verhandeling door te zien, zal misschien vragen, waartoe ik haar schreef, terwijl toch zoo velen vóór mij, om alleen MÜLLER †), AIRY §), LANGBERG **) en OHM te noemen, dit terrein hebben betreden en in alle rigtingen hebben doorzocht. Ik mag dus nog wel een enkel woord ter toelichting geven. Veelal legt men bij deze beschouwingen de formule voor de intensiteit van het uit den tweeden polariscoop tredende licht aan zijne beschouwingen ten grondslag, en geeft zich daardoor veel moeite, die niet in proportie staat met de waarde der waarnemingen, die men ter toetsing kan uitvoeren. En ten tweede geeft men zich veelal de moeite om bij op elkander gelegde plaatjes deze als een geheel te beschouwen en dan op nieuw de formule voor het wegverschil te vinden.

---

*) G. S. OHM *Erklärung aller in einaxigen Krystall-platten wahrnehmbaren Interferenz-Erscheinungen.* 4°. München. I. 1852 en II. 1853. Vid. 1. p. 6.

†) POGGENDORFF's *Annalen.* 1834. XXXIII. p. 822.

§) *Mathematical tracts.* p. 360.

**) POGGENDORFF's *Annalen. Ergänzungs-Band.* 1842. p. 529.

Uitgaande van het beginsel van de superpositie van kleinste bewegingen, heb ik mij van deze laatste beschouwingswijze losgemaakt en eenvoudig op den voorgrond gesteld, dat ik ten slotte, voor twee plaatjes, vier uitkomende stralen in rekening moest brengen. De stand van eersten en tweeden polariscoop zijn mij geheel onverschillig en tot bepaling van het wegverschil heb ik de bekende naauwkeurige formulen voorop gesteld, in de klare en beknopte wijze van voorstelling van BILLET. Ten slotte heb ik mij afgevraagd, wélke interferentie-figuren die vier stralen voor twee op elkander gelegde plaatjes naar de mogelijke combinatiën zouden geven.

Ter beoordeeling of onder bepaalde omstandigheden, zoowel de sommatie- als de differentie-figuren van een paar plaatjes konden verwacht worden, heb ik mij gewend tot de algemeene beschouwingen van art. 6. Wat betreft de soort der behandelde plaatjes ben ik niet getreden buiten het kader van die, welke gewoonlijk in de kabinetten voorkomen. Bij mijne behandeling van de interferentie-krommen staat de *vorm* op den voorgrond; de intensiteit was mij eigenlijk onverschillig; en daarom is bij deze gemakkelijke opvatting van het vraagstuk de formule voor het wegverschil mij voldoende. Maar juist dit wegverschil heb ik dan ook overal strict naauwkeurig op den voorgrond gesteld in zijne afhankelijkheid van de hoeken i en γ, om daardoor aanleiding te geven tot eene naauwkeurige meting van die vormen in hunne afhankelijkheid van die hoeken; immers van zulk eene meting zag ik op het tegenwoordig standpunt der wetenschap volkomen de mogelijkheid in. Waar ik benaderde formulen toepaste was het mij te doen om tot de gewone wijze van waarnemen af te dalen en de formulen te toetsen.

33. Ik wil nog over een verschijnsel spreken, dat wel niet regtstreeks bij het tot nog toe behandelde past, maar toch hier eene plaats kan vinden, omdat het eenigszins een overgang vormt van de één-assige tot de twee-assige kristallen. Ik ben namelijk onwillekeurig tot eene proef gekomen, die, naar ik later bemerkte, voor jaren reeds door MOIGNO en SOLEIL *) op

---

*) MOIGNO, *Répertoire d'optique moderne.* IV. p. 1594.

aanwijzing van HALDAT was in het werk gesteld: ongetwijfeld heb ik vroeger ook die beschrijving gelezen; maar zij was mij geheel ontgaan, zeker omdat ik die proef nimmer herhaald had. Ik bedoel de verandering van een positief of negatief één-assig kristal-plaatje in een twee-assig door een van buiten in eene rigting loodregt op de as passend aangebragten druk.

De ringen van zulk een loodregt op de as gesneden plaatje verlengen zich wanneer het positief is, in de rigting van den druk en gaan eindelijk in de lemniscaten van een twee-assig kristal over, waarbij het vlak der optische assen met diezelfde rigting zamenvalt. Wanneer daarentegen het kristalplaatje negatief is, verlengen zich de ringen en plaatst zich het vlak der optische assen in de rigting loodregt op die, waarin de druk wordt uitgeoefend. In zoo verre waren de resultaten mijner proef volkomen gelijk aan die van MOIGNO en SOLEIL.

Als positief kristal nam ik kwarts. Maar als negatief kristal nam ik natuurlijk een plaatje kalk-spath ongeveer 2^{mm} dik, dat ik het eerst bij de hand had — een veel zachter mineraal dan genoemde geleerden bezigden. De kalkspath kon den druk geen voldoenden weêrstand bieden; zij brokkelde hier en daar aan den kant af; en het zonderlinge, waar ik hier op komen wilde, is dat het plaatje blijvend twee-assig werd en zulks nu, na meer dan twee maanden, nog is. Het is echter niet overal even sterk twee-assig. In het midden is dit in het geheel niet merkbaar; maar komt men digter bij de kanten waar de druk werd aangebragt, dan bespeurt men zulks door den overgang van het donkere kruis in twee donkere gelijkzijdige hyperbolen, wier toppen een weinig uit elkander wijken, zooals men dit bij zeer zwak twee-assige kristallen aantreft. Komt men nog digter bij die kanten, dan worden de ringen langzamerhand al meer en meer gerekt; en kort op die kanten gaan zij in lemniscaten over, die wel eenigszins verward door elkander liggen, doch overigens juist zoo zijn als ze door een kristal, waarin de assen slechts een kleinen hoek maken, zouden worden gegeven.

In de rigting loodregt op den druk van het middelpunt uitgaande en links en regts daarneven vindt men het plaatje nog volkomen éénassig; er komen echter nog onregelmatigheden genoeg voor; zoo gaan die gelijkzijdige hyperbolen b.v. op het

eene punt in de eene rigting en op het andere punt in de andere rigting uit elkander, beide deze rigtingen echter vormen een hoek van 45°, de eene links en de andere regts met het definitieve vlak der assen.

Mogelijk zoude men, door beter aangelegde en minder ruwe proeven, kalk-spath tot arragoniet kunnen doen naderen. Misschien ook kan mijne vlugtige opmerking de mineralogen van dienst zijn om het voorkomen beide van kalk-spath en arragoniet in de natuur toe te lichten.

NASCHRIFT.

Bij de voordragt dezer verhandeling in de Academie, maakte ons geacht medelid VOGELSANG mij opmerkzaam, dat reeds vroeger soortgelijke proeven van zamendrukking gedaan waren door F. PFAFF *). Deze heeft de verschijnselen vrij wat naauwkeuriger omschreven dan door mij hier ter loops geschied is. Ik wil toch dit gedeelte van mijn stuk eenvoudig laten zoo als het is; mogelijk heeft het de verdienste van op nieuw de aandacht op dit verschijnsel te vestigen. Mijn plaatje was een ongelijkzijdige zeshoek, die blijkbaar uit een rhomboëdrum loodregt op de as gesneden was; en de druk werd uitgeoefend op twee evenwijdige zijden.

*) POGGENDORFF's *Annalen*, CVII. p. 333, 1859.

INHOUD

VAN

DEEL VII. — STUK 1.

bladz.

GEDRUKT BIJ DE BOEVER - KRÖBER - BAKELS.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

Zevende Deel. — Tweede Stuk.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1873.

WAARNEMINGEN

VAN

EENIGE PLANTAARDIGE MONSTRUOSITEITEN.

DOOR

W. F. R. SURINGAR.

(Voorgedragen in de Zitting van 27 Maart 1869.)

Van den tijd af dat de natuurlijke methode de kunstmatige rangschikking der planten heeft vervangen, en, in verband daarmede, de bloote terminologie plaats gemaakt heeft voor eene meer wijsgeerige organographie of morphologie, heeft men groot gewicht gehecht aan de waarneming van monstrueuse afwijkingen, die niet slechts op zich zelf, als ziekteverschijnselen, belangstelling inboezemen, maar ook inzonderheid, omdat zij er in zoo ruime mate toe bijdragen, om de ware natuur van plantendeelen en hun typischen samenhang met andere te leeren kennen, en daardoor vaak te openbaren, wat bij de normale ontwikkeling dier organen in het verborgen werkzaam is. De bladnatuur der verschillende bloemdeelen, de beteekenis van het plantenei zijn door dergelijke monstruositeiten duidelijk geworden, terwijl de waarneming van abnormale vergroeiing, abortus, of degeneratie ons leert, met welk recht en op welke wijze diezelfde verschijnselen bij de beoordeeling van de organen in hun natuurlijken toestand mogen worden in rekening gebracht. Men kan zeggen, dat onze kennis van de organen in hun normalen toestand, naast de studie der ontwikkelingsgeschiedenis, voor een goed deel op de waarneming van hunne zoogenoemd monstrueuse afwijkingen berust; terwijl van onderscheidene morphologische vragen, die thans nog niet zijn opgelost, de oplossing mede langs dienzelfden weg mag worden verwacht.

De gevallen van monstruositeit, die ik bij deze gelegenheid wensch te bespreken, beslissen geene nieuwe morphologische vraagpunten, en bevelen zich hoofdzakelijk aan als duidelijke en instructieve voorbeelden. Zij laten zich onder één gezigtspunt vereenigen, namelijk onder dat van verdubbeling, opgevat in dien algemeenen zin, dat men daaronder verstaat het optreden van een orgaan in hoogeren graad van samengesteldheid dan gewoonlijk. Dat verschijnsel treedt echter in die onderscheidene gevallen op als gevolg van verschillende oorzaken, nl. van vergroeiing, van woekering, van vermeerdering der kransen, en van laterale splitsing. Daarbij sluiten zich eenige bijzonderheden aan, die meer speciaal op de metamorphose der bloemdeelen betrekking hebben.

1. *Digitalis purpurea* L. Pl. I, II, IIIA.

Het eerste geval is dat van het Vingerhoedskruid (*Digitalis purpurea* L.) met groote regelmatige eindbloem, het eerst door G. VROLIK onder den naam van *Digitalis purpurea prolifera* in den boezem van deze zelfde Academie, toenmaals Instituut, beschreven *). Inzonderheid heeft deze geleerde de aandacht gevestigd op de hoogst merkwaardige erfelijkheid van deze monstruositeit en op de door hem waargenomene zeer sterke woekering of prolificatie uit het midden der eindbloem, maar zich minder ingelaten met die eindbloem zelve en hare verklaring, zoodat ik hoop, dat hier in de eerste plaats eene aanvulling van zijne mededeelingen in dit opzicht niet ongeschikt zal zijn †).

---

*) *Het Instituut*, 1842, p. 258, ibid. p. 321. 1845, p. 110.

†) Mijne hier medegedeelde waarnemingen zijn van 1851, toen eene groote hoeveelheid dezer planten in den Leidschen Kruidtuin bloeide. Later is de monstruositeit aldaar verdwenen, totdat zij, weinige jaren geleden, weêr van zelf, of liever uit zaden die zoolang in den grond verborgen hadden gelegen, te voorschijn kwam, op het bloemperk, waar zij destijds hadden gestaan, nadat dit was omgespit. De monstruositeit is sedert door uitzaaijing behouden, ofschoon telkens in weinige en niet zeer sterke exemplaren, welke overigens ook geene nieuwe bijzonderheden hebben aan het licht gebracht, maar enkel bevestigd wat aan de vroegere reeds was waargenomen. De uitkomsten van dit onderzoek werden het eerst medegedeeld op de vergadering van de Vereeniging voor de Flora van Nederland, enz. van 3 Juli 1857 (*Nederlandsch Kruidkundig Archief* IV. p, 245); later maakten zij het

Het is bekend, dat plantendeelen, die in het tijdperk van hunnen groei dicht bij elkander zijn geplaatst, zoodat het jeugdige zich nog vermeerderende weefsel van beide in nauwe onderlinge aanraking komt, zich met elkander kunnen vereenigen. Sommige door hun dikte beroemde boomen zijn op die wijze door vereeniging van oorspronkelijk zelfstandige stammen ontstaan, en het ontbreekt in onze tuinen ook niet aan kunstmatig aldus teweeg gebrachte vergroeijingen. In de vrije natuur geschiedt zij meer tusschen deelen van dezelfde plant dan tusschen verschillende individu's. Vermeerderde knopvorming en vergroeiing van de daaruit ontstane takken tot een plat lichaam, doet de zoogenoemde fasciaties ontstaan, die b.v. bij de vlier en esch als sabelhout bekend zijn en bij deze als variëteit, door stekken, worden vermenigvuldigd. Niet zeldzaam zijn vergroeide vruchten; van abnormaal vereenigde bladorganen worden eveneens voorbeelden aangetroffen. Indien eindelijk hetzelfde geschiedt met bloemstelen, verkrijgt men twee of meer afzonderlijke bloemen aan den top van een gemeenschappelijken steel, of wel, indien de vereeniging zich nog verder, tot in het receptaculum zelf der bloemen uitstrekt, éene bloem, die uit de meer of min ineengesmolten oorspronkelijke bloemen is te zamen gesteld.

Een merkwaardig voorbeeld van dusdanige vergroeiing van bloemen in verschillende graden heb ik vroeger gelegenheid gehad waar te nemen bij *Ranunculus acris*. De platte bloemstelen, die door eene sleuf in de breedste zijden hunne samengesteldheid verriéden, droegen aan den top langwerpig ronde bloemen, met een grooter aantal kelk- en bloembladen dan de gewone; in het midden bevonden zich bij elk van hen twee vruchtbodems met stampers, en deze waren in sommige bloemen elk door een afzonderlijken krans van meeldraden, in andere gezamenlijk door een langwerpig ronden, soms in 't midden wat ingebogenen, krans van die deelen omringd. In 't eerste geval strekte zich dus de vergroeiing der kegel-

---

onderwerp uit van eene korte mededeeling op het botanisch congres te Amsterdam in 1865 (*Bulletin* p. 146.) De uitgaaf in haar geheel werd, wegens de platen, tot eene nadere gelegenheid uitgesteld.

vormige bloemassen tot voorbij de streek der bloembladen, in het tweede ook nog tot voorbij die der meeldraden uit, terwijl in beide gevallen hunne toppen, over de streek der vruchtbladen, geheel vrij waren gebleven.

Tot deze gevallen van *synanthie* behoort ook de monstrueuse topbloem der *Digitalis purpurea*, met dien verstande, dat hier de vereeniging der bloemen haar toppunt bereikt, zich tot in den krans der vruchtbladen uitstrekt en derhalve met volkomen ineensmelting der bloemen gepaard gaat. Uit het getal deelen in elken krans blijkt, dat nu eens twee, dan eens drie bloemen tot eene enkele zijn samengesmolten *).

Ik zal nauwelijks behoeven te herinneren, dat de gewone bloem der *Digitalis purpurea* bestaat uit vijf eenigzins ongelijke kelkbladen; eene klokvormige bloemkroon met scheeven zoom, die aan de bovenzijde in twee kleinere, aan de benedenzijde in drie grootere lobben is verdeeld; vervolgens twee paar geknikte meeldraden, en eindelijk een tweehokkig vruchtbeginsel met enkelen stijl en tweelobbigen stempel. Bij de monstrueuse voorwerpen heeft de dubbele eindbloem (Pl. I) 8—10 kelkbladen, een regelmatig klokvormige bloemkroon met 8-lobbigen zoom, 8 meeldraden en in den regel een 4-hokkig vruchtbeginsel en een 4-lobbigen stempel. De driedubbele eindbloem (Pl. II fig. 7 en volg.) onderscheidt zich door een getal van 11—13 kelkbladen, een 13-lobbigen zoom aan de eveneens regelmatige bloemkroon, 12 meeldraden, en een meestal 6-lobbig stigma, waaraan 6 hokjes in het vruchtbeginsel beantwoorden. Binnen die hokjes bevinden zich meestal nog andere, waarover later. (Pl. II fig. 9—16).

In het eerstgenoemde geval is dus juist het dubbel, in het laatstgenoemde juist het driedubbel getal meeldraden en vruchtbladen aanwezig. Van de kelkbladen en lobben der bloemkroon bedraagt het aantal een paar minder dan dat dubbel- en driedubbeltal. Dit is het gevolg van een gedeeltelijken abortus,

---

*) Door VROLIK wordt t. a. p. 1842 p. 325, 326, eene topbloem vermeld, waarin de bloemkroon werd vertegenwoordigd door vijf geplooide uitspansels, en waarin zeventien meeldraden, benevens eene veeldeelig vruchtbeginsel werden gezien. Nadere bijzonderheden ontbreken, maar uit het gezegde zou men gissen, dat hier *vijf* bloemen tot ééne waren ineengesmolten.

waarmede de vergroeiing in den regel gepaard gaat, en die deelen treft, welke aan de zijde der vergroeiing gelegen zijn. Laat ons nu de verschillende kransen meer in het bijzonder beschouwen. De kelk heeft bij de dubbele bloem 8 – 10, bij de driedubbele 11 – 14 bloemen, terwijl het dubbel van het gewone getal 10, het driedubbel 15 bedraagt. Wij zouden dus tot een abortus van 0 — 2 in het eerste geval, tot een van 1 — 4 bladen in het tweede geval besluiten, doch inderdaad zijn er nog meer weggebleven. De gewone bloemen zijn namelijk kortgesteeld in de oksels van schutbladen gezeten, die denzelfden vorm als de kelkbladen hebben, en bij de dubbele bloem behooren dus nog twee, bij de driedubbele drie van deze organen. Nu vinden wij wel ledige bracteae onder de eindbloem, maar deze zijn zelden juist ten getale van twee of drie aanwezig, en staan nimmer op gelijke hoogte onder de eindbloem. Niet zelden vindt men ook in hunne oksels onvolkomen bloemen (Pl II, fig. 6), of deelen, die deze vertegenwoordigen (Pl. II, fig. 4 — 6^a), in verschillende overgangen, tot totale verdwijning toe. Wij moeten dus die geheel of bijkans ledige bracteae beschouwen als de bracteae van lager geplaatste zijdelingsche bloemen, in welker oksel de bloemknop geaborteerd is; en tevens aannemen dat de afzonderlijke stelen der aan den top vergroeide bloemen zoo kort zijn gebleven, dat hunne bracteae zich onmiddellijk aansluiten aan de kelkbladen, waarmede zij in vorm geheel overeenkomen. Dit in aanmerking nemende, zouden wij derhalve in den kelk der dubbele bloem $10 + 2 = 12$, in dien der driedubbele $15 + 3 = 18$ bladorganen moeten vinden; en worden dus gewezen op een abortus van 2 — 4 kelkbladen in het eerste, van 4 — 7 in het tweede geval; dus 1 — 2 van elke oorspronkelijke bloem, met iets sterker abortus waar drie, dan waar twee bloemen zijn ineengesmolten.

Omtrent de kelkbladen valt nog mede te deelen, dat eene enkele maal een werd waargenomen van meer dan gewone breedte, met dubbele middelnerf en gespleten top, zoodat bleek, dat aldaar twee kelkbladen tot omstreeks $\frac{2}{3}$ hunner hoogte met elkander waren vergroeid. Voorts werd, inzonderheid bij de driedubbele bloemen, meestal gezien, dat de bovenste kelkbladen bloembladachtig gekleurd waren en

daarbij tevens een grooter omvang, smaller voet en breeder top hadden verkregen. Overgangen, waarbij een kelkblad slechts aan de eene zijde bloembladachtig was geworden, waren ook niet zeldzaam (Pl. II, fig. 7*a*, 8*a*).

De bloemkroon heeft bij de dubbele bloem 8, bij de driedubbele 13 lobben. Hiervan zijn dus in beide gevallen twee bloembladen geaborteerd. De zooveel breeder basis der kelkbladen kan wel de oorzaak zijn van den sterkeren abortus in dien krans; noodzakelijk in deze opvatting echter niet, daar ook bij de gewone enkele bloemen niet zelden een van de vijf kelkbladen achterwege blijft.

Merkwaardig zijn bij de bloemkroon de plooien en kanten, benevens aanhangsels aan de buiten- of binnenzijde, die vaak de plaats aanwijzen, waar de stukken, die tot de verschillende oorspronkelijke bloemen behooren, met elkander vergroeid zijn. Niet zelden is de aansluiting dier stukken onvolkomen, of ontbreekt op een of meer plaatsen geheel. Alsdan vertoont zich de bloemkroon aan de eene zijde gespleten (Pl. II, fig. 1) of ook wel geheel verdeeld in twee of drie lappen, die dan niet meer rechtop staan, maar achterwaarts nederhangen. In de verhandeling van VROLIK (*Instituut*, 1842, l. c.) ziet men eene aldus gespleten bloemkroon afgebeeld.

De meeldraden zijn 8, bij de driedubbele 12 in aantal. Van dezen krans is dus niets geaborteerd, of liever niets meer dan 'tgeen ook in de gewone bloemen dezer plant regelmatig achterblijft, nl. de ééne meeldraad die zou moeten staan tusschen de lobben van de bovenlip. Indien men twee of drie zijbloemen in gedachte opricht, en zoo tegen elkander plaatst als zij in de eindbloem met elkander vergroeid moeten zijn, dan ziet men dat de ledige plaats in den krans der meeldraden bij elke van haar juist naar de zijde der vergroeiing gelegen is, dus aan die zijde waar anders een abortus als gevolg van de vergroeiing, in de eerste plaats zou moeten geschieden.

Eene enkele maal nam ik slechts 11 meeldraden waar, ook wel eens 11 vruchtbare met één onvruchtbare, terwijl omgekeerd VROLIK in het door hem beschreven geval 13 meeldraden opgeeft. Daar was dus een van de meeldraden die anders constant aborteeren, in de topbloem weder te voorschijn zijn gekomen.

De stamper heeft bij de dubbele bloemen doorgaans 4 vruchtbladen, die een vierlobbigen stempel en een vierhokkig vruchtbeginsel veroorzaken (Pl. II, fig. 3—5). Eene enkele maal was het vruchtbeginsel bij eene dubbele bloem slechts tweehokkig en de stempel tweelobbig, dus met abortus van het andere tweetal. Een andermaal waren wel vier vruchtbladen aanwezig, maar twee daarvan tot één samengesmolten, zoodat zij te zamen slechts ééne holte met ééne placenta vormden. De samengesteldheid bleek uit de dubbele nerf en de meerdere breedte. Hier was dus aan de in de peripherie der vrucht vergroeide randen het placentair gedeelte geaborteerd, terwijl de andere randen, die elkander in de as ontmoetten. eene placenta hadden voortgebracht, gelijk anders de met elkander vereenigde randen van hetzelfde vruchtblad. Zeer merkwaardig was eindelijk een derde exceptionneel geval (Pl. II, fig.6—13): Daar was de stempel drielobbig, en in overeenstemming daarmede de buitenzijde van het ovarium slechts met drie groeven of naden geteekend. Een der afdeelingen was grooter dan de beide andere, maar had een duidelijke middelnerf (Pl. I, fig. 6, 7, 9). Er waren dus drie carpellaire bladen zichtbaar. Bij voorzichtig losmaken der hokjes langs de naden bleek echter, dat het vierde vruchtblad wel aanwezig was, maar, uit den kring der overige naar binnen verdrongen, op zich zelf was blijven staan, en opgesloten was binnen het hokje, dat door 't breedste der drie peripherische vruchtbladen gevormd werd. Waarschijnlijk had dit ingesloten vruchtblad zelf de uitzetting van het buitenste tot die grootere breedte veroorzaakt; tevens vertoonde dit laatste eene kleine gaping aan de axillaire sutuur, waaruit de top van het stijlgedeelte van den vreemden gast te voorschijn kwam (fig. 8). Het verdere stijlgedeelte van dezen laatste lag (fig. 13, 6) als een draadvormig, in allerlei bochten gekronkeld ligchaam, binnen het hokje opgesloten, terwijl het onderste, ovariaal gedeelte zich binnen de enge ruimte minder dan gewoonlijk in de breedte had ontwikkeld; zijne geheele oppervlakte was tot de placenta met eitjes gereduceerd (fig. 19*b*) en deze naar de peripherie gericht. Van het buitenste, overigens zoo sterk uitgezette vruchtblad, was daarentegen de placenta (fig. 13*a*) zeer klein gebleven (zie verder de verklaring der figuren 6—13). In verband met de be-

schouwing van het samengesteld zijn der vruchten uit carpellaire bladen is deze afwijking zeker merkwaardig en instructief.

De vruchtbeginsels en vruchten der driedubbele bloemen (Pl. II) bieden eene andere bijzonderheid aan. Het aantal carpellaire bladen is daar meest 6, eene enkele maal 5. Zij staan te zamen in een wijderen kring, en in het midden der door hen gevormde hokjes vindt men nog drie, ook wel zes (respective 5) met de buitenste alterneerende hokjes (fig. 9—16), die aan een tweeden, inwendigen krans van vruchtbladen haar ontstaan verschuldigd zijn. Aan die inwendige hokjes beantwoordt een afzonderlijke stijl, die binnen den gewonen stijl verborgen is (fig. 9—11*a*, 13). Deze vrucht binnen in de eerste vrucht kan niet wel anders beschouwd worden dan als het gevolg van eene prolificatie of doorgroeijing van de as binnen de bloem, met vorming, in de eerste plaats, als de doorgroeijing gering is, van carpellaire bladen als zijdelingsche organen. Op die prolificatie, welke bij deze monstruosieteit in de meest verschillende graden is waargenomen, hebben wij nog nader terug te komen. Vooraf vestigen wij de aandacht op verschijnselen van abortus, sterker dan wij tot dusverre, als enkel gevolg van de ineensmelting van bloemen, in de topbloem der Digitalis hebben opgemerkt.

Niet zelden komen aan de plant zijtakken voor, die even als de hoofdas een zeker aantal gewone zijbloemen voortbrengen, en aan hun top eene synanthie, hier echter enkel van twee bloemen, dragen. Van een drietal dezer bloemen zal ik de getalverhoudingen opgeven. De eerste (Pl. II, fig. 1, 2) had 7 kelkbladen, eene onregelmatige aan ééne zijde gespletene bloemkroon met 7 lobben, 6 meeldraden, en een 3-hokkig vruchtbeginsel met drielobbig stigma. Eene andere vertoonde 8 kelkbladen, waarvan de bovenste bloembladachtig, een onregelmatige 6-lobbige bloemkroon, 6 meeldraden, waarvan een met één hokje, en een tweehokkig vruchtbeginsel. Eene derde, de eindbloem van een zeer zwakken zijtak, had 5 kelkbladen, eene 5-lobbige onregelmatige bloemkroon, 4 vruchtbare en één steriele meeldraad, en een 2-hokkig vruchtbeginsel. In dit laatste geval was dus eigenlijk niet meer overgebleven dan de bestand-

deelen van eene enkele bloem, en men zou dus, 't geval op zich zelf beschouwende, kunnen twijfelen, of men hier te doen had met twee vergroeide bloemen, waarvan de gezamenlijke bestanddeelen door abortus tot de helft zijn gereduceerd, dan wel met eene enkele geheele bloem, die exceptioneel als eindbloem optreedt. Dit laatste is eene monstruositeit, die ook bij Digitalis voorkomt; en alleen de analogie met hetgeen hier aan andere, sterkere takken in verschillende overgangen wordt waargenomen, maakt in dit geval de eerste opvatting meer waarschijnlijk.

Wij hebben dus aan de toppen der zijtakken een sterkeren abortus van deelen dan die, blijkens het waargenomene in de topbloem der hoofdas, als gevolg van de vergroeiing alleen kan worden aangemerkt. 't Is een abortus door uitputting. In het algemeen bewegen zich de sappen overvloediger recht naar boven dan naar de zijtakken, en de grootere abortus in de eindbloemen der zijtakken kan hier bezwaarlijk anders worden opgevat dan als een speciaal gevolg van het algemeen overwicht der hoofdas op de zijtakken. Een nog sterker voorbeeld van dien abortus door uitputting leveren de zijbloemen der hoofdas zelf, die in de onmiddellijke nabijheid der eindbloem gezeten zijn. Een van die zijbloemen is afgebeeld op Pl. II, fig. 7*b*. Hij bestond slechts uit twee kelkbladen, een drielobbige bloemkroon, één meeldraad, terwijl de stamper geheel ontbrak. In de oksels van andere bracteae te dier plaatse wordt als representant van de bloem niets anders gevonden dan een groen peperhuisvormig bladorgaan (Pl. II, fig. 6*a*), wederom in andere een enkel dun behaard steeltje (Pl. II, fig. 5*a*), terwijl bij sommige in het geheel niets wordt waargenomen, en derhalve de gedeeltelijke abortus in totale vernietiging is overgegaan.

Minder sterk, maar toch ook duidelijk, openbaart zich deze zelfde invloed der sapbeweging in de verhouding tusschen de eindbloem en de lager geplaatste, volkomen ontwikkelde zijbloemen. Een vrij groot aantal van deze ontluikt namelijk later dan de eindbloem ofschoon zij ouder zijn dan deze (Pl. I, fig. 1). Wanneer de bloeistengel kort, en dus het aantal zijbloemen niet zeer groot is, opent zich de eindbloem het eerst van alle.

Is de bloeisteng langer, dan zijn de onderste zijbloemen reeds geopend, op het oogenblik dat zich de topbloem ontsluit. Het getal nog gesloten bloemknoppen, dat zich dan tusschen beide bevindt, is verschillend; het kan een vijftiental bedragen. Wij hebben dus hier, aan den top, in de volgorde van het bloeien hetzelfde verschijnsel wat bij de definiete bloeiwijzen wordt waargenomen, en merkwaardig is het zeker, dat hier de verhouding tusschen de eindbloem en de zijbloemen dezelfde is, ofschoon de eindbloem hier uit samengegroeide zijbloemen is ontstaan. De gewone bloeiwijze van *Digitalis purpurea* is een indefiniete of centripetale tros; hier zou men het moeten noemen een tros, indefiniet of centipetraal in aanleg, maar die definiet of centrifugaal eindigt. In die uitdrukking ligt schijnbaar eenige tegenspraak; doch minder scherp dan de tegenstelling tusschen de woorden is zij werkelijk tusschen de zaken, welke door die benamingen worden uitgedrukt. Want de tegenstelling is niet absoluut. De type der onbepaalde of centripetale bloeiwijze is ontleend aan die gevallen, waarin de hoofdas geen topbloem draagt, en waarin tevens een groot aantal zijassen van dezelfde orde voorkomen, zoodat alleen en zeer duidelijk de betrekking tusschen die zijassen wordt waargenomen. Maar noch het eene, noch het andere kenmerk, uitsluitend toegepast, zou aanleiding geven tot eene waarlijk natuurlijke onderscheiding. Het karakter der definiete of centrifugale bloeiwijze openbaart zich daarentegen het zuiverst bij die inflorescentiën, waar elke as, die door eene bloem getermineerd wordt, slechts eene enkele, of een enkel paar tegenoverstaande zijassen voortbrengt. Dan heeft men nl. enkel een verschil tusschen die eindbloemen der assen van verschillende orden. Maar zoodra twee of meer zijassen of paren van zijassen van dezelfde orde worden voortgebracht, mengt zich daarbij de verhouding tusschen de zijassen van dezelfde orde. Er zijn definiete paniculae met 4 à 5 paren van zijtakken, waar de eindbloem der hoofdas nog steeds de eerst bloeijende van alle is, en die dus den naam van centrifugale bloeiwijzen in strikten zin verdienen; maar van de zijassen bloeijen de onderste, als de oudste, het eerst, en deze bieden dus onderling het verschijnsel aan, dat het heerschend karakter der indefiniete bloeiwijzen bepaalt.

Indien eindelijk, gelijk in onze monstrueuse Digitalis, nog meer zijassen van dezelfde orde aanwezig zijn, zoodat de grens wordt bereikt en zelfs overschreden, waarbuiten de topbloem niet meer alle andere in ontwikkeling vooruitijlt, dan verkrijgt men het indefiniete karakter in de verhouding tusschen de zijassen onderling, en daarnaast het definiete karakter, berustende op de relatie van hoofd- en zijassen, enkel in den top. Zoodanige trossen komen b. v. bij sommige Campanula's voor. Wij zien dan de verschijnselen vereenigd, die doorgaans gescheiden voorkomen, maar elkander daarom toch niet in absoluten zin uitsluiten.

Prolificatie der eindbloem. Wij merkten reeds op, dat nu en dan bij de monstrueuse eindbloem der Digitalis eene prolificatie wordt waargenomen, en dat, als de doorgroeiing der as gering is, alleenlijk een nieuwe krans van vruchtbladen binnen de reeds aanwezige wordt voortgebracht, dus eene herhaling plaats grijpt van de laatst gevormde deelen. Is de doorgroeiing sterker, dan verschijnt in het midden eene knop, waarin, als zijdelingsche organen, verschillende bloemdeelen worden voortgebracht. Van zeer sterke prolificatie heeft VROLIK t. a. p. uiterst merkwaardige voorbeelden beschreven en afgebeeld. Hij zag nl. uit de sterk verlengde as eene geheele inflorescentie met een twaalftal zijbloemen, en aan het einde wederom eene samengestelde klokvormige eindbloem ontstaan. Daar waren dus de zijdelingsche organen tot bracteën geworden met bloemknoppen in hare oksels.

'tZou zeer leerzaam zijn, indien men bij deze plant, waar de bloemdeelen betrekkelijk groot zijn, eene volledige reeks van prolificaties kon vergelijken, zoodat men de omgekeerde metamorphose der zijdelingsche organen, van carpellaire bladen tot bloemorganen en van deze tot bracteën, in al hare gradaties volgen en bestudeeren kon. Juist die tusschentoestanden zijn voor de vergelijkende studie der organen van groot gewigt. Een enkel voorbeeld, nl. een knop met verschillende onvolkomen bloemorganen, waarbij tusschenvormen tusschen deze en de carpellaire bladen, is op Pl. III, fig. 1 afgebeeld. Ziehier wat het nader onderzoek dier knop heeft opgeleverd:

Eerst 7 kelkbladen, in twee groepen van 4 en 3 met elkander vergroeid (fig. 2, 3). Vier van hen droegen een stijlvor-

mig aanhangsel aan den top (*a, b, c, d*); twee waren gesloten bij wijze van vruchtbladen (*a*, *b*), doch droegen, even als ook de andere, geen placenta. Deze deelen leveren dus een tusschenvorm tusschen kelk- en vruchtbladen. Daarbinnen bevonden zich 7 bloembladen (fig. 4—8), alleen aan den voet, twee tot op $\frac{1}{3}$ hunner hoogte met elkander vergroeid. Aan den voet der bloembladen vastgehecht, noch geheel opposiet, noch ook zuiver afwisselend geplaatst, 4 meeldraden, een met twee antherenhokjes (fig. 6,*a*), een dito, doch waarvan het connectief tot een bloembladachtig kapje was uitgegroeid (fig. 7,*a*), een met een dergelijk kapje en 4 antherenhokjes (fig. 8*a*); eindelijk een met breed connectief en aan weerszijden daarvan een hokje, van boven gesloten en met pollen gevuld, maar tegelijk lager, aan de opengeslagen randen, eitjes dragende (fig. 9*a*, 9*6.*a*). Iets meer naar binnen stond een dergelijke overgangsvorm tusschen carpella en stamina, een meeldraad namelijk met twee gewone antherenhokjes, doch ter halver hoogte van het filament aan de binnenzijde gespleten en aldaar aan de randen met eenige ovula voorzien (fig. 11, *b*, *a*). Hierop volgde een kring van samenhangende organen (fig. 10); bestaande uit een meeldraad met ovula aan het filament als boven (fig. 14, *b*, *a*), 4 opene capillaire bladen, van boven met een stijlvormig verlengsel, aan den rand met ovula bezet (fig. 10—18), een van hen meer onregelmatig van vorm. Hierbinnen eindelijk weer zeven carpellaire bladen, waarvan één bloembladvormig (fig. 19, 20). Ten slotte kwam, na verwijdering van deze deelen, eene knop te voorschijn, waarvan de buitenste deelen op zeven kelkbladen geleken (fig. 21). De daar nog binnen gelegen organen (fig. 22) waren te weinig ontwikkeld om hunnen aard te kunnen onderscheiden.

2. *Matthiola incana* R. Br. Pl. III. A.

Dat de onvolkomen bloemknoppen, bij prolificatie gevormd, instructief kunnen zijn voor de metamorphosenleer der bloemdeelen, leerde ook eene prolificatie van *Matthiola incana*, ten vorige jare in den Leidschen hortus waargenomen. Bij de bloemen dezer plant waren de stampers gedeeltelijk of geheel

opengespleten (Pl. III. A, fig. 1,*b*) zoodat men van buiten de eitjes aan den rand der vruchtbladen zag liggen. Bij deze verwijdering der vruchtbladen van elkander was tevens het anders aan *Cruciferae* eigene dissepimentum spurium geheel verdwenen. In het midden van het vruchtbeginsel stonden bij sommige bloemen, als product van geringe prolificatie, twee kleinere carpellaire bladen, afwisselend met de normale (fig. 7*a*, 8); bij andere, met sterke prolificatie, een as-orgaan met een paar gebrekkig ontwikkelde bloemen (fig. 1, *b*, *b' b''*). In een van deze was een deel (fig. 2) dat in uitwendigen vorm met een opengeslagen vruchtblad overeenkwam, en ook aan zijn eenen rand eitjes droeg (fig. 2 links); maar de andere rand was ingerold en in een antherenhokje met goed gevormd pollen veranderd (fig. 2 rechts, 5). Merkwaardig was, dat aan een deel van dienzelfden rand nog een paar incomplete ovula werden aangetroffen (fig. 2*a*, 4).

3. *Matricaria Chamomilla* L. Pl. IV.

Bij de *Compositae* kan de bloeiwijze eene hoogere samengesteldheid erlangen door vorming van nieuwe assen uit het anthodium. Meestal komen deze voor den dag in de oksels der schutbladen, en in plaats van bloemen, vooral van randbloemen, uit het receptaculum. Zeldzaam daarentegen ontstaan zij als ware prolificaties uit het midden der flosculi zelve. Van dit laatste geval trof ik een zeer duidelijk voorbeeld aan bij de gewone kamille, *Matricaria chamomilla* (*Kruidk. Archief.* Dl. IV, p. 45 *)). Op en aan het hard getreden voetpad naast een graanakker op kleigrond, die zelf met eene menigte niet monstrueuse voorwerpen dezer soort bezaaid was, kwamen ziekelijke, door een schimmel aangedane exemplaren voor, waarvan de lintbloempjes aan de randen eenigzins ingerold en min of meer grijsachtig van kleur waren, terwijl de schijf over het geheel weinig ontwikkeld was (fig. 1, 2). Bij een paar van deze voorwerpen werd de bedoelde prolificatie gezien, het sterkst bij de eind-inflorescentie (*a*) van het exemplaar dat op Pl. IV, fig. 7 is afgebeeld, min-

*) De plaat is hier in betere gravure wedergegeven.

der sterk in die der zijtakken (fig. 7 *b c*). Bij die inflorescenties (fig. 7, *a*, *b*, *c*; 15) vertoonden zich in de oksels van sommige involucraalbladen (fig. 15*a*, 14, 12), als prolificatie in de randbloemen fig. 15*b*, *b'*, 19; 9—11), en op gelijke wijze in eenige der schijfbloemen (fig. 15, *c*, *c'*, *c''*, 13, 21, 22,), 't zij knoppen, 't zij, vooral naar de buitenzijde van het anthodium, duidelijk ontwikkelde stelen met een capitulum van eenigzins vervormde onvruchtbare bloempjes (fig. 16—19). In de prolificeerende flosculi waren de voortplantingsorganen geheel verdwenen. Altijd waren het capitula, die als prolificaties uit de bloempjes voor den dag traden, nimmer enkele bloemen, welk laatste ook bij andere Compositae nog niet waargenomen schijnt te zijn.

4. *Anemone neomrosa* L. Pl. V.

Anemone nemorosa heeft reeds een groot aantal gevallen van monstruositeit opgeleverd. Een daarvan, in de vorige lente bij exemplaren die in de nabijheid van Leiden groeiden (Pl. V) waargenomen, komt in sommige opzichten met reeds beschrevene overeen, maar verschilt daarvan toch weder in andere opzichten in voldoende mate om eene afzonderlijke vermelding en behandeling te verdienen. De bloemkelken, in normalen toestand gekleurd, waren vergroend en tevens hier en daar een weinig ingesneden (fig. 3—6), zoodat een overgang tot gewone bladen werd gevormd, die o. a. door DECANDOLLE in veel sterker mate bij bovendien gevulde bloemen dezer soort is waargenomen en afgebeeld. De overige bloemdeelen waren normaal. Daarbij was echter het driebladig involucrum onder de bloem verdubbeld (fig 1*a*) door de vorming van een tweeden krans dezer deelen, geheel overeenkomende met den eersten, en met dezen alterneerende. Tusschen deze kransen was de as in het geheel niet ontwikkeld, wel echter op de gewone wijze tusschen deze en de bloem. Eene enkele maal was nog een derde krans van involucraalbladen gevormd, maar nu ver van de beide eerste verwijderd, en vrij dicht nabij de bloem geplaatst (fig. 2, *a b*, 7). Daarbij waren de blaadjes van dezen krans veel eenvoudiger en kleiner, dus met toenadering ook tot den vorm der bloemdeelen.

5. *Ulmus campestris* L. Pl. VI.

In den Leidschen Kruidtuin staat een groote treur-yp (*Ulmns campestris*? var *pendula*) waarvan de bladen eene constante monstruositeit aanbieden, welke ik van tijd tot tijd, ook in den vorigen zomer, meer in bijzonderheden trachtte na te gaan. Men weet dat de bladen van den yp scheef zijn, doordien de lamina aan de eene zijde hooger aan den steel begint dan aan den anderen kant. Welnu, in deze monstruosieteit komt bij vele bladen, en altijd in de eerste plaats aan de kortste zijde der schijf, een klein, gesteeld blaadje voor. SCHLECHTENDAL heeft het eerst in 1844 (*Bot. Z.*, II, p. 444) melding gemaakt van deze misvorming, die eerst in de laatste jaren meer algemeen in de tuinen schijnt verspreid te zijn. Hij merkt terecht op, dat het additioneele blaadje geen vervormde stipula is, daar de stipulae even goed aan de bladen die dit blaadje voortbrengen, als die het niet bezitten, in haren gewonen vorm worden aangetroffen. Ik had eenige hoop, dat de voortgezette waarneming van dit zonderling verschijnsel, bij zijne eigene verklaring, ook die van de morphologische beteekenis van de scheefheid van het ypenblad zelf zou opleveren. Hierin werd ik tot nog toe teleurgesteld. Ik heb alleen door overgangstoestanden (op Pl. VI, fig. 1—8) afgebeeld, kunnen constateeren, dat het blaadje als een van de overige bladschijf afgescheiden deel moet worden beschouwd. In fig. 1 ziet men een normaal blad; in fig 2 is het blad aan de kortste zijde van den voet eenvoudig gelobd, in fig. 3 bijna, in fig. 4 geheel tot aan de middelnerf ingesneden. In fig. 5—6 is het nieuwe deel van de overige bladschijf geheel afgezonderd en gesteeld. Bij sommige bladen zag ik in den vorigen zomer op diezelfde wijze *twee* kleine blaadjes aan diezelfde zijde boven elkander (fig. 7), eene enkele maal ook twee tegenover elkander aan de beide zijden van het blad (fig. 8). Had men bij de Ulmaceae ook gevinde bladen, men zou meenen hier den overgang van enkelvoudige bladen tot deze te hebben gevonden. Bij het nasporen van dit verschijnsel trof mij intusschen nog een ander, nl. eene verdubbeling der bladen door laterale splitsing, in zijne verschillende trappen fig. 9—12 afgebeeld. Eerst een

blad, dat slechts aan den top is ingesneden en twee nerven heeft, die uit den voet der bladschijf naar de twee toppen divergeeren (fig. 9); vervolgens dieper ingesneden (fig. 10) en eindelijk geheel in twee nieuwe gescheiden bladen (fig. 11, *a'a*) elk der uit de splitsing geboren bladen met zijn eigen bladsteel. Tevens was hier tusschen de beide bladen eene stipula te voorschijn gekomen. In den gezamenlijken oksel der beide bladen bevond slechts één enkele knop (fig. 11, *g*). De volkomen splitsing werd eindelijk gezien in het voorwerp dat in fig. 12, doch, wat de steunblaadjes betreft, niet nauwkeurig is afgebeeld. Daar heeft elk blad zijn afzonderlijk paar steunblaadjes, en ook elk zijn eigen okselknop. Een dezer beide bladen (12 links, 13) vertoonde tevens de bekende bekervormige afwijking.

VERKLARING DER PLATEN.

Pl. I. *Digitalis purpurea* L.

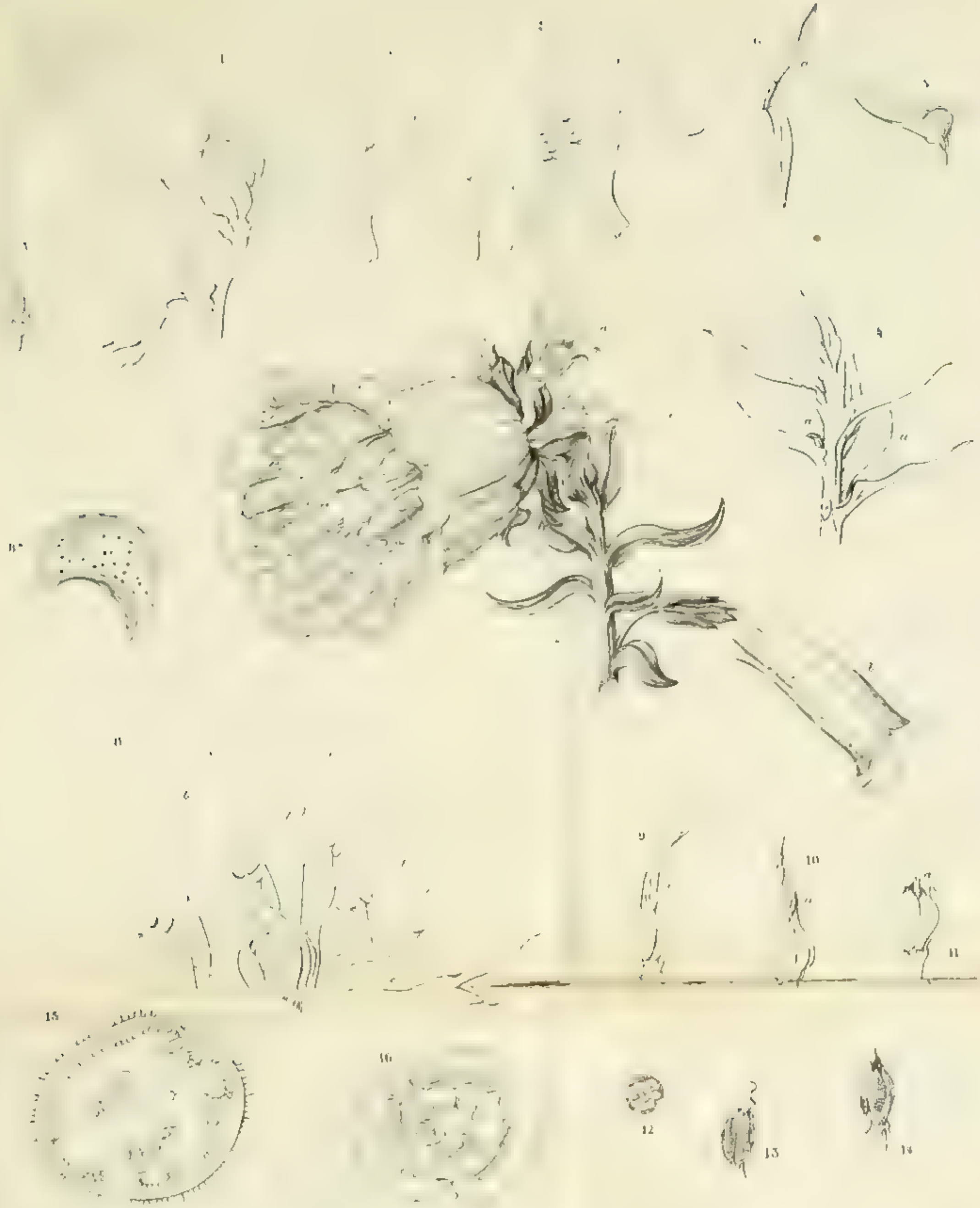
dubbele eindbloem.

Fig. 1, Voorwerp met dubbele eindbloem; habitus.
„ 2, de bloemkroon der dubbele eindbloem opengeslagen.
„ 3, dubbele vrucht in rijpen toestand.
„ 4, zaden uit de dubbele vrucht, vergroot; *b* doorsnede.
„ 5, opzettelijk opengeslagen vruchtblad, vergroot, tot vergelijking der afmetingen in fig. 13, bij dezelfde vergrooting geteekend.
„ 6, stamper eener dubbele topbloem met ééne breede en twee smallere afdeelingen.
„ 7, de grootste afdeeling, van de overige losgemaakt en van de rugzijde gezien.
„ 8, dezelfde van de binnenzijde. Uit eene kleine opening komt de top van den stijl van het ingesloten vruchtblad (*a*) te voorschijn.
„ 9, het buitenste vruchtblad geopend, en na verwijdering van het ingeslotene geteekend. De placentae zijn bij de opening aan den éénen rand (*a*) blijven zitten.



Digitalis purpurea. L.

A. Wenden sculps



Digitalis purpurea L.

Fig. 10 en 11, het ingesloten vruchtblad, vrijgemaakt, en na opzettelijke uitstrekking van het stijlgedeelte; fig. 10 vertoont de naar de peripherie der vrucht gekeerde vlakte; 11 de naar de as der vrucht gekeerde zijde, zoodat fig, 9 en 11, even als fig. 7 en 10, de betrekkelijke standen der twee vruchtbladen aanwijzen.

„ 12, het buitenste met het binnenste vruchtblad opengeslagen en van buiten gezien, links bij *a* is de dubbele placenta van het buitenst vruchtblad, rechts bij *b* het inwendig vruchtblad met kunstmatig uitgestrekt stijlgedeelte *b'*. Vergroot.

„ 13, hetzelfde van de binnenzijde, doch het stijlgedeelte *b'* van het inwendig vruchtblad in den oorspronkelijken toestand; *b*: placenta van het inwendig, *a*: van het uitwendig vruchtblad.

Pl. II. *Digitalis purpurea* L.

driedubbele eindbloem, onvolkomene dubbele eindbloem van zijtakken, en in verschillende graden door abortus verminderde zijbloemen.

„ 1, eindbloem van een zijtak, aan de ééne zijde gespleten.

„ 2, bloemkroon van dezelfde, opengelegd, met 5 volkomene en één onvolkomen meeldraad.

„ 3, stamper.

„ 4, bracteën onder eene driedubbele topbloem, gedeeltelijk loos, gedeeltelijk met zeer onvolkomen vertegenwoordigers van bloemen in de oksels (*a*, *a'*).

„ 5, het voorwerp van fig. 4*a* afzonderlijk voorgesteld.

„ 6: *a* dat van fig. 4*a'*.

„ 7, driedubbele eindbloem, met begin van prolificatie; *a*: gedeeltelijk gekleurde kelkbladen; *b*: door abortus verminderde, drielobbige zijbloem.

„ 8*a*, een half bloembladachtig kelkblad uit de vorige afzonderlijk.

„ 8, de bloemkroon met de meeldraden van eene driedubbele eindbloem opengeslagen; *a d*: stamper, *b*, *b'*: plooijen in de bloemkroon, *c*: dertiende steriele meeldraad.

„ 9, 10, 11, rijpe vruchten van driedubbele bloemen, *a*: inwendige stijl.

„ 12, 13, 14, het inwendig gedeelte der vruchten, na verwijdering der buitenkleppen, 12: in dwarse doorsnede.

„ 15, 16, dwarse doorsneden, vergroot, van driedubbele vruchten met additioneele inwendige hokjes; in fig. 16 links ziet

men twee vruchtbladen, die te zamen één hokje en ééne dubbele placenta gevormd hebben.

Pl. III. A. *Digitalis purpurea* L.

Prolificatie der topbloem.

Fig. 1. De prolificatie uit de bloem van Pl. II, fig. 7 afzonderlijk voorgesteld.

„ 2, 3, buitenste krans der prolificatie, opengelegd: kelkbladen en half vervormde vruchtbladen (*a*, *b*, *c*, *d*); *a*, *b* met gesloten holte doch zonder placenta.

„ 4—9, de 7 bloembladachtige deelen van den volgenden krans, met daaraan min of meer vergroeide meeldraden (*a*, *a'*).

„ 9*, de helmknop van fig. 9 *a* vergroot; *b*: pollenvakjes, *a*: eitjes.

„ 10, het overig gedeelte der prolificatie, na verwijdering der deelen, in fig. 2—9 afgebeeld.

„ 11, de meeldraad van fig. 10 rechts afzonderlijk en iets vergroot, *b*: normale anthera; *a*: eitjes.

„ 12, de buitenste krans van de deelen van fig. 10 uitgelegd en van de buitenzijde gezien, iets vergroot, *a*: eitjes, *b*: antheren, *c c'*: stijlgedeelten.

„ 13, dezelfde van de binnenzijde, iets vergroot: letters als bij 12.

„ 14—18, de deelen van dezen krans afzonderlijk, sterker vergroot: *a*: eitjes: *b* (in 15—18) stijlgedeelten.

„ 19, overblijvend gedeelte der prolificatie, nadat de bovenvermelde deelen waren verwijderd.

„ 20, vier van de zeven vruchtbladachtige deelen (een enkel bloembladachtig) van den buitensten krans in het overgebleven gedeelte (fig. 19).

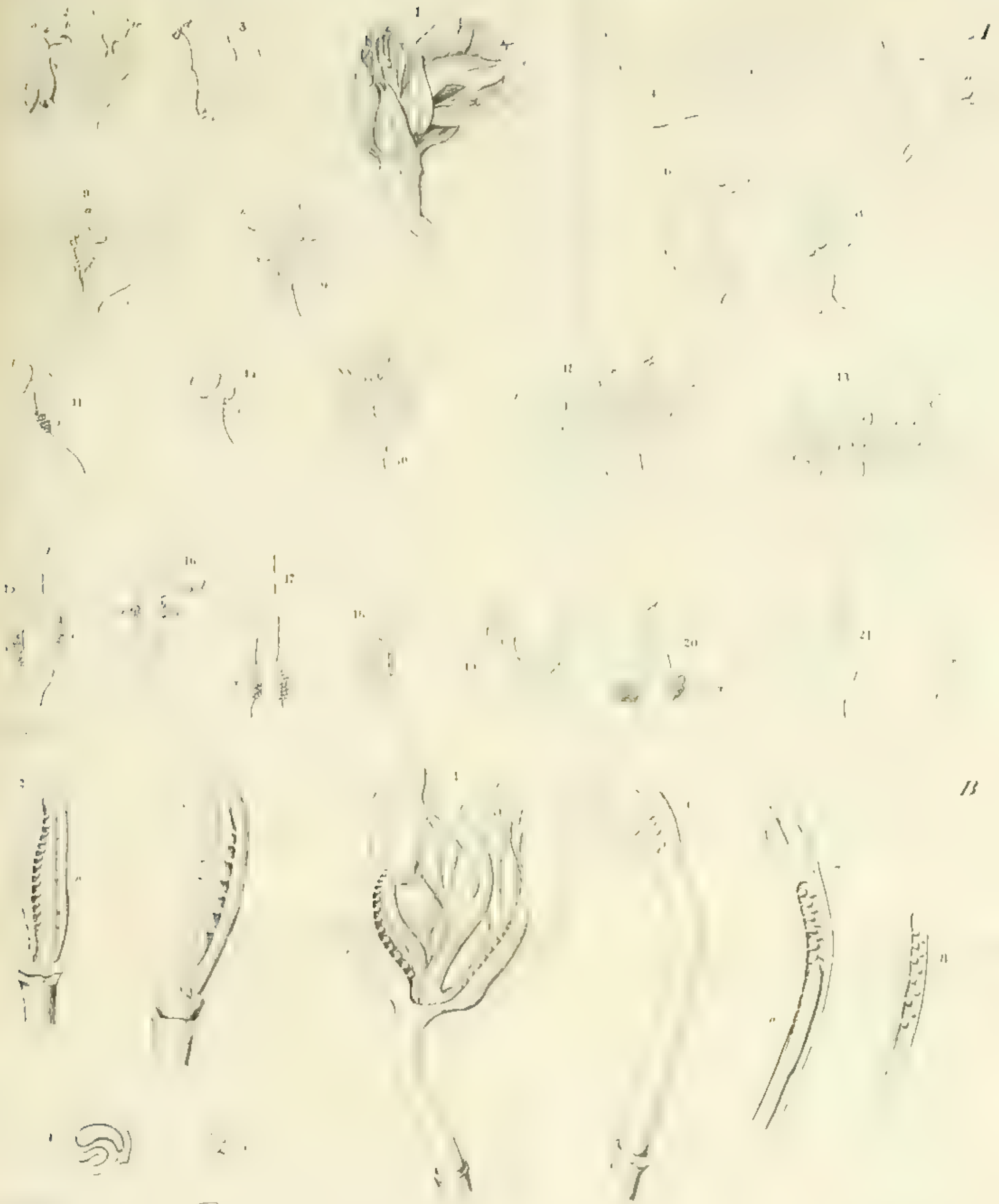
„ 21, overblijvend gedeelte na verwijdering van de laatstgenoemde organen: gevormd uit zeven kelkachtige deelen.

„ 22, niet nader te bepalen organen binnen den krans der laatstgenoemde.

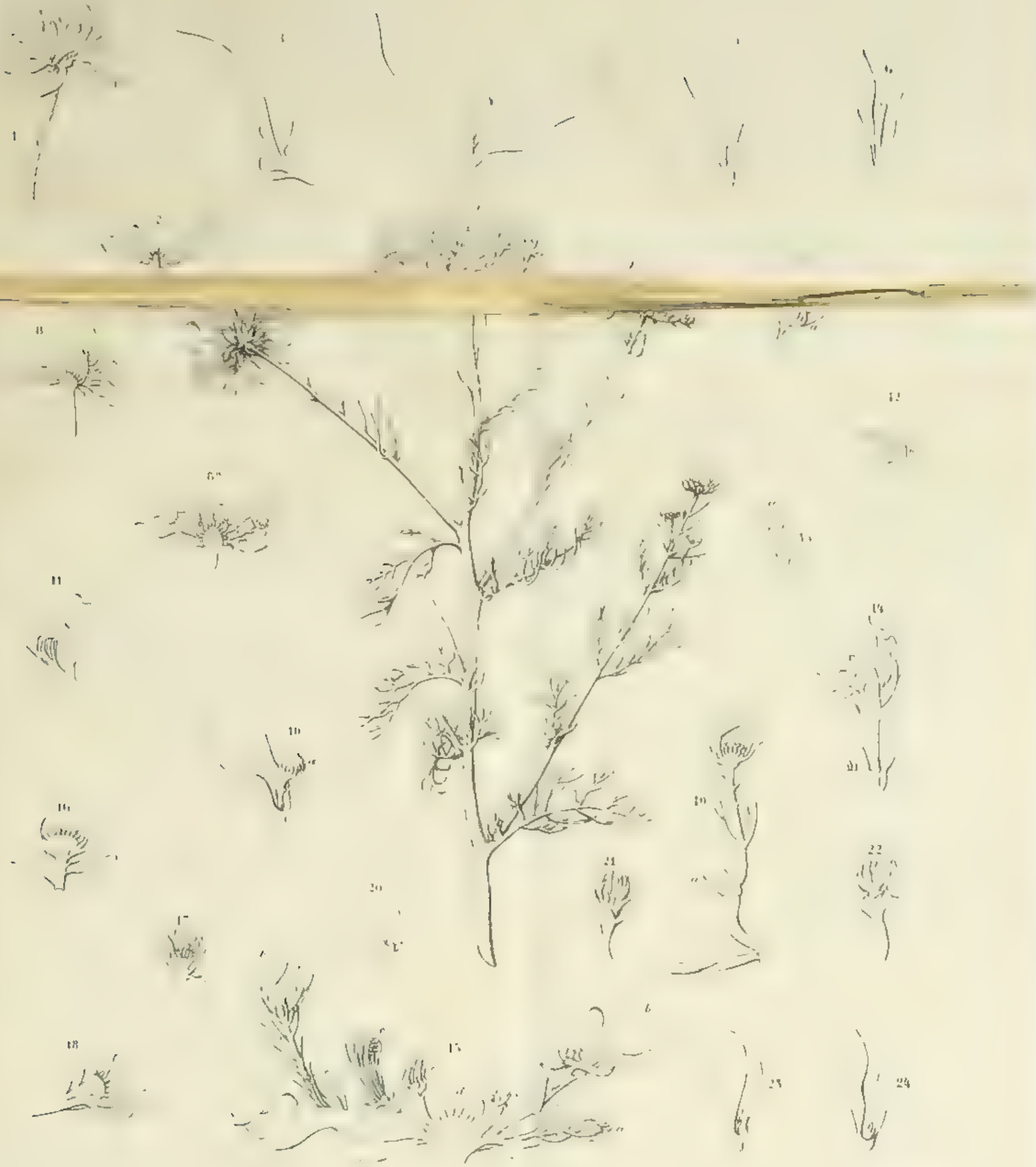
Pl. III. B. *Matthiola incana* R.Br.

„ 1, Open vruchtbeginsel met daaruit te voorschijn tredende prolificatie. *a a'*: de carpella met eitjes aan de randen, *b*, *b'*, *b''*: onvolkomen bloemknoppen.

„ 2, vruchtblad uit een der bloemknoppen *b* van fig. 1; *a*: eitjes op den rand van de zijde, die overigens pollen bevat.



A. Digitalis purpurea L. B. Matthiola incana R. Br.



W F R Suringar del

Matricaria chamomilla L

Fig. 3, open vruchtblad met eitjes aan de beide randen.
„ 4, eitje van fig. 2*a* vergroot.
„ 5, pollen uit de eene zijde van het voorwerp in fig. 2 afgebeeld; vergroot.
„ 6, gedeeltelijk open stamper.
„ 7, dezelfde tusschen de lobben overlangs doorgesneden; *a*: inwendige stamper.
„ 8, inwendige stamper van fig. 7*a* overlangs doorgesneden.

Pl. IV. *Matricaria chamomilla.* L.

„ 1, monstrueus anthodium met ingekrulde lintbloempjes, en weinig ontwikkeld receptaculum en buisbloempjes.
„ 2, hetzelfde in overlangsche doorsnede.
„ 3, tweelippig randbloempje uit hetzelfde.
„ 4, hetzelfde, na verwijdering der slippen van elkander.
„ 5—6, de voet van andere lintbloempjes met vervormde geslachtswerktuigen.
„ 7, voorwerp met prolificeerende anthodia. *a* terminaal anthodium met de sterkste prolificatie; *b*, *c*: minder sterk prolificeerende anthodia op de zijtakken.
„ 8, 8*a* verticale doorsnede van het prolificeerende anthodium der zijtakken.
„ 9—11, prolificaties in de randbloemen. *a*: anthodiumknop der prolificatie.
„ 12, prolificatie in de oksels van dekbladen.
„ 13, prolificatie (*a*) uit een buisbloempje.
„ 14, monstrueuse vorm van eene prolificatie in de oksel van een dekblad.
„ 15, doorsnede van het centraal anthodium van fig. 7*a*.
a: prolificatie in den oksel van een schutblad.
b, *b'* prolificaties uit lintbloemen.
c, *c'*, *c''* prolificaties uit buisbloempjes.
d geaborteerde buisbloempjes.
„ 16, verticale doorsnede van de prolificatie van een buisbloempje der vorige (15*c'*)
„ 17, idem in die van fig. 15*c*.
„ 18, idem van die uit een lintbloempje uit dezelfde (fig. 15*b*).
„ 19, idem uit dat van fig. 15*b'*.
„ 20, onvruchtbaar bloempje uit de prolificatie van fig. 15*b'*.
„ 21, 22, prolificeerend buisbloempje uit het centraal anthodium van twee verschillende zijden gezien.

Fig. 23, 24, onvruchtbare lintbloempjes uit de prolificatie (fig. 19) van een lintbloempje uit het centraal anthodium.

Pl. V. *Anemone nemorosa* L.

„ 1, voorwerp met verdubbelden involucraalkrans (*a*).
„ 2, voorwerp als het vorige met verdubbelden involucraalkrans in *a*, en met nog een derden in *b*.
„ 3—6, afzonderlijke bloemen, vergroend en gedeeltelijk met vervormde kelkbladen.
„ 7, het kleine additioneele involucrum van fig. 2*b* afzonderlijk.

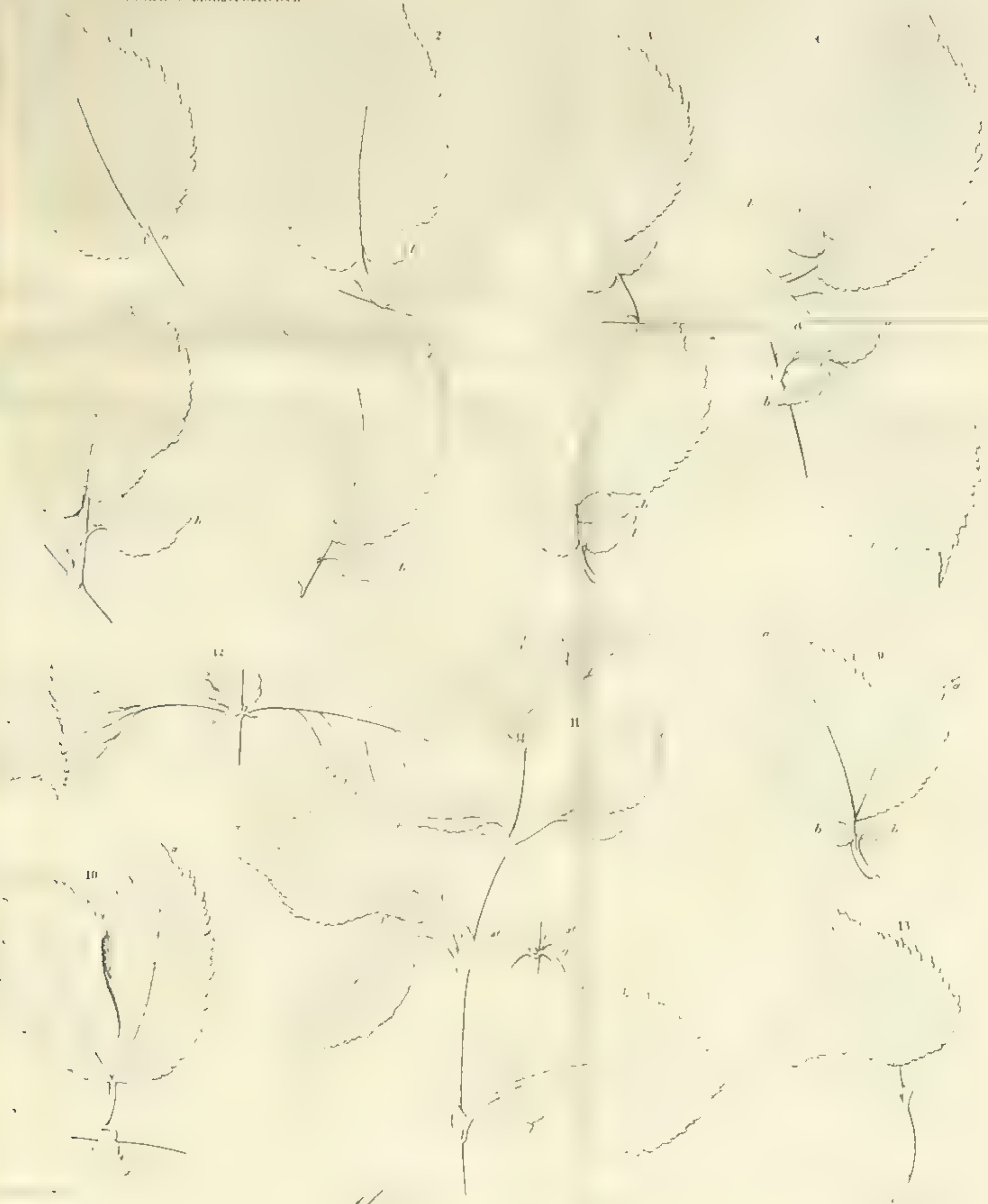
Pl. VI. *Ulmus campestris*? L. var: *pendula.*

„ 1, normaal blad.
„ 2—6, verschillende graden van afzondering van het kleine blaadje *b*.
„ 7, blad met twee dergelijke blaadjes (*b*, *b'*) boven elkander.
„ 8, blad met twee dergelijke blaadjes (*b*, *b'*) tegenover elkander.
„ 9, beginnende splitsing van een blad; *a*, *a'*: de nieuwe toppen, *b*, *b* : additioneele blaadjes.
„ 10, verder gevorderde splitsing: *a*, *a'* als voren.
„ 11, links in het midden; geheel voltooide splitsing, wat de bladen (*a*, *a'*) en de bladsteelen betreft; *b'* additioneel blaadje aan de schijf van *a'*; op dezelfde hoogte rechts afzonderlijk de voet dezer bladen, *st*, *st'* de twee oorspronkelijke stipulae; *g*: gezamenlijke okselknop; daaronder is de derde stipula weggenomen.
„ 12, volkomen voltooide splitsing, met vorming van twee stipulae voor elk blad en afzonderlijke okselknop.
„ 13, blad met abnormale kruikvorming.



Anemone nemorosa L.

A J Wendel sculps



Ulmus campestris L

DESCRIPTION ET FIGURE

D'UNE ESPÈCE INSULINDIENNE

D'ORTHAGORISCUS.

PAR

P. BLEEKER.

Orthagoriscus oxyuropterus Blkr.

Orthag. corpore suboblongo maxime compresso, altitudine supra anum $1\frac{1}{2}$ circ. in ejus longitudine absque-, 2 fere in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis ante aperturam branchialem $4\frac{1}{4}$ circ. in ejus altitudine supra anum; capite $2\frac{1}{2}$ circ. in longitudine corporis absque-, $3\frac{1}{3}$ circ. in longitudine corporis cum pinna caudali; lineis, rostro-dorsali rostro et nucha convexa fronte concava, mento-anali ubique regulariter convexa; oculis diametro $6\frac{1}{2}$ ad 7 in longitudine capitis, diametro 1 circ. a linea rostro-frontali remotis; rostro lamina ossea nulla, valde convexo, oculo plus duplo longiore, apice sat longe infra oculi marginem inferiorem sito; naribus ante medium oculum perforatis oculo vix magis quam apici rostri approximatis (sinistro latere binis approximatis, dextro latere simplicibus) minimis rotundis; maxillis aequalibus; apertura branchiali oculi diametro multo altiore; cute capite, trunco pinnisque granulis minimis scabra, granulis lateribus inferne et cauda postice scutella quadri- ad pluri-angulata contigua efficientibus: pinnis imparibus basi late unitis, dorsali et anali forma et magnitudine subaequalibus, plus duplo altioribus quam medio latis apice obtusiuscule rotundatis corpore minus duplo humilioribus; caudali triangulari apice truncatiuscula, capite paulo tantum breviore, longitudine 3 circ. in longitudine trunci cum capite, multo minus duplo altiore quam longa, apice quam basi plus quadruplo hu-

miliore, superne et inferne lamina ossea scabra oblonga armata, marginibus superiore et inferiore undulata; pectoralibus obtusis rotundatis capite plus duplo brevioribus; colore corpore superne fuscescente-olivaceo, lateribus olivascente-aurantiaco, inferne argenteo-griseo; iride viridi margine pupillari aurea; sclerotica dilute coerulescente; pinnis violaceo- vel aurantiaco-fuscis, caudali basi vittis undulatis, dimidio libero maculis rotundis sat confertis dilutioribus; regione subbranchiali guttulis sparsis nigris.

P. 1/8. D. 6/14 (17 anteriores contigui, ceteri distantes). A. 6/10 (13 anteriores contigui, ceteri distantes). C. 23 (omnes simplices, medii 4 geminatim approximati).

Hab. Amboina, in mari.

Longitudo speciminis unici 380‴ absque-, 506‴ cum pinna caudali.

Rem. Le Musée de Leide doit à M. S. D. Hoedt un bel exemplaire d'un Orthagoriscus, pêché près de l'île d'Amboine, qui me paraît être d'une espèce inédite et qui est remarquable par la forme triangulaire et relativement allongée de la nageoire caudale et par les petites lames anguleuses de la partie antéro-inférieure du tronc et de la queue.

M. Günther, dans le huitième volume de son grand Catalogue, n'adopte que trois espèces d'Orthagoriscus, le mola et le lanceolatus, deux espèces à peau simplement scabre (sousgenre Orthagoriscus), et le truncatus, espèce à peau couverte de scutelles anguleux rudes (sousgenre Ranzania).

Je ne connais le lanceolatus Lién. que par la diagnose de M. Günther, contenue dans ce peu de mots: „Body oblong, covered with a rather rough skin. Caudal fin as long as deep, and spotted with grey. D. 24. A. 21. C. 19. P. 17." L'espèce fut découverte par Liénard à l'île Maurice et publiée dans le Magasin de Zoologie, 1840 p. 291. Le lanceolatus, d'après cette diagnose, doit être voisin de l'espèce actuelle et il se pourrait même fort bien qu'il n'en fut pas distinct. La forme de la caudale y doit être plus ou moins celle de l'oxyuropterus, où cependant cette nageoire est beaucoup moins longue que haute et revête une forme triangulaire à sommet tronqué et un



ORTHAGORISCUS OXYURNOPTERUS BLKR

peu arrondi dont la hauteur mesure environ cinq fois dans la hautenr de la base. Puis il n'est point parlé dans la diagnose du lanceolatus, des scutelles scabres du bas de la partie antérieure du trone et de la queue. Il est placé même dans le sousgenre Orthagoriscus, caractérisé par une peau simplement scabre. La formule des nageoires du lanceolatus ne va pas non plus à celle de l'oxyuropterus, où la pectorale a huit, la dorsale quatre, et l'anale cinq rayons de moins et la caudale au contraire quatre rayons de plus. Même si l'on ne compte que le total des rayons des nageoires verticales, pour éviter l'erreur qui a pu être commise en comptant quelques rayons de la caudale comme des rayons de la dorsale ou de l'anale, on obtient pour le lanceolatus le chiffre de 64 et pour l'oxyuropterus celui de 60 seulement. Du reste la caudale, dans le lanceolatus, est tachetée de gris, comme dans l'espèce actuelle. Quant à la formule des rayons de la pectorale du lanceolatus, il est possible qu'elle doive être lue 1/7 et non 17, ce qui la rapprocherait beaucoup de l'oxyuropterus. Le nombre des rayons de la pectorale étant donné pour le mola = 12 ou 13 et pour le truncatus = 13, il se peut bien aussi que celui du lanceolatus ait été rendu correctement, n'étant que de quatre de plus que dans les espèces nommées.

Des recherches ultérieures devront décider si l'espèce actuelle soit en effet inédite ou à rapporter au lanceolatus.

La Haye, Septembre 1872.

TWEEDE MEDEDEELING

OMTRENT DE

AFRIKAANSCHE PIJLVERGIFTEN,

DOOR

A. W. M. VAN HASSELT.

Gedaan in de Gewone Verg. van 25 Januarij 1873.

In October van het afgeloopen jaar had ik de eer, een schrijven te ontvangen van Dr. THOMAS R. FRASER, leeraar aan de hoogeschool te Edinburgh, ter begeleiding van een afdruk eener verkorte Verhandeling van ZEd. *On the Kombi Arrow-poison of the Manganja district of Africa*, opgenomen in *the Proceedings of the Royal Society of Edinburgh for* 1869—70, p. 99.

De Heer FRASER stelde mij daarbij beleefdelijk de vraag voor, in hoeverre zijne onderstelling, — dat het door hem in 1870 beschreven *Kombi* pijlvergift identisch is met het door mij, in *Bijdrage tot de kennis der Afrikaansche pijlvergiften*, van Maart 1871 *), sub. *a* genoemde, *Guinée*'sche pijlvergift, — met mijn gevoelen daaromtrent overeenkwam? ZEd. betuigde mij, hierin groot belang te stellen, te meer dewijl hij het voornemen had, een meer uitgewerkt verslag over dit pijlvergift in het licht te geven.

Na zorgvuldige vergelijking onzer bevindingen, had ik het genoegen, ZEd. terstond een toestemmend antwoord te kunnen doen toekomen.

Door sedert gevolgde welwillende toezending van het beloofde nieuwe verslag, onlangs gepubliceerd in *the Journal of Anatomy and Physiology*, vol. VII, zie ik mij thans in staat gesteld,

---

*) De Heer FRASER droeg slechts kennis van deze *Bijdrage* door eene Fransche vertaling in de *Archives Néerlandaises des Sciences*, p. 1872.

een nog in het duister gebleven punt omtrent de *botanische* afkomst van één der voornaamste Afrikaansche pijlvergiften nader toe te lichten, en den aard der *physiologische* werkingswijze van het hier ter plaatse vroeger door mij besproken *Guinée*'sche pijlvergift te kunnen bevestigen. Daar de Heer FRASER dit pijlvergift, eenige maanden vóór mij, onder een' anderen naam, heeft beschreven, zal ik verder zijne benaming overnemen van *Kombé*-pijlvergift *).

1°. *Botanische* afkomst.

In mijne Corollaria der bedoelde bijdrage had ik, sub. 5, de onderstelling gemaakt:

„Dat het hoofdbestanddeel van beide Afrikaansche pijlvergiften misschien door eene *Echites*-soort wordt opgeleverd."

De Heer FRASER had, kort vóór het verschijnen van mijn opstel, hetzelfde onderwerp uitvoeriger en met betere kennis van zaken behandeld. Daartoe zag hij zich uitnemend in staat gesteld door twee toezendingen, — eene van Prof. CHRISTISON, behoorende tot de door den Heer WALKER verzamelde specimina van pijlvergiften en plantendeelen, afkomstig uit de expeditie van den overleden bisschop MACKENZIE naar *Kombé*, gelegen op Afrika's Westkust, nabij den evenaar, — de andere van Prof. SHARPEY, afkomstig van Dr. KIRK, Engelsch consul te Zanzibar, uit het distrikt Manganja, gelegen in het zuid-oosten van Afrika, in den omtrek der Victoria-falls van de Zambesi-rivier, alwaar Dr. LIVINGSTONE mede in de gelegenheid was geweest met de bogen en de met dit vergift bedeelde pijlen †) kennis te maken.

Dr. KIRK nu schrijft, dat de moederplant van het bedoelde pijlvergift tot de dikke houtachtige klimplanten langs de hoogste boomsoorten in de bosschen van Manganja behoort; dat de stam een' doormeter bereikt van verscheidene Eng. duimen en eene ruwe schors vertoont; dat de bloemen lichtgeel zijn en in October beginnen uit te botten; dat de vrucht eerst rijp

*) In zijne eerste verhandeling schrijft de Heer FRASER zoowel dit p.v. als zijne vindplaats met een *i*, „Kombi"; in de tweede worden beide Kombé geschreven.

†) Diens beschrijving van de aldaar gebezigde vergiftige *pijlen* komt in de hoofdzaak overeen met de mijne van die der Bosjesmans.

is in Junij, en dat alleen het binnenbekleedsel van het vruchthulsel met de daarin bevatte zaden gedroogd en ten gebruike bewaard wordt.

Dr. FRASER zelf beschrijft de hem toegekomen vruchthulsels (follicles) *) als eene lengte te hebben van ruim 9 à 12 Eng. duimen, en eene grootste breedte of dikte van nagenoeg 1 Eng. duim, bij een gewicht van 130 tot 330 greinen. Deze hulsels bevatten van 100 tot 200 zaadjes, ieder wegende plus minus $\frac{1}{2}$ grein, en voorzien van een broos stijltje of steeltje, met een zeer fraai behaard aanhangsel (comose appendix).

Bij vergelijking dezer beschrijvingen met de vroegere aanwijzingen, door CLAPPERTON en GRIFFON gegeven en in mijne bijdrage aangehaald, zal men vinden, dat deze in de hoofdzaken eene groote overeenkomst vertoonen, alleen de lengte van de folliculi wordt nog al uiteenloopend aangegeven, doch die kan, als bij andere vruchten, lichtelijk eenig individueel verschil opleveren.

Op grond van deze en andere gegevens, en vooral door latere ontleding der toegezonden bloemen, heeft Prof. OLIVER te Kew de moederplant van het Kombé-pijlvergift erkend, als tot de natuurlijke orde der *Apocynaceae* te behooren, en haar gebracht tot het geslacht *Strophanthus* van DE CANDOLLE. Hare soortsbepaling heeft hij eerst gesteld als *Str. hispidus* DC., doch, bij nader inzien, dezen soortnaam weder verworpen en de plant nu, in de *Icones Plantarum*, N°. 4, definitief beschreven onder den nieuwen naam van *Str. Kombé*.

Mijne hoofd-diagnose der plant in kwestie, als te brengen tot de tribus *Echiteae* van ENDLICHER's Ordo Apocynaceae, subordo Euapocyneae, blijft alzoo van kracht, doch zij wordt niet door eene *Echites*-soort, maar door eene nieuwe species van het genus *Strophanthus*, tot dezen tribus behoorende, vertegenwoordigd, welke uitkomst den reeds door ons geacht medelid OUDEMANS (C. A. J. A.) omtrent het geslacht *Echites* uitgesproken twijfel bevestigt.

---

*) Ofschoon dit niet wordt vermeld, mag men uit de oorspronkelijke beschrijving opmaken, dat deze en andere plantendeelen, zoowel uit Oost- als West-Afrika verkregen, dezelfde kenmerken bezitten.

2°. *Physiologische* werkingswijze.

Hieromtrent had ik in mijne Corollaria, sub. 6, geschreven: „Het schijnt, zoo door de dierproeven van PELIKAN als door de onzen *) uitgemaakt, dat *beide* deze pijlvergiften tot de zoogenaamde *Herzgifte* mogen worden gerekend."

Wanneer ik zoo hier als in de vorige Corollaria van *beiden* der meest bekende Afrikaansche pijlvergiften sprak, zoo moet ik thans doen opmerken, dat eigenlijk alleen over de afkomst van het *Kombé* arrow-poison FRASER (= mijn pijlvergift van Guinea) door de jongste onderzoekingen een nieuw licht is opgegaan, en dat wij omtrent het *Kaapsche* pijlvergift (bij gebreke van plantkundige aanwijzingen) nog altijd slechts het vermoeden kunnen blijven uitspreken, — op grond der overeenkomstige wijze van werking op het *hart*, — dat dit met het vorige identisch is †).

Voor dit eerste echter hebben nu de schoone onderzoekingen van FRASER de zaak tot volle klaarheid gebracht. Hij heeft toch niet alleen met het *Kombé*-pijlvergift zelf, als voornamelijk met een, uit *Strophanthus*-zaden bereid, alcoholisch extract, zijne, voor deze beiden geheel overeenkomstige, proeven genomen, niet uitsluitend op kikvorschen, — zoo als de mijne, — maar ook op konijnen, honden, katten en duiven §), en daardoor, geheel onafhankelijk van vroegere of latere experimentatoren, met de meeste zekerheid, de voorloopige uitspraak van PELIKAN, omtrent het pijlvergift uit *Gabon* (hoogst vermoedelijk identisch met

---

*) Ik wensch hier ter plaatse in herinnering te brengen, dat mijn experimenteel onderzoek ten dezen steeds is geschied onder medewerking van mijnen vriend Dr. KOOYKER.

†) Ik kan, met het oog op dit *Kaapsche* pijlvergift, niet nalaten, mijne bevreemding uit te drukken, dat de Heer FRASER, in zijne *tweede* verhandeling, dus met kennis van zaken, hiervan met geen enkel woord gewag heeft gemaakt. ZEd. haalt mijne bijdrage, — zonder eene enkele letter meer, — *alleen* aan op blz. 141, om te constateeren, dat het *Kombé*-pijlvergift „ook in Guinea wordt aangetroffen." Zelfs het eerste aandeel van PELIKAN, in de ontdekking der werking van het Kombé-pijlvergift op het *hart* (1865) wordt evenmin aangeroerd. Dit stilzwijgen is des te minder verklaarbaar, dewijl daarentegen eenige *niet* gepubliceerde proeven met hetzelfde pijlvergift, die door Prof. SHARPEY reeds in 1862 zouden zijn bewerkstelligd, in eene noot (blz. 154) *wel* worden gecommemoreerd. Waartoe toch zelfs ook hier wederom eene prioriteitsvraag?

§) Bij deze dieren kan intusschen de verlammende werking op het *hart* op verre na zoo duidelijk en zeker niet worden geconstateerd als bij kikvorschen.

dat uit *Kombé*), geconstateerd bevonden, dat dit, zoowel als zijne moederplant, tot de *hart-vergiften* (cardiac poisons) van KÖLLIKER, PELIKAN en andere moet worden gerekend. Voor deze proeven heeft hij het werkzaam beginsel uit de *Strophanthus*-zaadjes afgescheiden door behandeling met sterken alcohol; de aldus verkregen geelgroene tinctuur werd aan voorzichtige destillatie onderworpen en het residu, onder de luchtpomp, op een waterbad, zachtjes uitgedampt. Het aldus verkregen, uiterst bittere, extract bestond voor de helft nog uit eene onwerkzame, vaste olie en vertoonde, bij mikroskopische bezichtiging, eene ruime hoeveelheid naaldvormige kristalletjes, die het principium activum, voor hetwelk hij voorloopig den naam van *strophanthine* voorslaat, schijnen op te leveren.

Met $^1/_{20}$ste grein van dit alcoholisch extract, langs verschillende wegen aangebracht, verkreeg hij reeds spoedig doodelijke uitwerking op kikvorschen, met $^1/_{10}$de op duiven, met $^1/_5$de op konijnen, enz.

Voor de verdere détails naar het origineel verwijzende, trekt de schrijver daaruit de volgende conclusiën:

1. Strophanthus (= Kombé-pijlvergift) werkt *oorspronkelijk* op het *hart* *) en brengt ten slotte verlamming van dit orgaan, bij systole der kamers, te weeg.

2. De *ademhaling* duurt, bij koudbloedige dieren, nog eenige minuten na den geheelen stilstand van het hart voort.

3. De *willekeurige spieren* van het ligchaam worden alsnu aangetast; zij geraken eerst in ligte convulsiën, onder verhooging van tonus, doch daarna gaat ook hare verrichting weldra paralytisch verloren, terwijl zij dan snel verstijven en eene zure

*) In gevolge *negatieve* reactie op galvanische prikkeling van geheel uitgesneden en in stukken verdeelde kikkerharten, onmiddellijk na stilstand door dit vergift, helt de schrijver eenigszins over tot het gevoelen van onmiddellijken of *rechtstreekschen* invloed op het spierweefsel van het hart, zonder tusschenkomst van de nervi en ganglia intra-cardiaca. Het is jammer, dat voor dit vraagstuk de vergelijkende proef van PELIKAN niet is genomen, ik bedoel die waarbij een uitgesneden, nog kloppend hart, gelijktijdig met eene uitgeprepareerde spierzenuw, in eene waterige oplossing van het hartvergift wordt gedompeld, waarna, bijv. bij antsjar, bleek, dat het eerste wel, de laatste niet spoedig hunne ontvangbaarheid voor den galvanischen prikkel verloren. — Daar mijn kleine voorraad *Kaapsch* pijlvergift was uitgeput en ik geen *Kombé* pijlvergift bezat, ben ik ook niet in de gelegenheid geweest, deze contrôle-proef zelf te nemen.

reactie vertoonen. Hare verrichtings-stoornis echter komt slechts *opvolgend* tot stand, na de einduitwerking op het hart. Intusschen geschiedt zij *onafhankelijk* van de laatstgenoemde, evenals van die op het cerebro-spinaalstelsel, maar is als gevolg te beschouwen van *direct* contact van het werkzaam beginsel met de spiervezelen zelve.

4. De reflex-verrichting, uitgaande van de *medulla oblongata* en *spinalis*, wordt opgeheven spoedig na de totale paralyse van het hart, doch het *motorische* geleidingsvermogen zoowel van deze centra als van de groote zenuwstammen duurt nog voort tot na de geheele verlamming der gestreepte spiervezelen.

[Wanneer men, zoo in het algemeen, als in de van 1—4 geresumeerde bijzonderheden, de uitkomst dezer proeven *) vergelijkt met die voor andere der meest bekende *hart-* en *spiervergiften* verkregen, zoo komt mij voor, dat aan deze vier gegeven corollaria van F. nog één kon worden toegevoegd, namelijk:

5. De physio-toxicologische werking van het extractum alcoholicum van *Strophanthus Kombé* OLIV. vertoont eene treffende overeenkomst met die van het gedroogde latex der *Antiaris toxicaria* LESCH.; of, met andere woorden, FRASER's *strophanthine* werkt, in toxico-dynamischen zin, analoog met MULDER's *antiarine*.]

Om te besluiten, kan ik nog omtrent een ander der verschillende, althans tot hiertoe onder andere namen aangevoerde, Afrikaansche pijlvergiften eene kleine voorloopige mededeeling doen, t w. aangaande dat der *Somali's* of *Somauli's*, een' negerstam uit het meest oostelijk gelegen gedeelte van Afrika, nabij de Golf van Aden (Rijk van Adsjan). Mijn vriend, de Heer Dr. DAMMANN, Officier van Gezondheid der 1ste klasse bij onze Marine, heeft op zijne laatste zeereis, uit Aden, een' boog, pijlkoker en eenige vergiftigde pijlen van dezen volksstam medegebracht. Uit zijne, met den Heer Hoogleeraar PLACE, in het Physiologisch laboratorium hier ter stede, genomen voor-

*) Hierbij heeft F. de nieuwere middelen der experimenteele physiologie, — zooals voorafgaande vernietiging van het ruggemerg, of opheffing der reflex-beweging door methyl-strychnine, doorsnijding der nervi vagi, isoleering van den nervus ischiadicus, ligatuur van de spieren der ledematen, enz. — met de meeste zorg en beleid in toepassing gebracht.

loopige proeven, is nu reeds althans deze uitkomst verkregen, dat de vroegere opgaaf omtrent deze soort van Afrikaansche pijlvergiften door ARNOTT gedaan, als zoude het *strychnine*-houdend zijn (zie mijne vorige Bijdrage) niet bevestigd werd, daar het geene tetanische uitwerking vertoonde. Kan het zijn, dat ARNOTT misschien op een botanisch dwaalspoor is geraakt? dat hij niet de werking heeft beproefd, maar vernomen of gezien heeft, dat het uit eene *klimplant* (door hem verkeerdelijk voor eene *Strychnos*-soort aangezien) werd bereid? destijds nog niet bekend met het feit, dat ook andere klimplanten (resp. de *Strophanthus*) in dit werelddeel tot de bereiding van pijlvergiften worden gebezigd. Immers deze hypothese heeft dit vóór zich, dat het Manganja-distrikt, waar het Kombé-pijlvergift insgelijks wordt aangetroffen, ofschoon meer zuidelijk, toch ook aan hetzelfde gedeelte der oostkust van Afrika is gelegen. De proefnemingen van de H.H. PLACE en DAMMANN hebben evenwel tot nog toe *niet* geleid tot de ontdekking der identiteit van het *Somali*- met het *Kombé*-pijlvergift in hunne werking op het hart. Nadere resultaten hierover zullen hoogst welkom zijn en zal eene zorgvuldige beproeving van dit pijlvergift voorzeker weder krachtig kunnen medewerken, om den sluijer, die zoo langen tijd over den aard der Afrikaansche pijlvergiften gehangen heeft, meer en meer op te lichten.

Thans reeds is dit feit hoogst merkwaardig, dat zeker in twee, misschien (met het oog op de Kaapsche binnenlanden) in drie, zoo verre van elkander verwijderde distrikten in dit groote werelddeel, en bij eene zóó oneindige verscheidenheid als de tropische plantengroei aanbiedt, door onkundige negers, als bij instinkt, één en *dezelfde* plant wordt uitgekozen tot bereiding hunner het hart verlammende pijlvergiften. Trouwens dit zelfde bevreemdende verschijnsel is, op onze Oost-Indische eilanden, voor den „Javaanschen gift- of Makassaar'schen spatboom", nog sterker gebleken, als hebbende het melksap der beruchte Antiaris toxicaria niet alleen op Java en Celebes, maar ook op Borneo en de eilanden-groep van Sumatra, langen tijd één der hoofdingrediënten van de daar gebezigde pijlvergiften uitgemaakt.

Amsterdam, Januarij 1873.

UEBER DIE

NATÜRLICHEN ULTRAMARIN-VERBINDUNGEN.

VON

H. VOGELSANG.

Seitdem in letzterer Zeit die Ansicht mehr und mehr zur Geltung gekommen, dast es ein nicht geringeres Verdienst ist, eine unberechtigte Species in der Mineralogie zu unterdrücken als eine neue zu entdecken, hat sich auch die interessante Gruppe der natürlichen Ultramarin-Verbindungen schon mehrere wohlbegründete Eliminationen gefallen lassen müssen. Mit reichlichem Materiale ausgerüstet sprach VOM RATH *) auf Grund einer genaueren Analyse dem Berzelin (NECKER) seine Selbständigkeit ab, FISCHER †) entlarvte den Ittnerit und Skolopsit als zersetzte und mit Mikrolithen erfüllte Gemenge und auch für den Asiatischen Lasurstein oder vielmehr für den blauen Bestandtheil dieses Gemenges dürfte schon nach den bisherigen Resultaten die Selbständigkeit der Species kaum mehr aufrecht zu erhalten sein.

Die Heterogenität der als Lasurstein verbreiteten Mineralien ist zuerst durch die Untersuchungen von NORDENSKJÖLD in überzeugender Weise dargethan **), und soweit seine Resultate für die folgenden Mittheilungen von besonderem Interesse sind, will

---

*) VOM RATH, *Zeitschr. d. D. Geol. Ges.* 1866. S. 547.

†) H. FISCHER, *Kritische Mikroskopisch-Mineralogische Studien.* Freib. i. Br. 1869. S. 36.

**) N. NORDENSKJÖLD, Ueber Lasurstein und die mit demselben vorkommenden Mineralien. *Bulletin de la Soc. Imp. des naturalistes de Moscou*, T. XXX, 1857. p. 213.

ich dieselben kurz hervorheben. NORDENSKJÖLD erwähnt zuerst ausgezeichnete Krystalle von Lasurstein aus der Bucharei (Würfel und Dodekaeder) „deren Flächen nicht ganz glänzend sind, im Allgemeinen eine hochblaue Farbe haben, während andere stellenweise ganz farblos sind.” Die Krystalle sitzen in Kalk, mit einem feldspathartigen Mineral und mit eingesprengten Krystallen von Schwefelkies, die gewöhnlich sehr klein, selten aber in Brauneisenstein verwandelt sind. „Alle Belegstücke, sagt NORDENSKJÖLD, die ich aus der Bucharei gesehen, haben auf ihrer Oberfläche ein eignes mattes Aussehen, als ob sie geglüht wären, aber nur so schwach, dass die Kohlensäure des Kalkes nicht entwichen ist.”

Die Untersuchung des Lasursteins vom Baikalsee aber „gab ganz unerwartet an die Hand, dass die eigenthümliche hochblaue Farbe des Lasursteins selten natürlich, sondern gewöhnlich entweder durch Einfluss irgend eines Vulkans, oder, was noch wahrscheinlicher, durch künstliche Erhitzung erzeugt worden ist.”

Was die letztere Ansicht betrifft, wonach also der Lasurstein unserer Sammlungen künstlich gefärbt wäre, so kann dieselbe in ihrer Allgemeinheit auf den Lasurstein vom Baikalsee jedenfalls keine Anwendung finden, denn MEGLITZKY beschreibt das geognostische Vorkommen im Sludjauka-Thal, wo der Lasurstein unregelmässige Nester im krystallinischen Kalk bildet*). Auch dürfte der begleitende krystallinische Kalk und Schwefelkies jene Ansicht im Allgemeinen unwahrscheinlich machen. Wenn aber die Krystalle aus der Bucharei „aussehen als ob sie geglüht wären” so theilen sie diese freilich ziemlich unbestimmte Karakteristik mit so ziemlich allen bekannten Nosean- und Hauynkrystallen und überdies mit vielen anderen Mineralvorkommnissen, bei denen vulkanische Einwirkungen mit viel weniger Grund für die Bildungsweise in Anspruch zu nehmen sind.

Jedenfalls besteht auch für jene Krystalle kein Grund an ihrer natürlichen Färbung zu zweifeln, so lange über das

---

*) Vgl. PETERMANN'S *Mittheilungen*. 1857. S. 147.

Vorkommen derselben keine bestimmteren Mittheilungen vorliegen *).

Die Untersuchungen von NORDENSKJÖLD beweisen jedoch unzweifelhaft, und die betreffenden Versuche sind leicht zu wiederholen, dass eine sekundäre Erhitzung auf die Färbung des Lasursteins von modificirender Wirkung ist. „Wurde ein gefärbtes Stück (vom Baikalsee) einer schwachen Löthrohrflamme ausgesetzt, so sammelte sich die oft schwache aber gleich vertheilte Farbe an einigen scharf begrenzten Stellen an, und nach Abkühlung waren diese Stellen hochblau gefärbt — Ein Stück enthielt stellweise gefärbte Massen eines rothen, violetten und blauen Minerals, das wiederum in einem anderen, meistentheils aus einem weissen, feldspathartigen Minerale bestehenden Steine sass. Die farbigen Parthien nahmen, welche Farbe sie auch früher hatten, bei Erhitzung eine hochblaue Farbe an. Auf den Durchgängen findet man jedoch, dass sich das Farbenpigment auch mit dem feldspathähnlichen Minerale vereinigt hat. Das Mineral, das den eigentlichen Lasurstein ausmacht, und bei dem sich zuerst das Pigment sammelt, ist regulär (∞ 0, ∞ 0 ∞). Die Farbe der Krystalle ist blauviolett, sie haben einen glänzenden Bruch im Durchgange, mit einem noch violetteren, sogar rothen, nicht begrenzten Kern, und werden beim Glühen ganz hochblau.

Das angeführte glasige Mineral nimmt ebenfalls das Pigment auf; es hat einen kleinsplittrigen Bruch ohne merkbaren Durchgang und kommt in vierseitigen Prismen vor."

Dies neue Mineral hat NORDENSKJÖLD *Paralogit* genannt. Es wird auch eine chemische Analyse desselben mitgetheilt, und zwar scheint der Verfasser der Ansicht zu sein, dass dazu homogene Substanz verwendet wurde, obgleich auch hier wieder von „blauen Parthien" der Stücke die Rede ist, und überdies durch schwache Saüre kohlensaurer Kalk daraus gelöst wurde,

*) Da wir die Zufuhr von Lasurstein nach Europa vornehmlich dem ehemals bedeutenden technischen Werthe desselben zu verdanken haben, so sind die meisten Stücke ohne sichere und genügende Etikette in die Sammlungen gekommen, und selbst von den weit umfassenden Fundstellen wie Tartarei, Tibet, Persien, u. s. w. mögen einzelne im Ganzen wie im Besonderen zweifelhaft sein.

so dass der Stein nachher „wie von Würmern angefressen" aussah. Die Analyse deutet übrigens ebenso wie die Form auf eine Varietät des Wernerit. Bemerkenswerth ist noch die Angabe über die grosse Härte des Paralogit; sie soll grösser sein als die des Quarzes, sogar bis 7,5; „die farbigen Theile sind doch weniger hart."

Ich habe die wichtigsten Stellen aus der Abhandlung von NORDENSKJÖLD wörtlich mitgetheilt, weil es von Interesse ist, die Ansichten dieses ausgezeichneten Forschers, namentlich in Betreff der Färbung des Lasursteins klar zu stellen. NORDENSKJÖLD nimmt also sowohl für das reguläre Mineral als auch für den Paralogit, sofern sie gefärbt sind, ein Pigment an, das sich durch natürliches oder künstliches Erhitzen der betreffenden Körper bildet oder „ansammelt," und das vielleicht vorzüglich in diesen Mineralien auftritt, aber doch wohl nicht unbedingt damit verbunden, sondern an sich irgend eine fremde selbständige Verbindung wäre.

H. FISCHER hat sich bei seinen dankenswerthen mikroskopischen Untersuchungen auch sehr eingehend mit dem Lasurstein beschäftigt *); er hat die Heterogenität an verschiedenen Stükken nachgewiesen und näher erläutert, in Betreff der Färbung aber sich im Allgemeinen der Ansicht von NORDENSKJÖLD angeschlossen. „Da die Hauptbestandtheile des Lasurits in anderen Silikaten wie bekannt farblos auftreten, so mag es mit der Annahme eines besonderen Natriumsulphids eventuell neben einem polythionsauren Natron als blauem Pigment vielleicht seine Richtigkeit haben, und dies würde also nur gewissen Partikeln der als Lasurstein cursirenden Substanz zukommen, da ganz farblose dazwischen liegen."

Von fünf verschiedenen Stücken, die aber sämmtlich ungenügend (China!) etikettirt sind, habe ich ebenfalls mikroskopische Präparate angefertigt, und kann demnach die Beobachtungen FISCHER's aus eigener Anschauung bestätigen. Zweifelhaft sind mir nur die farblosen, nicht gestreiften Stellen, welche „bei gekreuzten Nicols farblos bleiben, aber dann bei einer

*) H. FISCHER, *Kritische Mikroskopisch-mineralogische Studien.* Freiburg i. Br. 1869. S. 40. ff.

Horizontaldrehung des Schliffes einen aüsserst schwachen Stich in smalteblau annehmen" *). Ich habe aus meinen Präparaten nur die Ueberzeugung gewinnen können, dass die isotrope Substanz, wo sie die ganze Dicke des Präparates ausmacht, meist dunkel violett gefärbt, dass dieselbe jedoch in der Regel mit weissen oder farblosen doppelt brechenden Partikeln sehr innig verwachsen ist, und so einerseits im gewöhnlichen Lichte heller blau erscheint, andererseits zwischen gekreuzten Nicols durch die innere oder seitliche Lichtwirkung der doppelt brechenden Körper mit erleuchtet wird. Auffallend ist aber eigentlich nur der Dichroismus, welchen FISCHER an den farblosen Stellen bemerkt hat, denn dass farblose Ultramarin-Substanz neben der gefärbten auftritt, ist bereits von NORDENSKJÖLD hervorgehoben. Noch will ich bemerken, dass eins meiner Stücke eine sehr tiefblaue Farbe hat, und doch ziemlich viel frischen Pyrit enthält, und dass die homogen violetten Stellen dieses Stückes zwischen gekreuzten Nicols immer völlig schwarz werden.

Wenn wir diese Erfahrungen über die Mikrostruktur des Lasursteins mit den obigen Beobachtungen von NORDENSKJÖLD combiniren, so werden wir geneigt sein zu bezweifeln, dass die Farbenwandlung, welche die Stücke beim Erwärmen zeigen, wirklich das skapolithartige Mineral mitbetroffen hat, und wir können als Gesammtresultat nur hinstellen, dass der Lasurstein im Wesentlichen ein Gemenge ist von körnigem Kalk, Paralogit (Eckebergit) und einem regulären, isotropen Ultramarin-Mineral, welches gewöhnlich blau oder violett, zuweilen aber auch farblos ist, und in letzterem Fall durch Erhitzen eine blaue Farbe annimmt.

Rücksichtlich der Krystallform stimmt dies Mineral also mit Hauyn und Nosean vollkommen überein, und von der chemischen Zusammensetzung haben wir nur eine höchst unvollkommene Kenntniss, denn zu den Analysen kann, wie FISCHER mit Recht betont, ganz unmöglich homogene Substanz verwendet sein. Es handelt sich hier nicht um geringe Mengen einer fremdartigen Verbindung, sondern auch in dem dunkelsten La-

---

*) l. c. S. 48.

surstein ist das Volumen des Paralogit im Verhältniss zur Ultramarin-Verbindung noch recht bedeutend. Was wir von der Zusammensetzung wissen oder vermuthen können, verweist uns mit Entschiedenheit auf die Hauyn-Verbindung, und für die Abgrenzung eines anderen, selbstständigen Ultramarin-Minerals in dem Lasurstein lässt sich vorläufig kein stichhaltiges Argument auffinden. Die verschiedene Vergesellschaftung, das abweichende geognostische Vorkommen darf gewiss nicht als genügender Grund für die Abzweigung einer Species angesehen werden; wir würden damit nur Verwirrung in die genetische Discussion bringen, und analoge Verschiedenheiten lassen sich ja auch bei vielen anderen Mineralien nachweisen.

Wäre somit die Gruppe der schwefelhaltigen Silikate auf Hauyn und Nosean reducirt, so bietet sich von selbst die Frage dar, inwiefern für diese beiden nach ihren physikalischen und chemischen Eigenthümlichkeiten die Trennung in zwei selbstständige Species noch Berechtigung verdient.

Die physikalischen Eigenschaften stimmen bekanntlich im Wesentlichen überein, und bei einer Vergleichung der chemischen Analysen finden wir den einzigen stark sprechenden Unterschied in dem ungleichen Verhältniss zwischen Natron und Kalk. Und doch dürfte es sehr zweifelhaft sein, ob diese Verschiedenheit eine Abgrenzung selbständiger Species hinlänglich begründen kann. Uebersieht man die Zahlen, wie sie in den Analysen einander gegenüber stehen, so wird man allerdings zunächst den Eindruck erhalten, dass unter den verschiedenen Analysen des Nosean eine genügende Uebereinstimmung und in dem geringeren Kalkgehalte ein ziemlich constanter Unterschied gegenüber dem Hauyn besteht.

Die Grenzwerthe für Natron und Kalk sind die folgenden:

	Nosean.			Hauyn.		
	min.		max.	min.		max.
CaO	0,63	—	4,05	5,54	—	12,55
NaO	16,56	—	23,90	9,12	—	19,28

Die Zahl der Analysen ist, wenn wir die zweifelhafte Hauyn-Analyse von GMELIN nicht berücksichtigen, für beide ungefähr gleich, 9 für Hauyn und 8 für Nosean; die letzteren beziehen

sich aber nur auf zwei Vorkommnisse, beide aus der Umgegend des Laacher Sees, während die Hauyn-Analysen sich auf sechs verschiedene Vorkommnisse vertheilen. Wenn wir aber bei Hauyn in dem Kalkmininum anstatt 5,54 die nächstfolgende Zahl der Analysen, nämlich 7,23 einsetzen, so betreffen die genannten Zahlen sämmtlich Vorkommnisse aus der Umgegend des Laacher Sees und zwar sind die Hauyne aus der Niedermendiger Lava, die Noseane aus den Lesesteinen entnommen; die Hauyne aus den Lesesteinen, soweit dieselben untersucht sind, und andererseits die Noseane aus dem Leucitophyr von Rieden liegen mit ihrem Kalk- und Natrongehalte zwischen jenen Grenzwerthen.

Wir lernen also zweierlei aus den obigen Zahlen; erstens dass die Zusammensetzung unserer Minerale in den Gesteinen vom Laacher See im Allgemeinen ungleich, dass namentlich auch der Kalkgehalt der Noseane hier schon ziemlich schwankend ist; zweitens aber, dass wenn wir die Analysen von anderen Vorkommnissen ebenfalls herbeiziehen, gerade die hier vorhandene Lücke ausgefüllt wird, so dass die Zahlen für Kalk eine einfach aufsteigende Reihe bilden, während die Natronzahlen ohnehin schon weit über einander greifen.

Wir wollen weiter nicht darüber grübeln, ob zu den Analysen auch wirklich reine, homogene und unzersetzte Krystalle verwendet sind. Aus den mikroskopischen Untersuchungen muss man folgern, dass absolut homogene Substanz wohl für keine einzige Analyse zu Gebote stand; nicht selten sind die eingewachsenen Körner auch der Art verunreinigt, dass eine Analyse allen Werth verlieren würde; aber der gewöhnliche Fall ist doch der, dass die fremdartigen Einmengungen sehr untergeordnet sind und auf die Analyse nicht wesentlich alterirend wirken können. Es ist kein Grund vorhanden, diese günstigste Voraussetzung den vorhandenen Analysen abzusprechen, und somit darf der Unterschied im Kalk- und Natrongehalte jedenfalls nicht durch dergleichen willkürliche Vermuthungen ausgeglichen werden. Dass aber die Krystalle doch zuweilen bemerkenswerthe Veränderungen z. B. durch Entweichen dampfförmiger Verbindungen erlitten haben, dass solche Veränderungen in ziemlich gleichartiger Weise die Krystalle be-

stimmter Vorkommnisse z. B. die Noseane in den Lesesteinen ergriffen haben können, soll hiermit nicht ausgeschlossen sein. In jedem Fall bleibt es eine sehr bemerkenswerthe Thatsache, dass der aufgewachsene, hell weisse, scharfkantige Berzelin, der ohne Frage die reinste Varietät dieser Minerale repräsentirt, nach der Analyse VOM RATH's Kalk (10,85) und Natron (11,13) ungefähr in gleichen Mengen, und dazu noch einen bemerkenswerthen Gehalt an Kali (4,64) aufweist. Es wäre unzweifelhaft ein Leichtes, durch einfache Reactionen, denen auch eine geologische Wahrscheinlichkeit nicht abgesprochen werden könnte, aus solchem Berzelin einerseits gewöhnlichen und zwar auch *blauen* Hauyn, andererseits einen normalen Nosean herzustellen — wenn nur dass Material dazu vorhanden wäre! Gerade die reinste Varietät ist bei weitem die seltenste, so dass Herr VOM RATH schon Mühe genug hatte, für seine werthvolle Analyse hinreichendes Material zu bekommen.

Nehmen wir nun aber auch den allergünstigsten Fall, und beziehen die Analysen auf vollkommen homogene, ursprüngliche Mineralkörper, so bleibt doch die Thatsache eines sehr wechselnden Mengenverhältnisses oder, wenn wir so sagen wollen, einer Vertretung von Kalk und Natron, bei sonst wesentlich gleichen chemischen und physikalischen Eigenschaften, bestehen, und dies Verhältniss ist doch wohl ein anderes und innigeres als man unter der Bezeichnung *isomorphe Körper* zu verstehen pflegt. Wir werden hier an die interessanten Diskussionen über die trikline Feldspathreihe erinnert; aber für Hauyn und Nosean liegt doch die Sache noch wesentlich anders, denn es handelt sich dabei eben nur um eine Vertretung zwischen Natron und Kalk oder Natrium und Calcium. Das Sauerstoffverhälltniss ist für alle Analysen zwar nicht absolut, aber für die beiden Körper relativ gleich, und mit einer Vertretung von Silicium gegen Aluminium oder Thonerde gegen Kieselsäure, die in der delikaten Feldspathfrage gewöhnlich etwas leicht genommen wird, haben wir hier nicht zu thun. Wenngleich nun der Begriff des polymeren Isomorphismus an einer klaren und bestimmten Fassung noch Manches zu wünschen übrig lässt, indem über die räumliche Bedeutung der einander vertretenden Theile sehr abweichende Vorstellungen möglich

sind, so kann man doch nicht umhin anzuerkennen, dass ein einheitliches Zusammenkrystallisiren bei wechselndem Mengenverhältnisse möglich ist, mag man sich nun die substituirenden Theilchen als chemische Moleküle, als physikalische Elementartheilchen, oder als selbständige kleinste Kryställchen vorstellen. Soweit bis jetst ein Urtheil gestattet ist, scheint auch in dieser Beziehung eine Ungleichkeit, ein Uebergang vorzuliegen, der vielleicht mit der Zeit an der Feldspathreihe zu genügend klarer Anschauung zu bringen ist. Aber gerade für die Entwicklung solcher wichtigen theoretischen Fragen ist es höchst nachtheilig, wenn die Abgrenzungen allzu scharf markirt sind, und das Äusserste was wir auf Grund der Analysen dem Hauyn und Nosean zugestehen könnten, wäre doch, dass die beiden Mineralien sich zu einander verhalten wie zwei Plagioklas-Varietäten *). Es hat aber einen ganz anderen Klang, und ist namentlich für das receptive Studium von grosser Bedeutung, wenn wir dem Nosean nicht ein besonderes Kapitel in den Lehrbüchern widmen, sondern ihn mitsammt dem Lasurstein als eine lokale Modification oder Varietät, als *Natron-Hauyn* dem Hauyn anreihen, ganz in derselben Weise wie dies schon mit dem Berzelin geschehen ist.

Es ist in solchem Falle lehrreich und für die Klärung des Urtheils eigentlich nothwendig, bis auf die erste Entdeckung

---

*) RAMMELSBERG hat zur Erklärung des geringen Chlorgehaltes im Nosean und Hauyn ein isomorphes Gemenge mit Sodalith angenommen. Diese Hypothese ist gewiss berechtigt, aber bei dem zweifelhaften, unreinen Zustande aller dieser Mineralkörper wird man auch die Möglichkeit von anderen Einmengungen, selbst von Chloralkalien, die durch das Silikat vor dem Auslaugen geschützt sein könnten, zugestehen müssen. Ferner scheint mir noch die Anschauung Berücksichtigung zu verdienen, dass die Chlorverbindung, welche sie auch sei, nicht durch ursprüngliche Abscheidung, sondern durch secundäre Einwirkungen auf das früher gebildete Mineral (Durchströmen von Dämpfen und Flüssigkeiten) zu erklären ist. Auch in diesem Falle würde vielleicht eine theilweise Umwandlung zu Sodalith die meiste Wahrscheinlichkeit für sich haben, und der Isomorphismus zwischen der Schwefel- und Chlorverbindung behält immerhin seinen Werth. Dennoch müssen wir die Grenze zwischen beiden viel schärfer ziehen als zwischen Hauyn und Nosean; denn wir kennen zwar die letzteren Körper mit einem geringen Chlorgehalte, der sich in der angedeuteten Weise leicht erklären lässt, wir kennen aber keine ächten Sodalithe mit Schwefel, und von einem Uebergange zwischen beiden Mineralien kann vorlaüfig keine Rede sein.

und Benennung der betreffenden Species zurückzugehen. Ich will nach dieser Richtung nicht in kritische Beschauungen treten, aber ich glaube dass Jeder nach vorurtheilsfreier Erwägung aller Umstände mit mir die Ueberzeugung theilen wird, wenn heute zuerst der Nosean vom Laacher See entdeckt und untersucht würde, so würde ihm auf Grund unserer Kenntnisse über Hauyn, Berzelin u. s. w. schwerlich die Bedeutung einer selbständigen Species eingeräumt werden.

Unzweifelhaft ist bei der ersten Abgrenzung die Verschiedenheit in untergeordneten physikalischen Eigenschaften, Spaltbarkeit und Glanz, namentlich aber die Verschiedenheit der Farbe von wesentlichem Einflusse, wenn nicht allein entscheidend gewesen. Ich werde über diese Eigenschaften weiterhin einige neue Untersuchungen mittheilen, zuvor muss ich jedoch gewisser Arbeiten und Ansichten Erwähnung thun, welche, obgleich nicht eigentlich dem mineralogischen Gebiete angehörend, für die ganze Auffassung und Behandlung dieses Gegenstandes doch von grosser Wichtigkeit geworden sind.

Der hohe technische Werth der Asiatischen Lasurfarbe hatte schon längst vor den Entdeckungen von GMELIN und GUIMET, und bevor man noch genaue Kenntnisse besass von der chemischen Natur des Lasursteins, zu vielerlei Versuchen einer künstlichen Nachbildung der Farbe „von jenseits des Meeres" Veranlassung gegeben, und dadurch wurde man genöthigt, sich vor Allem über das Pigment, über das „färbende Prinzip" des Steins eine bestimmte Vorstellung zu bilden *). Diese Bestrebungen fanden bekanntlich mit der Erfindung des künstlichen Ultramarins keineswegs ihr Ende, und die verschiedenen Hypothesen wurden dann auch naturgemäss auf die natürlichen

---

*) Frühere Nachahmungen des Ultramarins bestanden in der Anfertigung blauer Glasflüsse. „Im 17ten Jahrhundert war man der Meinung, die blaue Farbe des ächten Lasursteins rühre von einem Gehalt an Kupfer her. MARGGRAF bewies 1758, dass dieses nicht der Fall sei; er glaubte die Bestandtheile dieses Minerals seien Kalkerde, Flussspath und etwas Kieselerde, und das färbende Prinzip etwas Eisen. GUYTON DE MORVEAU betrachtete 1800 als die Ursache der blauen Farbe des Lasursteins einen Gehalt an Schwefeleisen." KOPP, *Geschichte der Chemie*, IV, S 67. Vgl. zur Uebersicht den ausgezeichneten Artikel über Ultramarin in MUSPRATT, *Chemie in Anwendung auf Künste und Gewerbe*. 2 Aufl V, S. 798.

Ultramarin-Verbindungen übertragen Dadurch ist übrigens die frühere Vorstellung über die chemische Constitution dieser Mineralien nicht beeinflusst worden; namentlich wird die grössere Menge des Schwefels nach wie vor, als Schwefelsäure bestimmt, entweder mit Natron oder mit Kalk verbunden, und man denkt sich das an sich farblose oder weisse Mineral durch eine sehr geringe Menge des Ultramarin-Pigmentes gefärbt. „Die blaue Farbe des Hauyns und manches Sodaliths, sagt RAMMELSBERG *), scheint von derselben Schwefelverbindung herzurühren, welche auch das ungefärbte Silikat des Lasursteins blau färbt, deren Menge jedoch aüsserst gering ist.” Und weiterhin beim Lasurstein: „Die blau färbende Verbindung ist in dem Lasurstein wie die Betrachtung dünner Schliffe unter dem Mikroskope zeigt, in der weissen Grundmasse hier und da vertheilt. Wie aus den Untersuchungen des Ultramarins hervorgeht, ist es entweder eine höhere Schwefelungsstufe von Natrium oder eine Verbindung von Schwefelnatrium mit einem polythionsauren Natron.” Der erste Satz könnte misverstanden werden, oder ist nach den Untersuchungen von FISCHER und meinen obigen Mittheilungen zu berichtigen. *Blaue Hauynsubstanz* ist das Pigment des *heterogenen Aggregates* welches den Namen Lasurstein trägt; jene Substanz selbst erscheint aber vollkommen *homogen* und im Lasurstein sogar reiner als in dem Hauyn und Nosean.

Die obige Ansicht über das blaue Pigment ist wohl hauptsächlich durch die gründliche Arbeit RITTER's †) über das Ultramarin zur allgemeineren Annahme gelangt. Ich will hier nur daran erinnern, dass uns irgend eine derartige Verbindung, ein Natriumsulfid oder ein polythionsaures Salz, welches als Färbungsmittel gelten könnte, weil es selbst die Farben des Ultramarins besitzt, bisher nicht bekannt ist. Aber selbst wenn dies der Fall wäre, so würde meiner Ansicht nach die Frage nur verschoben sein, denn ich sehe nicht ein, warum man sich vom wissenschaftlichen Standpunkte aus bei jener problematischen

---

*) *Mineralchemie*. S. 707.

†) RITTER, *Ueber das Ultramarin*. Göttingen, 1860. Auszüglich im *Polytechn. Centralblatt* 1860. S. 1597 und im *Chemischen Centralblatt* 1860.

Verbindung beruhigen und nicht auch hier wiederum das „färbende Prinzip" erforschen sollte. Wenn daher schon SCHWEIGGER darauf hinweist, dass bei den Verbindungen von Schwefel mit wasserfreier Schwefelsäure ganz analoge Farbenwandlungen auftreten wie beim Ultramarin, so hat diese Erklärung nicht nur eine bestimmte thatsächliche Grundlage für sich, sondern greift auch tiefer in die Sache hinein, und sie würde sich in direkter Weise auf das Ultramarin so ziemlich mit demselben Rechte anwenden lassen wie jene andere. Denn durch specifische Reactionen lässt sich weder die eine noch die andere Verbindung mit Sicherheit nachweisen, und nimmt man einmal zu schützenden Umhüllungen seine Zuflucht, so wird man damit auch jene unbeständige Verbindung von Schwefel mit Schwefelsäure ausreichend conserviren können. Indessen brauchten wir ja auch auf jener Stufe der Erklärung wiederum nicht stehen zu bleiben, und wir würden dann, sofern wir nicht etwa von blauem Sauerstoff reden wollten, zu der Annahme einer blauen oder bläuenden Modifikation des Schwefels gedrängt, womit die rein chemische Diskussion wohl endlich glücklich festgefahren wäre *).

Hier aber wird wenigstens Jeder unmittelbar die Ueberzeugung gewinnen, — was bei der Behandlung des Gegenstandes in der That meistens aus dem Auge verloren wurde, — dass die Erklärung der blauen Farbe oder Färbung im Wesentlichen ein *physikalisches* Problem ist, dessen Lösung zwar auf dem gemeinschaftlichen Gebiet der Molekulartheorie zu suchen, aber niemals endgültig an irgend eine chemische Formel zu binden ist.

Es ist gewiss nichts dagegen einzuwenden, wenn man zu erforschen strebt, inwiefern gewissen Elementen die Eigenschaft zukommt, dass sie für sich oder mit anderen, in Oxyden, Salzen oder Lösungen moleculare Aggregate bilden, welche unter Ein-

---

*) Es mag hier auch schon an die wichtigen Versuche von WÖHLER, SCHIFF u. A. erinnert werden, wonach bein Mischen einer concentrirten Eisenchloridlösung mit Schwefelwasserstoffwasser oder Schwefelleberlösung die Flüssigkeit und selbst der ausgeschiedene Schwefel vorübergehend eine blaue oder grüne Farbe annehmen. WÖHLER, *Ann. Pharm.*, B. 86. S. 373; SCHIFF, *ebend.* B. 115, S. 68.

wirkung des gewöhnlichen Lichtes und durch Vermittlung des Gesichtsorganes in uns mehr oder weniger bestimmte Farben-Vorstellungen erwecken; ist ein genügender thatsächlicher Grund vorhanden, so wird man sich ferner die Anschauung über die chemische Constitution der Verbindungen und Lösungen unzweifelhaft erleichtern, indem man gewisse Gruppen der Elemente als solche bei der Interpretation verbunden lässt, und gerade das Eintreten oder Nicht-Eintreten einer Farbenwandlung, einer Färbung oder Entfärbung gibt bekanntlich der praktischen wie der theoretischen Chemie in dieser Hinsicht sehr wichtige Aufschlüsse an die Hand. Niemand wird daran zweifeln, dass in der Indigolösung die Bestandtheile des Indigo in derselben Weise gruppirt sind, wie in der trockenen Verbindung. Niemand wird andererseits der Auffassung entgegentreten, dass die Entfärbung der Chamäleonlösung bei der bekannten volumetrischen Eisenbestimmung mit einer Trennung, einer Reduction des übermangansauren Salzes in der Lösung gepaart geht.

Wo wir mit bestimmten Grössen rechnen, d. h. wo wir bestimmte Verbindungen kennen, welche in wässerigen oder auch in anderen Lösungen als Pigmente auftreten, ist die chemisch-theoretische Diskussion in jener Richtung vollberechtigt, obgleich eine Erklärung der Farbenwirkung im physikalischen Sinne auf diesem Wege natürlich nicht zu finden ist. Wenn aber eine bestimmte Verbindung, die als Pigment gelten könnte, nicht bekannt ist, dann dürfte eine befriedigende Lösung der Frage viel eher in synthetischen Versuchen als in analytischen Untersuchungen des betreffenden Körpers zu suchen sein. Wer z. B. darthun will, dass in dem Ultramarin ein Natriumsulfid oder ein Sulfosalz als Pigment die Farbe bedingt, der muss vor Allem darauf ausgehen, eine solche färbende und also selbst farbige Verbindung darzustellen, die anderen Körpern, Thonerde-Silikaten u. s. w. in der Hitze ihre Farbe dauernd mittheilt.

Es ist wohl gut daran zu erinnern, dass man mit diesen Bestrebungen ein sehr weites Gebiet betreten würde, denn solcher Probleme über farbige Pigmente gibt es bekanntlich die Hülle und Fülle. Das braucht freilich nicht abzuhalten in irgend einem concreten Fall mit der Untersuchung vorzugehen,

aber es ist doch sehr die Frage, ob z. B. die Färbung des Ultramarins gerade in diese Kategorie von Erscheinungen gehört.

Auch bei den Krystallen ist man, sofern sie nicht eine ganz constante Farbe zeigen, gewöhnlich sehr geneigt, an irgend ein Pigment als untergeordneten selbständigen Bestandtheil zu denken, und abgesehen davon, dass sich einzelne Minerale (Saphirquarz, rother Orthoklas, Sonnenstein, Labrador z. Th., Hypersthen, Carnallit u. s. w.) wirklich als heterogene, durch mikroskopische Einlagerungen gefärbte Aggregate erweisen, lässt sich bei anderen (Amethyst, Chrysopras, Amazonenstein, Dioptas, künstliche farbige Salze u. s. w.) wenigstens in der Art wie bei den Löthrohrperlen das eine oder andere Metalloxyd für die Färbung verantwortlich machen. Bei einer dritten Gruppe (die gefärbten Edelsteine, Turmalin, Flussspath, Pyromorphit u. s. w.) ist aber nicht sowohl der chemische Karakter als vielmehr das Dasein eines Pigmentes in obigem Sinne zweifelhaft, und endlich kennen wir doch auch nicht wenige Beispiele, bei denen der rein physikalische Karakter der Färbung ganz ausser allem Zweifel steht. Ich erinnere nur an die Erscheinungen des Pleochroismus und an die Farbenwandlung einzelner Minerale (Pyrop, Rubin, gewisse Diamanten) beim Erhitzen und Abkühlen.

Man braucht sich diese Abstufung der Erscheinungen nur klar vor Augen zu halten, um zu erkennen, wie gewagt alle Erklärungen über die Färbung sind bei einem Körper, von dem man in chemischer Beziehung nicht einmal weiss, ob er eine constante Verbindung, eine Lösung oder ein Gemenge verschiedener Verbindungen ist.

In neuester Zeit ist über die Färbung des Ultramarins eine Ansicht näher zu begründen versucht, die wir noch in Erwägung ziehen müssen, nicht sowohl wegen ihrer physikalischen Besonderheit, sondern namentlich weil dieselbe für das Studium der natürlichen Ultramarin-Verbindungen ein eigenthümliches Interesse bietet.

Nachdem die Annahme, dass eine Schwefelnatrium-Verbindung das Pigment sei, von verschiedenen Seiten Bestreitung gefunden hatte, nachdem andererseits durch Versuche constatirt war, dass die Kieselerde für das Auftreten der blauen Farbe unwesentlich

sei, blieb in der That kaum etwas Anderes übrig, wenn man doch eine Schwefel-Verbindung für die Farbe verantwortlich stellen wollte, als das Schwefelaluminium. W. STEIN hatte schon früher eine dahin gehende Vermuthung ausgesprochen *) und hat dieselbe neuerdings in mehreren Abhandlungen †) näher zu begründen und zu erläutern gesucht. Den Inhalt des wichtigsten Aufsatzes will ich hier in Kürze mittheilen. Nachdem STEIN durch specifische Reactionen die Abwesenheit von unterschwefliger Säure sowie von Natriumsulfureten im Ultramarin constatirt hat, kommt er durch diese Elimination zu dem Schlusse, dass der Schwefel, abgesehen von einem Gehalt an schwefliger Säure eben nur an Aluminium gebunden sein könne. Das Schwefelaluminium zeigt je nach der Darstellungsweise etwas verschiedene Eigenschaften. Durch Erhitzen von Aluminiumblech in Schwefeldampf erhält man einen *gelblichen* Körper mit krystallinischem Bruch, der in erhitzter Luft grau, stellenweise schwärzlich wird. Durch Zusammenschmelzen von Thonerde mit kohlensaurem Natron und Schwefel oder durch Glühen von Thonerde in Schwefelkohlenstoffdampf erhält man das Schwefelaluminium als schwarzes, amorphes (?) Pulver. *Beide Modifikationen werden durch Wasser zersetzt.* STEIN nimmt an, dass das Ultramarin keine chemische Verbindung, aber doch ein Gemenge nach stöchiometrischen Verhältnissen sei. Die blaue Farbe aber soll bedingt werden durch die optische Wirkung der schwarzen und weissen Mischungsbestandtheile, durch die Wirkung eines „trüben Mittels" nach GÖTHE'scher Auffassung. Die bläuliche Färbung einer Mischung von Milch mit Russ, eines schwarzen Papieres hinter trübem Glase u. s. w. werden als analoge Erscheinungen angeführt. Das Ultramarin „besteht aus einer weissen Grundmasse, mit welcher schwarzes Schwefelaluminium in molekularer Vertheilung („optisch") gemengt ist."

---

*) *Polyt. Centralblatt* 1868. S. 192.

†) *Ueber die Constitution des Ultramarins.* KOLBE's *Journal f. prakt. Chemie.* 3 Bd. 1871. S. 38; *Das Kobaltultramarin.* Ebend. S. 428; *Zur Theorie der Körperfarben.* 4 Bd. 1871. S. 276; *Ueber Restfarben.* 5 Bd. 1872. S. 328.

In seinen späteren Aufsätzen sucht STEIN dieser Auffassung in Betreff des Ultramarins eine allgemeinere Bedeutung zur Erklärung der Körperfarben zu geben, und überdies seine Ideen mit der herrschenden Theorie der Farbenlehre in Uebereinstimmung zu bringen.

Von chemischer Seite könnte man dieser neuesten Ansicht über das Ultramarin-Pigment die Einwendung entgegenstellen, dass die Farbe im Wasser nicht verschwindet, und STEIN nimmt denn auch für die Schwefelaluminium-Moleküle die schützende Hülle eines Silikates in Anspruch. Will man dieser Anschauung Berechtigung zuerkennen — wobei der klare Begriff eines mechanischen Gemenges freilich schon getrübt wird — so werden dadurch doch auch die Einwendungen gegen die Schwefelnatrium-Pigmente, soweit sie auf specifischen Reactionen beruhen, entkräftet; denn was für das Schwefelaluminium gilt gegenüber Wasser, kann mit demselben Rechte für Natriumsulfid gegenüber einer Lösung von Kupfervitriol geltend gemacht werden. Dass aber das schwarze Schwefelaluminium gegenüber einer weissen Grundmasse zur Erzeugung eines blauen Gemenges sich wirksamer erweisen soll als gelbes Schwefelnatrium oder ein weisses Sulfosalz, dies wird man nur zugeben können, sofern man die theoretischen Anschauungen über Mischfarben und Restfarben theilt, welche in den oben angeführten Aufsätzen entwickelt werden.

Eine ausführliche Kritik dieser Ansichten liegt nicht auf meinem Wege; ich beschräuke mich auf die Erklärung, dass ich sowohl den thatsächlichen Argumenten als der theoretischen Behandlung des Gegenstandes keine erhebliche Beweiskraft abgewinnen kann. Der Farbenreiz, welcher durch ein Gemenge verschiedenfarbiger Pulver mit oder ohne Beihülfe von Flüssigkeiten, worin dieselben suspendirt sind, unter dem Einflusse des weissen oder anderen Lichtes in unserem Gesichtsorgan erregt wird, kann von sehr verschiedenen und oft sehr complicirten Umständen abhängen. Jeder einzelne Fall ist gesondert zu betrachten und vorsichtig zu analysiren, und in den theoretischen Folgerungen darf man die Parallelen nicht weiter ziehen als die Analogie der Thatsachen reicht.

Nach Allem was über das Schwefelaluminium bekannt ist,

besteht kein Grund für die Vermuthung, dass die Farbe der dunkeln Varietät etwa ein verdecktes Dunkelblau sei, wenn auch noch diese oder jene Spectralfarben darin zu finden sein mögen. Dagegen ist die Möglichkeit gewiss nicht zu bestreiten, dass es, wie eine gelbliche und schwarze, so auch noch eine blaue Modifikation jener Verbindung geben kann, die wir noch nicht gesondert kennen, die aber dann in dem gewöhnlichen Sinne als das Pigment des Ultramarins angesehen werden könnte. So lange ein solches blaues Schwefelaluminium aber nicht hergestellt ist, kann man jene Annahme nicht als begründet erachten. Von einer Erklärung des Blau als Mischfarbe aus Schwarz und Weiss wäre dann natürlich abzusehen.

Kehren wir nach dieser Digression über das künstliche Ultramarin zum Studium der entsprechenden Mineralverbindungen zurück, so bieten sich mit Bezug auf die zuletzt besprochene Theorie der Färbung interessante Anknüpfungspunkte dar. Die mikroskopische Untersuchung dieser Mineralien begünstigt in der That auf den ersten Blick die Annahme, dass eine innige Beziehung bestehe zwischen der blauen Färbung und einem schwarz-weissen Gemenge.

Die Mikrostruktur des Hauyn und Nosean ist von ZIRKEL, FISCHER und Anderen schon mehrfach beschrieben worden, und die wichtigsten Eigenthümlichkeiten lassen sich durch einen Blick auf die Abbildungen, welche ich dieser Abhandlung hinzufüge, am einfachsten übersehen. Ich wünsche in dieser Hinsicht nicht in unnöthige Wiederholungen zu verfallen, aber andererseits wird es für das richtige Verständniss der vorliegenden Frage doch zweckmässig sein, wenn ich auf die Karakteristik der wichtigsten Vorkommnisse in Kürze zurückkomme. Es ist überdies bei mikroskopischen Untersuchungen meistens wünschenswerth, dass auch in Betreff der einfach objektiven Wahrnehmung der subjektive Standpunkt zunächst scharf markirt werde.

Besonders instruktiv für das mikroskopische Studium des Nosean sind die Leucit-Nosean-Gesteine von Rieden und Olbrück im Laacher-See-Gebiete, und für den blauen Hauyn

können die Hauynreiche Leucitlava von Melfi am Vultur und die Nephelinlava von Niedermendig als typische Beispiele gelten.

In dem grobkörnigen Leucitgestein von Rieden *) erscheinen die grösseren Noseane häufig in regelmässigen hexagonalen oder rechteckigen Durchschnitten, oft aber sind die Körner auch rundlich eingebuchtet und zeigen so unregelmässige Formen, dass man geneigt ist, dieselben auf eine nachträgliche Anschmelzung zurückzuführen. Ob diese Annahme Berechtigung verdient, darüber kann man nicht leicht mit Sicherheit entscheiden; zu erwägen ist aber, dass man alsdann, abgesehen von der Färbung, auch alle eingelagerten Glaseinschlüsse und Kryställchen für sekundäre Gebilde halten müsste, denn dieselben schliessen sich in ihrer zonenweisen Verbreitung meistens der aüsseren Form an, auch wenn dieselbe unregelmässig ist. Die Krystallkörner zeigen keine sonstigen mechanischen Alterationen, sie sind nicht zerbrochen und verschoben, man sieht auch keine Glasmasse, welche als Produkt der Anschmelzung angesehen werden könnte. So ist es nach dem aüsserlichen Ansehen zunächst am wahrscheinlichsten, dass die Körner ursprünglich in der unvollkommenen Form — wenn auch nicht aus einen glasflüssigen Magma — abgeschieden oder gebildet worden sind.

In Betreff der Färbung lassen sich bei diesen Körnern die folgenden Erscheinungen auseinander halten:

1. Der dunkle schwarze Rand. Alle Noseankörner in diesem Gestein sind von einem schwärzlichen Rande umgeben, dessen Substanz sich als ein amorpher, moorartiger Körper darstellt. Nach Aussen geht die schwarze Rinde häufig in braunes Eisenoxydhydrat über, wie solches auch die Magneteisenkörner umgibt, und zuweilen ist auch in der gewöhnlichen Varietät des Gesteins mit den schwarzen Noseanen der schwarze Rand gänzlich durch braunes Eisenoxydhydrat ersetzt.

---

*) Ueber das geognostische Vorkommen Vgl. VON DECHEN, *Geogn. Führer zum Laacher See*, S. 143. Ueber die Mikrostruktur des Nosean. Vgl. ZIRKEL, a. a. O. *Zeitschr. d. D. G. G.* 1868. S. 131. POGGEND., *Ann.* B. 131. S. 313.

2. Die schwärzliche oder sepiafarbige Schattirung. Nach Innen schliefst sich gewöhnlich direkt an der schwarzen Rand eine dunkle Schattirung an, oder es dringt doch eine feine schwarze Schraffirung eine kurze Strecke weit in die Molekularspalten ein. Häufig liegt auch dem Rande zunächst erst eine breitere lichte Zone, und dann folgt die Schattirung (fig. 1, 2); kleinere Körner sind meistens durch und durch mit dem schwarzen Pigment erfüllt (fig 3, 4). Die Schattirung erscheint selten, auch wenn sie sich nur wolkig verbreitet, als eine durchaus homogene, oder wenn man so sagen darf, molekulare Färbung; gewöhnlich ist sie mit einer feinen linearen Schraffirung oder mit einer entsprechenden Punktirung verbunden; jedoch lässt sich nicht jede Schattirung in dieser Weise auflösen, und umgekehrt findet sich auch häufig eine Punktirung, die selbst bei schwacher Vergrösserung nicht den Eindruck der dunkeln Schattirung macht. Wenn fremdartige Silikatkörner (Augit, Nephelin) im Nosean eingeschlossen sind, was übrigens selten ist, so sind dieselben ebenfalls von einer Schattirung umgeben; auch wenn eine Zone in dem Krystall mit grösseren Glaseinschlüssen erfüllt ist, tritt innerhalb derselben gewöhnlich die Schattirung auf. Sie hängt sich jedoch nicht etwa den einzelnen Glaseinschlüssen an und ist auch keineswegs allgemein an das Auftreten derselben gebunden. Namentlich werden die Krystalle sehr oft in unregelmässigen Richtungen quer hindurch von Reihen grösserer Glaseinschlüsse durchsetzt, ohne dass die Schattirung sich diesen Richtungen anschliesst.

3. Die Punktirung. Die grösseren Punkte sind schon bei schwacher Vergrösserung deutlich als kugelige oder auch regulär umgrenzte durchscheinende Körper zu erkennen, die mit den sehr verbreiteten Glaseinschlüssen und Gasporen der Leucite u. s. w. vollkommen übereinstimmen. (Fig. 1 *a*, *b*).

Wo die Einschlüsse in den schattirten Theilen liegen, erscheinen sie ebenfalls schwärzlich oder vielmehr auf ihrer äusseren Grenzfläche scheint alsdann derselbe Körper abgeschieden zu sein, der auch die dunkle Schattirung bedingt. Die Pünktchen sinken bis zur grössten Kleinheit hinab, und sind in der Regel der Molekularstruktur entsprechend rechtwinkelig

gereiht, oft aber auch ganz unregelmässig durch den Krystall verbreitet; die äusserste Zone zunächst dem Rande ist zuweilen ganz frei von Glaseinschlüssen, wie dies übrigens auch bei Leucit und Sanidin in anderen Gesteinen häufig vorkommt.

Die helleren Theile des Minerals erscheinen oft durch und durch gekörnt, wie Firneis, und in manchen Körnchen lässt sich bei starker Vergrösserung doch wieder ein Gasbläschen erkennen. Ob aber in der Sache wie in der äusseren Erscheinung ein Uebergang besteht zwischen dieser Körnchenstruktur und den Glaseinschlüssen, muss dahingestellt bleiben.

4. Die eingelagerten dunkeln Kryställchen. Es sind grossentheils opake, oblonge Nädelchen oder Blättchen mit abgerundeter Endigung; nur selten zeigen sie eine eckige Umgrenzung, und dann scheint dieselbe auf rhombische Formen zu deuten (fig. 5, 5*a*). Die Kryställchen sind meist zonenweise im Inneren, selten am äusseren Rande angehäuft und gewöhnlich auch der Molekularstruktur entsprechend gelagert. Bei günstig auffallender Beleuchtung zeigen sie immer einen goldig funkelnden Metallreflex. Sie finden sich zwar häufig in Verbindung mit der Punktirung und der schwarzen Schattirung, aber die letztere geht doch nicht von den Kryställchen aus; die betreffenden Zonen sind vielmehr oft auffallend licht, und wenn sie fein punktirt sind, so erscheinen nicht selten die Kryställchen von einem lichten, dichten Hof umgeben. Unverkennbar ist zuweilen eine Umwandlung der dunkeln Kryställchen in röthlich braunes amorphes Eisenoxydhydrat; ich fand in diesen Noseanen keine röthlichen Blättchen die man für ursprüngliche Gebilde halten könnte.

5. Die röthlich braune Rostfärbung. Ausser an den dunkeln Kryställchen tritt auch sonst wohl in den schwärzlichen Noseanen fleckenweise oder vom Rande nach innen sich verbreitend eine Rostfärbung auf. Es wurde schon erwähnt, dass der schwarze Rand nach Aussen zu häufig in Eisenoxydhydrat übergeht (fig. 1*a*), und dass die kleinen Noseane meistens von einer Rostzone umgeben sind; im Uebrigen ist an den schwärzlichen Noseanen in der gewöhnlichen Varietät der Gesteins ein Uebergang zwischen der schwärzlichen Schattirung und der Rostfär-

bung doch nicht zu entdecken. — Es sind jedoch auch Blöcke gefunden worden, in denen eine Beziehung zwischen der röthlichen und schwärzlichen Färbung sehr deutlich hervortritt. Das Gestein enthält in diesen Stücken nur rothe Noseane, worin sozusagen alle schwärzliche Substanz durch Eisenoxyd oder Eisenoxydhydrat vertreten ist (fig. 7, 8). Die Körner haben einen dunkeln Rostrand und zeigen im Inneren eine röthliche Schattirung; selten als homogene oder wolkige Färbung, meistens als feine lineare Schraffirung; zuweilen bildet das Eisenoxyd auch zusammenhängende Blättchen wie in dem Hauyn von Melfi. Auffallend ist, dass die feinen rothen Striche häufig ein dreigliedriges Netz bilden, entsprechend der Molekulargruppirung nach den trigonalen Axen (fig. 8). Bei der schwärzlichen Schraffirung habe ich diese Winkel nie bemerkt, wohl aber finden sich in den rothen Noseanen auch rechtwinkelige Strichnetze. In einem grösseren Korn (fig. 7) war das Innere schwärzlich wolkig schattirt, und nach aussen gingen die schwarzen Flecken ganz allmälig und in derselben Form in röthliche über. Sonst habe ich weder eine schwärzliche Schattirung noch eine bläuliche Färbung in den rothen Noseanen gefunden; ich muss jedoch bemerken, dass mir nur ein Präparat von dieser Varietät zu Gebote stand. Auch weiss ich nicht, ob an den betreffenden Blöcken vielleicht ein Uebergang zu bemerken war; ob das Eisenoxyd als eine langsame molekulare Umwandlung oder aber als ein ursprüngliches Substitut des schwärzlichen Pigmentes anzusehen ist. Wie dem auch sei, jedenfalls ist eine substantielle Verwandschaft zwischen der schwärzlichen und der röthlichen Substanz nicht zu verkennen.

6. Die bläuliche Färbung. Eine lasurblaue Hauynfärbung habe ich in diesen Noseanen nicht beobachtet. Häufig aber findet sich ein sehr licht blauer Farbenton, der entweder als homogene Grundfarbe zwischen der dunkeln Schattirung erscheint (fig. 1, 2) oder auch, wenngleich seltener, in reinen, ungetrübten Theilen der Krystalle auftritt (fig. 6). Diese Theile zeigen dann wohl immer die feinkörnige Struktur, aber dieselbe Struktur findet sich auch bei weisser oder bräunlicher Substanz. Ebenso ist jener lichtblaue Ton der dunkeln Schattirung oder Punktirung gegenüber als eine selbständige Erscheinung anzu-

sehen. Man sieht häufig die zarteste sepiabraune Schattirung ohne irgend eine bläuliche Lichtwirkung, und die letztere tritt in ganz derselben Weise in den ganz hellen wie in den dunkelsten schwarz schraffirten Körnern auf. Die Erscheinung erinnert allerdings an die bläuliche Färbung, welche man auch in anderen Mineralien, namentlich in den schwarz punktirten Nephelinen häufig beobachtet, und hier wie dort mag zuletzt irgend eine, sei es physikalische oder auch chemische Heterogenität zu Grunde liegen; ob aber darum dies lichte Blau von der dunkleren Ultramarinfärbung, wie sie in dem Nosean sich sonst nicht selten findet, seinem Wesen nach verschieden ist, dürfte zu bezweifeln sein. Bemerkenswerth ist, dass die kleinen, im Leucit eingeschlossenen Noseane neben der schwärzlichen Schattirung immer eine viel intensivere blaue Färbung zeigen.

Einmal beobachtete ich in einem grösseren Krystall eine grüne Färbung (fig. 9) welche sich analog der bläulich grauen vom schwarzen Rande nach dem Innern verbreitete.

7. Endlich sind noch zu erwähnen die weissen, gangartigen Zeichnungen, welche die Krystalle nach verschiedenen Richtungen durchsetzen. Sie gehen als helle Strassen auch durch die Schattirung oder Punktirung hindurch (fig. 9) und sind sehr wahrscheinlich auf eine sekundäre, molekulare Affektion des Silikates zurückzuführen. Zuweilen zeigt sich diesen Linien entsprechend auch eine schwache doppelte Brechung. Einzelne Körner sind in ähnlicher Weise längs dem inneren schwarzen Rande verändert (fig. 6).

Alle die genannten Erscheinungen treten nun selbständig oder in der verschiedensten Weise vergesellschaftet auf. Gemeinsam ist eigentlich allen Körnern nur der dunkle Aussenrand. Ich habe ein paar Körner gesehen, woran dieser Rand nur schwach augedeutet war; dieselben waren auch im Inneren, abgesehen von Gas- und Glasbläschen durchaus ungefärbt. Im Allgemeinen kann man sagen: je mehr Schattirung und Färbung im Inneren, um so kräftiger ist auch der schwärzliche Rand; man findet aber auch nicht wenige Körner, die im Inneren hell und rein geblieben und doch schwärzlich umrindet sind. Wir werden weiterhin auf die Untersuchung der färbenden Substanzen zurückkommen.

In dem Gestein vom Burgberg bei Rieden und in dem Nosean-Leucitophyr von Olbrück beschränkt sich die Färbung der Noseane gewöhnlich auf den schwarzen Rand, der durch eine feine lineare Schraffirung gebildet wird (fig. 10). Zu äusserst sind die Krystalle meist von einem schmalen weissen Rande umgeben (fig. 11); das Innere ist von feinen Glasgängen durchsetzt, häufig aber auch molekular getrübt. Eine blaue Färbung tritt fleckenweise auf, entweder nur an dem äussersten weissen, oder auch in dem schwärzlichen Rande, doch ist sie niemals an die Verbreitung der schwärzlichen Substanz gebunden. Kleine Stellen des weissen Randes erscheinen oft recht intensiv blau.

Wie für die schwärzlichen Noseane das Gestein von Rieden, so bildet für das Studium der blauen Ultramarinfärbung die Hauynlava von Melfi am Vultur das lehrreichste Beispiel. Auch von diesem interessanten Gestein verdanken wir der sichern Hand ZIRKEL's eine genaue und anschauliche Beschreibung *). Ich habe auf der Abbildung Taf. II die verschiedenen ausgewählten Hauynkörner durch die zugehörige Grundmasse verbunden, und so ein Bild des porösen Gesammtgesteins zu geben versucht. Was die Darstellung der übrigen Gemengtheile betrifft, so möge man darüber die Beschreibung von ZIRKEL und die Erklärung des Abbildungen am Schlusse dieses Abhandlung nachlesen. Hier wollen wir uns nur mit der Färbung und Struktur der Hauyne beschäftigen.

Es findet sich am Vultur ein Gestein, welches, im Uebrigen mit der abgebildeten Varietät übereinstimmend, anstatt des blauen Hauyn schwarzen oder dunkeln Nosean enthält, der in seinen mikroskopischen Besonderheiten demjenigen von Rieden sehr nahe kommt. Der bläuliche Ton ist zuweilen etwas dunkler, wird aber doch nicht rein lasurblau. Sehr deutlich ist an diesen Noseanen aber ein Uebergang des schwarzen Pigmentes in braunes Eisenoxydhydrat zu erkennen, und nach den Proben, welche ich untersuchte, hat es ganz den Anschein, als ob hier wirklich eine langsame Umwandlung durch sekundäre, athmosphärische Einwirkung vorliege.

In dem frischen, fein porösen, grünlich grauen Gestein, wel-

*) Vgl. *Mikromineralogische Mittheilungen.* Neues Jahrb. 1870. S. 818.

ches die Abbildung wiedergibt, erreichen die schön lasurblauen Hauyne stellenweise die Grösse von 3—4 Millim. Die Körner sind meistens rundlich oder eingebuchtet, häufig auch nach einer Richtung, wahrscheinlich einer trigonalen Axe, vorherrschend ausgedehnt. Der schwärzliche Rand ist durch rothes Eisenoxyd vertreten, jedoch ist diese Vertretung zweifelsohne eine ursprüngliche, insofern wenigstens, als das Eisenoxyd hier kein Umwandlungsprodukt des schwarzen Pigmentes sein kann. In feinen lappigen Blättchen ist dasselbe ganz ähnlich wie im Sonnenstein von Twedestrand oder im Perthit auf den Molekularspalten des weissen Minerals abgelagert, am Rande mehr als im Inneren, aber auch dort erscheint es immer als eine Spalteninjektion. Ein schwärzlicher Rand kommt an diesen Körnern gar nicht vor, wohl aber findet man im Inneren anstatt oder neben der blauen Färkung eine schwärzliche Schraffirung. Das Blau, wie es sich auch in dem Mineral verbreiten möge, ist immer eine homogene, molekulare Färbung, niemals kann man ein selbständiges Pigment, blaue Körnchen oder Blättchen erkennen, wie dies bei der rothen Eisenfärbung wohl der Fall ist. Durchgehends haben die Krystalle einen ziemlich breiten hellen Rand, und dann beginnt erst die blaue Färbung, die in den kleineren Körnern als ein blauer Kern erscheint, in den grösseren aber sich wolkig, in Zonen oder Streifen verbreitet. In manchen grösseren Körnern fehlt auch das Blau ganz und gar.

Alle Krystalle sind wiederum mit kleinen und grösseren Glaseinschlüssen und Gasbläschen erfüllt, die theils unregelmässig vertheilt, theils auch in rechtwinkeliger Reihung auftreten. Die blaue Färbung zeigt zu dieser Punktirung gar keine Beziehung; da sie in den grösseren Krystallen sich nicht selten der Molekularstruktur entsprechend ausbreitet, so fallen die analog gelagerten Glaseinschlüsse natürlich häufig in die blauen Streifen, aber viel häufiger noch tritt die eine Erscheinung ohne die andere auf. Eher scheint eine gewisse repulsive Beziehung zu bestehen zwischen der blauen Färbung und den Eisenoxydblättchen, denn gewöhnlich erscheint bis auf einen kleinen Abstand von den letzteren das Mineral ungefärbt, auch wo sonst die blaue Farbe vorherrschend ist. Die schwärzliche Schattirung tritt, wie gesagt, neben oder in der bläulichen Färbung auf.

Wenn aber die letztere auch weder zu den Glas- und Gas-bläschen, noch zu der Rostfärbung, noch zu der dunkeln Schattirung in einem allgemeinen ursachlichen Connex steht, so weisen doch die erwähnten Thatsachen mit Sicherheit darauf hin, dass die blaue Färbung, ebenso wie die anderen Erscheinungen etwas Selbständiges, Accidentelles ist, das mit der Mineralsubstanz nicht in nothwendigem untrennbarem Verbande steht, sondern entweder auf einer ursprünglichen molekularen Mischung oder auf einer nachträglichen Affektion des Minerals beruht. Mit anderen Worten, der Hauyn erscheint in diesem Gestein nicht sowohl *farbig* als *gefärbt*, es ist blau gefärbter Nosean. Wir werden sehen, inwiefern dieser Annahme weitere Berechtigung zukommt.

Der Hauyn in der Niedermendiger Lava, wovon in fig. 12 ein paar neben einander liegende Körner abgebildet sind, ist in der Regel durch und durch blau, jedoch wird die Farbe nach Innen zu lichter. Dieser Eindruck wird zwar verstärkt, ist aber nicht allein dadurch bedingt, dass die Körner auch von einem schwarz schraffirten Rande umgeben sind. Ein paar Mal beobachtete ich einen stark röthlich violetten Farbenton, im Uebrigen zeigt das Mineral keine bemerkenswerthen Eigenthümlichkeiten.

Ausgezeichnet in Betreff der Färbung sind noch die Noseane in den Phonolithen der Hegau, namentlich in den Varietäten vom Hohentwiel. Es ist auffallend, dass diese prächtigen Gesteine in den Sammlungen so wenig verbreitet sind, wie denn jene herrliche Gegend von den Geologen überhaupt ungebührlich vernachlässigt ist *). Ich habe mit der Abbildung der Noseane eine Wiedergabe des Gesammtbildes zu verbinden gesucht, (Taf. III), und will auch den speciellen auf unseren Gegenstand bezüglichen Mittheilungen eine petrographische Skizze der betreffenden Gesteine vorausschicken.

Am Hohentwiel allein kann man von dem Nosean-Phonolith schon fünf bis sechs Varietäten schlagen, die in Bezug auf Mikrostruktur, auf Farbe und Frische der Bestandtheile nicht un-

*) Von neueren Arbeiten ist wohl nur zu erwähnen: v. FRITSCH, *Notizen über geologische Verhältnisse im Hegau.* Neues Jahrb. 1865. S. 651.

belangreiche Verschiedenheiten zeigen. Nach dem Mengenverhältniss und der Entwicklung der Einsprenglinge treten jedoch namentlich zwei frischere Varietäten hervor, worauf sich alle anderen Nuancirungen zurückführen lassen; eine dichte, dunkele, bläulich braune bis schwärzliche, und eine grünlich graue, makroporphyrische Varietät. Ob die beiden Varietäten in der Lagerung scharf geschieden sind, kann ich nicht angeben, doch scheint die graue mehr am unteren, die braune mehr am oberen Theile des Kegelberges vorzukommen.

Die anderen Nuancirungen werden namentlich durch eine mehr oder weniger fortgeschrittene Zersetzung uud Umwandlung der Noseane bedingt; in grossen Massen des Gesteins sind dieselben fast vollständig durch Natrolith-Aggregate ersetzt.

Die braune Varietät (Taf. III, fig. 1) hat ein ziemlich dichtes, splittriges, ächt phonolithisches Aussehen, doch kann man mit der Lupe immer bläuliche Noseankörnchen und hier und da ein Sanidin-Kryställchen erkennen. Die Zahl der letzteren ist in dieser Varietät verhältnissmässig gering; sie zeigen längliche meist etwas abgerundete Durchschnitte; Zwillinge sind sehr selten. Der Sanidin ist sehr frisch und ziemlich rein, nur vereinzelt findet man Glastheilchen, Mikrolithen oder auch Noseankörnchen darin eingeschlossen. Die Hornblende erscheint, wie gewöhnlich in den Phonolithen, in dunkelgrünen, moosförmigen Aggregaten, die aus allerkleinsten mikrolithischen Individuen bestehen. Sie sind meistens nach derselben Richtung, welche auch in der Lagerung der Sanidinkrystalle hervortritt, vorherrschend ausgedehnt; zuweilen nehmen sie auch regelmässigere Formen an, ähnlich denen der grauen Varietät fig. 2. Grössere einheitliche Hornblende-Nadeln sind sehr selten. An der Constitution der eigentlichen Grundmasse nimmt weder die Hornblende noch der Nosean einen hervorragenden Antheil; sie besteht vorwaltend aus farblosen nadelförmigen (Feldspath-) Mikrolithen, zwischen denen viele kurze Rechtecke oder hexagonale Formen auftreten, die wahrscheinlich als Nephelin zu deuten sind, und Magneteisen. Zwischen diesen krystallinischen Bestandtheilen bildet in geringer Menge ein farbloses Glas das verbindende Magma; stellenweise finden sich ziemlich grosse, reine Glasflasern.

In dem hiesigen Laboratorium wurden durch die Herren J. HOOZE und R. FENNEMA chemische Analysen dieser Varietät ausgeführt, welche folgendes Resultat ergaben:

	R. FENNEMA.	S. HOOZE.
Kieselsäure	54,04	55,83
Thonerde	22,49	21,25
Eisenoxyd	2,34	2,37
Manganoxyd	0,60	0,64
Kalk	1,75	0,86
Magnesia	0,11	0,13
Kali	6,98	6,60
Natron	8,87	10,03
Schwefelsäure	0,62	0,85
Chlor	Spur	0,39
Glühverlust	2,47	2,26
	100,27	101,21

Spec. Gew. 2,527.

In den meisten Lehrbüchern wird sowohl Nosean als auch Hauyn vom Hohentwiel angeführt, ohne dass meines Wissens die Unterscheidung anders als durch die verschiedene Farbe motivirt wird. Eine Trennung und gesonderte Analyse der Körner wäre auch bei dieser Varietät wohl kaum zu ermöglichen. Bildet aber jener Farbenunterschied im Allgemeinen schon kein genügendes Moment für eine Abgrenzung, so verliert er hier vollständig seinen Werth, denn es finden sich alle möglichen Uebergänge von Weiss und Grau zu Grün und Dunkelblau. Auch kommen wieder schwarze Punktirungen vor, aber nur untergeordnet; die schwarz schattirten Noseane, welche bekanntlich in anderen Phonolithen gar nicht selten sind, scheinen im Hegau gänzlich zu fehlen. Nicht selten wird dagegen wieder durch eine rechtwinkelige, blaue oder grüne Streifung die reguläre Molekularstruktur angedeutet. An den grösseren Krystallen schwächt sich die Färbung gewöhnlich vom Rande nach innen zu ab, oder sie tritt wolkig im Inneren auf. Die mittelgrossen und kleinen Krystalle sind meist durch und durch gefärbt, mit helleren und dunkleren grünlich- oder lasurblauen Tönen. Die Noseane dieser Varietät sind im Allgemeinen ziemlich scharf-

kantig und regelmässig geformt; einzelne der grösseren Körner sind alterirt und bilden zellige Aggregate, worin die Ränder der Zellen meist grün oder blau gefärbt sind, während die Interstitien durch eine grau punktirte Zwischenmasse gebildet werden. Im Inneren der Zellen findet man oft doppelt brechende strahlige (Natrolith-) Aggregate.

Die graue Varietät des Gesteins vom Hohentwiel (Taf. III, fig. 2) ist viel grobkörniger als die braune. Die Noseankörner erreichen einen Durchmesser von 3—4 Millim.; die Sanidinkrystalle sind nicht nur grösser, sondern auch zahlreicher als in dem dunkeln Gestein; auch die Grundmasse ist grobkörniger, und die Hornblende bildet grössere einheitliche Aggregate, die aber oft sehr unregelmässig gehäuft liegen. Weniger Magneteisen, und in Folge dessen auch weniger Eisenoxydhydrat bedingt mit den Unterschied in der Färbung. Durch Zersetzung und Umwandlung der Noseane nimmt diese Varietät im Ganzen eine bräunliche Erdfarbe an, wobei die Noseane zu zelligen, durch Eisenoxyd röthlich gefärbten Aggregaten von Natrolith geworden sind. Der Sanidin ist daneben gewöhnlich sehr frisch geblieben. In diesem theilweise zersetzten Zustande ist der Phonolith nicht nur am Hohentwiel, sondern namentlich auch am Hohenkrähen sehr verbreitet.

Eine vollständige Analyse der frischen Varietät vom Hohentwiel, durch Herrn D. DE JONGH im hiesigen Laboratorium ausgeführt, ergab folgendes Resultat. Durch mehrtägige Behandlung mit heisser Salzsäure waren von dem Gesteinspulver

Löslich 60,42
Unlöslich. . . . 39,58.

Auf Hundert berechnet enthielt

	Das Gesammtgestein	Der lösliche Bestandtheil	Der unlösliche Bestandtheil
Kieselsäure	51,79	44,89	63,11
Thonerde	21,36	25,37	11,73
Eisenoxyd	2,36	1,49	3,77
Kalk	2,58	3.83	Nicht bestimmt.
Magnesia	0,25	—	
Kali	7,47	2,49	
Natron	9,10	14,47	
Wasser	4,31	7,13	
Schwefelsäure	0,96	1,42	
Chlor	Spur		
	100,18	101,09	

Spec. Gew. 2,488.

Die grösseren Noseankörner sind gewöhnlich nicht scharfkantig und regelmässig umgrenzt, oft auch zerbrochen; sie zeigen mehr grüne, die kleineren mehr bläuliche Färbung. Die grüne Färbung ist oft wolkig, in der Regel aber auf unregelmässigen Spaltennetzen durch die Krystalle verbreitet, wie die Abbildung dies wiedergibt. Die eigentliche Noseansubstanz ist entweder ganz frisch, wasserhell, oder grau getrübt durch beginnende Zersetzung. Opake Körnchen sind unregelmässig darin zerstreut, niemals linear gereiht; sie zeigen meistentheils sehr scharfe quadratische oder hexagonale Umgrenzungen, und bei auffallendem Licht metallischen Reflex, weshalb ich sie mit Sicherheit für Magneteisen halte.

Wir sehen also, dass die Ultramarinfärbung in den Noseanen vom Hohentwiel entweder als äussere, nach innen abnehmende Zone oder in durchsetzenden Molekularspalten auftritt, und diese Verbreitungsart ist der Annahme sehr günstig, dass die Färbung auf eine sekundäre chemische Affektion der Krystalle zurückzuführen sei.

Im Interesse dieser Anschauung ist es natürlich von Wichtigkeit, zu erforschen, ob und durch welche Mittel sich in ungefärbten Noseanen etwa die blaue oder grüne Farbe hervorrufen lässt. Durch das fast ausschliessliche Vorkommen der betreffenden Mineralien in Laven oder doch unzweifelhaft vulkanischen Gesteinen werden wir darauf hingewiesen, dass es sich

hier um pyrochemische Reactionen handelt, und andererseits bieten schon die oben erwähnten Versuche von NORDENSKJÖLD und die Beobachtung VOM RATH's dass der Berzelin beim Glühen unter Gewichtsabnahme blau wird, eine synthetische Begründung dar. Ferner sind hier die Versuche anzuführen, worüber L. DRESSEL berichtet (*Neues Jahrb.* 1870. S. 565) und welche derselbe an Hauynhaltigen Auswürflingen vom Laacher See angestellt hat.

DRESSEL scheint ein äusserliches Hinzutreten von schwefliger Säure oder Chlorgas während des Erhitzens als eine nothwendige Bedingung für das Auftreten der blauen Farbe anzusehen; er erhitzte deshalb die Auswürflinge, welche farblose, hell- und dunkelbraune Noseane enthielten, mit Schwefel oder zwischen Steinkohlen. Die Bomben „zeigten, wenn sie bis zum Verglasen der äusseren Schicht im Feuer gelassen waren, blau gewordene Noseane, die bald hell und durchsichtig waren, bald unklar und trübe; neben den blauen traten auch blaugrüne und grüne Farbentöne auf, andere Noseane hatten noch ihre ursprüngliche Farbe bewahrt. Manchmal wurden die Noseane auch dunkler braun und blauschwarz."

DRESSEL ist auch der Ansicht, dass die Bläüung in den natürlichen Noseanen durch ähnliche Reactionen erfolgt sei, er will jedoch wegen der Verschiedenheiten in den Analysen den Hauyn nicht mit dem Nosean vereinigen. Ich habe früher bereits versucht (Vgl. S. 163) die Bedeutung dieser Differenzen abzuschwächen.

Es mag dahin gestellt bleiben, ob bei den Versuchen von DRESSEL die äussere Athmosphäre vou Schwefliger Saüre für das Auftreten der blauen Farbe von wesentlicher Bedeutung war, was übrigens, sofern das Gas in das Innere des Minerales dringen konnte, nicht wohl zu bezweifeln ist. Bei der eigenthümlichen chemischen Constitution des Noseans und den vorliegenden Versuchen von NORDENSKJÖLD und VOM RATH schien er mir aber von Interesse zu untersuchen, inwiefern auch ohne jene äusserliche Zuthat, allein durch Erhitzen, also allenfalls unter Mitwirkung des Sauerstoffs der Luft, eine Bläuung des Noseans zu erreichen sei. Es wäre dadurch nicht ausgeschlossen, dass Schweflige Säure bei dem Prozesse eine Rolle spielt, aber

dieselbe müfste sich dann in dem Mineral selbst, durch gegenseitige Einwirkung der Bestandtheile entwickeln.

Man kann selbstredend nicht erwarten, dass jeder ungefärbte Nosean sich durch Glühen färben lasst, wie denn auch immer ungefärbte neben gefärbten in der Natur vorkommen. Unzweifelhaft ist ein eigenthümlicher Molekularzustand der Substanz und ein bestimmter Erwärmungsmodus für das Auftreten der blauen Farbe nothwendig, und a priori ist es wahrscheinlich, dass jener Molekularzustand in vielen Gesteinen, wenn er auch ursprünglich vielleicht möglich oder vorhanden war, sozusagen verbraucht, oder auch durch eine verkehrte Reaction zerstört ist. Die betreffenden Noseane sind eben in der heissen Masse blau geworden, soweit sie unter den obwaltenden Verhältnissen blau werden konnten, und es ist nicht wahrscheinlich, dass eine nachträgliche Erhitzung auch eine weitere Bläuung zur Folge hat. Ich habe mehrere Stückchen der Gesteine von Rieden und von Olbrück in verschiedenen Graden vor der Gebläselampe erhitzt, angeschmolzen, und dann mikroskopische Präparate daraus verfertigt, aber eine wesentliche Veränderung der Farbe an den Noseanen nicht beobachtet. Auch in den Noseanen vom Hohentwiel scheint die Fähigkeit, durch Glühen blau zu werden, grösstentheils von der Natur verbraucht zu sein; die grüne Spaltenfärbung wird sogar meistens bei hoher Temperatur ausgelöscht, und es hinterbleibt nur eine schwache Rostfärbung.

Geeigneter für solche Versuche erweisen sich die Noseane, au denen eine schwärzliche oder blaue Färbung überhaupt nicht auftritt. Ich erwähne zunächst nochmals gewisse Lesesteine vom Laacher See, bin jedoch nicht sicher, ob es dieselben sind, an denen DRESSEL seine Versuche anstellte. Die meinigen sind helle, gelblich weisse Aggregate von Sanidin, Nosean, Magnesiaglimmer und Magneteisen. In durchsetzenden Klüften (auch an der äusseren Rinde?) der Blöcke sind die Noseankörner oft gross und drusig gehäuft, zeigen auch wohl regelmässige, wenngleich nicht scharfkantige Formen.

Sie haben hier äusserlich eine ziemlich dunkle, bräunlich graue Farbe, im Inneren sind sie heller; diese braune Farbe ist keine Ultramarinfärbung, denn sie lässt sich mit Salzsäure

nicht extrahiren. Die eingewachsenen Noseankörner zeigen selten krystallinische Umgrenzungen, vielmehr füllen sie gewöhnlich die unregelmässigen Zwischenräume zwischen den Sanidinkrystallen vollständig aus. Sie werden zuweilen von feinen Gangnetzen durchsetzt, die mit Glasmasse erfüllt sind; gewöhnlich aber sind sie von vielen grösseren Glaseinschlüssen mit Gasbläschen, von schwarzen Kryställchen (zuweilen auch rothen hexagonalen Eisenglimmerblättchen) hauptsächtlich aber wieder von den rechtwinkelig sich kreuzenden grauen Punktreihen erfüllt (Taf. I, fig. 13). Von blauer Färbung ist an diesen eingewachsenen Körnern Nichts wahrzunehmen. Beim Erhitzen vor der Gebläselampe werden sie jedoch deutlich blau oder grün gefärbt; während man dieselben in dem hellen Aggregate sonst mit blossem Auge nicht erkennen kann, treten die blauen Körnchen nach dem Erhitzen deutlich hervor. Leider wird das Gestein durch das Glühen so gelockert, dass es mir nachher nicht gelingen wollte, ein mikroskopisches Präparat anzufertigen und die Veränderung der Mikrostruktur genauer zu ermitteln. Ich bemerke noch, dass ich bei diesen und den folgenden Versuchen keinen Unterschied wahrnehmen konnte, wenn ich die Stücke in der inneren oder äusseren Flamme der Gebläselampe oder auch in einem Platinatiegel erhitzte; wenigstens trat in jedem Falle eine Bläuung ein, das Mehr oder Weniger lässt sich freilich nicht wohl feststellen.

Am besten gelingt die nachträgliche blaue Färbung des Noseans in dem interessanten Gestein vom Katzenbuckel im Odenwald, worüber wir Herrn Dr. ROSENBUSCH eine Monographie verdanken *).

Die mikroskopischen Besonderheiten des Gesteins möge man in dieser schätzenswerthen Abhandlung nachsehen; ich beschränke mich auf die Mittheilung, dass in meinen Stücken die Noseane meist ziemlich gleichmässig getrübt sind; oft grenzt sich ein Kern ab, der aber nicht durch eine Punktirung oder Schattirung, sondern durch helle und dunkle Mikrolithen gebildet wird.

Der äussere, ziemlich breite Rand ist gewöhnlich hell und

---

*) H. ROSENBUSCH, *Der Nephelinit vom Katzenbuckel.* Freiburg i. Br. 1869.

rein. Wenn man Stückchen des Gesteins, wie sie zu mikroskopischen Präparaten verwendet werden, vor dem Gasgebläse glüht, so tritt meist trotz der dunkeln Gesammtfarbe des Gesteins die blaue Färbung der Noseane schon äusserlich hervor; bei vorsichtiger Behandlung kann man aber auch nachher noch ein Präparat aus dem Stückchen fertigen, und da erscheint dann die Noseansubstanz schön lasurblau, dunkler als die meisten Hauyne. Die Kerne in den grösseren Krystallen sind gewöhnlich schwach, ungleich oder gar nicht gefärbt, der ehemals weisse Rand und die meisten kleinen Krystalle sind aber homogen dunkelblau geworden. Eine schwärzliche Schattirung ist mit der blauen Färbung jedoch nicht verbunden.

Es ist wohl keine Frage, dass die Krystalle, wenn sie in diesem Zustande gefunden, also durch natürliche Einwirkungen gebläut wären, als Hauyn und nicht als Nosean bestimmt sein würden. Uebrigens findet man nach dem Glühen neben den gefärbten auch noch ungefärbte Noseane, wobei es freilich zweifelhaft bleibt, ob dieselben ihrem Molekularzustande gemäss zu der Färbung nicht geeignet waren, oder ob sie nur nicht in der richtigen Weise erhitzt wurden.

Auch in einem Phonolith vom Kaiserstuhl nahm der Nosean durch Glühen eine schön blaue Farbe an. Das Gestein ist von einem untergeordneten (gangartigen?) Vorkommen bei Rothweil; es enthält ziemlich viele mikroskopische rothe Granaten. Die Noseane zeigen meist regelmässige, hexagonale oder quadratische Durchschnitte; opake Körnchen und Nädelchen sind entweder ziemlich gleichmässig durch den Krystall verbreitet, (Taf. I, fig. 14) oder zu einem Kern zusammengedrängt In den durch Glühen gebläuten Krystallen ging die Färbung oft von feinen Spalten aus, ganz in derselben Weise wie wir dies in dem Gestein vom Hohentwiel kennen gelernt haben.

An dem niedrigen Kegel des Stauffen im Hegau ist der Noseanphonolith etwas feinkörniger und dichter, übrigens aber der bläulichgrauen Varietät von dem benachbarten Hohentwiel sehr ähnlich. Die Noseane aber sind ungefärbt, und in dem frischen Gestein, wie es an einem Punkte nahe dem Gipfel ansteht, sind die Krystalle überhaupt sehr hell und rein, nur hier

und da von lichtgrauen, sich rechtwinkelig kreuzenden Punktreihen durchzogen. Diese Noseane treten beim Glühen an der Luft erst weisslich hervor, und nehmen dann rasch eine schön blaue, oft ganz dunkle Lasurfarbe an.

Aus allen künstlich gefärbten ist wie aus den von Natur blauen oder grünen Hauynen die Farbe durch Erhitzen bis zum Schmelzen oder durch verdünnte Saüren leicht zu vertreiben. Wenn man einen Dünnschliff der betreffenden Mineralien in verdünnte Salzsäure legt, so schwindet die Farbe in wenigen Minuten, ohne dass eine Gasentwiklung oder eine anderweitige Zersetzung dabei bemerkbar ist. Das Mineral erscheint nach der Entfärbung eigentlich frischer als vorher. Hauynpulver mit verdünnter Säure behandelt, entwickelt bekanntlich eine geringe Menge Schwefelwasserstoff; DRESSEL hat auch in den Noseanen der Lesesteine ein zersetzbares Sulfid nachgewiesen. Als ich etwa 20 Gramm des dunkeln Gesteins vom Hohentwiel mit verdünnter Säure digerirte, erhielt ich nur einen schwachen Geruch und eine lichte Bräunung des Bleizucker-Papieres. Der schwärzliche Nosean von Rieden entwickelt dagegen keine Spur von Schwefelwasserstoff, wie schon die Untersuchuugen von WHITNEY und VOM RATH dargethan haben. Wenn man einen Dünnschliff unter dem Mikroskope mit Säure behandelt, so sieht man nach einiger Zeit in der dunkeln Schattirung hellere Strassen entstehen, auch wird dieselbe im Ganzen lichter, aber sie lässt sich durchaus nicht in derselben Weise extrahiren wie die blaue Hauynfarbe. Sie verschwindet augenscheinlich nur mit dem Silikate selbst. Die schwarzen Kryställchen bleiben nach der vollständigen Auflösung des Silikates scheinbar unversehrt zurück; in heisser concentrirter Säure scheinen sie löslich zu sein, jedoch sind die betreffenden Beobachtungen wegen der eingreifenden Zerstörung des Päparates unsicher.

Im Anschluss an die Untersuchungen von STEIN liegt der Gedanke nahe, die schwärzliche Schattirung auf eine Abscheidung von schwarzem Schwefelaluminium zurückzuführen; es scheint mir jedoch, dass sehr gewichtige Bedenken dieser Anschauung entgegen stehen. Das Schwefelaluminium wird schon durch Wasser zersetzt; und wollte man dem Silikate auch einen beschirmenden Einfluss zugestehen, so beweist doch das Ver-

halten der blauen Verbindung, dass gegenüber schwachen Säuren dieser Schutz nicht ausreicht. Die blaue Farbe lässt sich extrahiren, die schwarze nicht. Durch die grössere Menge des Sulfides kann dieser Unterschied nicht aufgeklärt werden, denn gerade die blauen Krystalle entwickeln wahrnehmbare Mengen von Schwefelwasserstoff, nicht die schwarzen. Man kann somit, auch abgesehen von den physikalischen Schwierigkeiten, unmöglich annehmen, dass die schwarze Verbindung dieselbe sei wie die blaue, und dass sie aus Schwefelaluminium oder einer anderen leicht zersetzbaren Schwefelverbindung bestehe.

Die Vertretung oder Ersetzung des schwarzen Pigmentes durch Eisenoxyd oder Eisenoxydhydrat weist uns mit Entschiedenheit darauf hin, in der Substanz eine Eisenverbindung zu suchen, und da die betreffenden Schwefelverbindungen aus obigen Gründen ausgeschlossen sind, so hinterbleibt nur die einfachste Annahme, dass wir es mit einem amorphen Eisenmoor von der Zusammensetzung des Magneteisens zu thun haben. (Die Analysen ergeben für Nosean und Hauyn durchschnittlich 1 Proc. Eisenoxyd).

Die eingeschlossenen Kryställchen wurden oben bereits theils als Magneteisen theils als Eisenglanz bestimmt; die länglichen Körnchen können entweder gestreckte Granatoeder und Oktaeder von Magneteisen oder auch rhombische Nädelchen von Nadeleisen sein. Es ist wahrscheinlich, dass diese Sauerstoff-Verbindungen des Eisens während und nach der Abscheidung des Noseans durch Umsetzung der flüchtigen Chlorverbindungen entstanden sind. Man könnte annehmen, dass ein ursprünglicher Chlor- und Eisengehalt des Noseans hierzu das Material geliefert habe, jedoch dürfte es den Thatsachen besser entsprechen, das Eisenchlorid oder-chlorür von Aussen hinzu treten zu lassen und vielmehr den Chlorgehalt des Noseans gleichfalls auf diese sekundäre Affektion und eine damit verbundene theilweise molekulare Umwandlung zu Sodalith zurückzuführen. Möglich, dass die feine Körnung und die lichtgraublaue Färbung, wovon früher die Rede gewesen, mit dieser Sodalithbildung im Zusammenhange stehen. Die bläuliche oder grünliche Färbung des Sodaliths und wahrscheinlich auch des Apatits würde übrigens als Chlorfärbung auf einem ganz analogen Molekularzustande beruhen können, wie die Schwefelfärbung des Hauyns.

Was nun „das färbende Prinzip" der Schwefelverbindungen betrifft, so dürften die Thatsachen wohl schwerlich dazu nöthigen, für dieses Problem den alten Streit der Farbentheorien wieder auzuregen. Es scheint mir zunächst bei den Untersuchungen über das künstliche Ultramarin die Frage nicht gründlich genug erörtert und keineswegs entschieden zu sein, inwiefern man überhaupt von einem Pigmente als von einer selbständigen Verbindung reden darf. Die Färbung ist gewiss schliesslich auf irgend eine Molekulargruppirung oder partielle Molekularverdichtung zurückzuführen, und es kann kein Zweifel herrschen dass dabei der Schwefel, dieser merkwürdige, proteusartige Körper das eigentlich verantwortliche Element bildet.

Ueber die chemische Reaction, durch welche in den ungefärbten Noseanen beim Erhitzen die blaue Farbe hervorgerufen wird, lässt sich kaum eine bestimmte Ansicht aufstellen, so lange man von der ursprünglichen Molekularconstitution des Minerals keine ganz klare Vorstellung hat. Wenn man in dem ungefärbten Nosean immer Schwefelnatrium annehmen darf, so scheint es am einfachsten, an eine Wirkung dieses Sulfides auf ein schwefelsaures Salz zu denken, wie dies auch DRESSEL im Wesentlichen annimmt. Wüsste man, welche gasförmige Verbindung beim Glühen entweicht (der Berzelin verlor bei dem Versuche VOM RATH's 0,48 p. C. an Gewicht) so würde man vielleicht eine bestimmtere Anschauung gewinnen können.

Durch künstliche Herstellung blauer Sulfide würde die Annahme eines selbständigen Pigmentes in den Ultramarinverbindungen jedenfalls eine wesentliche Stütze erhalten, wenngleich die physikalische Erklärung der blauen Farbe damit nur verschoben wäre. Aus den bisher vorliegenden Thatsachen lassen sich meiner Meinung nach nur zwei Argumente zu Gunsten jener Ansicht anführen: erstens, dass sich die blaue und grüne Farbe durch verdünnte Säuren leicht vertreiben oder extrahiren lassen; zweitens, dass die Färbung durch eine sekundäre Affektion bedingt ist, die am einfachsten als eine chemische Zersetzung, als Trennung der bestehenden und Neubildung von anderen Molekulargruppen zu fassen wäre.

Was die Einwirkung der Säuren betrifft, so wird dadurch zunächst nur die *Zerstörung*, nicht aber die *Extraction* einer

blauen Verbindung angedeutet, und ob wir hier an das Mineral als Gesammtverbindung oder an ein selbständiges blaues Pigment zu denken haben, bleibt durchaus zweifelhaft. Ebenso wenig ist das zweite Argument entscheidend. Das Auftreten der Farben kann als eine so zarte Nüancirung des Molekularzustandes aufgefasst werden, dass eine Zersetzung oder die Neubildung untergeordneter Verbindungen im chemischen Sinne vielleicht schon ein viel zu starker Ausdruck für jene physikalische Modifikation wäre. Der analogen Farbenwandlungen bei der Verbindung von Schwefel mit Schwefelsäure und anderer blauer Schwefellösungen ist bereits früherhin Erwähnung geschehen. Wie nun der Schwefel in diesen Lösungen, sei es für sich allein durch eine eigenthümliche Gruppirung der Atome, sei es in eigenthümlicher Verbindung mit fremdartigen Molekülen, eine partielle Absorption des Lichtes bewirkt, so kann derselbe auch dem Natron, der Thonerde oder einem Silikate gegenüber sich optisch wirksam erweisen, und jener eigenthümlichen Lagerung, Lockerung oder Verdichtung der Moleküle wäre durch den festen Aggregatzustand des Mediums eine grössere Beständigkeit gesichert. Wie man aber aus jenen Lösungen schwerlich einen festen blauen Körper, es sei eine Verbindung oder auch blauen Schwefel dauernd isoliren kann, so ist es auch sehr zweifelhaft, ob es gelingen wird, in dem Ultramarin ein blaues Pigment nachzuweisen. Die Bedingungen, an welche die Isolirung der betreffenden Atomgruppe geknüpft ist, können den Bedingungen der Farbenwirkung geradezu widerstreiten, und derselbe Körper, welcher in jener eigenthümlichen Modifikation der Verbindung die blaue Farbe erzeugt, kann in isolirtem Zustande farblos, schwarz, oder auch irgendwie anders gefärbt sein.

Delft, Juli 1872.

ERKLÄRUNG DER ABBILDUNGEN.

Taf. 1, fig. 1—9. Noseankörner ans dem Nosean-Leucitophyr von Rieden. Fig. 1 = 50 ×; fig. 1^a, ein kleines Stück vom Rande desselben Krystalls 300 ×; fig. 1^b, einzelne Glaseinschlüsse 1000 ×; (S. 175); fig. 2, 3, 4 = 50 ×; (S. 175); fig. 5 = 300 ×; fig. 5^a, opake Einschlüsse (Magneteisen) aus demselben Krystall 800 × (S. 176); fig. 6 = 50 × (S. 177, 178); fig. 7 = 50 ×; fig. 8 Theil eines anderen rothen Noseankornes 300 ×; (S. 177): 178; fig. 9 = 80 ×; (S. 178).

Fig. 10. Noseankorn aus dem Gestein vom Burgberg bei Rieden 80 ×; fig. 11 aus dem Nosean-Leucitophyr vom Olbrück 80 ×.

Fig. 12. Hauynkörner aus der Lava von Niedermendig 50 ×; (S. 181).

Fig. 13. Noseankorn aus einem Lesestein vom Laacher See 100 ×; 13^a, darin eingeschlossene Kryställchen (Magneteisen, Eisenglanz) 300 × (S. 188).

Fig. 14. Nosean aus einem Phonolith von Rothweil im Kaiserstuhl 80 × (S. 189).

Taf. II. Hauynlava von Melfi am Vultur, entworfen bei 80 maliger, die Details ausgearbeitet bei 300 maliger Vergrösserung. Die grösseren Noseankörner sind zunächst absonderlich ausgewählt und gezeichnet, und sodann durch instruktive Parthien der Grundmassa verbunden; dabei ist jedoch sowohl die relative Menge und Grösse der verschiedenen Bestandtheile als auch die poröse Beschaffenheit des Gesteins berücksichtigt worden. Die rundlichen weissen Körner der Grundmassa sind Leucit, die kurzen, dicken, hexagonalen oder rechteckigen Querschnitte (ungefähr in der Mitte des Bildes) sind auf Nephelin, die langen spiessigen Nadeln, welche die Augitkörner vielfach durchsetzen (links oberhalb des grossen Hauynkrystalls) sind wahrscheinlich auf Apatit zurückführen. Rechts unten Hauyn in Augit eingeschlossen und zonenweise Färbung des

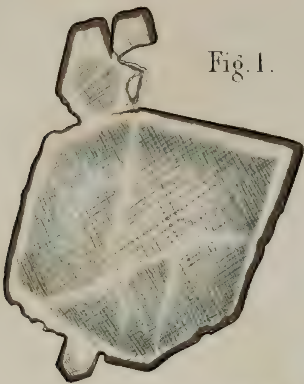


Fig. 1.

Fig. 1ª.

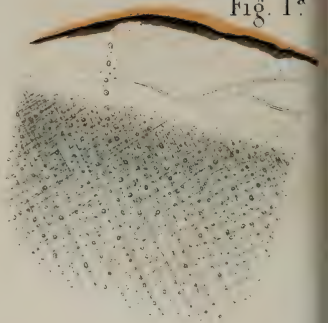


Fig. 1ᵇ.



Fig. 4.

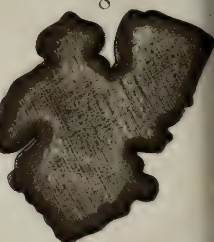


Fig. 5.

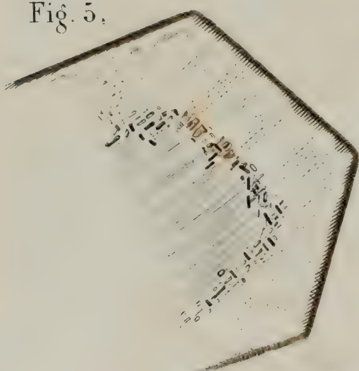


Fig. 5ª.

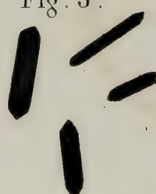


Fig. 6.



Fig. 9.



Fig. 10.



Fig. 11.



Taf. I.

Fig. 2.

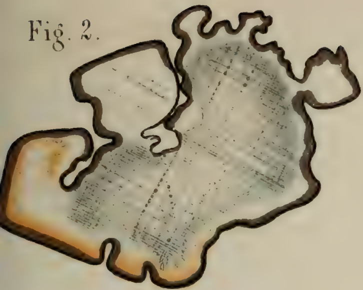


Fig. 3.

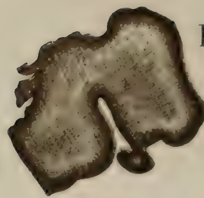


Fig. 8.

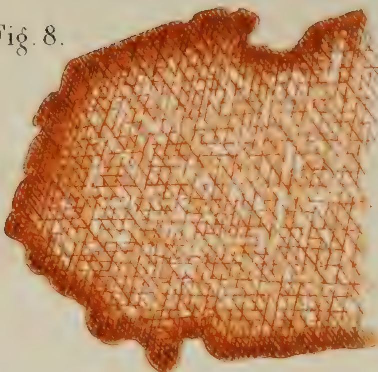


Fig. 7.



Fig. 12.



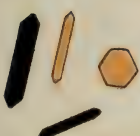
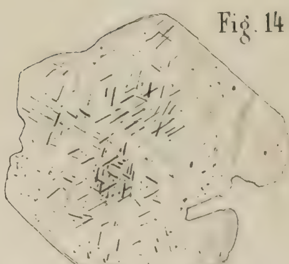


Fig. 13ª.

Fig. 13.



Fig. 14.





A. J. Wendel del et lith. Chromolith

HAUYNOPHYR VON MELFI.

Fig. 1.

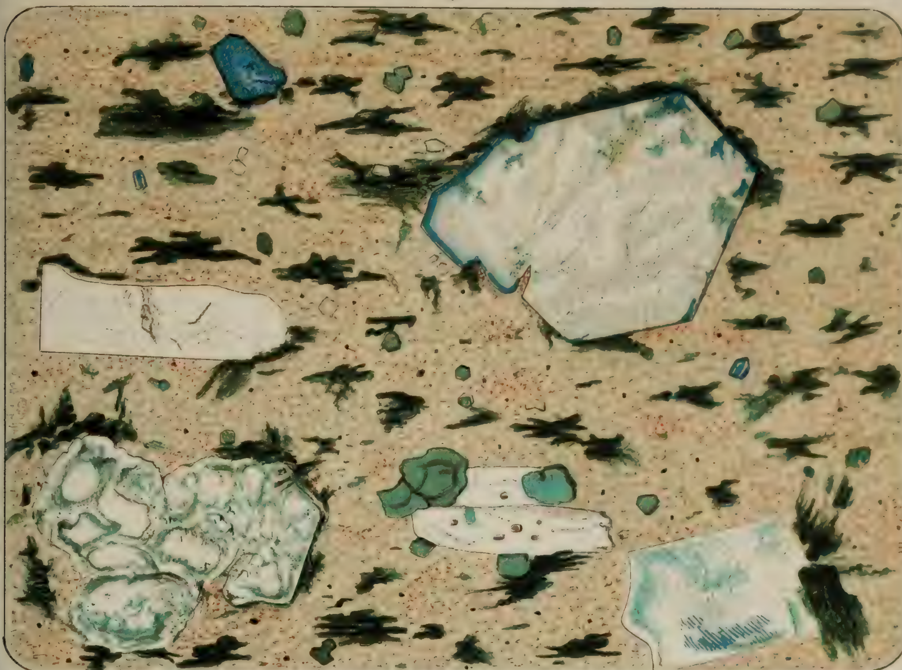


Fig. 2.



NOSEANPHONOLITH VOM HOHENTWIEL.

Augites. Der schwarze, opake Bestandtheil ist Magneteisen. Ueber die Hauynkörner vgl. S. 179 ff; rechts oben ist ein Krystallkorn gezeichnet, welches in auffallender Weise (wahrscheinlich nach einer trigonalen Axe) länglich ausgedehnt ist.

Taf. III. Noseanphonolith vom Hohentwiel im Hegau; entworfen bei 80, die Details bei 300 maliger Vergrösserung ausgearbeitet. Die grösseren Krystallkörner sind zunächst absonderlich ausgewählt, und sodann durch Grundmasse verbunden, wobei die relative Lage, Menge und Grösse der Bestandtheile berücksichtigt wurde. Fig. 1 gibt in dieser Weise ein ziemlich vollständiges Bild der schwärzlich braunen, sehr dichten Varietät (S. 182); in fig. 2, einer Abbildung der bläulich grauen, porphyrartigen Varietät, sind die grösseren, makroskopischen Sanidin- und Noseankörner nicht zur Anschauung gebracht (S. 184).

OVER DEN DIAMANT.

DOOR

E. H. VON BAUMHAUER.

Onderzoekingen in den lateren tijd door A. R. V. SCHRÖTTER *) en G. ROSE †) over den diamant medegedeeld, wier resultaten op sommige punten niet met elkander en ook niet met die van vroegere onderzoekers overeenkomen, gaven mij aanleiding om vooral mijne aandacht te vestigen op de verschillende toestanden waarin de diamant in de natuur voorkomt en een uitvoerig onderzoek te doen zoowel over het soortelijk gewicht van den diamant in die verschillende toestanden als ook over de wijze waarop de diamant zich bij groote hitte tegenover verschillende gassen verhoudt, om zoo mogelijk de nog hangende kwestie of de diamant door hitte in den grafiet-toestand of in den vormloozen toestand kan worden omgezet, op te lossen. Tot dit onderzoek ben ik in de gelegenheid gesteld door de niet genoeg te waardeeren hulp en welwillendheid van den kundigen directeur der in Amsterdam gevestigde diamantslijperij van den Heer MARTIN COSTER te Parijs, den Heer ALEX. DANIËLS, aan wien ik openlijk mijnen warmen dank breng.

In de meeste leerboeken vindt men opgeteekend, dat de koolstof voorkomt in drie toestanden, die men de allotropische toestanden der koolstof noemt, en die men veelal bestempelt met de letters α, β en γ van het grieksche alphabet. Die toestanden zouden zijn:

---

*) *Sitzungsberichte der K. Akademie der Wissenschaften.* T. LXIII. Wien 1871.
†) *Monatsberichte der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin.* Juni 1872.

1°. De vormlooze, zooals in het roetzwart en al de koolstof die bij onvolledige verbranding van organische stoffen terugblijft.

2°. De grafiet; deze komt als zeszijdige tafelen gekristalliseerd en met metaalglans in de natuur voor in de oudste gesteenten b. v. in graniet, gneis en thonschiefer, en vormt daarin dikwijls vrij aanzienlijke massa's, die meer of minder zuivere koolstof zijn; bij verbranding toch aan de lucht laten de meeste grafieten iets onverbrandbaars (asch) achter, hetgeen vijf of minder procenten bedraagt; het is echter gebleken, dat men den grafiet van alle andere bestanddeelen kan zuiveren, zonder den grafiet-toestand of gekristalliseerden metaalglanzenden toestand daardoor te veranderen. Daarenboven is het nu met zekerheid bewezen, dat men op kunstmatige wijze de vormlooze koolstof in de grafiet-koolstof kan doen overgaan; wanneer nl. ijzer bij hooge temperatuur in gesmolten toestand met vormlooze koolstof (b. v. houtskool) wordt verhit, neemt het daarvan eene aanzienlijke hoeveelheid op, die het bij bekoeling onder bepaalde omstandigheden voor een groot deel uitscheidt in den vorm van dunne, breede kristallijne plaatjes, die onopgelost terugblijven, wanneer men dit zoogenoemde grauw gietijzer met zoutzuur of koningswater uittrekt. De vormlooze koolstof is dus in haren grafiet-toestand overgegaan en wij zijn dus in staat vormlooze kool op kunstmatigen weg te doen kristalliseeren; doch al de pogingen door zoovelen in het werk gesteld om hetzij de vormlooze kool of de grafiet te doen overgaan in den derden allotropischen toestand zijn tot nu toe vruchteloos gebleven.

3°. Die derde allotropische toestand is de diamant-toestand, waarvan de grondvorm de regelmatige octaëder is, in welken regelmatigen vorm de diamant echter slechts spaarzaam in de natuur voorkomt, daar de meeste diamanten een afgeleiden vorm hebben, den rhombendodecaëder en hexakisoctaëder, veelal met gekromde vlakken, die daardoor ontstaan, dat op de octaëdervlakken platte pyramiden met zes driezijdige vlakken gegroeid zijn, waardoor de kristallen 48 vlakken hebben, die bijna rond schijnen door de groote platheid der pyramiden.

Men zou zich echter vergissen, indien men, naar hetgeen in de leerboeken voorkomt, vermeende, dat de diamant alleen voorkomt als een doorzichtig meer of minder kleurloos gekristalli-

seerd lichaam. Er was een tijd dat deze alleen bij het diamantwasschen werd verzameld, terwijl eene meestal zwarte of grauwe stof, die soms in vrij groote vormlooze brokken voorkomt, de aandacht hoegenaamd niet had tot zich getrokken. Deze stukken, die op het uiterlijk niets met diamant gemeen hebben, worden tegenwoordig, dewijl zij eene vrij aanzienlijke handelswaarde hebben verkregen, gretig opgezocht en komen onder den naam van *carbonado* of *carbon* in den handel voor; het zijn meestal ronde, soms hoekige massa's, die van buiten veelal zwart en glanzend zijn, alsof zij door schuring eene gladde oppervlakte hebben gekregen; op de breuk daarentegen zijn zij dof met enkele glanzende punten, en onder de loep beschouwd ziet men vele kleine en grootere poriën; de kleur van de breukvlakte is zeer verschillend: van de meesten grijsgrauw, van anderen paarsch violet; bij koking in water worden vele luchtbellen uitgedreven, zoodat ik bij de waterweging ze vooraf eenigen tijd in water heb gekookt, om zooveel mogelijk de lucht uit de poriën te verdrijven. Bij de behandeling met koningswater vond ik in de oplossing tamelijk veel ijzer en een weinig kalk, doch geen spoor zwavelzuur noch aluinaarde; bij verbranding in zuurstofgas laten zij een weinig asch terug, volgens RIVOT van 0,24 tot 2,0 pCt.; ik hoop later in de gelegenheid te zijn nadere onderzoekingen over den carbon in het werk te stellen; waartoe men deze stof tegenwoordig gebruikt, zullen wij straks zien.

Doch ook deze soort van diamant; welke ten eenen male tot het maken van sieraden ongeschikt is, kan men niet als een afzonderlijken toestand van den diamant aanzien. Beschouwt men toch, zooals ik meermalen de gelegenheid had, zoowel te Parijs bij den Heer MARTIN COSTER alsook bij den Heer DANIËLS te Amsterdam, groote massa's carbons en diamanten, zoo is het dikwijls van sommige stukken moeielijk te zeggen of zij tot de rubriek der op het bloote oog hoegenaamd geen kristallijne structuur vertoonende carbons behooren, dan wel tot de rubriek der donkergekleurde slecht en zeer onregelmatig gekristalliseerde diamanten; zoodat ik bij het zien van zoovele verschillende soorten de overtuiging heb gekregen, dat tusschen den alleen fijnkorlig gekristalliseerden carbon en den zuiveren doorzich-

tigen in zuivere octaëders gekristalliseerden diamant, eene aaneengeschakelde reeks van tusschentoestanden zijn, waarin de diamant kan voorkomen.

Terwijl de ware diament zich door klieven volgens de vlakken van den octaëder laat splijten, is zulks niet het geval met den fijnkorligen waren carbon; in de daar tusschen liggende soorten kan die klieving meer of minder bewerkstelligd worden. Opmerkelijk is het, dat terwijl in Brazilië, vooral in Bahia, in de alluviale gronden met den diamant de carbon in vrij groote stukken, zelfs van meerdere decagrammen wordt aangetroffen, zulks aan de Kaap de Goede Hoop niet schijnt plaats te vinden. De aandacht der diamantzoekers aan de Kaap is bepaald gevestigd geworden op deze op het oog nietswaardige koolstof, en toch schijnt het dat in de diamanthoudende alluviale gronden aan de Kaap de carbon niet voorkomt.

Door den Heer DANIËLS werd ik in de gelegenheid gesteld een paar zwarte klompjes, die als vermoedelijke carbon uit de Kaap waren overgezonden, te onderzoeken; het bleek mij echter, dat deze stukjes hoegenaamd geen koolstof bevatten, maar grootendeels uit ijzeroxydhydraat bestonden.

Behalve den carbon en den diamant komt de kool nog in eene andere wijziging voor, die bij de diamant-handelaars onder den naam van boord bekend staat. Het zijn meestal kogels, wel doorschijnend doch niet doorzichtig, hetzij kleurloos of grauw gekleurd. Door klieving kunnen daaruit geen octaëders worden verkregen, daarenboven zijn zij veel harder dan de goed gekristalliseerde diamant, doch zij doen in hardheid nog onder voor den carbon, zoodat de carbon en de boord tegenwoordig bij het slijpen der diamanten bijna bij uitsluiting als slijpmiddelen worden gebruikt en de slijpers daaraan verre de voorkeur geven boven het vroeger gebruikte poeder van den goed gekristalliseerden diamant. Nog zeer twijfelachtig is de door sommigen geuitte meening, dat het kristallijne borium, voor eenige jaren eerst kunstmatig verkregen, den diamant in hardheid zou evenaren of overtreffen en dus voor het bewerken van den diamant geschikt zoude zijn. De hooge prijs echter van dit produkt heeft zijne toepassing in den weg gestaan.

Over de dichtheid van den diamant zijn door meerdere on-

derzoekers bepalingen gedaan, die echter nog al uit elkander loopen; zoo vond THOMSON daarvoor 3.5295 zonder opgave van temperatuur. HALPHEN geeft op voor de dichtheid van den beroemden grooten diamant „Etoile du Sud" genaamd, 3,529 bij 15° C.; Dr. SCHRAUF voor den Florentijnschen diamant, die in de Weener schatkamer bewaard wordt, na aanbrenging der correcties voor de weging in de lucht, vergeleken met water van 4° C. als gemiddeld uit twee niet zeer overeenkomende proeven: 3.5143. SCHRÖTTER *) heeft eene reeks bepalingen gedaan van verschillende diamanten, waaronder echter meerderen, die zoowel gekleurd als niet volkomen doorzichtig waren, sommigen ook met barsten. Na aanbrenging van de noodige correcties voor de weging in de lucht instede van in het luchtledige, geeft SCHRÖTTER als gemiddelde uit zijne proeven voor de dichtheid van den diamant vergeleken met water van 4° C.: 3,51432.

Door de uitstekende gelegenheid, welke mij door den Heer DANIËLS werd aangeboden, heb ik eene reeks bepalingen gedaan, waarbij ik al de voorzorgen heb genomen die bij zoodanige bepalingen moeten worden in achtgenomen. Het water, waarin de bepalingen gebeurden, was uitgekookt en in het luchtledige bekoeld water; de temperatuur van het water en ook die van de lucht werden waargenomen. De weging van den diamant in de lucht en in het water geschiedde zoodanig, dat bij beide wegingen het aan een menschenhaar hangend platinumschuitje in het water gedompeld was, en na overbrenging van den diamant van de schaal der balans in het water, het daardoor veroorzaakte gewichtsverlies door toevoeging van gewichten werd bepaald, waardoor de bepaling van het absolute gewicht en van het gewichtsverlies in water onder gelijke omstandigheden en dus met dezelfde nauwkeurigheid geschiedde; dewijl bij deze proeven de barometerstand slechts tusschen 759 en 761 m.m. verschilde, achtte ik het onnoodig de correctie voor den barometerstand, die van geen invloed op de uitkomst kon zijn, in rekening te brengen, vooral dewijl bij waterwegingen, door de wrijving van het haar tegen het water, men geen groo-

---

*) *Sitzungsberichte der K. Akademie der Wissenschaften.* T. LXIII. Wien 1871.

tere nauwkeurigheid dan hoogstens van halve milligrammen kan verkrijgen. De uitkomsten mijner proeven deel ik in de volgende Tabèl mede.

In de laatste kolom is de dichtheid D aangegeven, zooals die berekend is door aan de cijfers der voorlaatste kolom de correcties aan te brengen zoowel voor de dichtheid van het water bij de waargenomen temperatuur t' van het water, vergeleken met die van water bij 4° C., als wegens de weging van den diamant in de lucht bij de temperatuur t instede van in het luchtledige, volgens de formule:

$$D = \frac{P}{P'} d_{t'} - \frac{P - P'}{P'} \frac{\alpha b}{760\,(1 \times \beta t)},$$

waarin $\alpha = 0.00129337$ gr. het gewicht der lucht bij 0° C. en 760 m.m. barometerstand, en $\beta = 0{,}00366$ de uitzetiingscoëfficient der lucht; dewijl geen correctie voor den barometerstand is aangebracht, is $\frac{b}{760} = 1$ genomen.

N°.	SOORT EN KLEUR DER DIAMANTEN.	Temperatuur der lucht t	Gewicht van den diamant in de lucht P	Temperatuur van het water t'	Verlies in gewicht door weging in water P′	Niet gecorrigeerde dichtheid $\frac{P}{P'}$	Gecorrigeerde dichtheid D
1.	Geslepen bijna kleurlooze brillant, van de Kaap. . . .	8.0	1.2569	8.0	0.3569	3.5217	3.51812
2.	Geslepen lichtgele brillant, van de Kaap.	8.8	0.7059	8.0	0.2003	3.5242	3.52063
3.	Ruwe, heldere geelgekleurde diamant, van de Kaap. .	6.8	6.4830	5.2	1.8415	3.5205	3.51727
4.	Dito kleinere, geheel zuivere, van de Kaap.	9.0	1.7095	6.8	0.4857	3.5197	3.51631
5.	Dito van binnen met een zwart vlakje, van de Kaap .	5.5	1.7014	4.9	0.4830	3.5225	3.51934
6.	Dito met een groote vlek en barsten, van de Kaap. .	9.0	1.1270	7.5	0.3214	3.5065	3.50307
7.	Ruwe heldere, uit twee aan elkander gegroeide kristallen bestaande, van de Kaap.	8.0	5.5774	7.0	1.5855	3.5178	3.51436
8.	Grauwe boordkogel, doorschijnend, maar niet doorzichtig	9.0	1.2808	7.5	0.3649	3.5100	3.50383
9.	Witte boordkogel, van de Kaap	14.0	3.9297	12.0	1.1202	3.5080	3.50329
10.	Dito kleinere, van de Kaap	14.0	1.2292	12.5	0.3509	3.5030	3.49806
11.	Grauwe, eenigszins violette carbon, uit Brazilië	13.0	17.5520	10.0	5.4780	3.2041	3.20053
12.	Grijs-zwarte carbon, uit Brazilië.	13.0	10.3870	10.8	3.1506	3.2969	3.29287
13.	Zwarte carbon, uit Brazilië.	13.0	7.2790	11.1	2.3070	3.1552	3.15135
14.	Kogelvormige carbon, uit Brazilië.	13.0	2.4165	11.5	0.7215	3.3493	3.34497
15.	” ” ” ”	13.0	1.0965	12.0	0.3418	3.2080	3.20378
16.	Grauwe, halfdoorschijnend, voor carbon gehouden, doch bepaald kristallijn	14.0	6.8982	11.5	1.9647	3.5111	3.50652
17.	Witte, halfdoorschijnende, eenigszins kristallijne massa ten onrechte voor carbon gehouden.	13.0	2.3285	11.7	0.6640	3.5068	3.50215

Uit de gevonden gecorrigeerde dichtheden blijkt, dat het hoogste soortelijk gewicht toekomt aan de zuiverste diamanten:

N°. 1	3.51821
N°. 2	3.52063
N°. 3	3.51727
N°. 4	3.51631
N°. 5	3.51934.

Indien men uit zulke uitkomsten een gemiddelde mocht nemen, hetgeen naar mijn oordeel niet geoorloofd is, zoude daaruit de gecorrigeerde dichtheid van den diamant, vergeleken met water van 4° C., zijn 3.51835; met opzet heb ik daarbij niet gevoegd de Nos. 6 en 7, dewijl in deze diamanten barsten waren, die met lucht gevuld kunnen zijn, waardoor het soortelijk gewicht verlaagd wordt; ik geloof, dat de door SCHRÖTTER als gemiddelde uit zijne proeven bepaalde dichtheid 3.51432 te laag is; onder de door hem onderzochte diamanten waren er die gevlekt en gebarsten waren, terwijl daarentegen ook door hem hoogere dichtheden gevonden zijn voor diamanten die zuiver waren, b. v. van een volkomen kleurloozen: 3.51869, van een licht violet gekleurden: 3.51947; uit al de proeven geloof ik dat de dichtheid van den zuiveren diamant niet veel lager is dan 3.52.

Uit de medegedeelde proeven blijkt verder, dat de dichtheid van den boord- of kogel-diamant niet veel hooger is dan 3.50, terwijl de carbon een veel lager soortelijk gewicht heeft en dus waarschijnlijk poreuse diamant is, zooals men zulks ook met de loep kan waarnemen; uit het hooger soortelijk gewicht blijkt ook, dat de door mij onderzochte N°s. 16 en 17 geen carbons waren, maar overgangen van carbon tot den waren diamant.

Wordt de diamant aan eene hooge hitte blootgesteld, zoodanig dat de zuurstof uit de dampkringslucht afgesloten blijft, zoo kan de diamant aan de hoogste hitte welke wij in onze ovens kunnen verkrijgen, worden blootgesteld zonder eenige verandering te ondergaan, ten minste de kleurlooze; over den gekleurden spreken wij later. Om dit te bewijzen heeft men steeds vrij omslachtige proeven in het werk gesteld, door nl. den diamant in een hessisch kroesje met sterk vastgestampte

magnesia gevuld in te pakken, welk kroesje vervolgens weder werd ingepakt in eene andere kroes, die geheel met vastgestampten grafiet werd gevuld; de aldus tegen de inwerking der lucht gevrijwaarde diamant werd gedurende geruimen tijd blootgesteld aan de grootste hitte, welke in een porseleinoven kon worden verkregen.

MORREN, SCHRÖTTER en anderen hebben herhaaldelijk deze proef genomen en daarbij gevonden dat, niettegenstaande de ontzettende hitte waaraan de diamant was blootgesteld geworden, hij hoegenaamd niet in vorm en eigenschappen was veranderd, alleen vond SCHRÖTTER dat zijne oppervlakte eenigszins mat was geworden.

G. ROSE *) heeft met Dr. SIEMENS te Berlijn daaromtrent proeven genomen; in een stuk kool, zooals die in de gasretorten wordt afgezet, werd eene holte geboord, waarin de diamant juist paste, en deze holte met een deksel van dezelfde kool gesloten; de zoo ingesloten diamant werd in een potlooden kroes met houtskoolpoeder gevuld geplaatst; nadat de diamant gedurende een half uur was blootgesteld aan de hitte van een oven, waarin ruw gietijzer smolt, bleek bij de opening der kroes, dat de diamant niet in het minst was veranderd en ook niet was zwart geworden. Eene tweede proef werd op dezelfde wijze genomen met een als rosette geslepen diamant en deze gedurende 10 minuten blootgesteld aan eene hitte, waarbij staafijzer smelt; de diamant was niets veranderd wat den vorm en de gladheid zijner vlakken betreft, doch was zwart geworden; bij het doorslaan van de rosette bleek, dat dit zwart worden slechts zeer oppervlakkig was en dat de zwarte oppervlakte als potlood op papier afgaf.

Ik heb op eene veel eenvoudiger wijze deze proef in het werk gesteld.

De vooraf gewogen diamant wordt geplaatst in een zeer lang smal platinum kroesje, zooals dat door J. LAURENCE SMITH †)

---

*) *Monatsber. der K. preussischen Akad. der Wissensch. zu Berlin* Juni 1872 pag. 518.

†) *Chemical News* 1871. D. XXIII. p. 222 en 234.

voor de ontleding van silikaten door chloorcalcium is aangegeven. Om te kunnen zien welke veranderingen gedurende de gloeiing de diamant ondergaat, wordt het schuins liggend kroesje gesloten met eene dunne micaplaat, waarin eene opening is geboord, waardoor een zeer dun platinum buisje gestoken wordt; deze platinum buis wordt ingesmolten in eene glazen buis, welke in verbinding wordt gebracht met een waterstoftoestel, zoodanig dat de waterstof eerst door zwavelzuur en chloorcalcium wordt gedroogd. De verhitting van den diamant geschiedt dus in een atmospheer van drooge waterstof. De kroes wordt verhit door eene met lucht aangeblazen gasvlam tot eene helder witte gloeihitte.

Bij deze proeven is het mij gebleken dat, niettegenstaande de diamant gedurende 15 minuten bij eene temperatuur wordt gehouden waarbij hij onzichtbaar wordt (d. w. z. waarbij geen afscheiding tusschen het wit gloeiend platinum en den wit gloeienden diamant te bespeuren is, na bekoeling de diamant niet alleen niets in gewicht verloren heeft, maar ook dat de glans van zijne oppervlakte en zijne doorzichtigheid volkomen dezelfde zijn gebleven. Deze proef herhaalde malen genomen op kleurlooze of lichtgeel gekleurde diamanten bewees telkens dat de diamant, in eene atmospheer die niet scheikundig op hem kan inwerken, gedurende een geruimen tijd aan eene witte gloeihitte kan worden blootgesteld zonder eenige verandering te ondergaan. Bij een prachtig geslepen grooten diamant van 6 à 7 karaat was na deze proef de glans zelfs aanzienlijk toegenomen. Het mat worden in de proef van SCHRÖTTER is, naar mijn oordeel, een bewijs dat, niettegenstaande de genomen voorzorgen, zuurstof uit de dampkringslucht met den diamant in aanraking is gekomen, of wel dat bij die groote hitte de diamant reducerend heeft ingewerkt op de magnesia en dus door zuurstof uit de magnesia is verbrand geworden.

Ik heb dezelfde proef herhaald met een diamant die op het oog vuil groen was, doch waarvan onder de loep bleek, dat niet de geheele massa die kleur bezat, maar dat het eenige bepaalde punten in de massa waren, die als kleine wolkjes die groene kleur vertoonden. Na de verhitting tot de witte gloeihitte in waterstof was de glans der oppervlakte dezelfde ge-

bleven. De doorschijnendheid was eer vermeerderd dan verminderd, doch de groene kleur had voor eene lichtgele plaats gemaakt. Een ander klein diamantje, zoo donkergroen gekleurd, dat het bij zwart af was, en bijna ondoorschijnend, werd na die verhitting met behoud van zijn oppervlakkigen glans paars gekleurd en daarbij veel doorschijnender. Een vierkante licht groene, op dezelfde wijs behandeld, verloor bijna volkomen zijne kleur, doch behield volkomen zijn glans en doorschijnendheid; vooraf en na de gloeiing gewogen bleek tusschen de beide wegingen geen verschil te bestaan. Bruin gekleurde diamanten verliezen bij de witte gloeihitte in waterstof grootendeels de bruine kleur en worden eenigszins grauw; zij krijgen in ieder geval een veel lichteren tint. Door de loep beschouwd zijn zij helder doorschijnend met zwarte vlekjes. De geelgekleurde, zooals bijna alle diamanten zijn die van de Kaap komen, verliezen nauwelijks iets van hun gelen tint.

Gedurende de tentoonstelling van 1867 te Parijs mocht ik bij den Heer COSTER een zeer opmerkelijken diamant zien, die bijna ongekleurd was, doch buiten toetreding van de lucht verhit (in een bad van magnesia), hoog rosékleurig werd en deze kleur meerdere dagen behield zoo hij slechts in het duister bewaard werd, doch aan het licht en vooral in het zonlicht die kleur spoedig verloor, doch bij eene herhaalde verhitting op nieuw aannam. Ik onderzocht ook een rosékleurigen diamant, waarvan de Heer DANIËLS vermoedde, dat hij op dezelfde wijze bij verhitting eene donkerder roode kleur zou aannemen. Na de verhitting echter was hij kleurloos geworden, doch nam langzamerhand zijne rosékleur weêr aan. Ik heb met den Heer DANIËLS meerdere proeven genomen met grauw gekleurde diamanten, in de hoop dat zij door de verhitting hunne grauwe kleur zouden verliezen, waardoor hunne waarde aanzienlijk zoude verhoogd worden. Deze proeven zijn echter met geen gunstig resultaat bekroond geworden; de diamanten behielden na de verhitting hunne oorspronkelijke grauwe kleur.

Wanneer echter de verhitting niet in eene atmospheer van waterstof, maar in dampkringslucht gebeurt, dan behoeft de verhitting niet tot de witte gloeihitte gebracht te worden en ook niet lang aan te houden om reeds een matworden der opper-

vlakte en dientengevolge een ondoorschijnend worden voort te brengen; doch mat worden is niet anders dan eene verbranding op de oppervlakte, hetgeen duidelijk blijkt uit het waargenomen gewichtsverlies, indien men den diamant vóór en na de proef weegt. Dat die verbranding alleen oppervlakkig is, heeft de Heer DANIËLS bewezen, door den matgeworden diamant te doen slijpen; na de slijping had hij niets van zijne doorschijnendheid of water verloren. Ook door bevochtiging van de oppervlakte met terpentijnolie herkrijgt de diamant, zoolang hij bevochtigd is, zijne doorschijnendheid, zooals door G. ROSE is aangetoond.

Voert men nu door het vroeger genoemde platinum buisje, in stede van waterstof, zuurstof, zoodat de steen in eene atmospheer van zuurstof wordt verhit, zoo begint het wit gloeien en met oogverblindend licht verbranden van den diamant langen tijd voordat de platinumkroes wit gloeiend is geworden; en, nadat de lamp is weggenomen, blijft in de meeste gevallen de diamant eenigen tijd voortbranden als een wit gloeiend lichaam op een zwarten grond; is het een klein diamantje, zoo kan de verbranding voortgaan tot hij geheel verteerd is, als wanneer men op het laatste oogenblik een opflikkeren ziet, even als zulks wordt waargenomen bij de gloeiende pit eener kaars even voor het uitdooven. Bij groote diamanten is de warmte door de verbranding voortgebracht, niet groot genoeg om die te doen voortgaan, zoodat de diamant, nadat de lamp is weggenomen, slechts eenige oogenblikken in de zuurstofatmospheer blijft doorbranden.

Ofschoon deze proef door den Heer DANIËLS en mij meermalen is herhaald, hebben wij nooit iets anders waargenomen dan eene rustige verbranding van den diamant, waarbij de oppervlakte wel mat en ondoorschijnend wordt, doch van zwart worden, cokesvorming, veranderden aggregaat-toestand, uit elkander spatten, smelten of week worden, afronding der kanten en hoeken, hebben wij nooit iets waargenomen. Slechts eens bij een grauwen ondoorschijnenden diamant, hebben wij eenige vonkjes zien uitslingeren; ik heb de overtuiging dat deze van vreemde in den diamant ingesloten bestanddeelen afkomstig waren. Evenmin hebben wij het uit elkander sprin-

gen of barsten in de hitte waargenomen, alleen slechts eene keer, die door den Heer DANIËLS was voorspeld. Het was nu een diamant, waaraan men duidelijk kon zien dat hij uit twee aaneengegroeide kristallen bestond. Bij de eerste verhitting sprong de diamant met tamelijk veel geweld in twee stukken, die ieder een bepaald kristal vertoonden.

Verbrandt de diamant in zuurstof of dampkringslucht met vlam? G. ROSE ontkent dit ten stelligste; de wijze echter waarop hij zijn proeven genomen heeft, nl. door den diamant op een potaarden scherf in den moffel van een reverbeeroven te verhitten en hem van tijd tot tijd ter bezichtiging uit te halen of door den diamantsplinter op een platinumblik voor de blaaspijp te verhitten, was niet geschikt om dit punt met zekerheid te beslissen; in de door mij gevolgde wijze kon door de micaplaat alles nauwkeurig worden waargenomen, en het is ons duidelijk gebleken dat de diamant bij zijne verbranding omgeven is door eene kleine vlam, wier buitenomhulsel violetblauw is, zooals die van brandend kooloxyd; die vlam wordt vooral duidelijk bij eenigszins groote diamanten, wanneer men de lamp heeft weggenomen en het platinum ophoudt te gloeien: de wit gloeiende diamant vertoont zich alsdan op een zwarten achtergrond, omgeven met een minder lichtend omhulsel (auréole), waarvan de buitenrand violetblauw is.

G. ROSE deelt zeer opmerkenswaardige microscopische onderzoekingen mede, gedaan op de bij de verbranding mat geworden oppervlakte der diamanten, waarbij regelmatige driehoekige indrukken worden waargenomen, die in verband staan tot den kristalvorm van den diamant, en die hij vergelijkt met de etsfiguren welke steeds ontstaan, wanneer in zuren oplosbare kristallen (b. v. kalkspaat in zoutzuur) gedurende eenige oogenblikken aan de inwerking van het zuur worden blootgesteld.

Nu wordt door sommigen, zooals door JACQUELAIN *), opgegeven, dat de diamant bij zeer hooge hitte, zooals die verkregen wordt in het brandpunt van een grooten brandspiegel of tusschen de koolspitsen eener sterke galvanische batterij, b. v.

---

*) *Ann. de Chimie et de Physique*, Serie III. B. XX. 1847. pag. 459.

van 100 Bunsensche elementen, in een anderen allotropischen toestand zou worden omgezet, in cokes zou veranderen en daarbij aanzienlijk in dichtheid zou verminderen nl. van 3,336 tot 2,6778. Eveneens wordt verhaald, dat bij de verbranding van diamant in het brandpunt van een sterken brandspiegel, men door een met roet zwart gemaakt glas, die verbranding heeft beschouwd en gezien, dat de diamant week werd en als het ware daarin een koken plaats vond, terwijl SCHRÖTTER medeelt dat in het K. K. Hofmineraliën Kabinet te Weenen een diamant bewaard wordt, die FRANS I, de echtgenoot van MARIA THERESIA, in 1751 in het brandpunt van een grooten brandspiegel gedeeltelijk liet verbranden. Deze diamant, een geslepen zuivere steen, was na de gedeeltelijke verbranding zoowel van buiten als inwendig zwart geworden.

CLARKE *) heeft diamant in de vlam van knalgas verbrand en zegt, dat hij eerst ondoorzichtig werd als ivoor, dat de hoeken van den octaëder waren afgestompt, de oppervlakte zich met blazen bedekte en dat een kogel terugbleef met sterken metaalglans, die eindelijk geheel verdween. SILLIMAN, die een diamant op magnesia verbrandde, zegt, dat hij zwart werd en uit elkander sprong; MURRAY en MACQUER spreken ook van het zwart worden van den diamant bij de verbranding.

G. ROSE heeft met Dr. SIEMENS proeven genomen door de verhitting van den diamant tusschen de twee koolspitsen van een grooten dynamo-electrischen toestel te doen plaats hebben, terwijl deze koolspitsen waren ingesloten in een glazen cylinder, die luchtledig werd gemaakt; bij twee verschillende proeven sprong de diamant, nadat de koolspitsen rood gloeiend waren geworden, met ontploffing uit elkander in vele stukken, die allen zwart waren; het bleek echter bij nadere beschouwing, dat dat zwart worden slechts zeer oppervlakkig was en dat inwendig de stukken niet veranderd waren; men kon met de zwarte stukken op papier schrijven. G. ROSE besluit uit deze proeven en uit de vroeger beschrevene, waar de diamant uitwendig zwart was geworden bij verhitting in eene koolkroes,

---

*) GMELIN. *Handbuch der Chemie,* 1843. Bd. II. pag. 538.

bij eene temperatuur waarbij staafijzer smelt, dat de diamant bij zulke hooge temperaturen, met behoud van zijn vorm, in grafiet begint omgezet te worden, en dat waarschijnlijk bij genoegzame lange verhitting hij geheel in grafiet zoude veranderen.

Dewijl ik niet in staat ben geweest deze proeven te herhalen, kan ik geen oordeel vellen over de verhouding van den diamant bij zulke ontzettende temperaturen, doch ik moet er op wijzen dat, bij het plaatsen van den diamant tusschen de twee koolspitsen het zwart worden van den diamant een gevolg zou kunnen zijn van het overvoeren van kooldeeltjes uit de koolspitsen, en hunne aanhechting op den diamant, waarbij de diamant zelf geene verandering ondergaat. Bij de proef met den brandspiegel kan de onderlaag, waarop de diamant gesteld was, stoffen hebben bevat, die, bij die hitte met de kool van den diamant, reductie-verschijnselen hebben ondergaan, waaraan het zwart worden zou kunnen worden toegeschreven. Iets dergelijks heeft SCHRÖTTER waargenomen, die een diamant in dun platinumblik ingewikkeld in een kroes met sterk samengeperste magnesia inpakte en aan het hevigste vuur van een porseleinoven blootstelde. Na de bekoeling vond hij den diamant van zijn platinum omhulsel beroofd, hetwelk tot een druppel samengesmolten daarnaast lag, doch aan een der facetten van den diamant kleefde. De diamant zelf was van buiten zwart en van binnen met zwarte striemen dendritisch doortrokken; waarschijnlijk is hierbij eene verbinding van kool en platinum ontstaan.

Ofschoon ik den diamant niet heb blootgesteld aan de enorme hitte welke men verkrijgen kan tusschen de koolspitsen van eene sterke galvanische batterij, of in het brandpunt van een grooten brandspiegel, geloof ik voor mij niet aan de omzetting van den diamant in cokes of grafiet alleen door de inwerking van hitte; herhaalde malen toch heb ik diamanten in de knalgasvlam, dus bij eene temperatuur, waarbij het platinum smelt en vervluchtigd wordt, verhit, waarbij de diamant een oogverblindend licht verspreidt, en zeer spoedig in gewicht afneemt; zijne oppervlakte wordt natuurlijk mat, doch nooit heb ik eenig zwartworden van den diamant hetzij inwendig of oppervlakkig

waargenomen ; raakte de vlam de platinum punten waartusschen de diamant werd gehouden, zoo smolten deze niet alleen, maar door een donkergroen glas beschouwd, werd een bepaald koken van het platinum waargenomen. Evenmin heeft JACQUELAIN eenig zwart worden van den diamant waargenomen, door hem bloot te stellen aan de vlam van een mengsel van waterstof en zuurstof of van een mengsel van zuurstof en kooloxyd; hij gelooft echter stellig aan de mogelijkheid dat bij deze proeven de diamant in grafiet is omgezet geworden en zegt: „peut-être les parties superficielles du diamant ont-elles noirci, puis disparu tour à tour, par suite de leur contact à une température élevée avec l'acide carbonique et la vapeur d'eau; par suite enfin du frottement considérable que le diamant supporte de la part du mélange gazeux qui s'échappe d'un réservoir sous une forte pression. Quoi qu'il en soit, il demeure incontestable d'après cette expérience, 1°. que le jet de flamme provenant d'un mélange d'hydrogène et d'oxygène dans les proportions pour faire de l'eau, a été impuissant à ramollir le diamant; 2°. que la combustion de ce mélange explosif est loin de produire les effets énergiques de la pile de BUNSEN à 100 éléments."

Naar mijn oordeel blijft de vraag of diamant door hitte alleen in grafiet of cokes kan worden omgezet, nog onbeslist; vóórdat men die omzetting aanneemt, moet men de overtuiging hebben, dat niet scheikundig op den diamant werkende stoffen de oorzaak van het zwartworden zijn, en dat niet kooldeeltjes van de koolspitsen op den diamant zijn overgevoerd.

Begeerig te weten of de diamant bij de witte gloeihitte in staat is het water te ontleden, en ten koste van de zuurstof van het water te verbranden, verhitte ik zoowel een helderen ruwen diamant als ook een geslepen in een platinumbuis, die door de met lucht aangeblazen gasvlam tot de witte gloeihitte werd gebracht, terwijl door de buis overhitte waterdamp werd gevoerd; niettegenstaande deze proef gedurende 10 minuten werd voortgezet, bleek het, na bekoeling, dat de diamant niet aan gewicht had verloren en zijne oppervlakte volkomen glanzend was gebleven; daardoor is bewezen dat ten minste bij die temperatuur de diamant in eene overhitte water-atmospheer onveranderd blijft.

Anders verhoudt zich de diamant, wanneer hij bij de witte gloeihitte in eene atmospheer van droog koolzuurgas gedurende geruimen tijd gehouden wordt; een ruwe diamant wegende 0.1515, werd gedurende 10 min. in de met mica gesloten kroes aan de witte gloeihitte blootgesteld, terwijl geruimen tijd te voren en gedurende het gloeien door de platinumbuis droog koolzuurgas werd gevoerd; na de bekoeling was de diamant van buiten dof geworden en had 0.0015 aan gewicht verloren; de proef werd herhaald met een geslepen brillant die 0,6095 woog; na de proef was de diamant geheel van buiten mat geworden, met uitzondering van een paar facetten die glanzend doch eenigszins met iriseerende kleuren bedekt waren; het waren die facetten waarop de koudere koolzuurstroom eene relative verkoeling had voortgebracht; de diamant had ongeveer 2 mgr. aan gewicht verloren. Uit deze proef blijkt, dat bij de witte gloeihitte de diamant in staat is, doch hoogst langzaam, om koolzuur te ontleden en zich met zijne zuurstof te verbinden. JACQUELAIN*) had, ofschoon op eene wijze die zeer veel twijfel overliet, deze ontleding reeds aangetoond; in eene met koolzuur gevulde klok met twee openingen, werd door de eene de diamant op een pijpesteel ingebracht, terwijl door de tweede opening de buis gestoken werd waaruit de knalgasvlam brandde; hierbij verbrandde de diamant zeer spoedig, doch vooral door de zuurstof van het knalgas; bij deze proef werd hoegenaamd geen zwartworden van den diamant waargenomen.

Ik hoop later de inwerking van andere gassen op den diamant bij de witte gloeihitte te onderzoeken.

---

*) *Ann. de Chimie et de Physique,* Serie III. B. XX. pag. 468.

OVER DE

THEORIE DER RESONATOREN.

DOOR

C. H. C. GRINWIS.

De geluidsbeweging in holle lichamen, wier afmetingen klein zijn ten opzichte der golflengte, werd in 1859 onderzocht door HELMHOLTZ in zijne verhandeling *Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden* *). Hij ging van de algemeene bewegingsvergelijkingen voor het geluid in de lucht uit en behandelde zulke lichamen, waarvan de grootte der opening klein is ten opzichte van de oppervlakte der holte. De toonshoogte die hij voor die lichamen vond, stemt vrij goed overeen met de resultaten, die SONDHAUSS en WERTHEIM proefondervindelijk verkregen.

Op het einde van 1870 verscheen eene verhandeling van STRUTT te Cambridge, *On the theory of Resonance* †). Dit onderzoek, dat bijna uitsluitend over resonatoren handelt, is van geheel anderen aard als de zuiver theoretische arbeid van HELMHOLTZ. Het hoofddoel van STRUTT is den invloed der verschillende openingsvormen op de toonshoogte na te gaan, om daarna zijne theoretische uitkomsten met de ervaring, dat is met den toon dien hij door aanblazen verkreeg, te vergelijken.

Vooraf geeft hij zeer kortelijk (op *twee* bladzijden zijner verhandeling) eene eigenaardige methode aan ter bepaling der toonshoogte in het algemeen, welke voor een bijzonder geval

---

*) BORCHARDT, *Journal.* Bd. 57, S. 1—72.

†) *Philos. Transact. of the R. S. of London* 1871. Vol 161. Pag. 77—118.

tot dezelfde uitkomsten als bij HELMHOLTZ leidt. Deze methode berust op de periodieke omzetting van de levende kracht der geluidsbeweging in potentiele energie en schijnt voor de theorie van het geluid in begrensde luchtmassa's, zoowel als voor de leer der resonans in het algemeen van groot gewicht.

Terwijl echter zijne ontwikkeling voor een deel foutief is, anderdeels voor vereenvoudiging vatbaar blijkt te zijn en de uiteenzetting der methode zelve niet alleen aan duidelijkheid veel te wenschen overlaat doch bij groote beknoptheid onjuist is, wordt het noodig die methode geheel nieuw op te bouwen, haar in verband met de theorie van HELMHOLTZ te brengen en de afleidingen strenger vast te stellen.

Wij willen met dat doel de toonshoogte van een resonator bepalen voor het geval dat de opening een cirkelvormig gat is, van betrekkelijk kleine afmeting.

In de tweede plaats willen wij over de grootte der resonans handelen. HELMHOLTZ bepaalde de toonshoogte der resonatoren uit de voorwaarde, dat de resonans een maximum zij. De absolute of relatieve waarde van dit maximum bepaalde hij echter niet. STRUTT spreekt met geen enkel woord over de intensiteit van geluid. Toch blijkt het, dat het beginsel, waarop zijne methode rust, het middel aan de hand geeft om de relatieve intensiteit, d. i. de versterking van den resonator te bepalen. Uitgaande van eene voor de hand liggende definitie voor sterkte van geluid, komt men voor de grootte der resonans tot eene eenvoudige wet. Hieruit laten zich niet onbelangrijke gevolgen afleiden, zoowel voor het timbre van den toon der resonatoren, als voor de afmetingen van het reservoir, die tot het verkrijgen van eene krachtige resonans noodig zijn.

Zij S het volume van een resonator, r de straal van de cirkelvormige opening, waardoor het geluid binnendringt en die klein is ten opzichte der lengteafmetingen van dit vat; zij $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, waar λ de golflengte, terwijl $n = \frac{a}{\lambda} = \frac{1}{\tau}$ de toonshoogte bepaalt.

Wanneer eene geluidsgolf, wier lengte groot is ten opzichte

der afmetingen van het reservoir, zich in eene richting loodrecht op het vlak der opening voortplant, zal gedurende $\frac{1}{4}$ periode lucht in den resonator dringen; de lucht in de binnenruimte zal daarbij verdicht worden, zoodat eene omzetting van levende kracht in potentiele energie plaats vindt. Na dien tijd zal die zamengeperste lucht zich uitzetten en eene omzetting in tegengestelden zin intreden. De geluidsbeweging der lucht als eene periodieke omzetting dier beide toestanden opgevat, geeft het middel aan de hand den trillingstijd te bepalen van de geluidsgolf, wier beweging door de lucht binnen het vat onderhouden en daardoor versterkt kan worden.

In de genoemde verhandeling toonde HELMHOLTZ aan, dat wanneer de opening van het reservoir relatief klein is en de gedaante van het vat niet eene zoodanige is, waarbij het door twee oneindig kleine naburige doorsneden in een eindig volume kan gedeeld worden, m.a.w. dat in het gewoonlijk voorkomende geval de geluidsbeweging *van een gelijkmatig aangehouden toon* van betrekkelijk groote golflengte slechts in een zeer klein deel van het reservoir eene eindige waarde kan hebben; voor het grootste gedeelte van het vat is die beweging nul. Wij zijn daardoor gerechtigd aan te nemen, dat alleen in dit zeer kleine deel uitsluitend actuele energie bestaat en dat in het overige deel, dat zeer weinig van den resonator verschilt, de geluidsenergie uitsluitend in potentielen vorm optreedt. Alleen bij de opening heeft beweging plaats; de lucht binnen het reservoir werkt hier, wegens den weerstand voor zamendrukking als een veer. Deze bij het resultaat van HELMHOLTZ geoorloofde hypothese vereenvoudigt de rekening in hooge mate, daar zich dan voor een bepaald tijdstip de actuele en potentiele energie der in het vat aanwezige lucht laat bepalen.

Gaan wij tot die bepaling over en nemen wij, wat bij de geringe verdichting der indringende golf geoorloofd is, aan, dat in den tijd dt een luchtvolume van de constante dichtheid ϱ_0 binnen den resonator dringt. Zij dit volume

$$dV = V' dt \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

zoo kan de periodieke grootheid V′ afkomstig van de geluids-

golf van een zamengestelden harmonischen toon volgens de reeks van FOURIER in den vorm

$$\begin{aligned} V' &= C_0 + C_1 \cos(2\pi mt + \tau_1) + C_2 \cos(4\pi mt + \tau_2) + \text{enz.} \\ &= \Sigma C_a \cos(2\pi amt + \tau_a) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2) \end{aligned}$$

worden voorgesteld.

Bepalen wij ons vooreerst tot den enkelen toon, den grondtoon, zoodat

$$V' = \frac{dV}{dt} = C_1 \cos(2\pi mt + \tau_1) \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Rekenen wij den tijd van af het oogenblik, waarop het indringen begint, zoo is na den tijd t een volume

$$\int_0^t \frac{dV}{dt}\, dt = V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

binnengedrongen.

Bepalen wij vooreerst de actuele energie op dit oogenblik, m. a. w. de levende kracht der in het reservoir aanwezige lucht op den tijd t.

Zij ψ de snelheidspotentiaal der geluidsbeweging, zoo weten wij (zie HELMHOLTZ t. a. p. S. 15) dat voor de punten der ruimte, waar geen veranderlijke krachten op de luchtmassa werken, die geluidstrillingen veroorzaken, dat dus daar, waar geen geluidsbron is,

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{d^2\psi}{dy^2} + \frac{d^2\psi}{dz^2} + k^2\psi = 0$$

of

$$\Delta^2\psi + k^2\psi = 0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

waarin x, y, z de cöordinaten van het punt, waar de potentiaal genomen wordt, terwijl $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, als λ de golflengte.

De vergelijking (5) geldt dus voor de geheele ruimte van ons reservoir.

Zoo als bekend is, geeft het theorema van GREEN, als G en H willekeurige cöordinatenfunctiën

$$\int G\Delta^2 \cdot H\, dv = \int G \frac{dH}{dn}\, ds - \int \frac{dH}{dh} \cdot \frac{dG}{dg} \cos\delta \,.\, dv\,,$$

waarin dv het element eener begrensde ruimte, ds het element van haar oppervlak, n de uitwendige normaal, δ de hoeken tusschen twee normalen h en g aan de oppervlakken $H = \text{const.}$ en $G = \text{const.}$ in het element dv opgericht.

Zoo wij $G = H = \psi$ stellen, volgt:

$$\int \psi\Delta^2\psi dv = \int \psi \frac{d\psi}{dn}\, ds - \int \left(\frac{d\psi}{dN}\right)^2 dv \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

waarin N de normaal aan het oppervlak $\psi = \text{const.}$

Nemen wij de vergelijking (6) over de geheele ruimte van het reservoir, zoo zal, daar hier vergel. (5) geldt,

$$-k^2 \int \psi^2\, dv = \int \psi \frac{d\psi}{dn}\, ds - \int \left(\frac{d\psi}{dN}\right)^2 dv \quad . \; . \; . \; . \; . \; (7)$$

Beschouwen wij nu de dichtheid der intredende lucht gedurende de beweging constant en wel $= \varrho_0$, de dichtheid der buitenlucht onder den plaatshebbenden druk p_0, dan volgt, als V de snelheid der beweging binnen het vat aanduidt, voor de levende kracht T der lucht binnen het reservoir

$$T = \tfrac{1}{2}\varrho_0 \int V^2\, dv = \tfrac{1}{2}\varrho_0 \int \left(\frac{d\psi}{dN}\right)^2 dv\,,$$

dus wegens (7)

$$T = \tfrac{1}{2}\varrho_0 \int \psi \frac{d\psi}{dn}\, ds + \tfrac{1}{2}\varrho_0 k^2 \int \psi^2\, dv \quad . \; . \; . \; . \; . \; (8)$$

Deze vergelijking moet genomen worden over de kleine ruimte bij de opening, waar de beweging eene eindige waarde heeft (ook daar alleen mag die dichtheid constant beschouwd worden); dus, zoo wij voor het vlak der opening een oppervlak

$$\psi_a = \text{const.}$$

en voor het grensvlak binnen het reservoir het oppervlak

$$\psi_b = \text{const.}$$

nemen, over de ruimte door deze vlakken en het oppervlak van den resonator begrensd. Voor deze laatste is de normale snelheid, dus $\frac{d\psi}{dn} = o$, eveneens voor het oppervlak ψ_b (dit is tevens de constante potentiaalwaarde in het overige deel van het vat, waar geen beweging is).

Daar verder voor de kleine ruimte de tweede integraal met den kleinen factor k^2 buiten rekening mag gelaten worden (wij komen hier straks nog op terug) geeft (8) in verband met (1).

$$\mathrm{T} = \tfrac{1}{2} \varrho_0 \psi_a \int \frac{d\psi}{dn} ds = -\tfrac{1}{2} \varrho_0 \psi_a \mathrm{V}' \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

Ten einde ψ_a te bepalen, merken wij op, dat HELMHOLTZ (t. a. p. S. 20) aangetoond heeft, dat de snelheidspotentiaal der geluidsbeweging dezelfde wetten volgt, die voor de potentiaalfunctie van electrische massa's aan zulke vlakken volgen, die met eindige massa's in oneindig dunne laag bedekt zijn.

Denken wij nu aan de opening eene cirkelvormige plaat, wier straal r, met eene totale lading q zóó bedekt, dat de potentiaal dier lading over die plaat $= \psi_a =$ const., zoo volgt uit de wetten voor de verdeeling der statische electriciteit,

$$\psi_a = \frac{q\pi}{2r},$$

of daar wij hier met eene lading over beide zijvlakken, elk met de dichtheid ϱ' te doen hebben, $q = 2\int \varrho' \, ds$, dus

$$\psi_a = \frac{2\pi \int \varrho' \, ds}{2r}.$$

Terwijl nu verder volgt, daar n steeds de naar buiten gerichte normaal is, als v de snelheid aan de opening,

$$\frac{d\psi_a}{dn} = + 2\pi\varrho' = -\mathrm{v}$$

en

$$\psi_a = \frac{-\int \mathrm{v} \, ds}{2r} = \frac{-\mathrm{V}'}{2r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

hierdoor gaat (9) over in

$$\mathrm{T} = \tfrac{1}{2}\varrho_0 \frac{\mathrm{V}'^2}{2r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{I})$$

waarin V door (3) in functie van t gegeven is. T stelt dan de levende kracht of actuele energie binnen den resonator op den tijd t voor.

Merken wij nog op, dat de tweede term van (8), wegens (10), bij benadering overgaat in

$$\tfrac{1}{2}\varrho_0 k^2 \psi_a^2 v = \tfrac{1}{2}\varrho_0 k^2 \frac{\mathrm{V}'^2}{4r^2} v;$$

stellen wij de kleine ruimte v gelijk den inhoud van den cylinder, die de opening tot doorsnede, eene kleine grootheid l tot lengte heeft, zoo gaat bovenstaande term over in

$$\tfrac{1}{2}\varrho_0 \pi^3 \frac{\mathrm{V}'^2}{\lambda^2} l;$$

daar nu V' evenredig aan r^2, wordt deze uitdrukking in ons geval zoo klein, dat zij veilig buiten rekening kan gelaten worden. — Wanneer omtrent de betrekkelijke afmetingen van λ, S en r andere onderstellingen worden gemaakt, kan bovenstaande term eenige beteekenis krijgen, doch dan verandert ook de straks aangegeven verdeeling van potentiele en actuele energie en krijgt dus ook l eene geheel andere beteekenis.

Beschouwen wij thans de binnen het reservoir op denzelfden tijd t aanwezige potentiele energie E.

Op dien tijd is het volume V met de dichtheid ϱ_0 binnen het deel van den resonator gedrongen waar verdichting plaats vindt. — Dit deel verschilt echter wegens het boven aangevoerde zoo weinig van het geheele volume S van het reservoir, dat wij dit laatste bij de bepaling dier verdichting in rekening mogen brengen. Wij krijgen dan voor de verdichting γ, als ϱ de dichtheid binnen het reservoir,

$$\gamma = \frac{\varrho - \varrho_0}{\varrho_0} = \frac{(V+S)-S}{S} = \frac{V}{S}.$$

De mechanische waarde dezer adiabatische zamendrukking, of de arbeid voor die zamendrukking gevorderd, wordt eenvoudig bepaald. Wij hebben toch, daar het volume van $V+S = v_0$ tot $S = v$, wordt gebracht, als p de veranderlijke, p_0 de aanvankelijke druk, $k' = \frac{C}{c}$ de verhouding der beide soortelijke warmten en $k'-1 = \lambda'$,

$$E = \int_{V+S}^{S} -\varrho\, dv = v_0^{k'} \varrho_0 \int_{S}^{V+S} \frac{dv}{v^{k'}} = \frac{v_0^{k'}\varrho_0}{k'-1} \left(v_1^{1-k'} - v_0^{1-k'}\right)$$

$$= \frac{v_0 p_0}{\lambda_1}\left(\left(\frac{v_0}{v_1}\right)^{\lambda_1} - 1\right) = \frac{p_0(V+S)}{\lambda_1}\left\{(1+\gamma)^{\lambda_1} - 1\right\}$$

$$= \frac{p_0(V+S)}{\lambda_1}\left\{\lambda_1\gamma + \frac{\lambda_1(\lambda_1-1)}{1.\ 2.}\gamma^2 + \text{enz}\right\}$$

$$= p_0(V+S)\left\{\frac{V}{S} + \frac{\lambda_1-1}{2}\left(\frac{V}{S}\right)^2 + \text{enz}\right\}$$

$$= p_0\frac{V^2}{S} + p_0 V + \frac{\lambda_1-1}{2} p_0 \frac{V^2}{S}$$

$$= p_0 V + \frac{\lambda_1+1}{2} p_0 \frac{V^2}{S}$$

$$= p_0 V + \frac{k' p_0}{2}\frac{V^2}{S}$$

en daar, als a de snelheid van het geluid $a = \sqrt{\frac{p_0 k'}{\varrho_0}}$, wordt

$$E = \frac{a^2 \varrho_0}{2} \frac{V^2}{S} + \frac{a^2 \varrho_0}{k'} V \quad \ldots \ldots \ldots \quad (II)$$

E stelt de potentiele energie of de mechanische waarde der zamendrukking binnen den resonator op den tijd t voor.

De *totale* energie in het reservoir op den tijd t, wanneer een volume V is binnengedrongen, wordt

$$U = E + T \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (III)$$

Zij is eene functie van V en dus van t, en volgens de onderstelling afkomstig van eene geluidsbeweging.

In den tijd dt treedt het volume $dV = V'dt$ binnen; noemen wij de hierin bevatte energie dW, zoo moet

$$dU = dW \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (IV)$$

De energie dW van het volume $V'dt$, moet dus eene zoodanige functie van t zijn dat zij ten allen tijde aan de overeenkomstige vermeerdering van U gelijk is. — Wanneer eene van de geluidsbron uitgaande en tot de opening komende golf in alle hare achtervolgende deelen aan dien eisch voldoet, zal zij geregeld, zonder stoornis binnentreden. Dan volgt binnen het reservoir eene periodische beweging, die aan (5) voldoet en van denzelfden duur als die der geluidsbron is; de beweging binnen het vat wordt dan volkomen onderhouden, het vat resoneert.

Alleen dan gelden voor T en E de waarden (I) en (II) en wij kunnen uit de vergelijking (IV) den resonanttoon afleiden; zij geeft namelijk de waarde van n, waarvoor een gegeven vat resoneert.

Bepalen wij daartoe dW.

Noemen wij de snelheid waarmede het indringen plaats heeft u en σ de grootte der opening, zoo is

$$V' = u\sigma \qquad u = \frac{V'}{\sigma}$$

en

$$dW = \tfrac{1}{2} \varrho_0 \left(\frac{V'}{\sigma}\right)^2 u \sigma \, dt = \tfrac{1}{2} \varrho_0 \frac{V'^3}{\sigma^2} dt$$

(IV) geeft dus $$dE + dT = dW$$

of $$\frac{a^2\varrho_0}{S} VV' + \frac{a^2\varrho_0}{k'} V' + \frac{\varrho_0}{2r} V'V'' = \frac{\varrho_0}{2} \frac{V'^3}{\sigma^2}$$

dat is $$\frac{2ra^2}{S} V + \frac{2ra^2}{k'} + V'' = \frac{V'^2}{r\pi^2}$$

en als wij den kleinen term in het tweede lid hier als constant beschouwen,

$$\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{2ra^2}{S} V = h$$

waarin $$h = \frac{V'^2}{r\pi^2} - \frac{2ra^2}{k'} = \text{const.}$$

dus $$V = \frac{Sh}{2ra^2} + C' \cos\left(a\sqrt{\frac{(2r)}{S}}\, t + C''\right) \quad . \; . \; . \; (11)$$

en dit is eene beweging, wier periode τ bepaald wordt door de vergelijking

$$a\sqrt{\frac{2r}{S}} \cdot \tau = 2\pi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (12)$$

Dit geeft voor de toonshoogte n van de geluidsbron, waarvoor het vat resoneert,

$$n = \frac{a}{2\pi}\sqrt{\frac{2r}{S}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (13)$$

of $$\lambda = \frac{a}{n} = 2\pi\sqrt{\frac{S}{2r}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (14)$$

Verder blijkt dat de harmonische boventoonen van den grondtoon n, daar hunne periode τ' uit (12) bepaald wordt door voor het tweede lid $\frac{2\pi}{m}$ te schrijven, waarin m een geheel getal, eveneens resonans geven. Intusschen geldt dit slechts voor zoover de golflengte

$$\lambda' = \frac{1}{m}\lambda$$

voor deze toonen, groot blijft ten opzichte der afmetingen van den resonator; (14) geeft terstond voor elk geval in hoever hieraan voldaan wordt. Is λ' klein, zoo moeten E en T langs een nog onbekenden weg opgespoord worden. Hieruit laten zich de onharmonische boventoonen der resonatoren verklaren. Zoo volgt dat als r absoluut klein is, dat is als de opening klein is, de eerste harmonische boventoonen resoneren, of anders uitgedrukt, dat de eigentoon van den resonator harmonische boventoonen heeft, wat met de verschijnselen bij naauwe orgelpijpen overeenstemt. Bij eene wijde opening zal de resonator voor hooge toonen eene andere wet volgen; van een harmonischen toon resoneert dan alleen de grondtoon en zijn de boventoonen van den resonator daarmede niet harmonisch. Hetzelfde doet zich bij wijde orgelpijpen voor, die alleen den grondtoon krachtig doen hooren.

De wet van SAVART dat de trillingstijd van gelijkvormige luchtmassa's evenredig met de lineaire afmetingen is, dus de hoogte der eigentoonen daarmede omgekeerd evenredig is, wordt door (13) bevestigd.

De toonshoogte hangt, blijkens (13), alleen van de grootte van den resonator, van de wijdte der opening en van den aard van het gas af. De golflengte is voor eenzelfden resonator in verschillende gassen dezelfde.

Is de resonator een bol met den straal R, zoo geven (13) en (14) als de verhouding der middellijnen van resonator en opening $\frac{R}{r} = \Delta$,

$$n = \frac{a}{2\pi R}\sqrt{\frac{3}{2\pi}\frac{r}{R}} = \frac{1}{9}\frac{a}{R}\sqrt{\frac{r}{R}} = \frac{a}{9R\sqrt{\Delta}} \quad . \ . \ (15)$$

$$\lambda = 2R\pi\sqrt{\frac{2}{3}\frac{R}{r}\pi} = 9\,R\sqrt{\frac{R}{r}} = 9\,R\sqrt{\Delta} \quad . \ . \ (16)$$

Volgens onze hypothese zijn deze formulen evenals (13) en (14) alleen juist als Δ eene groote waarde heeft; (15) en (16) zijn bij uitstek geschikt om van gegeven resonatoren, die aan dien eisch voldoen, den grondtoon door eenvoudige meting bij benadering te bepalen. Bij de gewoonlijk voorkomende reso-

natoren is de afwijking der waarden (15) en (16) van de werkelijkheid dikwijls aanzienlijk, doordien de opening betrekkelijk groot is, wat om een sterke resonans te krijgen, zooals straks blijken zal, wenschelijk is. Ook wordt de afwijking door een cylindervormig aanzetstuk en door het trechtervormig deel dat in het oor geplaatst wordt vergroot; die formulen kunnen daardoor in sommige gevallen onbruikbaar worden.

Bij resonatoren van willekeurigen vorm volgt uit (14) de belangrijke, eenvoudige betrekking

$$k^2 \, S = 2r \quad \quad (17)$$

Merken wij ten slotte op dat de ruimte van den gehoorgang met die van het reservoir eigenlijk S bepaalt, zoodat de waarde van n volgens (13), als men voor S het volume van den resonator neemt, te groot wordt. De werkelijke resonator-toon is dus lager dan die formule aangeeft. Intusschen wordt dit gedeeltelijk gecompenseerd doordien wij voor het volume, waar verdichting plaats vindt, dat van het geheele vat, dus een te groot volume namen.

Beschouwen wij thans de grootte der resonans, d. i. de versterking, die de resonator aan den toon geeft.

Het beginsel der behandelde methode en de resultaten, die bij de uiteenzetting verkregen werden, stellen ons in staat een oordeel te vellen over de sterkte van het geluid dat men met den resonator waarneemt.

Het ligt voor de hand, de intensiteit van het geluid dat in een bepaald deel der ruimte door eene verwijderde geluidsbron ontwikkeld wordt, te beoordeelen naar de energie der geluidsbeweging in dat deel.

Het is ons daarbij niet direct om de intensiteit van de geluidsbron zelve te doen. Wij beschouwen de bij het oor, niet de bij de geluidsbron ontwikkelde energie.

Wij noemen dan de geluidsterkten in twee gelijke, met lucht gevulde volumina gelijk, als de energie der geluidsbeweging in gelijke tijden dezelfde is. Als maat voor die intensiteit

kunnen wij aannemen de gemiddelde energie in de eenheid van tijd en voor de eenheid van ruimte.

Gaan wij hiervan uit, zoo wordt het gemakkelijk de intensiteit van het geluid, dat men met behulp van den resonator waarneemt, te vergelijken met die, welke men met het bloote oor zou verkregen hebben.

Bedenken wij toch dat de energie binnen den resonator bijna uitsluitend potentiele energie, energie van verdichting is, en die verdichting van nul af hare grootste waarde bereikt in $\frac{1}{4}$ trillingstijd, terwijl anders de in den resonator gedrongen geluidsbeweging zich verbreid had over het volume van een halven bol, waarvan de straal $= \frac{1}{4}\,\lambda$. Nu zal, als wij de gemiddelde energie die *gedurende dien tijd* in de eenheid van ruimte ontwikkeld wordt I' noemen, (het gemiddelde hier dus alleen ten opzichte der ruimte genomen), en wanneer dezelfde beweging zich vrij had verbreid de overeenkomstige waarde door I voorstellen, gemakkelijk een verband tusschen I en I' zijn aan te geven.

Het ongewapende oor ontvangt de onbegrensde geluidsgolf en bij het oor wordt eene gemiddelde energie I verzameld. Binnen den resonator treedt slechts een deel der geluidsgolf en was eene energie die evenredig is aan de grootte der opening, dus aan r^2 (dit wordt bevestigd door de formule (II) waar E verreweg het grootste deel dier energie voorstelt). Bevond zich in plaats van den resonator een scherm op de plaats der opening met een gat van gelijke grootte $r^2\pi$, zoo zou de energie bij het oor ontwikkeld, worden voorgesteld door

$$i = \beta_1\, r^2\, \mathrm{I} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

waarin β' eene kleine coefficiënt, onafhankelijk van I en r; eene daaraan evenredige energie

$$i' = \beta'\, r^2\, \mathrm{I} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

is dus in dien tijd door het scherm gegaan. Die energie i' zou zich dan in den tijd $\frac{1}{4}\,\tau$ over het volume van een halven bol verbreid hebben, waarvan $\frac{\lambda}{4}$ de straal is, dus over een

volume $\beta''\lambda^3$. Nu is die energie binnen den resonator gedrongen, waarvan het volume S.

Bij het oor wordt dus niet i, maar

$$I' = \frac{\beta''\lambda^3}{S}\, i$$

ontwikkeld, dat is ingevolge (18),

$$I' = \delta\, \frac{\lambda^3 r^2}{S}\, I \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

Noemen wij nu de verhouding $\frac{I'}{I}$ *de versterking* van den resonator, zoo volgt daarvoor

$$F = \frac{I'}{I} = \delta\, \frac{\lambda^3 r^2}{S} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

Dit geldt voor een willekeurigen resonator, ook wanneer r niet klein is, doch steeds moet λ betrekkelijk groot zijn.

S is echter van λ en r afhankelijk. Voor het geval dat wij steeds beschouwden, als r relatief klein is, geeft de betrekking (17) $k^2 S = 2r$

$$\frac{\lambda^3 r^2}{S} = 2\pi^2 r \lambda$$

dus

$$F = \frac{I'}{I} = \alpha\, r\, \lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (V)$$

De versterking van een resonator is dus evenredig aan λ en r, dat is aan de golflengte en aan den diameter $2r$ der opening.

Twee belangrijke gevolgen laten zich uit de vergelijking (V) afleiden.

1e Daar de versterking evenredig aan de golflengte is wordt de grondtoon het meest versterkt en neemt die versterking af, naarmate de orde der boventoonen hooger is.

Is dus van eene harmonische geluidsbeweging de intensiteit, bij vrije verbreiding, op de plaats van waarneming (in bovengestelden zin opgevat) I, die van hare partiaaltoonen (de grond-

toon is de 1e partiaaltoon) I_1 I_2 I_3 . . . I_4 . . enz., en dus

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \ldots In + \text{ enz.}$$

zoo zal de intensiteit binnen den resonator, als λ de golflengte van den grondtoon, worden uitgedrukt door

$$I' = F\,I = \alpha r \lambda \left(I_1 + \tfrac{1}{2} I_2 + \tfrac{1}{3} I_3 + \ldots \frac{1}{r} In + \text{ enz.} \right) \ldots \quad (22)$$

Het timbre is alzoo geheel veranderd; de boventoonen zijn het minst versterkt, dus relatief verzwakt; zij treden meer op den achtergrond en de toon is meer tot een eenvoudigen genaderd. Al heeft dus resonans der harmonische boventoonen plaats, hunne relatieve sterkte is eene kleinere. Ook zagen wij vroeger dat de beweging der hoogere boventoonen minder geregeld onderhouden wordt dan die der lagere, daar zij uithoofde der kleine waarde van λ niet aan de hoofdvergelijking (IV) voldoen. Een onderzoek naar het verband tusschen deze beide resultaten vordert de studie der golfbewegingen in den resonator voor betrekkelijk kleine waarden van λ. Voldoende is echter het bekende feit toegelicht dat een resonator arm aan harmonische boventoonen is.

2e Uit (V) $F = \alpha \lambda r$

en (17) $k^2 S = 2r$

of $2\pi^2 S = r \lambda^2$

volgt nog $F = \beta \sqrt{Sr}$ . . . . (VI)

zoodat de versterking met de grootte van het vat en van de opening toeneemt.

Eindelijk volgt voor bolvormige resonatoren, als R de straal van den bol is, en $\Delta = \frac{R}{r}$ de verhouding der middellijnen van vat en opening.

$$\left. \begin{aligned} F &= \varepsilon \sqrt{R^3 r} \\ &= \varepsilon \frac{R^2}{\sqrt{\Delta}} \end{aligned} \right\} \ldots \ldots \ldots \quad (23)$$

of ook in gevolge (16)

$$F = \mu \frac{R^3}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

Voor twee bolvormige resonatoren met betrekkelijk kleine opening, die voor een zelfden toon resoneren, is dus de versterking evenredig aan den inhoud der bollen. Het is derhalve verkieslijk groote bollen te nemen, zooals trouwens wegens de dan ook groote opening te voorzien was.

Utrecht, Maart 1873.

RÉVISION

DES ESPÈCES INSULINDIENNES DES GENRES

DIAPTERUS ET PENTAPRION.

PAR

P. BLEEKER.

Les deux genres Diapterus et Pentaprion sont les seuls qui composent le groupe ou la sousfamille des Gerreini, groupe que je place maintenant dans la grande division des Perches, où elle il se distingue par les caractères suivants.

GERREINI.

Percoidei corpore oblongo-ovali valde compresso, squamis magnis non ciliatis vulgo deciduis vestito; maxillis deorsum maxime protractilibus; dentibus maxillis pluriseriatis parvis setaceis, vomerinis vel palatinis nullis; rictu parvo; operculo anacantho; mento poris majoribus vel fossula centrali nullis; fascia squamarum temporali distincta nulla; inguinibus squamis elongatis; pinnis spinis valde compressis, dorsali unica indivisa basi vagina tenui e squamis erectis magnis regulariter seriatis composita inclusa, pectoralibus falcatis radiis divisis, ventralibus thoracicis vel subthoracicis, anali spinis 3 ad 5, caudali profunde incisa biloba radiis divisis 15. B. 6.

M. Gill, adoptant les Gerreini comme famille distincte, les

divise en deux sousfamilles et quatre genres. Ces sousfamilles correspondent aux genres Gerres Cuv. et Pentaprion Blkr, et le genre Gerres Cuv. comprend, selon M. Gill, trois types génériques, qu'il indique sous les noms de Gerres, Diapterus et Synistius. Fondés qu'ils sont sur la présence ou l'absence de dentelures au préopercule et sur le plus ou moins de développement des épines de la dorsale et de l'anale, ces genres me paraissent peu valides. Le genre Synistius, établi sur le Gerres longirostris Rapp, ne se distingue des autres espèces à préopercule lisse que par un peu plus de hauteur des épines dorsales postérieures, et quant aux dentelures du préopercule, elles sont parfois si peu sensibles qu'on pourrait douter de leur existence.

Diapterus Ranz. = Gerres Cuv. (nec Latr.) = Catochaenum Cant. = Eucinostomus Baird Gir. = Synistius Gill.

Ossa pharyngealia inferiora in laminam triangularem coalita vel sutura mobili unita, medio dentibus obtusis vel molaribus armata. Pinnae, dorsalis spinis 9 vel 10 et radiis 10 vel 11, analis spinis 3 et radiis 7 vel 8.

Rem. Le nombre des espèccs insulindiennes connues monte à douze, mais je n'en ai observé moi-même que huit, qui toutes font partie de mon cabinet. Dans aucune de ces espèces je ne vois des pseudobranchies, et, à l'exception des Diapterus abbreviatus et kapas toutes ont les os pharyngiens inférieurs réunis seulement par une suture mobile et armés au milieu de dents arrondies assez petites sans grandes molaires aplaties. Quant aux caractères extérieurs des espèces de Diapterus, ils sont ordinairement peu saillants, mais on arrive à les bien fixer en les prenant dans la hauteur relative du corps, dans la nature du bord libre des sousorbitaires et du préopercule, dans la nature, la force et la longueur relative des épines de la dorsale et de l'anale, dans la formule de la dorsale et dans celle des écailles, ainsi que dans quelques détails par rapport aux nageoires paires et aux couleurs. L'exposé suivant résume les caractères des espèces insulindiennes connues en tant qu'il a été possible de les constater.

I. Epines dorsales au nombre de neuf, les antérieures (la 2e et 3e) beaucoup plus longues que les postérieures. Os sousorbitaire à bord lisse non dentelé. Préopercule à bord lisse quelquefois un peu rude vers l'angle. Sillon interoculaire entièrement dénué d'écailles. Point de pseudobranchies pectinées.

A. Seconde épine dorsale fort prolongée en soie flexible plus longue que la hauteur du corps et beaucoup plus longue que la dorsale épineuse. 43 à 45 écailles dans la ligne latérale, 5 au-dessus de la ligne latérale sans la gaîne squammeuse de la dorsale. Pectorales atteignant l'anale. Os pharyngiens inférieurs séparés par une suture mobile.

a. Hauteur du corps 2 à $2\frac{1}{2}$ fois dans sa longueur sans la caudale. Profil gulaire fort coucave. Corps à taches oblongues grisâtres disposées sur 8 à 12 rangées transversales plus ou moins irrégulières.

1. *Diapterus filamentosus* Blkr.

b. Hauteur du corps $2\frac{1}{4}$ à $2\frac{3}{5}$ fois dans sa longueur sans la caudale. Profil gulaire peu concave presque droit. Corps sans taches mais quelquefois à cinq bandes transversales d'un brun grisâtre.

2. *Diapterus macracanthus* Blkr.

B. Seconde épine dorsale prolongée en petit filet, (avec le filet) plus courte que la hauteur du corps. Hauteur du corps $3\frac{1}{2}$ fois dans la longueur totale. Base des rayons de la dorsale à petite tache brune. Corps, dans le jeune âge, à bandes transversales diffreses.

3. *Diapterus punctatus* Blkr.

C. Seconde épine dorsale non prolongée en soie, beaucoup plus courte que la hauteur du corps. Corps sans bandes ni taches.

a. 48 écailles dans la ligne latérale, 6 au-dessus de la ligne latérale. Hauteur du corps $2\frac{2}{5}$ fois dans sa longueur sans la caudale. Seconde épine dorsale $1\frac{1}{3}$ fois dans la hauteur du corps. Pectorales atteignant l'anale.

4. *Diapterus philippinus* Blkr = Gerres philippinus Günth.

b. 43 à 45 écailles dans la ligne latérale. Os pharyngiens inférieurs separés par une suture mobile.

aa. Hauteur du corps presque $2\frac{2}{3}$ fois dans sa longueur sans la caudale. 5 écailles au-dessus de la ligne latérale. Seconde épine dorsale presque de la longueur de la dorsale épineuse, un peu plus de $1\frac{1}{2}$ fois dans hauteur du corps et beaucoup moins de deux fois plus longue que la seconde épine anale. Pectorales atteignant l'anale molle.

5. *Diapterus acinaces* Blkr.

bb. Hauteur du corps 3 fois dans sa longueur sans la caudale.

† 5 écailles au-dessus de la ligne latérale. Seconde épine dorsale notablement plus courte que la dorsale épineuse, moins du double plus courte que la hauteur du corps et beaucoup moins du double plus longue que la seconde épine anale. Pectorales n'atteignant point l'anale. P. 1/16. A. 3/7 ou 3/8. Dorsale sans taches mais à bordure brune.

6. *Diapterus macrosoma* Blkr.

† Seconde épine dorsale 2 fois dans la hauteur du corps et plus du double plus longue que la seconde épine anale.

7. *Diapterus argyreus* Blkr.

c. 40 écailles dans la ligne latérale, 4 au-dessus de la ligne latérale. Hauteur du corps $2\frac{1}{4}$ à $2\frac{1}{3}$ fois dans sa longueur sans la caudale. Seconde épine dorsale $1\frac{1}{2}$ à 2 fois dans la hauteur du corps et presque deux fois plus longue que la seconde épine anale. Pectorales atteignant ou atteignant presque la première épine anale. Os pharyngiens inférieurs intimement soudés ensemble et à deuts médianes plus ou moins aplaties mais peu larges et irrégulièrement disposées.

8. *Diapterus kapas* Blkr.

d. 33 à 37 écailles dans la ligne latérale, 4 (ou $3\frac{1}{2}$) au-dessus de la ligne latérale.

aa. Hauteur du corps environ 2 fois dans sa longueur sans la caudale. Seconde épine dorsale $1\frac{2}{3}$ à 2 fois dans la hauteur du corps et moins du double plus longue que la seconde épine anale. Pectorales atteignant l'anale molle. Os pharyngiens inférieurs intimement soudés ensemble et à dents médianes régulièrement disposées et très-larges et aplaties

9. *Diapterus abbreviatus* Blkr.

bb. Hauteur du corps $2\frac{2}{5}$ à $2\frac{1}{2}$ fois dans sa longueur sans la caudale.

† Seconde épine dorsale moins de 2 jusqu'à 2 fois dans la hauteur du corps. Seconde épine anale moins du double plus courte que la seconde épine dorsale.

10. *Diapterus limbatus* Blkr.

† Eplnes dorsales assez fortes. Seconde épine anale plus forte et aussi longue ou presque aussi longue que la seconde épine dorsale. Pectorales n'atteignant point l'anale. Os phargyngiens inférieurs séparés par une suture mobile.

11. *Diapterus poetię* Blkr.

cc. Hauteur du corps $2\frac{2}{3}$ à 3 fois dans la hauteur du corps sans la caudale.

† Epines grêles; la seconde épine dorsale $1\frac{2}{3}$ à 2 fois dans la hauteur du corps et plus du double plus longue que la seconde épine anale. Pectorales atteignant la première épine anale. Os pharyngiens inférieurs séparés par une suture mobile.

12. *Diapterus oyena* Blkr.

Diapterus filamentosus Blkr, Onzième notic. ichth. Ternate, Ned. T. Dierk. I p. 231.

Diapt. corpore oblongo compresso, altitudine 2 ad $2\frac{1}{2}$ in

ejus longitudine absque-, $2\frac{3}{4}$ ad $3\frac{1}{4}$ in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{1}{3}$ ad $2\frac{1}{2}$ in ejus altitudine; capite acuto 3 ad $3\frac{1}{4}$ in longitudine corporis absque-, 4 ad $4\frac{1}{4}$ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1 fere ad 1-, latitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis diametro $2\frac{1}{2}$ ad 3 in longitudine capitis, diametro 1 fere ad 1 distantibus; fronte linea mediana plane alepidota, fossa processus intermaxillaris usque supra oculi marginem anteriorem adscendente; linea rostro-nuchali ante oculos concava vel rectiuscula; linea maxillo-gulari valde concava; rostro acuto oculo breviore; osse suborbitali inferne edentulo; praeoperculo margine libero laevi vel angulum versus tantum scabriusculo; ossibus pharyngealibus superioribus dentibus parvis ex parte conicis acutis ex parte conico-graniformibus, molaribus majoribus nullis; osse pharyngeali inferiore triangulari margine posteriore concavo, sutura mediana mobili bivalvi, dentibus parvis, periphericis conicis ex parte acutis, mediis conico-graniformibus, molaribus majoribus nullis; squamis genis 3-seriatis, 45 circ. in linea laterali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 18 in serie transversali anum inter et pinnam dorsalem quarum 5 lineam lateralem inter et spinas dorsi medias (absque vagina dorsalis squamosa); cauda parte libera non longiore quam postice alta; pinnis dorsali et anali basi vagina squamosa elevata; dorsali spinosa spinis compressis 2ª, 3ª et 4ª ceteris longioribus, 2ª in setam producta corpore non ad paulo humiliore; pectoralibus analem attingentibus, capite paulo ad sat multo longioribus; ventralibus pectoralibus capite absque rostro non longioribus margine inferiore rectiusculis; caudali lobis acutis capite paulo ad non brevioribus; anali spinis 2ª et 3ª subaequalibus oculo paulo ad non longioribus; colore corpore superne coerulescente-vel viridescente-griseo, inferne argenteo; iride flavescente; lateribus vulgo guttulis vel maculis oblongis irregularibus fuscescente-griseis in series 8 ad 12 transversas dispositis; pinnis flavescentibus vel flavescente-hyalinis, dorsali et anali vulgo fusco arenatis.

B. 6. D. 9/10 vel 9/11. P. 1/15 vel 1/16. V. 1/5. A. 3/7 vel 3/8. C. 1/15/1 et lat. brev.

Syn. *Woodawahah* Russ., Fish. Corom. I p. 52 fig. 67.
Gerres filamentosus CV., Poiss. VI p. 363; Blkr, Verh. Bat. Gen. XXXIII Maen. p. 10; Günth., Catal. Fish. I p. 345, IV p. 261; Kner, Zoöl. Reis. Novar. Fisch., p. 56; Day, Fish. Malab. p. 159.
Gerres punctatus Blkr, Topogr. Batav., Nat. Gen. Arch. N. Ind. II p. 521 (nec CV.).
Catochaenum filamentosum Cant., Cat. Mal. Fish. p. 56.
Kapas-kapas Mal.

Hab. Sumatra (Benculen, Trussan, Padang, Priaman); Pinang; Singapura; Bangka (Muntok); Java (Batavia, Anjer, Djungkulon, Cheribon, Samarang, Surabaya, Pasuruan, Prigi); Madura (Bangkallang, Kammal, Tandjong, Sumanap); Bawean; Bali (Boleling, Djembrana); Celebes (Macassar, Bulucomba, Badjoa); Sangi; Halmahera (Sindangole); Ternata; Batjan (Labuha); Obi-major; Sumbawa (Bima); Amboina; Timor (Atapupu); Waigiu; Ins. Philipp. (Catbalogan, Samar); Nova-Guinea; in mari.

Longitudo 24 speciminum 80''' ad 225'''.

Rem. Le Diapterus filamentosus est une des espèces du genre les plus nettement caractérisées par le prolongement extraordinaire de la seconde épine dorsale. Il est le plus voisin, par ce rapport, du Diapterus macracanthus, mais s'en distingue par son corps plus trapu, par son profil maxillo-gulaire fort concave et par les nombreuses taches rondes et oblongues du corps, qui sont encore assez nettement dessinées dans les individus adultes. C'est l'espèce de l'Insulinde qui, après les Diapterus abbreviatus et acinaces, atteint les plus grandes dimensions. Elle est en même temps une des plus communes et s'étend, hors l'Inde archipélagique, jusqu'aux côtes de Malabar et de la Nouvelle Hollande septentrionale.

Diapterus macracanthus Blkr.

Diapt. corpore oblongo compresso, altitudine $2\frac{1}{4}$ ad $2\frac{3}{5}$ in ejus longitudine absque-, 3 ad $3\frac{2}{5}$ in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{1}{3}$ ad $2\frac{1}{2}$ in ejus altitudine; capite

acuto 3 ad $3\frac{2}{5}$ in longitudine corporis absque-, 4 ad $4\frac{1}{4}$ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1 circ., latitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis diametro $2\frac{2}{3}$ ad 3 in longitudine capitis, diametro $\frac{4}{5}$ ad 1 distantibus; fronte linea mediana plane alepidota, fossa processus intermaxillaris usque supra oculi partem anteriorem adscendente; linea rostro-nuchali ante oculos concaviuscula vel rectiuscula; linea maxillo-gulari vix vel non concava; rostro acuto oculo breviore; osse suborbitali inferne edentulo; praeoperculo margine libero laevi vel angulum versus tantum scabriusculo; dentibus pharyngealibus superioribus parvis ex parte conicis acutis, ex parte graniformibus, molaribus majoribus nullis; osse pharyngeali inferiore triangulari margine posteriore concavo, sutura mediana mobili bivalvi, dentibus parvis antice et utroque latere serie externa conicis acutiusculis, ceteris omnibus graniformibus, molaribus majoribus nullis; squamis genis in series 3 obliquas transversas dispositis, corpore deciduis 42 circ. in linea laterali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 16 circ. in serie transversali anum inter et pinnam dorsalem quarum 5 lineam lateralem inter et spinas dorsales medias (absque vagina dorsali squamosa); cauda parte libera non vel vix longiore quam postice alta; pinnis dorsali et anali basi vagina squamosa mediocri; dorsali spinis compressis 2ª, 3ª et 4ª ceteris longioribus, 2ª corpore multo ad sat multo altiore in setam producta, 9ª radio 1° breviore; pectoralibus analem attingentibus, capite longioribus, analem attingentibus; ventralibus acutis margine inferiore rectiusculis, capite absque rostro non longioribus; anali spinis 2ª et 3ª subaequalibus oculo paulo ad non longioribus; caudali lobis acutis capite non ad vix longioribus; colore corpore superne dilute griseo-viridescente vel coerulescente, inferne argenteo; iride flavescente; corpore interdum fasciis 5 transversis griseo-fuscis diffusis quasi subcutaneis; pinnis flavescentibus vel flavescente-hyalinis, dorsali spinosa superne, caudali postice fusco marginatis.

B. 6. D. 9/10 vel 9/11. P. 1/15. V. 1/5. A. 3/7 vel 3/8. C. 1/15/1 et lat. brev.

Syn. *Gerres macracanthus* Blkr, Spec. pisc. batav. nov., Nat. T. Ned. Ind. VI p. 195; Günth., Cat. Fish. IV p. 261.

Gerres punctatus Kner, Zool. Novara Fisch. p. 57 (nec CV.)
Kapas-kapas Mal. Batav.
Hab. Nias; Bangka (Muntok); Java (Batavia); in mari.
Longitudo 12 speciminum 88‴ ad 166‴.

Rem. Les bandes transversales du corps ne sont que très-diffuses et disparaissent ordinairement entièrement par une conservation prolongée dans la liqueur. L'espèce ne parait habiter que les mers de la Sonde et n'a été trouvée jusqu'ici ni dans la mer des Moluques ni hors l'Insulinde.

Diapterus punctatus Blkr.

Descriptio Güntheriana sequens.

„The height of the body is $3\frac{1}{2}$ in the total length. The second dorsal spine prolonged into a short filament and sometimes as long as three-quarters of the height of the body. Silvery; dorsal with a narrow black margin, each ray with a brown point at the base. Young individuale with indistinct cross-bands. D. 9/10. A. 3/8."
Syn. *Woodan* Russ., Fish. Corom. I p. 53 fig. 68?
Gerres punctatus CV., Poiss. VI p. 361; Günth., Cat. Fish. I p. 346, IV p. 260.
Hab. „Philippine Islands, China, Coast of Pondicherry" Günth.

Rem La description de Cuvier constate en outre qu'il n'y a point de dentelure au préopercule ni au sousorbitaire. L'espèce parait être voisine du Diapterus macracanthus mais se distingue par la seconde épine dorsale, laquelle, bien que prolongée en petit filet, reste notablement plus courte que la hauteur du corps. Il n'est rien dit du reste, dans les descriptions, ni de la formule des écailles ni de la force et de la longueur relative des épines de l'anale.

Je ne pense pas que le Gerres punctatus Day (Fish. Malab. p. 159) soit de la même espèce. M. Day donne la hauteur du corps comme $\frac{1}{3}$ de la longueur totale, la formule de l'anale = 3/8 et le préopercule dentelé, et il ne parle pas du prolongement de la seconde épine dorsale laquelle est dite ne pas être beau-

coup plus longue que la troisième. Le punctatus de M. Day est une espèce à 42 écailles dans la ligne latérale et à pectorales atteignant les rayons postérieurs de l'anale. Elle me parait être voisine de l'acinaces.

Diapterus philippinus Blkr.

Descriptio Güntheriana sequens.

„The height of the body is contained twice and two-fifths in the total length (without caudal), the length of the head twice and a fourth; the length of the caudal is two-ninths of the total. The diameter of the eye is one-third of the length of the head, equal to the width of the interorbital space, and more than the extent of the snout. The groove for the processes of the intermaxillaries is rounded behind, naked, and extends beyond the vertical from the anterior margin of the eye. The free portion of the tail is longer than high. The scaly sheeth of the dorsal is very high. The second dorsal spine elongate, its length being two thirds of the height of the body. The second anal spine is much stronger but scarcely shorter than the third, and not quite half as long as the head; the scaly sheath covers the posterior anal rays entirely. Pectoral very long, extending to the second anal spine. Silvery; each dorsal ray and the posterior spines with a blackish dot near the base. D. 9/10. A. 3/7. Lin. lat. 48. Lin. transv. 6/12."

Syn. *Gerres philippinus* Günth., Catal. Fish. IV p. 258.
Hab. Insul. Philippin.
Longit. „three and a half inches."

Diapterus acinaces Blkr.

Diapt. corpore oblongo compresso, altitudine $2\frac{2}{3}$ fere in ejus longitudine absque-, $3\frac{3}{4}$ fere in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{1}{3}$ ad $2\frac{1}{4}$ in ejus altitudine; capite acuto $3\frac{2}{5}$ circ. in longitudine corporis absque-, $4\frac{3}{5}$ ad $4\frac{3}{4}$ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1 circ., latitudine capitis $1\frac{3}{4}$ circ. in ejus longitudine;

oculis diametro $3\frac{1}{2}$ fere in longitudine capitis, diametro 1 circ. distantibus; fronte linea mediana plane alepidota; fossa processus intermaxillaris usque supra oculi partem anteriorem adscendente; linea rostro-nuchali ante oculos concava; rostro acuto oculo non longiore; osse suborbitali inferne edentulo; praeoperculo margine libero laevi vel angulum versus tantum scabriusculo; dentibus pharyngealibus superioribus ex parte setaceis ex parte conicis obtusis, molaribus majoribus nullis; osse pharyngeali inferiore triangulari margine posteriore concavo, sutura mediana sat mobili bivalvo, dentibus peripheria conicis obtusis mediocribus, suturam mediam versus parvis planiusculis sed molaribus majoribus nullis; squamis genis in series 3 obliquas transversas dispositis, 43 circ. in linea laterali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 17 circ. in serie transversali anum inter et pinnam dorsalem quarum 5 lineam lateralem inter et spinas dorsales medias (absque vagina dorsalis squamosa); cauda parte libera paulo longiore quam postice alta; pinnis dorsali et anali basi vagina squamosa elevata; dorsali spinis compressis 2ª, 3ª et 4ª ceteris longioribus, 2ª $1\frac{3}{5}$ circ. in altitudine corporis et fere aeque longa ac dorsali spinosa, 9ª radio 1° breviore; pectoralibus capite longioribus analem attingentibus; ventralibus acutis margine inferiore concavis capite absque rostro paulo brevioribus; anali spina 2ª ceteris longiore capitis parte postoculari non vel vix longiore et spina dorsali 2ª multo minus duplo breviore; caudali lobis valde acutis capite conspicue longioribus; colore corpore superne coerulescente-argenteo, inferne argenteo; iride flava; pinnis flavescentibus vel flavescente-hyalinis.

B. 6. D. 9/10 vel 9/11. P. 1/16. V. 1/5. A. 3/7 vel 3/8. C. 1/15/1 et lat. brev.

Syn. *Gerres acinaces* Blkr, Spec. pisc. batav. nov., Nat. T. Ned. Ind. VI p. 194; Günth., Catal. Fish I p. 351, IV p. 262; Fish. Zanzib. p. 110 tab. 16 fig. 1.

Ikan Kapas kapas Mal. Bat.

Hab. Java (Batavia); Cocos (Nova-Selma); Celebes (Badjoa); in mari. Longitudo 2 speciminum 250‴ et 292‴.

Rem. Depuis que j'ai fait connaître cette espèce des trois

points cités de l'Inde archipélagique, elle a été retrouvée près des côtes d'Aden et de Zanzibar. Je n'en ai observé que trois individus ce qui paraît indiquer qu'elle doive être assez rare.

Diapterus macrosoma Blkr, Onz. notic. ichth. Ternate, Ned. T. Dierk. I p. 231; Kner, IV Folge Fisch. Mus. Godeffr. Sitz. ber. Wien. 1868. Bd. 58 p. 301.

Diapt. corpore oblongo compresso, altitudine 3 circ. in ejus longitudine absque-, 4 circ. in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis 2 circ. in ejus altitudine; capite acuto 3 ad $3\frac{1}{2}$ in longitudine corporis absque-, 4 ad $4\frac{3}{5}$ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1 et paulo, latitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis diametro $2\frac{2}{3}$ ad 3 in longitudine capitis, diametro 1 fere ad 1 distantibus; fronte linea mediana plane alepidota; fossa processus intermaxillaris usque supra oculi partem anteriorem adscendente; linea rostro-nuchali ante oculos concava; rostro acuto oculo sat multo ad vix breviore; osse suborbitali inferne edentulo; praeoperculo margine libero laevi vel angulum versus tantum scabriusculo; dentibus maxillis pluriseriatis parvis aequalibus; dentibus pharyngealibus superioribus parvis acutis vel acutiusculis, molaribus majoribus vel minoribus nullis; osse pharyngeali inferiore triangulari margine posteriore concavo, sutura mediana mobili bivalvi, dentibus conicis parvis peripheria acutis suturam mediam versus obtusiusculis, molaribus majoribus vel minoribus nullis; squamis genis in series 3 obliquas transversas dispositis, corpore valde deciduis, 43 circ. in linea laterali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 15 vel 16 in serie transversali anum inter et pinnam dorsalem quarum 5 lineam lateralem inter et spinas dorsales medias (absque vagina dorsalis squamosa); cauda parte libera longiore quam postice alta; pinnis dorsali et anali basi vagina squamosa sat humili; dorsali spinis compressis 2ª, 3ª et 4ª ceteris longioribus, 2ª corpore minus duplo humiliore dorsali spinosa conspicue breviore, 9ª radio 1° breviore; pectoralibus capite non ad paulo longioribus analem non attingentibus; ventralibus acutis margine

inferiore concavis vel rectiusculis capite absque rostro brevioribus; anali spinis 2ª et 3ª subaequalibus capitis parte postoculari non longioribus spina dorsali 2ª minus duplo brevioribus; caudali lobis valde acutis capite non ad paulo longioribus; colore corpore superne coerulescente-griseo, inferne argenteo: iride flavescente; pinnis flavescente-hyalinis, dorsali spinosa superne et caudali postice vulgo fusco marginatis.

B. 6. D. 9/10 vel 9/11. P. 1/16. V. 1/5. A. 3/7 vel 3/8. C. 1/15/1 et lat. brev.

Syn. *Gerres macrosoma* Blkr, Bijdr. ichth. Halmaheira, Nat. T. Ned. Ind. VI p. 56; Günth., Cat. Fish. I p. 353, IV p. 263.
Kapas-kapas Mal.

Hab. Singapura; Java (Batavia); Bali (Boleling); Timor (Kupang); Ternata; Halmahera (Sindangole); Obi-major: Amboina; Saparua; Waigiu; in mari.

Longitudo 11 speciminum 92''' ad 198'''.

Rem. Le Diapterus actuel est fort voisin du Diapterus acinaces mais il a le corps plus allongé, et la seconde épine dorsale et les pectorales relativement plus courtes Il est moins rare que l'acinaces, mais n'a pas été trouvé jusqu'ici, hors l'Insulinde, que dans les mers de l'île Savay.

Diapterus argyreus Blkr.

Descriptio Güntheriana sequens.

„The height of the body is scarcely more than the length of the head, and one-third of the total (without caudal fin); the diameter of the eye is one-third of the length of the head, and rather longer than the snout, the extent of which equals the distance between the eye. The groove for the processes of the intermaxillary bones is entirely scaleless, and does not extend to the vertical from the centre of the eye. The spines of the fins are slender; the second of the dorsal is one-half of the height of the body, and more than twice the length of the second anal spine, which is rather stronger but not longer than the third. Silvery; top of the dorsal blackish. D. 9/10. A. 3/7. Lin. lat. 45."

Syn. *Siaena argyrea* Forster.

Cichla argyrea Bl. Schn., Syst. p. 344.

Gerres waigiensis QG., Zoöl. Voy. Freycin. p. 292.

Gerres argyreus CV., Poiss. VI p. 360; Günth., Cat. Fish. I. p. 353, IV p. 263.

Hab. Waigiu; in mari.

Rem. Cette espèce, habite aussi la Mer rouge, les mers des îles Strong et Tanna, et la côte orientale de la Nouvelle Hollande (Port Jackson).

Diapterus kapas Blkr, Septièm. mém. ichth. Timor, Ned. T. Dierk. I p. 269.

Diapt. corpore oblongo compresso, altitudine $2\frac{1}{4}$ ad $2\frac{1}{3}$ in ejus longitudine absque-, 3 fere ad 3 in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{1}{3}$ ad $2\frac{1}{2}$ in ejus altitudine; capite acuto 3 ad 3 et paulo in longitudine corporis absque-, 4 ad 4 et paulo in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1 fere ad 1, latitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis diametro $2\frac{3}{4}$ ad 3 in longitudine capitis, diametro $\frac{3}{4}$ ad 1 fere distantibus; fronte linea mediana plane alepidota; fossa processus intermaxillaris usque supra oculi marginem anteriorem adscendente; linea rostro-nuchali ante oculos concava vel concaviuscula; rostro acuto oculo multo breviore; osse suborbitali inferne edentulo; praeoperculo margine libero laevi vel angulum versus tantum scabriusculo; dentibus pharyngealibus superioribus ex parte conicis acutiusculis ex parte molaribus planis minoribus et majoribus; osse pharyngeali inferiore triangulari margine posteriore medio convexo, sutura mediana conspicua nulla, dentibus periphericis ex parte conicis obtusiusculis, ceteris molaribus subplanis centralibus ceteris paulo majoribus irregulariter dispositis; squamis genis in series 3 obliquas transversas dispositis, corpore valde deciduis 40 circ. in linea laterali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis 15 circ. in serie transversali anum inter et pinnam dorsalem quarum 4 lineam lateralem inter et spinas dorsales medias

(absque vagina dorsali squamosa); cauda parte libera vix longiore quam postice alta; pinnis dorsali et anali basi vagina squamosa mediocri; dorsali spinis gracilibus compressis 2ª, 3ª et 4ª ceteris longioribus, 2ª $1\frac{1}{2}$ ad 2 in altitudine corporis; 9ª radio 1° breviore; pectoralibus capite paulo longioribus analem attingentibus vel subattingentibus, ventralibus acutis margine inferiore rectiusculis capite absque rostro brevioribus; anali spina 2ª spina 3ª paulo fortiore sed paulo breviore oculo non ad paulo et spina dorsali 2ª duplo fere breviore; caudali lobis acutis capite non ad paulo longioribus; colore corpore superne coerulescente- vel viridescente-griseo, inferne argenteo; iride flavescente; pinnis flavescentibus, dorsali spinosa nigricante marginata.

B. 6. D. 9/10 vel 9/11. P. 1/14 vel 1/15. V. 1/5. A. 3/7 vel 3/8. C. 1/15/1 et lat. brev.

Syn. *Gerres kapas* Blkr, Bijdr. ichth. Riouw, Nat. T. Ned. Ind. II p. 482; Günth., Catal. Fish. I p. 352, IV p. 259.

Gerres singapurensis Steind , Bericht Fisch. Singap , Sitz. ber. K. Akad. Wiss. 1870 Bd. 60 p. 568.

Kapas-kapas Blkr.

Hab. Sumatra (Benculen, Trussan, Priaman); Batu, Nias; Singapura; Bintang (Rio); Bangka (Muntok, Gussongassem, Tandjong berikat, Blinju); Java (Batavia); Celebes (Macassar, Bonthain): Timor (Kupang); Amboina; in mari.

Longitudo 10 speciminum 62''' ad 120'''.

Rem. Le Gerres singapurensis Steind. me paraît ne pas se distinguer du kapas. Les dentelures du préopercule dont parle M. Steindachner, se retrouvent dans la plupart des espèces insulindiennes, mais elles sont extrêmement fines et plus palpables que visibles à l'oeil non armé. Encore ne se trouvent elles que sur le bord inférieur ou tout près de l'angle. Le kapas est la seule espèce insulindienne connue à 40 écailles dans la ligne latérale. Lors de mon séjour à Singapore, en l'an 1860, j'ai observé plusieurs individus, ce qui indique que l'espèce n'y est pas rare.

Diapterus abbreviatus Blkr, Enumér. poiss. Amboin, Ned. T. Dierk. II p. 275.

Diapt. corpore oblongo compresso, altitudine 2 circ. in ejus longitudine absque-, $2\frac{2}{5}$ ad $2\frac{3}{4}$ in ejus longitudine cum pinna caudali: latitudine corporis $2\frac{1}{2}$ ad 3 in ejus altitudine; capite acuto $3\frac{1}{4}$ ad $3\frac{1}{2}$ in longitudine corporis absque-, $4\frac{1}{4}$ ad $4\frac{3}{4}$ in longitudine corporis cum pinna caudali, altiore quam longo; latitudine capitis $1\frac{3}{4}$ ad 2 fere in ejus longitudine; oculis diametro $2\frac{1}{3}$ ad $2\frac{3}{4}$ in longitudine capitis, diametro 1 fere ad 1 distantibus; fronte linea mediana plane alepidota; fossa processus intermaxillaris usque supra oculi marginem anteriorem adscendente; linea rostro-nuchali ante oculos rectiuscula vel concaviuscula; rostro acuto oculo multo breviore; osse suborbitali inferne edentulo; praeoperculo margine libero laevi; dentibus pharyngealibus superioribus periphericis ex parte conicis acutis, ceteris molaribus majoribus et minoribus facie masticatoria applanatis, posterioribus ceteris majoribus; osse pharyngeali inferiore triangulari margine posteriore medio convexo, sutura mediana nulla, dentibus periphericis lateralibus conicis acutiusculis, ceteris molaribus facie applanatis iis lineae medianae approximatis valde magnis ceteris multo majoribus biseriatis postrorsum magnitudine accrescentibus; squamis genis in series 3 obliquas transversas dispositis, corpore parum deciduis 35 circ. in linea laterali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 15 in serie transversali anum inter et pinnam dorsalem quarum 4 lineam lateralem inter et spinas dorsales medias (absque vagina dorsali squamosa); cauda parte libera breviore quam postice alta; pinnis dorsali et anali basi vagina squamosa elevata; dorsali spinis mediocribus compressis, 2^a, 3^a et 4^a ceteris longioribus, 2^a $1\frac{2}{3}$ ad 2 in altitudine corporis, 9° radio 1° breviore; pectoralibus capite longioribus analem attingentibus; ventralibus acutis margine inferiore rectiusculo capite absque rostro non ad vix brevioribus; anali spina 2^a spina 3^a fortiore sed non longiore, capitis parte postoculari longiore et spina dorsali 2^a multo minus duplo breviore; caudali lobis acutis capite paulo longioribus; colore corpore superne viridescente- vel coerulescente-

griseo, inferne argenteo; iride flavescente-margaritacea; pinnis flavescentibus vel flavescente-hyalinis, dorsali fuscescente marginata; corpore junioribus vulgo vittis diffusis 6 vel 7 transversis obliquis postrorsum descentibus fuscis quasi subcutaneis.

B. 6. D. 9/10 vel 9/11. P. 1/14 vel 1/15. V. 1/5. A. 3/7 vel 3/8. C. 1/15/1 et lat- brev.

Syn. *Gerres abbreviatus* Blkr, Verh. Bat. Gen., XXIII Maen. p. 11; Faun. ichth. Jav. gen et spec. nov. Nat. T. Ned. Ind. I p. 103; Günth., Catal. Fish. I p. 345, IV p 257; Kner, Flossenbau Fische p. 51 fig. 55; Zool. Reis. Novara Fisch. p 56 et tab. 3 fig. 3ª (dentes pharyngeales).

Kapas-kapas Mal.

Hab. Sumatra (Telokbetong, Benculen, Padang); Singapura; Bintang (Rio); Bangka (Muntok, Gussong-assam Blinju); Biliton (Tjirutjup); Java (Batavia); Celebes (Macassar, Badjoa); Ceram (Wahai): Amboina; Waigiu; in mari.

Longitudo 23 speciminum 80''' ad 230'''.

Rem. Cette belle espèce est remarquable par les os pharyngiéns inférieurs qui sont intimement soudés ensemble sans suture médiane. Je ne retrouve cette particularité que dans le le Diapterus kapas et le Diapterus japonicus (Gerres japonicus Blkr). Les grandes dents molaires aplaties de ces os ne se retrouvent non plus dans aucune des espèces que j'ai pu examiner et même pas dans le kapas et dans le japonicus, où celles du milieu de l'os sont beaucoup plus petites et irrégulièment disposées et, bien qu'un peu aplaties, correspondent plus aux dents des autres espèces insulindiennes et des espèces de la côte de Guinée (Diapterus melanopterus Blkr et Diapterus octactis Blkr).

Diapterus limbatus Blkr.

Descriptio Güntheriana sequens.

„The height of the body is two-fifths of the total length (without caudal). Praeorbital and praeoperculum entire. The snout is rather longer than the eye, the diameter of which

equals the width of the interorbital space and is two-sevenths of the length of the head. The groove for the processes of the intermaxillaries is entirely scaleles, and extends beyond the front margin of the eye. The second dorsal spine is considerably longer than the third, its length in adult speeimens being more than one half of the height of the body; in half-grown specimens it is scarcely longer than the third and half as high as the body. The scaly sheath of the dorsal fin is moderately developed The second anal spine is stronger and a little longer than the third, its length being more than one-half of the length of the second dorsal spine. There are four series of scales between the highest point of the lateral line and the dorsal fin. Silvery; caudal with a broadish blackish margin; the spinous dorsal with a narrow black-edge. D. 9/10. A. 3/7. Lin. lat 37. Lin. transv. 5/10"

Syn. *Gerres limbatus* CV., Poiss. VI p. 358; Günth., Catal. Fish. IV p. 259; Day, Fish. Malab. p 160.
Catochaenum limbatum Cant., Catal. Mal. Fish. p. 55.
Hab. Pinang. — Or. Corom.
Longit. „three and a half and seven inches."

Diapterus poeti Blkr, Deux. notic. ichth. Saparoua, Versl. Kon. Akad. v. Wet. XVI p. 360.

Diapt. corpore oblongo compresso, altitudine $2\frac{2}{5}$ ad $2\frac{1}{2}$ in ejus longitudine absqne-, 3 ad 3 et paulo in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{1}{3}$ circ. in ejus altitudine; capite acuto $3\frac{2}{5}$ ad $3\frac{1}{2}$ in longitudine corporis absque-, $4\frac{1}{3}$ ad $4\frac{2}{5}$ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1 circ., latitudine capitis $1\frac{3}{4}$ circ. in ejus longitudine; oculis diametro $2\frac{1}{4}$ ad $2\frac{2}{5}$ in longitudine capitis, diametro 1 fere ad 1 distantibus; fronte linea mediana plane alepidota; fossa processus intermaxillaris usque supra oculi marginem anteriorem adscendente; linea rostro-nuchali ante oculos rectiuscula vel concaviuscula; rostro acuto oculo multo breviore; osse suborbitali inferne edentulo; praeoperculo margine libero laevi vel angulum versus tantum scabriusculo; dentibus pharyngealibus superioribus parvis, ex parte conicis acutis ex parte conico-

graniformibus, molaribus majoribus nullis; osse pharyngeali inferiore triangulari margine posteriore concavo, sutura mediana mobili, dentibus parvis periphericis ex parte conicis acutiusculis mediis omnibus conico-graniformibus, molaribus majoribus nullis; squamis genis in series 3 obliquas transversas dispositis, corpore sat deciduis 35 circ. in linea laterali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 14 in serie transversali anum inter et pinnam dorsalem quarum 3 vel $3\frac{1}{2}$ lineam lateralem inter et spinas dorsales medias (absque vagina dorsalis squamosa); cauda parte libera aeque longa circ. ac postice alta; pinnis dorsali et anali basi vagina squamosa sat elevata; dorsali spinis compressis 2ª 3ª et 4ª ceteris longioribus, 2ª et 3ª subaequalibus corpore duplo ad duplo fere humilioribus non setigeris, 9ª radio 1° breviore; pectoralibus capite non ad vix longioribus analem non attingentibus; ventralibus acutis margine inferiore rectiusculis capite absque rostro non vel vix brevioribus, anali spina 2ª spina 3ª multo fortiore sed vix longiore capitis parte postoculari multo longiore spina dorsali 2ª non vel vix breviore; caudali lobis acutis capite non longioribus; colore corpore superne viridescente- vel coerulescente-griseo, inferne argenteo; iride flavescente; pinnis flavescentibus vel flavescente-hyalinis.

B. 6. D. 9/10 vel 9/11. P. 1/13 vel 1/14. V. 1/5. A. 3/7 vel 3/8. C. 1/15/1 et lat. brev.

Syn. *Mata bezaar* Valent., Amb. fig. 354.

Ican poetie Ren., Poiss. Mol. I tab. 2 fig. 9.

Gerres poetie CV., Poiss. VI p. 352; Blkr, Verh. Bat. Gen. XXIII Maen. p. 11; Günth., Catal. Fish. I p. 341, IV p. 256; Kner, Zool. Reis. Novar. Fisch. p. 55 (nec fig. dentium tab. 3 fig. 3ª).

Kapas-kapas, *Hajam* Mal.; *Bekututan* Jav.; *Koppeh*, *Kumpar* Madur.

Hab. Bintang (Rio); Bangka (Muntok); Java (Batavia, Surabaya, Pasuruan); Madura (Kammal); Amboina; Saparua; in mari.

Longitudo 24 speciminum 88‴ ad 151‴.

Rem. La dentition pharyngienne publiée par M. Kner comme

celle du Diapterus poetie CV. (Reise Novara, Fische tab. 3 fig. 3[a]) est celle du Diapterus abbreviatus en non du poetie. Dans le poetie les os pharyngiens inférieurs réunis (à suture mobile) forment un triangle plus allongé et à bord postérieur concave et ils ne sont armés au milieu que de petites dents molaires arrondies et irregulièrement disposées. Le poeti est du reste voisin par la formule des écailles tant de l'abbreviatus que du limbatus et de l'oyena et s'approche le plus du limbatus, mais il est fort bien reconnaissable par la seconde épine anale, qui est beaucoup plus forte que la troisième et égale presque en longueur la seconde épine dorsale.

Diapterus oyena Blkr, Onz. notic. ichth. Ternate, Ned. T. Dierk. I p. 232.

Diapt. corpore oblongo compresso, altitudine $2\frac{2}{3}$ ad 3 fere in ejus longitudine absque-, $3\frac{2}{5}$ ad 4 fere in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis 2 ad $2\frac{1}{3}$ in ejus altitudine: capite acuto 3 ad $3\frac{1}{2}$ in longitudine corporis absque-, 4 ad $4\frac{3}{4}$ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1 circ.-, latitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis diametro $2\frac{2}{3}$ ad 3 in longitudine capitis, diametro 1 fere ad 1 distantibus, fronte linea mediana plane alepidota; fossa processus intermaxillaris usque supra oculi marginem anteriorem adscendente; linea rostro-nuchali ante oculos rectiuscula vel concaviuscula; rostro acuto oculo sat multo ad vix breviore; osse suborbitali inferne edentulo; praeoperculo margine libero laevi; dentibus pharyngealibus superioribus parvis ex parte conicis acutiusculis ex parte conico-granifornibus, molaribus majoribus nullis; osse pharyngeali inferiore triangulari margine posteriore concavo sutura mediana mobili bivalvi, dentibus parvis periphericis conicis ex parte acutiusculis lineam medianam versus conico-graniformibus, molaribus nullis; squamis genis in series 3 obliquas transversas dispositis, corpore valde deciduis 35 circ. in linea laterali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis, 16 in serie transversali anum inter et pinnam dorsalem quarum 4 lineam lateralem inter et spinas dorsales medias (absque vagina dor-

salis squamosa); cauda parte libera aeque longa circ. ac postice alta; pinnis dorsali et anali basi vagina squamosa sat elevata; dorsali spinis tenuibus gracilibus compressis 2ª 3ª et 4ª ceteris longioribus, 2ª et 3ª subaequalibus $1\frac{2}{3}$ ad 2 in altitudine corporis non setigeris, 9ª radio 1° breviore; pectoralibus analem attingentibus capite non ad paulo longioribus analem non ad vix attingentibus; ventralibus acutis margine inferiore rectiusculo capite absque rostro brevioribus; anali spinis 2ª et 3ª subaequalibus gracilibus oculo non longioribus spina dorsali 2ª plus duplo brevioribus; caudali lobis acutis capite non ad paulo longioribus; colore corpore superne coerulescente-griseo, inferne argenteo; iride flavescente; pinnis flavescentibus, dorsali spinosa superne nigricante arenata.

B. 6. D. 9/10 vel 9/11. P. 1/15. V. 1/5. A. 3/7 vel 3/8. C. 1/15/1 et lat. brev.

Syn. *Labrus oyena* Forsk., Descr. anim. p. 35; Bl. Schn., Syst. p. 245; Lac., Poiss. III p. 463.
Sparus erythrourus Bl., Ausl. Fisch. V p. 26 tab. 261.
Cichla erythrurus Bl. Schn., Syst. p. 336.
Sparus brittannus Lac., Poiss. IV p. 132, 134.
Labrus longirostris Lac., Poiss. III p. 467 tab. 19 fig. 1.
Smaris oyena Rüpp., Atl. Reis. Fisch. p. 11 tab. 3 fig. 2.
Gerres oyena CV., Poiss. VI p. 355; Jen., Zool. Beagle, Fish. p. 59; Blkr, Verh. Bat. Gen. XXIII Maen. p. 12; Günth., Cat. Fish. IV p. 261.
Gerres oblongus Blkr, Topogr. Batav., Nat. Gen. Arch. N. Ind. II p. (nec CV).
Gerres equula Schl., Faun. Jap. Poiss. p. 76 tab. 40 fig. 1; Blkr, Verh. Bat. Gen. XXVI Nalez. ichth. Jap. p. 92.
Kapas-kapas Mal., *Terontang*, *Singran*, *Gelomo*, *Dodok* Jav.

Hab. Sumatra (Trussan); Nias; Singapura; Java (Batavia, Samarang, Tjilatjap, Patjitan, Surabaya, Pasuruan); Cocos (Nova-selma); Madura (Kammal); Bali (Boleling); Celebes (Macassar); Timor (Kupang); Ternata; Buro (Kajeli); Amboina; Banda; in mari.

Longitudo 26 speciminum 90‴ ad 182‴.

Rem. Le Diapterus oyena est une des espèces les plus répandues et les plus communes de l'Inde archipélagique et s'étend au nord jusqu'au Japon et à l'oaest jusqu'aux côtes de Zanzibar, d'Aden et dans la Mer rouge. Une comparaison de mes individus dn Japon aux individus de diverses parties de l'Inde archipélagique m'a convaincu de la justesse du rapprochement que M. Günther a fait en rapportant le Gerres equula Schl. au Diapterus actuel.

PENTAPRION Blkr.

Ossa pharyngealia inferiora gracilia libera non unita dentibus gracilibus acutis pluriseriatis armata. Pinnae, dorsalis spinis 10 vel 11 et radiis 14 vel 15, analis spinis 5 et radiis 13 vel 14. Pseudobranchiae.

Rem. Le genre Pentaprion est une indication de plus du peu de valeur qu'on ait à attacher, dans certains groupes de poissons, à la réunion plus ou moins intime des os pharyngiens inférieurs. Le type du genre est si voisin des espèces de Diapterus qu'on ne saurait point douter de leur affinité, les Pentaprions n'étant pour ainsi dire que des Diapterus à cinq épines anales et à quelques rayons de plus à la dorsale et à l'anale.

Pentaprion gerreoides Blkr. Verh. Bat. Gen. XXIII Maen. p. 13; Faun. ichth. Jav. spec. nov. Nat. T. Ned. Ind. I p. 104; Günth. Catal. Fish. I p. 396.

Pentapr. corpore oblongo compresso, altitudine $2\frac{1}{4}$ ad $2\frac{3}{5}$ in ejus longitudine absque-, 3 et paulo ad $3\frac{1}{2}$ in ejus longitudine cum pinna caudali; latitudine corporis $2\frac{1}{2}$ ad 3 in ejus altitudine; capite acuto 3 et paulo ad $3\frac{1}{4}$ in longitudine corporis absque-, 4 et paulo ad $4\frac{1}{3}$ in longitudine corporis cum pinna caudali; altitudine capitis 1 circ.-, latitudine capitis 2 circ. in ejus longitudine; oculis diametro $2\frac{1}{3}$ ad $2\frac{1}{4}$ in longitudine capitis, diametro 1 circ. distantibus; linea rostro-nuchali ante

oculos concaviuscula; rostro acutiusculo convexo oculo breviore maxillis valde deorsum protractilibus; dentibus maxillis pluriseriatis parvis aequalibus; ossibus pharyngealibus inferioribus gracilibus non unitis; dentibus pharyngealibus omnibus gracilibus conicis acutis; praeoperculo angulo rotundato, margine posteriore edentulo, margine inferiore leviter denticulato; squamis non ciliatis, valde deciduis, 40 circ. in linea laterali angulum aperturae branchialis superiorem inter et basin pinnae caudalis; pinna dorsali spinis gracillimis compressis, 1ª et 2ª parvis, 3ª et 4ª ceteris longioribus corpore duplo ad minus duplo humilioribus, spina posteriore radio 1° breviore; pectoralibus acutis eapite longioribus initium analis superantibus; ventralibus acutis oculo non vel vix longioribus; anali spinis gracilibus 2ª et 3ª ceteris longioribus spinis dorsalibus longissimis non multo brevioribus; caudali lobis acutis capite paulo ad non longioribus; colore corpore superne viridescente-griseo, inferne margaritaceo; iride flavescente; vitta oculo-caudali gracili argentea quasi subcutanea; pinnis flavescentibus vel flavescente-hyalinis.

B. 6. D. 10/14 vel 10/15 vel 11/14. P. 1/14. V. 1/5. A. 5/13 vel 5/14. C. 1/15/1 et lat. brev.

Syn. *Ikan Hajam* Mal. Batav.

Hab Sumatra (Priamam); Java (Batavia, Anjer); Celebes (Macassar, Badjoa); in mari.

Longitudo 21 speciminum 65‴ ad 98‴.

Rem. Je ne connais cette espèce que des mers de Sumatra, de Java et de Célèbes. Elle paraît même y être assez rare. Jamais je n'en ai vu d'individus de plus de 100‴ de long.

La Haye, Décembre 1872.

INHOUD

VAN

DEEL VII. — STUK 2.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER - KRÖBER - BAKELS.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

TWEEDE REEKS.

Zevende Deel. — Derde Stuk.

AMSTERDAM,
C. G. VAN DER POST.
1873.

OVER DE ONHOUDBAARHEID DER STELLING

DAT DE

BREKING DER LICHTSTRALEN WORDT GEWIJZIGD

DOOR DE

BEWEGING VAN LICHT-BRON EN PRISMA.

DOOR

V. S. M. VAN DER WILLIGEN.

§ I.

1. Eene impulsie of schok, of hoe men haar ook noemen moge — bijv. moleculaire verplaatsing — wordt nimmer als zoodanig in eene absoluut veêrkrachtige en onbegrensde middenstof voortgeleid.

Als resultaat eener door de moleculen der middenstof achtereenvolgend uit te voeren voortgeleide trilling, die zich uit een onbeweeglijk middenpunt in de rustende middenstof naar alle rigtingen verspreidt, valt zulk eene impulsie zeer zeker onder de algemeene wet, naar welke die trilling zich voortplant.

Aan den anderen kant wijst zoowel de waarneming als de theoretische beschouwing er op heen, dat wanneer aan eenig punt der middenstof eene moleculaire impulsie of verplaatsing wordt medegedeeld, daarbij trillingen worden opgewekt, wier trillings-tijd en amplitudo vaak ver boven het bereik van ervaring en theorie liggen. Elke zoodanige trilling plant zich uit dat punt als middenpunt naar alle rigtingen voort. De levendige kracht, die werd medegedeeld, heeft zich dan in die trillingen uitgestort en kan ten tweeden male niet meer onder den vorm

eener integrale impulsie of verplaatsing vereenigd worden gedacht.

Hoe en op welke wijze die trillingen in eene onbegrensde middenstof geboren worden valt zoo gemakkelijk niet te zeggen. Waarschijnlijk heeft men zich die vorming zoodanig te denken, dat de stoot, uit het middenpunt op de omgelegen deeltjes overgegaan, terstond daarop, wanneer zij deze verlaat, niet alleen naar buiten wordt voortgeleid, maar ten deele ook weêr naar het punt van uitgang terugkeert, om op nieuw weêr naar buiten te gaan; en verder, dat dit proces zoo lang herhaald wordt, tot het naar het middenpunt terugkeerende deel der levendige kracht ten slotte gelijk nul wordt. Wij verkrijgen dan rondom het centrum een heen- en wedergang van steeds kleinere hoeveelheden levendige kracht, die met uitputting eindigt en zeer wel op eene vibratie der moleculen kan uitloopen, waardoor de impulsie op steeds verder en verder van den oorsprong gelegen moleculen zal worden overgedragen.

2. Overal waar op de lucht of op het water zulk een stoot wordt uitgeoefend, zijn echter de voorwaarden voor de wording eener staande trilling der deeltjes aanwezig. De spontane trillingen, welke tot stand komen, zijn dus ongetwijfeld staande trillingen van de eerste moleculen der middenstof, die dan verder worden voortgeleid. — De geleidelijke overdraging der trilling van eene eigenlijke in staande trilling verkeerende bron op de omgevende middenstof, beiden in rust te denken, wordt mij door het gezegde duidelijker. De eerste moleculaire impulsie, welke van die bron uitging en zich over eene eerste bolvlakte verbreidde, vindt dan, bij haren terstond daarop volgenden gedeeltelijken terugkeer naar het middenpunt, hier reeds eene tweede en wordt met deze op nieuw in rythmischen pas weêr naar buiten gedreven. Zóó wordt eene eerste impulsie of stoot door eene volgende geregeld en gesteund. Door de voortdurende herhaling van ditzelfde proces met het oneindig aantal differentiaal-impulsies, waarin eene trilling van het primair trillende deeltje verdeeld kan worden gedacht, gaat de levendige kracht, die daarin voorhanden is, als voortgeleide trilling van dezelfde periode, naar alle rigtingen in de middenstof over; de verspreiding heeft natuurlijk volgens bolvlakken plaats.

Eene enkele op zich zelf staande impulsie zoude ik uit dit

oogpunt wel als labiel willen beschouwen tegenover de oneindige reeks van zulke impulsies, die elkander schragende en achtervolgens uit een zelfde vast middenpunt uitgaande, door eene in staande trilling aldaar aanwezige bron medegedeeld, eene geheele trilling vormen.

3. Is die bron van staande trillingen in beweging met betrekking tot de middenstof en is zij daarbij van zulke kleine afmeting, dat eene eerste impulsie niet meer door eene tweede, uit hetzelfde punt der middenstof uitgegaan, wordt gevolgd en zoo vervolgens, dan zijn al die differentiaal-impulsies, die door eene enkele staande trilling aan de omgevende middenstof worden medegedeeld, als zoo vele labiele impulsies te beschouwen, die ieder op zich zelf of als strooming wegsmelten of stuk vallen in trillingen, wier perioden in geen het minste verband staan met de periode van trilling der primaire bron.

Heeft de bron van trilling — die wij ons denken als eene vereeniging van deeltjes, welke isochroon, in gelijkvormige banen trillen en daarbij allen steeds in dezelfde phase verkeeren — echter zulke afmetingen, dat, niettegenstaande hare voortbeweging, dat oneindig aantal impulsies voor minstens eene enkele geheele vibratie nog geacht kan worden uit hetzelfde punt der middenstof uit te gaan, omdat voor ieder voortgeschoven deeltje der bron terstond een ander gelijk daarmede trillend in de plaats treedt; of wel, algemeener nog, staat het in dat punt gelegen deeltje der middenstof gedurende eene geheele trilling onder den regtstreekschen invloed der bron; dan komt nog de overdraging van de trilling der bron op de omgevende middenstof — mogelijk met veranderlijke amplitudo, maar zeer zeker met onveranderde periode — behoorlijk tot stand.

Men ziet: naar deze beschouwing is hier geene plaats voor de overdraging der primaire trilling met naar een of anderen regel verkorte of verlengde periode; en dat wel om de eenvoudige reden, dat wanneer de relative beweging der bron te groot is, ten aanzien van hare afmetingen of van den straal harer spheer van directe inwerking, zij ook niet langer eene vooruit te bepalen periode aan de spontane vibraties kan opdringen, die uit de opvolgende differentiaal-pulsaties of verplaatsingen mogten geboren worden.

Om duidelijk te zijn: wilde men eene verkorting of verlenging der periode, die met de zoo aanstonds te behandelen beschouwingen omtrent versnelden of vertraagden golfslag zoude strooken, dan moest men kunnen aantoonen, dat iedere elementaire pulsatie, die van de bewogen trillings-bron uitging, voor zoover zij zich aan dat punt van uitgang refereert en daarheen terugkeert, nu als uit instinct den weg tracht in te slaan niet naar dat eigenlijke punt van uitgang, maar naar een ander punt, waarheen de primaire bron zich zal hebben voortbewogen op het oogenblik dat zij de volgende impulsie uitzendt; en dit is toch wat al te willekeurig. Als daarom de trilling der primaire bron niet integraal, met hare eigene periode, op de omgevende middenstof kan worden overgedragen, dan kan zij in het geheel niet worden overgedragen; zij zal dan waarschijnlijk in voortgeleide trillingen wegsmelten, wier eindresultaat tegenwoordig althans ver boven het bereik der analyse ligt.

§ II.

4. Dit zijn beschouwingen, waarbij, naar ik meen, ieder zich zal kunnen nederleggen, die zich eene klare voorstelling van het proces der overdraging eener staande trilling op de omgevende middenstof tracht te vormen, en waarvan ik liever niets laat vallen, zoo lang die middenstof homogeen en onbegrensd blijft. Mij dacht het nuttig, om ze eens ter sprake te brengen en daardoor velen, zoo mogelijk, voor teleurstelling en de wetenschap voor afdwaling te bewaren.

Wat den invloed der beweging van het prisma op de rigting van den gebroken straal aangaat, heb ik alleen aan te voeren, dat sints lang door ARAGO proefondervindelijk bewezen is, dat die beweging zulken invloed niet heeft, en dat FRESNEL *) hiervan de theoretische verklaring gaf; in dien zin namelijk, dat de invloed dezer beweging op de rigting van den gebroken straal door eene veranderde waarde der aberratie wordt gecompenseerd. Niemand heeft tot nog toe het proefonder-

*) *Annales de Chimie et de Physique*. T. IX, p. 56 en 286. 1818.

vindelijk bewijs geleverd, dat die resultante van de verandering in breking en de verandering in aberratie niet gelijk nul is. Wel daarentegen is door FIZEAU *) aangetoond, dat de bekende onderstelling, waarvan FRESNEL uitgaat, ook bij de beweging van water, zoo als hij die aan de proef onderwierp, bleek waarheid te zijn; terwijl alleen de in de ruimte in rust gelaten aether tot nog toe eene bevredigende verklaring der aberratio fixarum in de undulatie-theorie vermag te geven. Omgekeerd is hierdoor dan weêr aangetoond, dat het een ongemotiveerd zoeken zoude zijn, om den invloed van de beweging van het prisma op de rigting van den lichtstraal te gaan bepalen en dat het nog veel meer ongemotiveerd, ja een terugtred der wetenschap van haar tegenwoordig standpunt, zoude zijn, wanneer zij zoodanigen invloed ter gedeeltelijke verklaring eener verplaatsing der FRAUNHOFER'sche strepen in het spectrum aannam.

Door de onderstelling van FRESNEL, wier vruchtbaarheid bleek, is dan ook het gezigtspunt aangewezen, waaruit wij den invloed van de beweging der lichtbron op de breking moeten nagaan. De licht-aether, die de trillingen voortleidt, is volgens haar in de onbegrensde ruimte in rust; de stoffelijke ligchamen voeren bij hunne beweging alleen dat deel van den besloten aether mede, dat zijne overmaat in digtheid boven die in de ruimte vormt.

5. Eene onbegrensde middenstof, die, niettegenstaande de daarin voortbewogen ligchamen, in rust blijft, helpt ons alzoo met de toegevoegde onderstelling van FRESNEL gemakkelijk heen over den invloed der beweging van het prisma op de rigting van den straal; maar, blijkens het boven gezegde, maakt zij de beschouwing van de overdraging der trilling van de bewogen bron op de middenstof ingewikkelder. Uitgaande van die rust komt men echter toch, zoo als nader zal blijken, geleidelijk tot het resultaat, dat ook de beweging der bron geen invloed heeft op de breking. Dit sluit echter niet in, dat, wanneer die omgevende aether eens wèl werd medegesleept in de beweging, de rigting van den gebroken straal zoo maar

*) *Comptes Rendus.* T. XXXIII, p. 349. 1851.

klakkeloos van beide bewegingen afhankelijk moest worden gesteld. Althans wanneer het prisma en de omgevende middenstof met volkomen dezelfde snelheid voortgaan, kan er geen sprake van zijn, dat de rigting van den gebroken straal van die beweging zoude te lijden hebben. En PETZVAL zag, in zijne straks te vermelden verhandelingen, zeer goed in, dat de volkomen medevoering der omgevende middenstof door de bron den doodsteek moest geven aan iedere theorie die dáár bij de bron eene wijziging van trillings-tijd of golflengte der voortgeleide trilling verlangde.

Maar zelfs, al sleepten de voortbewogen ligchamen den omgevenden aether in hunne beweging volkomen mede, dan toch zou, bij den grooten afstand, die bijv. de ster van de aarde scheidt, ergens wel een punt tusschen beiden zijn te vinden, waar die aether, geheel ongevoelig voor beide bewegingen, in volkomen rust blijft; en zoo wordt bij die medevoering de quaestie eigenlijk naar eene andere plaats in de ruimte verlegd, waar hare oplossing wel is waar, naar het zich nu laat aanzien, grooter moeijelijkheid zoude baren, maar daarom nog niet hopeloos behoeft te zijn.

Op het tegenwoordig standpunt der wetenschap is echter de overgang der trilling van eene voortbewogen bron op een rustenden aether of uit een rustenden aether in eene bewogen brekende stof nog maar alleen aan de orde.

Vrij wel heb ik nu het gezigtspunt omschreven, waaruit ik den invloed der beweging van lichtbron en prisma op de rigting van den gebroken straal beschouw. Verre werp ik daarbij van mij de afgeleide voorstelling van golf en nog veel meer die van golfslag; ik houd mij aan het oorspronkelijk begrip van voortgeleide trilling of vibratie, dat alleen realiteit bezit in het wezen der dingen en waarvan golf of golfslag slechts een resultaat zijn.

Wanneer ik ten slotte de waarnemingen van anderen hard val in het belang der wetenschap en met de volle overtuiging, dat in die waarnemingen zelven de oorzaak te zoeken is van de gevonden verplaatsingen in het spectrum, dan geloof ik daartoe ten vollen geregtigd te zijn, omdat ik ook mijne eigene waarnemingen nimmer heb gespaard.

§ III.

6. In 1842 stelde CHR. DOPPLER *) kortweg, dat door de betrekkelijke beweging van de primaire bron van trilling en den waarnemer de kleur van het waargenomen licht of de hoogte van den waargenomen toon, volgens zeer eenvoudige wet, wordt gewijzigd. Hij rukt een enkelen licht- of geluidstraal, die zamenvalt met de rigting der beweging, los uit den geheelen bol waartoe hij behoort, zonder acht te slaan op het noodzakelijk verband, waarin die straal staat tot het oneindig aantal anderen, die met hem van hetzelfde punt in alle rigtingen uitgaan. Die straal, de eenige dan dien hij beschouwt, is voor hem eene regte lijn, volgens welke zich het geluid in zoo vele golven of golfslagen tot den bewogen waarnemer voortplant (hierbij te denken aan een schip, dat een golvend water klieft); en omdat nu de bron van trilling of de waarnemer zich juist in de rigting van dien straal bewegen, wordt de snelheid, waarmede die golfslagen op den waarnemer aansnellen, met de relative snelheid van die beiden vermeerderd of verminderd.

Maar DOPPLER vergeet ons te zeggen, wat wij dan toch voor geluid en licht onder een golfslag te verstaan hebben; stellig toch wel iets anders dan het zamengestelde golvengeklots tegen den voorsteven van een schip, dat tegen de golven eener rivier opvaart; zulk eene parallel is wat al te primitief. Golfslag en geheel ontrolde golf verwart hij met elkander; daarbij laat hij de geheel ontrolde golf, of liever de oorzaak daarvan, die zich over eene geheele golflengte gaat uitstorten, in een enkel oneindig klein tijds-deel door de primaire bron aan de middenstof mededeelen. Hij vergeet ons te zeggen, welke oorzaak dan toch die vlot geworden golven of golfslagen van licht en geluid voortdrijft, wier punt van uitgang van oogenblik tot oogenblik van plaats verandert; welk verband er hier nog bestaat tusschen de verschillende deelen eener zelfde spherische golvenvlakte onderling en tusschen trilling en golf. Hij laat aan ons over om uit te vorschen, hoe het wel moet toegaan, nu die primaire bron in

*) *Das farbige Licht der Doppel-sterne.* Prag. 1842.

een oneindig klein tijdsdeel de golf uitzendt of liever de oorzaak daarvan op de middenstof overdraagt. Hij vormt zich geene voorstelling van het wezen en de oorzaak der golvingen, die langs de oppervlakte van het water voortgaan. Hij vergeet, dat deze golvingen het zamengesteld resultaat zijn van de voortgeleide microscopische trillingen van duizenden bij duizenden op elkander gestapelde water-moleculen; van trillingen, die het gevolg zijn van een of anderen van buiten aangebragten, vaak instantanen, mechanischen schok of stoot, en alles behalve van de inwerking eener bron van staande trilling; terwijl hier, bij geluid en licht, sprake is van eene voortgeleide moleculaire trilling, die door zulk eene primaire bron, onverschillig of zij al of niet in beweging is, toch ordentelijk in haar geheel moet worden overgedragen, vóór wij over golfslag of iets dergelijks kunnen gaan spreken. Hij zegt ons niet, wat wij bij de beschouwing van het wezen en de eigenschappen van zulk een geluid- of lichtstraal, niet alleen voor de perceptie, maar voor nog zoo vele andere verschijnselen, met dien golfslag hebben uit te staan.

8. Op het tegenwoordig standpunt der wetenschap zijn wij nu eenmaal geregtigd, om terug te gaan tot de trillingen van de moleculen der middenstof, en te spreken van de voortleiding van deze, in plaats van ons te verdiepen in hetgeen onder een golfslag of zulk eene instantaan medegedeelde golf moet worden verstaan. Waar die voortgeleide trilling der middenstof dan op een of ander voortbewogen stoffelijk ligchaam zal inwerken of daarin zal overgaan, hebben wij ook weder in de eerste plaats te doen met die trilling. Nu zoude het aan DOPPLER zijn om zijne theorie te handhaven; maar dan blijft hij ons al terstond bijv. het bewijs schuldig, dat, zoodra dit ligchaam in beweging geraakt, het vlak daarvoor gelegen deeltje der middenstof terstond met den vereischten spoed voor een volgend plaats maakt, zoodat dit volgende, juist zooveel vroeger als zijne beschouwing eischt, door het voortbewogen ligchaam in de volgende phase van trilling verschalkt wordt. Eerst daarna kon er eens sprake zijn bijv. van het mechanisch effect, dat specieel bij het geluid door den zamengestelden golfslag van duizende deeltjes, als bij watergolven, tot opwekking

van bepaalde staande trillingen in een daarvoor vatbaar afgegrensd geheel, kan worden uitgeoefend.

9. DOPPLER behandelt eerst het geval, dat de waarnemer zich in de rigting der voortplanting van golving of golfslag, of beter gezegd van de voortgeleide trilling, beweegt en daarna het andere geval, dat alleen de primaire bron van trilling in die rigting voortschuift. Zijne eenvoudige formule verschilt eenigszins voor beide gevallen, maar de oorzaak er van is ligt aan te wijzen. Dit verschil komt namelijk daar van daan, dat in het eerste geval — wanneer wij ons eenvoudigheidshalve alleen maar bij de onderlinge toenadering van trillingsbron en waarnemer bepalen — de waarnemer voortdurend de uit de bron ontwikkelde trilling of golfslag te gemoet reist en deze dus in eene naar evenredigheid zooveel korteren tijd weder opneemt als door zijne verplaatsing de lengte eener geheel ontrolde trilling, of om met DOPPLER te spreken, de afstand tusschen twee golfslagen verkort wordt; terwijl in het tweede geval de trilling of golfslag los geworden is van de voortbeweging der bron, zoodra zij op de omgevende middenstof is overgegaan en dan, van dit punt van uitgang af gerekend, nog de geheele golflengte te doorloopen heeft. Zoo lang de snelheden van trillingsbron en waarnemer, die zijn α en α', klein blijven met betrekking tot de snelheid a van de voortgaande trilling of golfslag, houdt men zich tegenwoordig voor beide gevallen aan dezelfde formule en het besluit luidt eenvoudig: de waarnemer neemt in denzelfden tijd meer golven, meer golfslagen, liever meer ontrolde trillingen op in reden van $\frac{a+\alpha+\alpha'}{a}$, waarin natuurlijk α en α' in tegengestelden zin als positief moeten worden genomen. Wanneer dan α en α' naauwkeurig bekend zijn, kan de verschuiving der kleur naar het violet en de verhooging van den toon volkomen naauwkeurig in maat en getal worden berekend.

10. Dit is nu in eenen meer systematischen en wetenschappelijken vorm de redeneering, in wier strikken de geleerde wereld verward geraakte en die men heden ten dage, nog verre opgevoerd boven de grenzen, die DOPPLER zich stelde, den weidschen titel van DOPPLER's theorie geeft, wier toepassing op

de spectraal-analyse van den hemel men als eene gewigtige schrede voorwaarts in de wetenschap begroet.

Wat zal men daarvan zeggen; de critiek laat zich in weinig woorden zamenvatten. Ik merkte reeds op, dat DOPPLER zich geen rekenschap geeft van de wording eener golf of van een golfslag uit eene voortgeleide trilling. Iedere trilling, die langs den geluid- of licht-straal wordt voortgeleid, ontwikkelt haar eigen golf, wier lengte bepaald is door den duur der trilling en hare snelheid van voortplanting, die tevens snelheid van voortplanting der golf is. Eene trilling is een geheel dat geregeld afloopt; van halve of quart-trillingen kan dus geen sprake zijn; alzoo ook niet van halve of quart-golven. Een golf bestaat uit een berg en een dal; eenig deeltje der middenstof, dat in een positief maximum van uitslag zijner trilling verkeert, ligt op den top van den berg der voortgeleide golf. Wanneer nu uit een zelfde punt steeds trillingen van denzelfden duur geleidelijk achter elkander uitgaan, dan is de geluid- of licht-straal voortdurend bezet met om den anderen afwisselende bergen en dalen, die volkomen aan elkander sluiten; en de afstanden tusschen twee op elkander volgende bergen zijn steeds gelijk aan de ware golflengte der trilling. Wanneer evenwel het punt, waarvan de trillingen uitgaan, zich, zoo als DOPPLER wil, van trilling tot trilling verplaatst langs den straal en dan op ieder punt, in rust, eene trilling uitzendt, dan is de regelmatige zamenhang der opvolgende golven terstond verbroken; de voortgeleide trillingen worden nog wel in denzelfden tijd uitgevoerd, de lengte der respective golven is nog volkomen dezelfde gebleven; maar de golven der achtereenvolgende trillingen zijn gedeeltelijk over elkander geschoven en de afstand tusschen twee opvolgende bergen of twee opvolgende dalen is verkort met den weg, dien de bron tusschen het uitzenden van twee trillingen aflegt; ziet daar, klaar en duidelijk wat DOPPLER wil; niets meer en ook niets minder; van inkorting van den duur der trilling of van de lengte der golf, zoodat de opvolgende golven niet meer over elkander geschoven liggen, is bij hem geen zweem te vinden. Eenvoudigheidshalve bepaal ik mij hier alleen bij de voorwaartsche beweging van de bron; de rugwaartsche beweging maakt even zoo dat de bergen of

dalen der opvolgende trillingen verder uit elkander komen te liggen.

Indien nu bijv. duizenden bij duizenden op elkander rustende deeltjes van het water te zamen gelijktijdig trillen en dus gelijktijdig in hun maximum van uitslag zijn, dan vormen zij dien hoogen berg, van soms wel 30 voet, die als zamengestelde golf boven de oppervlakte van het water verrijst. Verplaatst zich dan de oorsprong, waarvan die trillingen in het water uitgaan, hetgeen bij instantane windstooten op de water-oppervlakte zoo ligt denkbaar is, en wel zoodanig dat de punten, waarvan de eerste, tweede, derde en volgende trillingen uitgaan — die wij allen natuurlijk denzelfden trillings-tijd toeleggen — vooruit zijn geschoven, in de rigting, waarin de golven voortgaan, dan zullen de bergen, die men in het dagelijksche leven golven noemt, dat is de golfslagen, der opvolgende centra elkander op kortere afstanden volgen, dan wanneer de oorsprong in rust blijft; dit is nu hetgeen waaraan DOPPLER dacht en hetgeen niemand hem zal betwisten. Heeft hij nu een waarnemer bij de hand, dan zal deze in denzelfden tijd meer golfslagen ontvangen dan met den trillings-duur en de voortplanting der trillingen overeenkomen; dit is volkomen waar. Beweegt de waarnemer daarenboven zich tegen den golfslag in, dan zal hij in denzelfden tijd nog meer golfslagen ontvangen: dit is even zeker; de verplaatsing van den waarnemer verandert natuurlijk den trillingsduur van de deeltjes der middenstof ook niet in het minste, maar maakt dat de opvolgende bergen met kleiner of met grooter tusschenpoozen door hem worden bereikt, dan wanneer hij in rust blijft.

Nog eens: aan DOPPLER is nu het bewijs, hoe eene in staande trilling verkeerende bron hare trillingen, zoo als die windstooten, met tusschenpoozen en instantaan op de omgevende middenstof overdraagt, en aan hem het bewijs, dat de perceptie van kleur — gesteld eens, dat dit voor de zamengestelde verdigtings- en verdunnings-golven, die een mechanisch effect uitoefenen, bij het oor uitsluitend zoo plaats heeft — door het aantal der in zekeren tijd ontvangen golfslagen en niet door den vibratietijd der aether-moleculen bepaald wordt. Men moet hier duidelijk onderscheiden tusschen aantal der opgenomen golfslagen en aantal

van vibraties van de moleculen der middenstof in een zekeren tijd ; het eerste is veranderd, het laatste niet.

De goedgunstige lezer heeft voor mij zeker reeds den terugtogt gemaakt van die zamengestelde water- of luchtgolven, waarin zoovele deeltjes op en met elkander gelijktijdig trillen en door hun maximum gaan, tot dien idealen geluid- of licht-straal, waarop eene enkele reeks van deeltjes achter elkander ligt uitgestrekt, en waarlangs het toongevend of lichtend molecuul voortschrijdt. Hij is dan gekomen tot elementaire golvingen, die volgens DOPPLER van telkens eene kleine uitgestrektheid vooruitgeschoven punten zijn uitgegaan ; en hij is geëindigd met eene reeks van moleculen, die successivelijk al die trillingen van volkomen gelijken duur uitvoeren en reeds eene volgende beginnen eer de voorgaande is afgeloopen ; maar dit kan immers geen kwaad, naar de leere der superpositie van kleinste bewegingen ; de vibratie-tijd blijft ongeschonden bewaard. En voor het geval, dat de waarnemer zich beweegt, en wel naar de bron toe, heeft hij door dezen de golf, de ontrolde trilling, in zooveel korteren tijd weêr opgerold gevonden als door zijne verplaatsing de golflengte verkort wordt, ondersteld altijd, zie art. 8, dat de tegen het oog gelegen aether-moleculen steeds met den verlangden spoed zijn uitgeweken of weggenomen.

11. DOPPLER dacht inderdaad als een emissionist, maar hij drukte zich uit in de termen der undulatie-theorie ; hij had de opwekking en wijze van voortgang der watergolven nagegaan en bemerkte niet welke eischen hij nu aan zijne bewogen geluid- of licht-bron stelde ; zijne golfslagen waren niets anders dan in een bepaald tempo en met gegeven snelheid uitgestooten lichtdeeltjes. Hij schijnt niet eens te hebben bemerkt, dat zijne golfslagen geheel en al door interferentie worden uitgebluscht, zoodra de snelheid van toenadering der bron gelijk aan de halve snelheid van voortplanting der golven wordt. Er ontbrak slechts aan, dat hij nog aan die golfslagen of die voortgeleide trillingen de voortgaande snelheid der trillingsbron op hunnen verderen weg medegaf ; zijne navolgers hebben dit voor hem gedaan, door zijne beide formulen, zoo als ik zoo even aanwees, tot eene enkele te vereenigen.

§ IV.

12. De dertig jaren, die daar achter ons liggen, sints DOPPLER zijne verhandeling in het licht zond, zijn een leerzaam tijdperk in de geschiedenis der wetenschap; zij toonen, hoe eene ondoordacht daarheen geworpen beschouwing, zich beroepende op verwante verschijnselen, die onder geheel bijzondere omstandigheden plaats hebben, der wetenschap de grootste moeijelijkheden kan scheppen en haar zelfs op een dwaalspoor kan leiden. De door DOPPLER opgeworpen vergelijking met watergolven, wier wijze van wording, zoo als ik boven opmerkte, hemelsbreed verschilt van de overdraging eener trilling door eene in staande trilling verkeerende bron op eene onbegrensde omgevende middenstof en wier golfslag een mechanischen schok uitoefent, was de eerste schrede. De onderzoekingen van BUIJS BALLOT *) en anderen, en de uitkomsten daarbij voor het geluid op betrekkelijk kleine afstanden van de bron en juist in de rigting der beweging verkregen, waarbij weder het mechanisch effect van een eigenaardigen golfslag of pulsatie op een begrensd geheel op den voorgrond trad, noopten tot eene tweede niet minder bedenkelijke inductie.

Men beriep zich op verschijnselen, die hemelsbreed verschilden, of men besloot uit het bijzondere tot het algemeene, zonder acht te slaan op de eigenaardige omstandigheden, die bij het onderzoek van het bijzondere optreden. Men besloot kortweg: door de beweging van de trillingsbron wordt, overeenkomstig de formule van DOPPLER, de kleur van het licht en de hoogte van den toon veranderd; en terwijl DOPPLER zich eenvoudig vergenoegde met golfslagen of pulsaties te tellen, zonder er zich verder in te verdiepen of en in hoe verre dit geoorloofd was, stelden nu zoowel zijne voor- als zijne tegenstanders de quaestie van de verandering der periode van trilling bij de overdraging aan de orde.

Men begreep, dat van instantane overdraging der trilling

---

*) *Akustische Versuche auf der niederländischen Eisenbahn, nebst gelegentlichen Bemerkungen zur Theorie des Herrn Prof.* DOPPLER. POGGEND., *Annalen* B. LXVI, p. 321. 1845.

van de bron op de omgevende middenstof, zooals DOPPLER wilde, dan toch wel geen sprake kon zijn. Om met zijne golfslagen en golven in 't reine te komen wilde men weten, of door de voortgaande beweging der bron de vibratie-tijd van de voortgeleide trilling der middenstof, in overeenstemming met DOPPLER's formule zoude verschillen van die der primaire trilling van de bron. En, om in dezen digter bij het natuurlijk verloop te blijven, verdeelde men die primaire trilling in een oneindig aantal differentiaal-impulsies, door de bron stuk voor stuk, op ieder punt van haren weg één, aan de middenstof mede te deelen. Die allen te zamen, zoo successivelijk overgegaan, traden nu op, in plaats van den enkelen instantanen stoot van DOPPLER. Zoo kreeg DOPPLER's populaire voorstelling wetenschappelijke kleur en substantie; de trilling der bewogen bron werd als ontrold in een oneindig aantal phasen, en het was nu maar de vraag of die phasen zich weder goedschiks tot eene voortgeleide trilling van, volgens DOPPLER's formule, verkorte of verlengde periode lieten oprollen; en DOPPLER's beschouwingen en afdwalingen waren slechts kinderspel bij hetgeen nu ging volgen.

13. Op het punt der kleursverandering eener bewogen lichtbron waren de natuurkundigen gerustgesteld en hadden de strijders als het ware een wapenstilstand gesloten. Reeds BUIJS BALLOT deed opmerken, dat door den oneindigen voorraad van trillingen van geregeld klimmenden duur of golflengte, bij iedere vertraging of versnelling, volgens DOPPLER's formule, die dan toch noodzakelijk alle kleuren gelijktijdig moest treffen, niet wel van eene verandering der kleur van het zamengestelde licht sprake kon zijn. Immers voor iederen straal, die door eene eventuëele verkorting van den afstand zijner golfslagen of beter nog, door eene snellere opvolging daarvan in het oog, aan het violette uiteinde van het spectrum in het domein der onzigtbare stralen overging, moest aan het roode uiteinde een straal van het donkere in het lichtende gedeelte overgaan. Even zoo moest voor iederen straal, die, door verlenging van dien afstand of door tragere opvolging der golfslagen in het oog aan het roode uiteinde in het domein der onzigtbare stralen overging, aan het violette uiteinde een straal uit het don-

kere in het lichtende deel van het spectrum overstappen. En zoo bleef dan voor den waarnemer de kleur van het zamengestelde licht in beide gevallen onveranderd.

Daar ontbrandt echter de strijd in de Weener Akademie van Wetenschappen tusschen PETZVAL *) aan den eenen en VON ETTINGSHAUSEN †) en DOPPLER §) aan den anderen kant, terwijl de vraag omtrent de overdraging der trilling door eene voortbewogen bron op de omgevende middenstof, waarbij men niets met den waarnemer te maken heeft, zuiver werd gesteld. De vraag naar den invloed van de beweging van den waarnemer werd door PETZVAL, als niet behoorende tot het gebied der mechanica, terzijde gesteld. In de rigting, waarin ik hier het problema behandel, is ook mij die bewogen waarnemer totaal onverschillig.

Zien wij nu wat die strijd, die eerst met den dood van DOPPLER eindigde, aan het licht bragt.

VON ETTINGSHAUSEN **) stelt, even goed als ik in § I, op den voorgrond, dat iedere momentane impulsie in eene onbegrensde veêrkrachtige middenstof tal van spontane trillingen opwekt. Die trillingen stellen zich volgens hem te zamen tot bewegings-vormen, op welke de voorstelling eener trilling niet meer past, en die alzoo geene verdere aanleiding geven om over trillingsduur te spreken. Hij beroept zich op het geval der lineaire voortplanting eener beweging en op de door POISSON en OSTROGRADSKY gevonden integralen voor homogene veêr-

---

*) PETZVAL, *Ueber ein allgemeines Princip der Undulationslehre; Gesetz der Erhaltung der Schwingungsdauer.* Sitzungsberichte der K. K. Akademie der Wissenschaften. B. VIII, p. 134. 1852.

PETZVAL, *Ueber die Unzukömmlichkeiten gewisser populärer Anschauungsweisen in der Undulationstheorie. Ibid.* B. VIII, p. 567. 1852.

PETZVAL, *Ueber die Unzukömmlichkeiten gewisser populärer Anschauungsweisen in der Undulationstheorie. Ibid.* B. IX, p. 699. 1852.

†) VON ETTINGSHAUSEN, *Bemerkung zu dem Aufsatze: Ueber ein allgemeines Princip etc. Ibid.* B. VIII, p. 593. 1852.

VON ETTINGSHAUSEN, *Weitere Bemerkungen zu dem Vortrage des Herrn Prof.* PETZVAL, *vom* 15 *Jänner. Ibid.* B. IX, p. 27. 1852.

§) DOPPLER, *Bemerkungen zu dem Aufsatze: Ueber ein allgemeines Princip etc. Ibid.* B. VIII, p. 587. 1852.

DOPPLER. *Bemerkungen über die von Herrn Prof.* PETZVAL *gegen die Richtigkeit meiner Theorie vorgebrachten Einwendungen. Ibid.* B. IX, p. 237. 1852.

**) Zie zijn tweede stukje, p. 29.

krachtige middenstoffen, waarin de voortplanting der beweging in bolvormige golven plaats heeft. In het algemeenste geval, zegt hij, laat zich de sommatie niet verder uitvoeren en alleen de aanwijzing, dat de golven begrensd zijn, is alles wat men vermag.

14. Wanneer uit eenzelfde punt te gelijkertijd verschillende golven van regelmatig klimmende lengten uitgaan, dan zal de over-elkander-legging van al die golven eene lijn vormen, die zeer zeker in eene bepaalde periode afloopt; dit, geloof ik, kan dienen ter toelichting van hetgeen VON ETTINGSHAUSEN bedoelt, wanneer hij eene reeks van trillingen van regelmatig klimmende periode tot een geheel wil zamenstellen.

Maar hij begaat ongetwijfeld eene fout, wanneer hij golven van verschillende lengten zoo maar meent te kunnen sommeeren. Op de eenvoudigheid en de toepasselijkheid hier van het geval der lineaire beweging, laat zich ook vrij wat afdingen; hij bedoelt hier eene strooming der middenstof in massa, waaraan zeer zeker alle moleculen deel nemen, maar zonder relative verplaatsing der moleculen onderling, dan alleen aan de grensvlakken der bewogen massa, waar voorzeker de toestand zoo eenvoudig niet is. Bij trillingen hebben wij te doen met verplaatsingen der moleculen, waarbij juist de relative verplaatsing van twee nevengelegene het hoofdpunt is.

Het beginsel der superpositie van kleinste bewegingen is iets meer dan eene vereenvoudiging van berekening; in de natuur wordt het teruggevonden; alle trillingen, voorgesteld door hare eigene sinusoïden, blijven onafhankelijk van elkander voortbestaan of, hetgeen voor ons hetzelfde is, zij vallen bij den overgang van de eene stof in de andere uit elkander; immers, het was anders niet mogelijk, het zamengestelde zonlicht door breking in zijne verschillende kleuren te ontleden; en niets zoude ons, aan den anderen kant, beletten om een sinusoïdalen, homogenen lichtstraal in eene gansche reeks van kleuren op te lossen.

15. Wat nu, ook volgens VON ETTINGSHAUSEN, geldt voor eene enkele initiale impulsie, zal dan toch ook nog waar blijven voor iedere elementaire impulsie, uit die oneindige reeks, waarin zoowel VON ETTINGSHAUSEN als PETZVAL zich de inwer-

king der voortbewogen trillings-bron op de middenstof ontleed denken. Iedere van deze differentiaal-impulsies kan aanleiding geven tot de ontwikkeling van eene of meer trillingen, zeer zeker van kleine amplitudo, die geheel onafhankelijk van elkander worden voortgeplant. Het gaat niet aan, om voor deze reeks van kleine impulsies niet aan te nemen, wat men voor die enkele initiale impulsie als waarheid stelt; en dit toch is werkelijk de fout, waarin èn PETZVAL èn VON ETTINGSHAUSEN vervielen.

Zoo als ik boven deed opmerken, genoemde geleerden zagen beiden zeer goed in, dat men met den momentanen overgang der trilling van DOPPLER niet wel voort kon. PETZVAL's eerste bezwaar tegen DOPPLER's redeneering bestond dan ook in de plotselinge mededeeling eener golvende beweging aan de middenstof, die met de staande trilling zamenstemde. Hij stelde daarvoor de door hem veredeld genoemde theorie in de plaats, waarbij iedere trilling der primaire bron, ten behoeve van haren overgang op de middenstof, verdeeld wordt in zoovele impulsies als er phasen zijn, dat is in een oneindig aantal; en VON ETTINGSHAUSEN stemde gereedelijk daarin toe. Maar PETZVAL beging hierbij nu die schromelijke fout, om die elementaire impulsies in haar geheel in de middenstof te laten voortgaan, zonder ze in trillingen te laten stuk vallen. Het resultaat zijner formulen liet zich daardoor reeds voorzien; bij de voortgaande beweging der trillings-bron moest hij die impulsies dan ergens op een in de rigting der voortbeweging gelegen molecuul eenvoudig in korter periode zamengedrongen weêrvinden. Hij vindt voor zulk een molecuul eene trilling van juist zooveel korteren duur als DOPPLER wilde, omdat hij den grond daarvoor reeds vooraf had gelegd. Voor een molecuul aan den anderen kant, dat is achter de trillings-bron, gelegen gaat het hem niet beter; ook daarvoor vindt hij de trilling natuurlijk integraal overgedragen en juist zooveel verlengd in periode als DOPPLER wilde. VON ETTINGSHAUSEN kon dus niet beter verlangen en stemt met die uitkomst volgaarne in; hij laat nu al die vibraties van verschillende golflengten, die uit eene enkele impulsie ontstaan, met haar zonderling sommatie-resultaat van boven, in eens op haar beloop, om met die gelukkige uitkomst van PETZVAL mede te gaan.

16. PETZVAL'S tweede tegenwerping was, dat DOPPLER stilzwijgend aanneemt, dat de middenstof niet in staat is om aan de beweging der bron deel te nemen. Daar PETZVAL doorgaande als trillings-bron eene bron van toon neemt, spreekt hij ook hier bepaald van zulk eene toon-bron. Zeer zeker moet men voor het geluid aannemen, dat de lucht geheel of gedeeltelijk, althans in de nabijheid der bron, in de voortgaande beweging wordt medegesleept. Wat echter het licht betreft, mag en moet men tegenwoordig toch wel aannemen, dat de middenstof, die de bron omgeeft en trillingen opneemt en voortleidt, in rust blijft. In zijne eerste verhandeling nu toonde PETZVAL op klaar analytische wijze aan, dat eene golvende beweging over eene voortgaande kan worden gelegd, dat is dus, dat de golvingen, door de trillings-bron in eene gelijkmatig met haar voortbewogen middenstof opgewekt, dezelfde lengte hebben alsof beiden èn bron èn middenstof in rust waren; hij noemt dit in het algemeen *het beginsel van het behoud van den trillings-duur*. Ook dit werd volkomen door VON ETTINGSHAUSEN toegegeven. Dat vertoog en die tegenwerping misten hun doel, omdat immers juist de medebeweging der middenstof over de groote moeijelijkheid van de overdraging der trilling door eene relatief bewogen bron liet heenstappen en ten anderen omdat, de middenstof moge dan al mede bewogen worden of niet, bij DOPPLER'S waarnemer, dat is aan den eindpaal, immer weder het volgens zijne formule vermeerderd of verminderd aantal golfslagen in denzelfden tijd aankomt. Eene onveranderde golflengte in eene met de trillings-bron naar den waarnemer mede bewogen middenstof zal aan DOPPLER dezelfde dienst bewijzen als eene verkorte golflengte in de rustende middenstof, die hem door PETZVAL geleverd werd, of eene voortbewogen trillings-bron, die hare opvolgende onverkorte golvingen steeds digter en digter bij den eindpaal uitstoot, dien hij zelf zich schiep.

17. Eindelijk behandelt PETZVAL in de derde verhandeling de onderscheiding door zijne tegenpartij tusschen objectief en subjectief, door de invoering van den waarnemer, gemaakt. Maar ook hierin miste hij ongelukkig zijn doel; want zijne opvatting dezer onderscheiding verschilt van hetgeen de beide

andere geleerden daaronder moeten verstaan. Hij verstaat onder subjectief, wat men gewoonlijk daarmede wil gezegd hebben: een waarnemer namelijk, die aan de waargenomen verschijnselen, ten gevolge van een eigenaardigen toestand van hem zelven of van zijn orgaan, eene andere duiding geeft dan zij inderdaad bezitten, levert subjective resultaten, die de ware objective beteekenis missen. Wat betreft DOPPLER's redeneering: stel voor den waarnemer een paal in de plaats en het zal hem onverschillig zijn; het subject waarnemer is voor hem niets anders dan het mikpunt of eindpunt waarheen zijne golfslagen met versnelden of vertraagden pas voortgaan; zijne redeneering heeft dus een volkomen objectiven zin.

Inderdaad de analyse van PETZVAL miste haar doel: de resultaten der door hem veredelde theorie van DOPPLER stemmen, wanneer ik ze goed begrijp, volkomen met DOPPLER's beschouwing; de afwijkingen, waarop PETZVAL nog wijst, zijn toch voor de gewone toestanden van ondergeschikt belang en bestaan meer in naam dan inderdaad. Van het oogenblik af dat PETZVAL de elementaire impulsies, aan de middenstof door de voortbewogen bron medegedeeld, als zoodanig onveranderd laat voortbestaan en alleen achteruit of vooruit voortgaan, zonder ze allen individuëel in trillingen op te lossen, is hij in de strikken verward en reddeloos verloren. Had hij zich voor een oogenblik met zijn lichtstraal eens buiten de rigting der beweging van de bron gewaagd of over de oorzaak nagedacht, welke die vlot geworden impulsies moest voortdrijven, misschien had hij dan zijn misslag nog ingezien.

Wat betreft zijne beide andere tegenwerpingen, die vermogten niets tegen DOPPLER's beschouwing. Hoogst merkwaardig zijn dan ook de woorden, waarmede PETZVAL zijne laatste verhandeling eindigt:

„Wenn auch bei dem gegenwärtigen Stande dieser Streitfrage der Einfluss der progressiven Bewegung einer Ton- oder Licht-quelle auf die schwingende Bewegung als noch nicht vollständig erörtert zu betrachten ist, so ist es doch ganz gewiss nicht derjenige, dem Masse nach, und auch der Ordnung der Wirkungen nach, zu dem es gehört, den die DOPPLER'sche Theorie angiebt."

Juist van hetgeen PETZVAL in de drie laatste regels zegt, wil het duidelijke bewijs in zijne verhandelingen mij niet klaar worden; dit is dus eerder eene loutere stelling dan eene bewezene waarheid; en hetgeen voorafgaat is de volledige bekentenis, dat hij niet in staat was, om van het door hem ingenomen standpunt zijne tegenpartij met gelukkig gevolg te bestrijden. Hij had zich, zonder er aan te denken, op het standpunt zijner tegenpartij geplaatst; daarom werd hem zulk eene bestrijding ondoenlijk; waar DOPPLER slechts met het vage begrip van golfslagen schermde en nog ruimte overliet om den vibratie-tijd der moleculen zelfs nog ongeschonden te bewaren, was PETZVAL langs analytischen weg tot de verkorting of verlenging van dien vibratie-tijd gekomen en had daardoor de zaak nog veel erger gemaakt. Het geheele citaat ademt duidelijk eene verdrietelijkheid, die zeer goed te begrijpen is. VON ETTINGSHAUSEN was hem in zekeren zin te slim geweest en had hem op zijne eigene analytische onderzoekingen gevat.

§ V.

18. De fout van PETZVAL schuilt in de analytische behandeling, in zijne tweede verhandeling op bl. 583, onder den aanhef; Erstens, Zweitens en Drittens, en in zijne derde verhandeling op bl. 712, waar hij over het hoofd ziet, dat iedere medegedeelde impulsie of verplaatsing op elk punt van haren weg zich zoowel achteruit als vooruit zal voortplanten, terwijl hij tot het resultaat komt, dat dit alleen voor het punt van uitgang geldt. Zoodra de verplaatsing de deeltjes, waarin zij op het oogenblik huist, gaat verlaten, gaat zij zoowel naar achteren als naar voren; want zij is daar weêr onder geheel dezelfde omstandigheden, als toen zij zich op het eerst getroffen deeltje bevond.

PETZVAL vangt aan met te spreken over eene eenvoudige op zich zelf staande verschuiving der in of nabij eene platte vlakte gelegen deeltjes, die uit hunne plaats werden gedreven; hij substituëert daarvoor in eens eene vlakke golf, die geen dal schijnt te bezitten, en legt later aan die verschuiving geheel willekeurig de snelheid van voortplanting der golf toe.

In zijne derde verhandeling vindt hij bijv. zoo, dat wanneer de verschuiving zich uit een enkel deeltje voortplant, deze in de rigting der as van x, voor den tijd t en op den afstand r van dat eerste deeltje, zijn zal:

$$\xi = \frac{1}{r} f(r - st) + \frac{1}{r} \mathrm{F}(r + st);$$

waarin s de snelheid van voortplanting der golven is en waarin $f(u)$ en $\mathrm{F}(u)$ twee functies zijn, die ondersteld worden alleen tusschen zeer enge grenzen $+\epsilon$ en $-\epsilon$ voor u eene merkbare waarde te hebben; immers de oorspronkelijke verschuiving voor den tijd $t = 0$ had alleen voor waarden van r, die zeer weinig van nul verschilden, dat is voor punten, die zeer nabij het middenpunt gelegen waren, een merkbaar bedrag.

Even zoo vindt hij, voor het geval dat de impulsie uit eene platte vlakte uitgaat, voor de in de rigting der normaal op deze vlakte voortgeleide verplaatsing:

$$\xi = f(x - st) + \mathrm{F}(x + st);$$

waarin weder aan beide functies $f(u)$ en $\mathrm{F}(u)$ alleen voor kleine positive en negative waarden van u eene merkbare waarde wordt toegelegd.

Hier hebben wij nu den oorsprong der misvatting van PETZVAL duidelijk voor oogen: hij neemt aan, dat, door de beperking der oorspronkelijke verplaatsing tusschen enge grenzen, $f(u)$ en $\mathrm{F}(u)$ ieder afzonderlijk nul worden, zoodra u eene merkbare positive of negative waarde verkrijgt; terwijl die initiaal-toestand hem alleen geregtigt om dit voor de som $f(u) + \mathrm{F}(u)$ aan te nemen. Hij maakt van die verplaatsing eene golf zonder dal. Uit zulke praemissen kunnen wij dus geen besluit verkrijgen, dat met de natuur overeenkomstig is. Gaat men $f(u) + \mathrm{F}(u) = 0$ stellen, altijd voor kleine waarden van u dan zal men op de normaal een geheel anderen toestand van verplaatsing verkrijgen dan PETZVAL.

19. Volgen wij hem nu nog op den voet voor de eigenlijke vlakke golf, dat is voor het geval dat de trillings-bron kan worden voorgesteld door eene platte vlakte van trillende deeltjes, die zich in de rigting harer normaal met de snelheid c voortbeweegt; zij θ nog de voortloopende tijd.

De bron deelt op ieder punt van haren weg nieuwe uitwijkingen of verschuivingen aan de deeltjes der middenstof mede, die dan onveranderd voortgaan. Voor eenig deeltje dezer middenstof, dat in de normaal op den afstand x van de initiale stelling van het vlak gelegen is, kan de resulteerende verschuiving ξ op het oogenblik t gevonden worden door de integralen:

$$\xi = \int_0^t f(x - c\theta - s(t-\theta))\, d\theta + \int_0^t \mathrm{F}(x - c\theta + s(t-\theta))\, d\theta.$$

Maar de bron zelve, of liever hare deeltjes, die de verschuivingen mededeelen, zijn in trilling; daar dan de impulsies, op het oogenblik θ en gedurende den tijd $d\theta$ door deze primair trillende deeltjes uitgeoefend, worden voorgesteld door $\sin k\theta\, d\theta$ zijn ook de aan de omgevende middenstof medegedeelde verplaatsingen of uitwijkingen hieraan evenredig.

Dus wordt:

$$\xi = \int_0^t f(x - c\theta - s(t-\theta)) \sin k\theta\, d\theta + \int_0^t \mathrm{F}(x - c\theta + s(t-\theta)) \sin k\theta\, d\theta.$$

Nn is alles gevonden; de veranderlijke in deze integralen wordt verwisseld, bijv. in de eerste door

$x - c\theta - s(t-\theta) = u$ te stellen; dan wordt:

$$\theta = \frac{u - x + st}{s - c},\ d\theta = \frac{du}{s-c} \text{ en } \sin k\theta\, d\theta = \sin k \frac{u - x + st}{s-c} \frac{du}{s-c}$$

Nu heeft $f(u)$ alleen eene merkbare waarde tusschen de grenzen $+\varepsilon$ en $-\varepsilon$; dus kan, in de uitdrukking met het sinusteeken, in den teller u tegenover $st - x$ worden verwaarloosd; en $\sin k \dfrac{st - x}{s - c}$ komt buiten het integraalteeken. De eerste der beide integralen wordt dan:

$$\frac{1}{s-c} \sin \frac{k}{s-c}(st - x) \int_{-\varepsilon}^{+} f(u)\, du;$$

de waarde der bepaalde integraal is eene constante grootheid C; en dus het eind-resultaat:

$$\frac{C}{s - c} \sin \frac{k}{s - c} (st - x).$$

Op dezelfde wijze wordt de waarde van de tweede integraal gevonden te zijn:

$$\frac{C}{s + c} \sin \frac{k}{s + c} (st + x); \text{ en dus:}$$

$$\xi = \frac{C}{s - c} \sin \frac{k}{s - c} (st - x) - \frac{C}{s + c} \sin \frac{k}{s + c} (st + x).$$

Zietdaar nu de uitkomst: twee vibraties aan de middenstof medegedeeld, de eene met eene verkorte en de andere met eene verlengde trillings-periode — dat is juist zoo als DOPPLER's beschouwing verlangde, om in een wetenschappelijk kleed te worden gestoken — en waarvan de eerste zich behoorlijk vooruit en de tweede zich naar achteren voortplant; inderdaad wordt zoo de periodiciteit van de trilling der bron zeer kunstig en behoorlijk gewijzigd, op de omgevende middenstof overgedragen!

Voor mij heeft echter deze uitkomst om de opgegeven redenen geene waarde.

§ VI.

20. Onopgemerkt schijnt in het eerst voor vele natuurkundigen deze strijd te zijn voorbijgegaan; door het in art. 13 vermelde waren zij gerustgesteld aangaande de kleursverandering der sterren; op de proeven van BUIJS BALLOT en anderen, voor zoo ver het geluid aangaat, beriepen zij zich ten bewijze der deugdelijkheid van DOPPLER's beschouwing; zij voegden nieuwe proeven daaraan toe; en velen leefden voort in eene schromelijke begripsverwarring van trilling, golf en golfslag en waren gelukkig met de nieuwe waarheid. Zoo stond de zaak; zeker de numerieke meerderheid hield DOPPLER's beschouwing voor bewezen en de we-

tenschap, eenmaal op een dwaalweg, was rijp om golfslag en schijnbaren of waren afstand der golfslagen te verwisselen met vibratie en normale golf-lengte. En ziet, te kwader ure hiervoor duikt de spectraal-analyse op en men is gereed met het besluit dat, de kleur van het resulteerende zamengestelde licht moge al onveranderd blijven, dan toch de FRAUNHOFER'sche strepen, of wel haar parallel verschijnsel, dat is de lichtende strepen, door de beweging van bron of prisma, in het spectrum konden worden verschoven. Immers, ging DOPPLER's beschouwing door, dan moest b. v. de geele streep D door die beweging zich een weinig groener of een weinig rooder aan den waarnemer vertoonen en dus voor ons naar groen of rood verschoven zijn. Dit had nog zin, met het begrip van versnelden of vertraagden golfslag, zoolang men zich bepaalde bij de perceptie van kleur en deze afhankelijk stelde van de frequentie der golfslagen, die het oog treffen. Maar nu maakte men ondoordacht den sprong; voor dien waarnemer, of liever het oog, stelde men het prisma in de plaats. Door de beweging van de lichtbron, om ons hier nu alleen maar bij te bepalen, liet men de breking van den lichtstraal veranderen. Deze verandering eischt eene wijziging van den vibratie-tijd der moleculen in den aankomenden straal en van de bijbehoorende normale golflengte, daar is men het wel over eens; en juist deze beiden, beweer ik, liet zelfs DOPPLER onveranderd. Aan den lezer laat ik nu over, te beslissen, in hoe verre juist de tusschen PETZVAL en VON ETTINGSHAUSEN gevoerde strijd kan hebben medegewerkt om de dwaling in het leven te roepen.

Nog duidelijker wil ik mij uitdrukken; ik vrees te zeer om slecht te worden verstaan. Een geele lichtstraal moge al door den vertraagden golfslag, ten gevolge van het terugtrekken der bron, voor het oog naar het rood overgaan, toch zal hij met hetzelfde prisma als roode straal nog denzelfden index van refractie, dus dezelfde deflectie, hebben, dien hij als geele straal bij onbewogen licht-bron bezat, wanneer de vibratie-tijd zijner moleculen en de eigenlijke golflengte op den straal onveranderd dezelfde is gebleven; dit staat ontwijfelbaar vast. Zelfs DOPPLER zoude, wat betreft de onveranderlijkheid der breking, nog met mij hebben ingestemd, hoewel ons standpunt zeer ver-

schillend is; zijne navolgers eerst voerden de veranderlijkheid der breking in. Straks zal het blijken, hoe ik de voorwaarde voor die onveranderlijkheid handhaaf, wanneer ik eerst mijn historisch overzigt heb afgewerkt.

21. Weinig baatte het of ANGSTRÖM *) al heen wees op de electrische vonk en zijne negative resultaten vermeldde omtrent de verplaatsing der lichtende strepen in het spectrum, die hij niettegenstaande de groote snelheid der deeltjes, die van beide polen in tegengestelde rigting worden voortgestooten, steeds op dezelfde plaats zag. Weinig baatte het dat PETZVAL nog met dezelfde verdrietelijkheid, waarmede hij zijne derde verhandeling sloot, dit negative resultaat van ANGSTRÖM in de Weener Academie †) ter sprake bragt, als experimenteel bewijs tegen DOPPLER's beschouwing, of liever als bewijs tegen den veranderden vibratie-duur. Hun gering succes kwam daar van daan, dat zij zelven niet duidelijk het onderscheid inzagen, dat tusschen kleursverandering voor het oog, zoo als DOPPLER die wilde, en veranderde afwijking door het prisma, waarvan nu sprake was, bestaan kon. Zij zagen geen specifiek onderscheid meer tusschen versnelden of vertraagden golfslag, die de eerste mogelijk kon voortbrengen, en veranderden vibratie-tijd van het invallende licht, die voor de laatste een eerste vereischte was. PETZVAL en VON ETTINGSHAUSEN hadden immers beiden identisch gemaakt; en bovenal PETZVAL was reeds te ver gegaan en was niet bij magte geweest om aan te toonen, dat die vibratie-tijd der moleculen van den aether, bij beweging der bron, onveranderd bleef; en de populaire redeneering van DOPPLER viel immers onder het bereik van iedereen. Men ging, om zoo te spreken, door op verschijnselen, die men voor het geluid genoegzaam bewezen achtte en voor wier verklaring van DOPPLER's standpunt eene versnelling van den golfslag voldoende was; en men besloot daaruit tot verschijnselen bij de breking van het licht, die alleen van den trillings-duur der aether-deeltjes afhankelijk zijn. Ik zoude zelfs vermoeden, hoe

*) *Optische Untersuchungen.* POGGEND., *Ann.* B. XCIV, p. 141. 1855.

†) ANGSTRÖM's *Untersuchungen über das Spectrum des electrischen Funkens in Beziehung auf die Farbe der Doppelsterne.* Sitzungsberichte der K. K. Akademie der Wissenschaften, B. XVI, p. 521. 1860.

vreemd het ook schijnt, dat deze proeven van ANGSTRÖM voor velen juist de eerste aanleiding geweest zijn om, in hun onwrikbaar vertrouwen op DOPPLER's beschouwing, de verplaatsing der strepen in het spectrum te gaan verdedigen.

22. In MACH *) vinden wij alweder een ijverig aanhanger en verdediger van DOPPLER; hier zijn het weder de explosies, die op den voorgrond worden gesteld en de analyse van PETZVAL wordt ook als eene strengere en elegantere wijze van afleiding opgevat, die overigens, wat aangaat de golflengte, tot hetzelfde resultaat heeft geleid †). MACH verdedigt DOPPLER's beschouwing weêr voor het geluid; er kunnen, zegt hij, zoo als bij eene sirene met ver uit elkander staande openingen en bij het getande rad van SAVART, ten minste explosie-toonen zijn. Op de sirene kom ik straks nog terug; het is volkomen waar, dat hier met de explosies voortgeleide trillingen in de lucht worden opgewekt; maar de perioden dezer trillingen staan waarschijnlijk, althans in de sirene van SEEBECK, in geen verband met de hoogte van den waargenomen toon; en eene in staande trilling verkeerende bron van geluid of licht veroorzaakt in het algemeen zulke explosies niet. Men ziet, MACH hecht in de eerste plaats aan het grond-denkbeeld van DOPPLER, aan pulsaties door de bron op opvolgende punten aan de middenstof medegedeeld; het is immer de versnelde golfslag van golven, die zeer wel over elkander heen kunnen zijn gelegd.

Verder dezelfde overgang, ook wat betreft de formulen, van de explosies op de phasen en op de voortgeleide trilling, zoo als blijkt uit het volgende: „Pflanzen sich aber die eine Welle zusammensetzende Elementarwellen mit gleicher Geschwindigkeit fort und ohne sich zu stören, wie man das wohl annimmt, so gelten dann diese Formeln (von DOPPLER) für jede Wellenform, da die Tonhöhe nur durch den Abstand zweier entsprechender übrigens ganz beliebiger Phasen bestimmt ist, welche Phasen man dann immerhin als momentan oder als Explosion fassen kann" §). Onder golf wordt hier blijkbaar het zamengesteld resultaat verstaan van de elementaire trillingen van duizende deeltjes, dat wij liever golfslag

---

*) POGGEND., *Annalen*, B. CXII, p. 58. 1861.
†) l. c. p. 59.
§) l. c. p. 61.

noemen; niemand zal hem betwisten, dat die golfslag uit eene explosief werkende en voortbewogen bron geboren, in den voortgang van deze deelt; immers dit wordt door de watergolvingen, wanneer de wind-stoot voortschrijdt, zoo duidelijk geleerd. Laten wij voor het geluid dien golfslag verdigtings- of verdunnings-stoot noemen, dan zouden zulke stooten, gedragen door de vibraties der deeltjes, onverdeeld kunnen worden voortgeleid en hunne snelheid van voortgang werd gelijk aan de snelheid van de golf vermeerderd met die der bron. Is dan een geschikt afgegrensd geheel voorhanden — en zoo beschouwen wij nu eens ook het oor — dan zal daarin door de opvolgende stooten eene trilling worden opgewekt, wier hoogte door hunne frequentie worden geregeld.

Al de proeven waarop MACH en anderen zich beroepen tot verdediging van DOPPLER's wijze van beschouwen, waarvan ik er eene zoo aanstonds nader zal behandelen, vallen onder dezelfde rubriek van de inwerking van op de wijze eener explosie aan de lucht medegedeelde verdigtings- of verdunnings-stooten, die als sommatie-verschijnsel door trillingen van vaak onbekenden duur, eene wijle onverdeeld worden voortgeleid. De waargenomen toon wordt daarbij veranderd; maar de verplaatsing der bron van explosie heeft daarom nog niet de golflengte van die voortleidende elementaire trillingen, die mogelijk zelfs in geen het minste verband staan met de trillingen van het toongevend instrument, volgens DOPPLER's wet verkort. Och neen: die verdigtings- en verdunnings-stooten hebben in het oor eenvoudig eene hoogere trilling gewekt dan het instrument geeft, alleen door hun versneld tempo. Men ziet, welk eene diepe klove de proeven, waarop men zich beroept, scheidt van de rustige overdraging der trilling door de bron, van molecuul tot molecuul, waarbij dan door de beweging de periode zoude moeten worden veranderd.

Boven in art. 11, heb ik reeds gezegd dat DOPPLER's navolgers aan de door de bron eenmaal uitgestooten trilling nog de snelheid der bron op haren verderen weg medegaven, waarvoor zeker mijne nuchtere voorstelling van zoo even wel geen grond zal geven. MACH *) wil den schijnbaar verkorten tril-

*) l. c. p. 60.

lingsduur in formule voorstellen en begaat dezelfde fout. Hij geeft $\tau' = \tau \frac{\gamma - k}{\gamma - s}$, waarin τ en τ' waren en schijnbaren trillingsduur, en γ, k en c de snelheden van het geluid, van de bron en van den waarnemer, alle drie in denzelfden zin geteld, voorstellen.

Wij laten aan MACH de mogelijkheid tot opwekking van eene hoogere staande trilling dan zijn tongwerk, sirene of soortgelijk instrument uitvoert, in een daarvoor geschikt afgegrensd geheel — het oor en iederen resonator — door het eenvoudig mechanisch effect van opvolgende versneld aankomende verdigtings- of verdunnings-stooten, bijv. tegen het trommelvlies. Maar wij ontkennen elken anderen zamenhang tusschen dit resultaat en den trillingsduur der bron, die verder reikt dan dat deze laatste den rythmus der voortgestooten verdigtingen en verdunningen mede aangeeft. Wij zien zelfs geen noodzakelijk verband meer tusschen de golflengte van de staande trilling der bron en die der trillingen, welke bij zijne proeven de stooten tot het oor onverbrokkeld voortdroegen. Wij verbinden ons niet om de golflengte eener voortgeleide trilling ten allen tijde te bepalen door den afstand van twee opvolgende correspondeerende phasen op den straal, maar houden ons daarvoor aan de eenvoudige bepaling van een berg en een dal te zamen genomen voor eene enkele afloopende vibratie. Wij verwijzen MACH op het verloopen van iedere explosie in eene vibratie, en in plaats van eene enkele vibratie stellen wij er velen met verschillende perioden. Wij ontkennen eindelijk de mogelijkheid der stabile voortleiding van eenvoudige elementaire impulsies, verplaatsingen of phasen en hare resumtie tot eene veranderde trilling in eene onbegrensde middenstof.

Zijne proeven reiken ook niet verder: door zijn pijpje, een klein tongwerk, worden op verschillende afstanden van het oor en op oogenblikken, die door de trilling der tong geregeld worden, betrekkelijk groote massa's lucht uitgestooten of ingelaten, waarin, ook door de medewerking der tong, allerlei trillingen gewekt worden; vandaar opvolgende verdigtingen of verdunningen, die door deze trillingen nog als een geheel tot het oor worden voortgedragen en hierin door haar mechanisch effect eene

staande trilling opwekken, wier periode door die oogenblikken van grootste uit- en inlating en door de momentaneele afstanden van het pijpje tot het oor wordt geregeld. Men ziet duidelijk in, dat hier de perioden der trillingen, welke de verdigtingen en verdunningen naar het oor voortleiden, geheel onverschillig zijn voor het resultaat, zoolang de interferentie maar niet hindert, omdat immers alleen de eerste sommatieslag op het oor in rekening komt. Voor de verandering der golflengte van de primaire trilling der bron bij haren overgang op de middenstof bewijzen deze proeven dus alzoo letterlijk niets. Zij hebben daarom ook niets uit te staan met de analytische onderzoekingen van PETZVAL en VON ETTINGSHAUSEN.

Ik zoude mij lang bedacht hebben eer ik een gezegde als het volgende neêrschreef *): „Es wird ausserdem gut seyn zu bemerken, dass das Princip (der Erhaltung der Schwingungsdauer von PETZVAL) von der Schwingungsdauer eines und desselben Theilchen spricht, während Auge und Ohr, im Zustande der Bewegung, ihre Phasen in jedem Augenblicke von einem andern Theilchen empfangen." Want ik weet niet te zeggen, of dit, voor het oor bijv., wel precies zoo plaats heeft.

De zoo even besproken onderzoekingen van ANGSTRÖM vallen buiten de grenzen van DOPPLER's explosie-theorie, omdat daarbij sprake is van de geleidelijke overdraging eener staande trilling. MACH had ze kunnen laten rusten, omdat zijne proeven, die alleen betrekking hebben op eene eigenaardige opwekking van staande trilling in een begrensd geheel, toch wel niets te maken hebben met de overdraging eener trilling op eene onbegrensde middenstof. Aan de onderscheiding door MACH tusschen voortgang der gloeijende deeltjes en voortgang der gloeijing gehecht kan ik geen gewigt toekennen; en zijn argument tegen de groote snelheid der deeltjes uit hunne wegvoering door de lucht geput †), gaat niet op, omdat ANGSTRÖM §) wel degelijk zegt, dat de deeltjes in verticale rigting worden voortgeslingerd, hetgeen geheel iets anders beteekent dan door

*) l. c. p. 61.

†) l. c. p. 64.

§) POGGEND., *Annalen*, B. XCIV, p. 188, art. 14.

een verwarmden luchtstroom naar boven te worden gedreven.

Omtrent de toepassing van DOPPLER's beschouwing op de spectraal-analyse van den hemel koestert MACH de schoonste verwachtingen.

In zijne verhandeling lees ik: "In einer folgenden Arbeit wollen wir den Einfluss der Geschwindigkeit der progressiven Bewegung und Dichteveränderung des Mittels auf die Tonhöhe genauer untersuchen *)." En verder †): "Deshalb wird wahrscheinlich auch das obige Rechnungsresultat (zijne formule van daar straks) bei geringen Geschwindigkeiten durch den Einfluss der progressiven Bewegung nicht bedeutend afficirt (anders ist es natürlich bei einer sehr schnellen Bewegung). Wir nehmen uns übrigens vor, diese Deduction, welche wir blos angedeutet haben und die eigentlich von der Integration einer partiellen Differentialgleichung abhängt, unter erleichternden Voraussetzungen nächstens mathematisch durch zu führen (ein Problem welches in seiner allgemeinsten Form mit sehr bedeutenden Schwierigkeiten verbunden ist)."

En dit alles naar aanleiding van DOPPLER's voorstellingen en van eene eigenaardige zeer ligt verklaarbare opwekking van staande geluidstrillingen in een afgegrensd geheel; bijna had ik gevraagd of zulks de moeite wel waard was.

Het is ligt te begrijpen, dat ik de hier beloofde verhandelingen met belangstelling zoude hebben gelezen; maar ik heb ze niet kunnen vinden en ik geloof niet dat zij het gewenschte resultaat zouden hebben geleverd.

23. Eene volgende verhandeling van MACH §), waarover ik nog spreken wil, is een strijdschrift tegen PETZVAL; het is altijd dezelfde wijze van verdediging van dezelfde voorstelling.

Maar daarenboven vonden wij hier eene zonderlinge dwaling; boven vermeldde ik reeds de formule van MACH en deze wordt hier nu toegepast. In art. 2 zegt MACH **): "PETZVAL meint in seiner mathematischen Deduction die relative Bewegung von Wellenquelle

---

*) l. c. p. 59.

†) l. c. p. 63.

§) POGGEND., *Annalen*. B. CXVI, p. 333. 1862.

**)

und Beobachter durch eine Strömung des Mediums ersetzen zu können, was aber unstatthaft ist." En verder: „Es ist offenbar gleichgültig, ob von der Quelle A zum Beobachter B eine Strömung von der Geschwindigkeit c geht oder ob A und B sich gleichzeitig beide mit der Geschwindigkeit c in entgegengesetzter Richtung bewegen, während das Medium ruht." Nu stelt hij $k = c$ in de formule en vindt natuurlijk $\tau' = \tau$. Dan vervolgt hij: „So erhalten wir $\tau = \tau'$, d.h. die Tonhöhe wird nicht geändert, wenn Quelle und Beobachter sich mit gleicher Geschwindigkeit nach gleicher Richtung bewegen, oder wenn in entgegengesetzter Richtung das Medium strömt." Hier komt nu op eene eigenaardige manier het verschil der voorstellingen van MACH en DOPPLER voor den dag; MACH heeft aan de eenmaal uitgestooten pulsatie of trilling de snelheid der bron medegegeven en dus hetzelfde gedaan alsof hij aan de tusschen A en B gelegen middenstof de snelheid van A had toegedeeld; DOPPLER deed dit niet; en toch vallen voor gelijke snelheid van A en B beider resultaten zamen, omdat het verschil zich dan oplost in een verschil van golflengte en niet in een verschil van schijnbaren trillings-duur. Maar daarom kan juist MACH voor zijne formule eene beweging van A en B met gelijke snelheid niet door eene strooming in tegengestelden zin opwegen; eene eenvoudige strooming zal wel degelijk, zoo als ik boven reeds opmerkte, art. 16, de door de middenstof opgenomen golven sneller overvoeren en in sneller rythmus voor den waarnemer laten opvolgen. MACH is te vrij met de formulen van DOPPLER omgegaan en is, in zijne beschouwing, om PETZVAL te wederleggen, zijn meester voorbijgestreefd.

MACH *) beroept zich in deze verhandeling op de proeven van FIZEAU, waaruit bleek, dat de beweging van glaszuilen, met de aarde mede, de draaijing van het vlak van polarisatie van den door haar gebroken straal deed toenemen †).

Deze proeven vormen de aanvulling van de vroeger bedoelde

---

*) l. c. p. 336.

†) *Comptes Rendus*, T. XLIX, p. 717. 1859. Zie FAYE. *C. R.* T. XLIX, p. 870 en 993. en *C. R.* T. L, p. 121, 1860. Verder POGGEND., *Annalen.* B. CIX, p. 162, en TESSAN, *C. R.* T. XLIX, p. 980 en T. L, p. 78.

proeven *) met bewogen water en bewijzen nu voor de vaste ligchamen hetgeen daar voor vloeistoffen werd aangetoond, dat namelijk de aether in den zin der onderstelling van FRESNEL door de stof wordt medegevoerd. Wat men nu daaruit moge afleiden, zeer zeker toch wel niet, dat de afwijking van den doorgelaten straal door de beweging der aarde wordt veranderd.

De proef, met de interferentie spiegels van FRESNEL, die MACH vervolgens voorstelt, moet, dunkt mij, volgens de eigene theorie van DOPPLER geen resultaten laten verwachten, daar waarnemer en spiegels gelijke snelheid bezitten en dus de eene beweging de andere compenseert. Geeft zij dus geen resultaat, dan doet dit in zoo verre niets af.

Dan volgt echter eene argumentatie als deze: „An einem bewegten Körper wird nicht nur die Richtung der Reflexion eine andere, sondern auch die Wellenlänge wird geändert, wie dies auch bei den bekannten Eisenbahnversuchen beobachtet wurde." Ik vermoed dat hieronder verstaan worden de boven reeds vermelde bekende proeven van BUIJS BALLOT; dan moet ik echter verklaren, niet te begrijpen hoe uit de daarbij of door den rustenden of door den voortbewogen waarnemer bemerkte verhooging van toon, tot eene verkorting der golflengte in de lucht kan worden besloten. Een verschijnsel, dat zoo eenvoudig verklaard wordt uit het versneld aanslaan van opvolgende verdigtingsstooten op een afgegrensd geheel, mag ik zulk eene diep ingrijpende bewijskracht omtrent eene zoo gewigtige quaestie der golfleer niet toeleggen.

In een later stukje †) beschrijft MACH een toestel met metalen cylinders, die eene voorstelling moet geven van de voortleiding van eenen stoot. Dit schijnt voldoende aan te toonen, dat ook hij nog uitgaat van het denkbeeld, dat eene impulsie, een stoot, op zich zelf in eene veêrkrachtige onbegrensde middenstof kan voortwandelen, terwijl de verdigtings- of verdun-

---

*) *Comptes Rendus.* T. XXXIII, p. 349, 1851, en POGGEND. *Annalen.* Ergänzungsband III, p. 457. 1853.

†) CARL, *Repertorium des Physik.* B. III, p. 324 en *Fortschritte des Physik* B. XXIV, p. 237. Berlin, 1872.

nings-stoot in de lucht, waarvan men zoo gaarne spreekt, altijd, wánneer en wáár ook, slechts eene verkorte uitdrukking is voor een sommatie-verschijnsel — voor den golfslag dan — dat uit de trillingen van duizenden bij duizenden van deeltjes geboren wordt, die niet eens voor allen dezelfde golflengte behoeven te hebben; zijn deze golflengten inderdaad verschillend of wel zijn de deeltjes gelijktijdig aan trillingen van verschillenden duur onderhevig, dan valt die stoot, reeds bij de volgende trilling, uitéén ten bewijze zijner labiliteit.

Noch DOPPLER, *noch één van zijne aanhangers of bestrijders heeft tot nog toe duidelijk in het licht gesteld, dat de explosie of impulsie (verdigting of verdunning voor het geluid), waarvan immer sprake is, wanneer men proeven bijbrengt, alleen door trillingen kan worden voortgedragen, en dat de duur dezer trillingen geheel willekeurig is en in geen het minste verband met den duur van de staande trilling der toonbron behoeft te staan, die de impulsie eventueel levert. En de zamenstelling van het oor én de constructie van de gebezigde muziek-instrumenten laten deze voorstelling toe, daar alle door het instrument uitgezonden verdigtingen en verdunningen, wier tempo door de maxima van uitslag of snelheid der opvolgende staande trillingen bepaald wordt, ieder slechts eenmaal, dat is met den eersten sommatie-golfslag op het oor behoeven in te werken.*

Ik sluit hiermede mijne beschouwingen omtrent een tijdperk vaak van strijd, die met hartstogtelijkheid werd gevoerd, alleen omdat men aan een zeer eenvoudig verschijnsel van opwekking van staande trillingen eene hooge belangrijkheid had toegelegd, die het niet bezat, en daarmede verdwaalde bij de gewigtigste vragen omtrent de voortleiding van trilling. Men geraakte in de schromelijkste verwarring van impulsie, stoot, golf, golfslag, vibratie enz. en gunde zich in zijne overijling den tijd niet tot toepassing van den gulden regel: *qui bene distinguit bene docet.* Wel verdiend was wel eens de hekelende toon, dien PETZVAL aansloeg; maar hij raakte zelf ook in den draaikolk en werd tegen wil en dank medegesleept. Waarlijk, PETZVAL en met hem de analyse, heeft zwaar geboet voor de fout, die ik daarin aanwees, door de vaak belagchelijke verguizing, waaraan hij met zijn op zich zelf zoo schoonen arbeid van de

zijde der tegenpartij bloot stond, maar die hij van zijnen kant te ligtvaardig had uitgelokt.

Als proeve hoe diep DOPPLER's beschouwing wortel had geschoten, veroorloof ik mij nog het volgende citaat van den berigtgever in de *Fortschritte der Physik für* 1861: „Bei der Einfachheit und Evidenz der DOPPLER'schen Theorie glauben wir und etc." Eenvoudig is wel de verklaring der proeven van BUIJS BALLOT, MACH en anderen, die men voor DOPPLER's beschouwing bijbrengt; maar die proeven hebben niets met die theorie van de instantane overdraging der triliing uit te staan; deze is nog even ongeregtvaardigd en ongemotiveerd als op den dag, toen zij aan het licht kwam.

24. Men bemerkt reeds, welke de ware verklaring ook der proeven op spoorwegen zijn moet. Even als met het tongpijpje van MACH werden ook daar door de toongevende instrumenten, namelijk blaas-instrumenten, voornamelijk op de maxima van uitwijking der tong betrekkelijk groote hoeveelheden lucht uitgestooten — ongeveer even zoo als men met een pennenschachtje, bij de sirene van SEEBECK, een volumen lucht door de voorbijgaande kleine opening uitblaast; die uitstooting van lucht is des te plotselinger en des te grooter naarmate de amplitudo van de trilling der tong grooter is. Ieder van deze volumina lucht heeft eigene, mogelijk geheel willekeurige, trillingen, waardoor zijn golfslag of verdigtings-stoot voortgaat, even als de kring, die door een steentje op de oppervlakte van het water wordt gewekt. Waarschijnlijk worden hierbij velerlei trillingen van verschillenden duur opgewekt, zoo als dit plaats heeft overal waar bijv. lucht tegen een scherpen kant wordt aangeblazen; die trillingen kunnen wel een korten tijd aanhouden, maar zeer zeker zal geen tweede integrale golfslag of verdigtings-stoot door haar op het oor of eenig ander voorwerp worden geleverd, omdat de bergen harer golven, door de verschillende golflengten, al terstond uit elkander gaan wijken. De tong als scherpe kant is hier mede werkzaam om die trillingen op te wekken; zij kan zeer goed daaronder voor den toon waarin zij trilt eene eerste plaats innemen; maar dit is voor de verklaring van het verschijnsel geheel onverschillig.

In rythmische maat, door den toon van het instrument aangegeven, hebben deze uitstootingen van grootere lucht-volumina plaats, en de plaatsen in de ruimte, van waar zij uitgaan, worden door de beweging der bron geregeld. Gedragen door die trillingen komen deze verdigtingsstooten bij den rustenden waarnemer aan, met de zamengestelde snelheid van de voortplanting der trilling en van de beweging der bron. Blijft de bron in rust en is de waarnemer in beweging, dan worden die verdigtings-stooten voortgeleid door trillingen, voor welke het nog even onzekea en onnoodig is, dat zij in duur met die der bron overeenstemmen; de beweging van den waarnemer wordt weêr zamengesteld met de snelheid harer voortplanting en regelt dus de snelheid waarmede die stooten het oor bereiken. Wat nu geldt van de uitlatingen van lucht geldt ook van de inlatingen; tusschen die verdigtings-stooten mag men dus verdunnings-stooten aannemen. Men ziet tevens, dat men eene successive opvolging dezer stooten in het oor, met volkomen gelijke afstanden, alleen dan mag verwachten, wanneer de beweging van instrument of waarnemer juist in de rigting hunner verbindings-lijn plaats grijpt; wanneer die rigtingen een hoek maken, is de invloed der beweging geringer, en neemt die versnelling der stooten, bijv. voor eene van verre komende locomotief, al meer en meer af en gaat door nul op het oogenblik, dat het voertuig gaat door den voet der loodlijn, die uit den waarnemer op de rigting der beweging wordt nedergelaten, om terstond daarop met eene negative waarde, dat is als vertraging, weder voor den dag te komen. De waarnemer mag ook niet ver buiten de lijn geplaatst zijn, waarin de locomotief zich beweegt, omdat dan voor grootere afstanden de moleculaire trillingen, die de stooten zamenstelden, te veel uit elkander wijken; en natuurlijk moet de afstand van bron en waarnemer niet te groot genomen worden, omdat de stooten dan te veel verminderd aankomen.

Die stooten wekken nu, langs mechanischen weg, geheel op eigen hand in het oor of ieder afgegrensd geheel, staande trillingen, die alleen maar door den rythmus van uitzending nog met den grondtoon van het instrument zamenhangen. Van

verkorting der voortgeleide golflengte, van voortleiding van op zich zelf staande phasen, van instantane overdraging der trilling of versnelde voortleiding der trilling, van de oplossing en toelichting van eene der moeijelijkste vragen op het gebied der golfleer, van dat alles is hier geen sprake. Hiermede hoop ik de aanhangers van DOPPLER genezen te hebben van den lust en de liefhebberij om zulke zwaarwigtige vragen op te lossen en telkens op nieuw ons, met die proeven als wapen, in de leer van het licht aan boord te komen.

§ VII.

25. Voor het laatste tiental jaren nu was het bewaard om, ten gevolge van eene vernieuwde behandeling van het problema der aberratio fixarum, uitgelokt door een verschil in de waarde der constante dezer aberratie tusschen DELAMBRE en STRUVE, en ter opsporing van bewegingen aan den hemel, de wonderbaarlijkste beschouwingen te zien opduiken, omtrent den invloed van de beweging der lichtbron en der brekende stof op den lichtstraal, en de beschouwing van DOPPLER in hare toepassing op de breking en andere mechanische verschijnselen van het licht, op de meest laconische wijze als eene bewezene waarheid te zien voordragen. Het ontbrak daarbij niet aan schrijvers, die de eenvoudige en klare theorie van FRESNEL in bescherming namen, zoo als onder anderen VELTMANN. Velen toonden zich eenvoudig aanhangers van DOPPLER's beschouwing; anderen waren niet tevreden met 's mans redeneering of begrepen zeer goed, dat de breking van den lichtstraal met den vibratietijd in verband moest worden gebragt, doch kwamen tot even verkeerde uitkomsten. Niemand dacht aan de onmogelijkheid der voortplanting eener enkele labile impulsie en de noodzakelijke gevolgen van dien. Het wonderbaarlijkste van alles is hierbij nog, dat men zelfs in Duitschland de verhandelingen van PETZVAL niet meer schijnt te kennen; naar mijn oordeel is zijne analytische behandeling van het problema beter dan al hetgeen er later over geschreven is.

In historische volgorde noem ik hier nu de stukken van

KLINKERFUES *), SOHNCKE †), CLERK MAXWELL §) VELTMANN **) en nu laatstelijk KETTELER ††). om van de voorbijgaande opmerkingen van anderen niet te gewagen.

26. Onder de genoemden hebben KLINKERFUES en SOHNCKE zich bezig gehouden met de wijze, waarop de staande trilling der voortgaande lichtbron aan de bewogen middenstof wordt overgedragen. KLINKERFUES schijnt te hebben ingezien, dat de differentiaal-stooten, welke door die primaire trilling op de middenstof worden uitgeoefend, ieder voor zich daarin eene spontane trilling moeten opwekken §§); maar voegt, zonderling genoeg, daaraan toe, dat iedere differentiaal-stoot aan de beweging van het aether-deeltje het karakter en de periode der trilling van de primaire bron opdringt.

Om de trilling van de rustende primaire bron op den aether

---

*) *Aus mehreren Briefen des Herrn Prof. Dr.* W. KLINKERFUES *an dem Herausgeber. Astron. Nachr.* B. LXV, p. 17. 1865.

Untersuchungen aus der analytischen Optik, insbesondere über den Einfluss der Bewegung der Licht-Quelle auf die Brechung. Ibid. B. LXVI, p. 337. 1866.

Versuche über die Bewegung der Erde und der Sonne im Aether. Ibid. B. LXXVII, p. 33. 1870.

Die Aberration der Fixsterne nach der Wellentheorie. Leipzig 1867.

C. BRIOT, *Mathematische Theorie des Lichtes.* Uebersetst und mit einem Zuzatz vermehrt. Leipzig 1867.

Ergebnisse der Spectral-Analyse in Anwendung auf die Himmelskörper, von W. HUGGINS. Deutsch mit. Zusätzen. Leipzig 1868.

In deze opgave ontbreken enkele stukjes in de *Gött. gelehrt. Anz.*, die ik niet bij de hand heb, evenmin als de vertaling van BRIOT.

†) *Ueber den Einfluss der Bewegung der Licht Qaelle auf die Brechung.* Kritische Bemerkungen zu der Entdeckung des Herrn Prof. KLINKERFUES. *Astron. Nachr.* B. LXIX, p. 209. 1867, en POGGEND., *Annalen.* B. CXXXII, p. 279. 1867.

§) *On the influence of the motion of the heavenly bodies on the index of refraction of light.* Phil. Transact. for 1868. Vol. CLVIII, p. 532. 1869. Een stukje ingevoegd in eene straks te vermelden verhandeling van HUGGINS en op verzoek van dezen geschreven.

**) FRESNEL'S *Hypothese zur Erklärung der Aberrations-Erscheinungen. Astron. Nachr.* B. LXXV, p. 145. 1870.

Ueber die Fortplanzung des Lichts in bewegten Medien. Ibid. B. LXXVI, p. 129 1870.

††) *Ueber den Einfluss des astronomischen Bewegungen auf die optischen Erscheinungen.* POGGEND., *Annalen* B. CXLIV, p 109, 287, 363 en 550. 1871. B. CXLVI, p. 406. 1872. B. CXLVII, p. 404 en 478. 1872, en B. CXLVIII, p. 435. 1873.

§§) *Astron. Nachr.* B. LXVI, p. 343, de noot.

over te dragen legt hij het echter analytisch aldus aan. Op ieder molecuul van den licht-aether, dat zich in het inwendige van den met trillingen opgevulden bol (deze zal zeker de licht-bron voorstellen) bevindt en niet in de onmiddellijke nabijheid der oppervlakte gelegen is, werken op den tijd t een oneindig aantal golven van oneindig kleine amplitudo. Hij vindt dan voor de elongatie of afwijking van dit aether-deeltje op den tijd t eene som van differentialen, waarvan de algemeene vorm is:

$$dy_n = a_{t - nd\mathrm{T}} \, sin \; nd\mathrm{T}. \, d\mathrm{T}.$$

Hij veronderstelt namelijk, dat ieder van die golven van oneindig kleine amplitudo op verschillende oogenblikken, — bijv. door van al digter en digterbij gelegen punten uit te gaan — op het aether-deeltje beginnen in te werken. Zoo begon de algemeene n^{de} golf op het deeltje in te werken op het oogenblik $t - nd\mathrm{T}$; zij heeft daarom nu, op den tijd t, voor het getroffen deeltje de phase $nd\mathrm{T}$ en wekt met de amplitudo $a_{t - nd\mathrm{T}} \, d\mathrm{T}$ de differentiaal-elongatie dy van het deeltje.

Voor de som dezer differentiaal-elongaties van het aether-deeltje, dat is voor de totale elongatie op den tijd t heeft hij dan de integraal:

$$y = \int_0^{2\pi} a_{t - \mathrm{T}} \, sin \; \mathrm{T} \, d\mathrm{T}.$$

In plaats van $a_{t - \mathrm{T}}$ substituëert hij nu de afwijking of elongatie van de primaire bron op het oogenblik $t - \mathrm{T}$, namelijk $c' \, sin \, (t - \mathrm{T})$ en vindt:

$$\int_0^{2\pi} c' \, sin \, (t - \mathrm{T}) \, sin \; \mathrm{T} \, d\,\mathrm{T} = c' \, \pi \, cos \; t.$$

Zoodoende verkrijgt hij dan, in behoorlijken vorm, voor de rustende bron, de overdraging der vibratie met onveranderde periode.

Om nu den overgang der trilling van de voortbewogen lichtbron te verklaren zegt hij: de beweging der lichtbron veroor-

zaakt deze wijziging, dat de stooten, welke deze uitoefent, in intervallen bij het aether-deeltje aankomen, die in reden van $\frac{v - g}{v}$ zijn ingekort, zoo als gemakkelijk is in te zien Hier is v de snelheid van voortplanting der voortgeleide trilling en g de snelheid van voortgang der bron.

In plaats van $a_{t - T} = c' \sin (t - T)$ neemt hij nu

$a'_{t - T} = c' \sin \frac{v}{v - g} (t - T)$ en daarmede is alles afgedaan.

Ik staak hier mijne korte analyse der stukken van KLINKERFUES; ik gaf ze alleen, omdat ik bij hem ook eene aanduiding meende weêr te vinden, dat iedere differentiaal-impulsie steeds vibraties tot resultaat heeft.

De zonderlinge uitkomsten, die hij erlangt, vindt men bij SOHNCKE besproken. Dus: met een enkelen slag, „zoo als gemakkelijk is in te zien,'' zijn alle moeijelijkheden weggeruimd, even als bij PETZVAL; en er is geen sprake van een consequent vasthouden aan de onmogelijkheid, dat eene diffentiaal-impulsie, die door de verplaatsing der bron van haar middenpunt beroofd is, zich stabiel kan voortplanten.

27. SOHNCKE *) maakt het waarlijk niet beter, waar hij ons dan eens duidelijk zal bewijzen, wat volgens KLINKERFUES zoo gemakkelijk is in te zien. Ook hij gevoelt niet, bij zijne populaire voorstelling, dat de stabile voortplanting eener phase, wier middenpunt zich intusschen verplaatst, eene physische onmogelijkheid is en, buiten de eenige rigting van de beweging der bron, voor elken anderen lichtstraal tot de grootste incongruenties leidt. Ook SOHNCKE schijnt niet in te zien, dat het begrip der voortleiding eener impulsie of verplaatsing door eene ignoratio elenchi in de wereld kwam: men denkt zich de impulsie als eene golf van zeer kleine lengte en meent daarmede te kunnen volstaan. Maar een golf heeft een berg en een dal: en zoo kan zeer goed het dal eener voorgaande differentiaal-impulsie met den berg eener volgende interfereeren en dan stort ook die geheele geresumeerde trilling,

---

*) POGGEND., *Annalen*. B. CXXXII, p. 290.

met haar verkorten of verlengden golf, als een kaartenhuis, inéén.

Men leze de genoemde verhandelingen en men zal mij toestemmen: men twijfelt niet meer aan de voortleiding der differentiaal-impulsies als zoodanig en, door de optelling van de haar geheel willekeurig toegelegde snelheid van voortplanting der trilling en de snelheid der bron, verkrijgt men de verkorting of verlenging van den vibratie-tijd der voortgeleide trilling; allen, behalve VELTMANN, schijnen zich daarbij te hebben nedergelegd en hebben DOPPLER's versnelde golfslagen in verkorte trillingen omgezet. Dit is de slotsom van dertig jaren critiek; en het balletje, dat DOPPLER opwierp, is als eene lawine nedergekomen.

§ VIII.

28. Hiermede neem ik afscheid van mijne voorgangers en neem nu voor mij zelven het woord.

Ik heb vroeger *) getracht de onderstelling van FRESNEL in hare wijze van voorstellen en in hare regten te handhaven, voor zoo ver betreft hare beteekenis bij de verschijnselen van diffractie. De oplossing van het verschil tusschen de constanten der aberratie van DELAMBRE en STRUVE †) is, wel is waar, nog zwevende; maar het schijnt mij zeker, dat die in de waarnemingen en niet in de theorie zal worden gevonden.

Ik ga nu beproeven of ik de wetenschap kan terugbrengen van het dwaalspoor, waarin zij geleid werd. Overeenkomstig hetgeen ik reeds in art. 5 heb gezegd, denk ik mij daarbij den aether van de normale digtheid in de ruimte in rust.

De onderstelling van FRESNEL zal wel de uitdrukking der waarheid behelzen; zij is mij, naar aanleiding van VELTMANN's nieuwste behandeling, nog volkomen voldoende om te verklaren, hoe de breking, of beter gezegd, de afwijking die

---

*) *Sur l'influence que le mouvement de la terre exerce sur les phénomènes de diffraction. Archives du Musée Teyler.* Vol. III, p. 72.

†) Zie ook HOEK, *Recherches astronomiques de l'observatoire d'Utrecht, première livraison. De l'influence des mouvements de la terre sur les phénomènes fondamentaux de l'optique dont se sert l'astronomie.* 1861.

de lichtstraal door eene brekende stof ondervindt, geheel onafhankelijk is van de beweging dezer middenstof. Zeer zeker zoude zij, wat hare physische beteekenis aangaat, eene mate van medevoering van den aether met de brekende middenstof eischen, die verandert met de vibratie-periode der kleur. Hierin ligt dan ook haar zwakke punt *); maar VELTMANE zelf †) toonde aan, dat men voor de veranderlijke medevoering van den aether slechts eene met de vibratie-periode veranderlijke medevoering der lichtgolven in de plaats moest stellen om de verklaring van het verschijnsel weêr in het regte spoor te brengen. Welke de physische zin van deze mathematische verklaring dan wel moet zijn, laat ik voor het oogenblik in het midden. De mechanica blijft ons hierop het antwoord nog schuldig; zeer wel kan te eeniger tijd eens worden bewezen, dat de druk door de voortbewogen stof op den in de ruimte rustenden aether die veranderlijke verschuiving of medevoering van de lichtgolven teweegbrengt.

Boven, art. 5. heb ik er reeds op gewezen dat eene eventueele medevoering van den omgevenden aether door de bewogen lichtbron mijne beschouwing omtrent de overdraging der trilling niet gemakkelijker zoude maken. Immers het uiterste geval, waarin bron en omgevende aether zich te zamen verplaatsen, zoude voor mij in dit opzigt, in overeenstemming met de uitkomst van PETZVAL in zijne eerste verhandeling, wel is waar schijnbaar het allergunstigste zijn; maar de moeijelijkheid zoude dan gelegen zijn in het bewijs van den onverkorten overgang der voortgeleide trilling van een bewogen op een rustend deel der middenstof.

29. Want al wat ik te zeggen heb resumeert zich in het beginsel, *van het behoud van de periode van vibratie en ware golflengte bij den overgang van de bewogen bron op den aether en bij de voortleiding tot aan de brekende middenstof* en daarbij neem ik den aether in rust.

Ik stel nu op den voorgrond de volgende punten, die ieder natuurkundige mij gereedelijk zal toegeven, 1°. de trillings-

---

*) *Astron. Nachr.* B. LXXV, p. 160.
†) *Astron. Nachr.* B. LXXVI, p. 143.

bron heeft stellig eene zekere physische uitgebreidheid en is geen mathematisch punt, 2°. die begrensde trillings-bron hebben wij ons, zoo als ik in art. 3 reeds aanstipte, te denken, naar alles wat wij van toongevende ligchamen weten, als te bestaan uit een groot aantal moleculen, die allen in gelijkvormige en evenwijdige banen trillen en waarvan geheele massa's op hetzelfde oogenblik allen in dezelfde phase verkeeren, dat is dezelfde anomalie hebben ; bij de eventuëele knoopen-lijnen of vlakken wordt die trilling volkomen nul om aan den anderen kant der knoop, met eene verspringing van een halven omtrek in de phase, weêr langzamerhand voor den dag te komen, en 3°. de directe werkingsspheer van eenig in staande trilling verkeerend molecuul op de middenstof strekt zich zeer zeker nog wel wat verder uit dan alleen de naastgelegen deeltjes.

Uitgezonderd misschien alleen KLINKERFUES zijn al mijne voorgangers in eene te strenge mathematische abstractie vervallen ; ik wil het onderwerp onvoorwaardelijk in concreto behandelen.

30. Een enkel in staande trilling verkeerend oneindig klein deeltje, dat alleen op de allernaast gelegen deeltjes der middenstof direct vermag in te werken, kan onmogelijk, terwijl het zich voortbeweegt, zijne trilling integraal, dat is als één geheel, noch met onveranderde, noch met verkorte of verlengde periode, op de middenstof overdragen, zoo lang die middenstof niet volkomen in zijne beweging deelt.

Er kan dan volgens § I geen sprake zijn eenvoudig van eene verlenging of verkorting van de periode der overgedragen trilling als effect van die beweging ; al de differentiaal-impulsies verstuiven in stroomingen of in trillingen van onbekende periode, als resultaat van de mathematische abstractie. Alleen dan, wanneer het primair trillende deeltje en de middenstof te zamen met dezelfde beweging voortgaan, wordt die trilling integraal overgedragen, maar dan ook alleen met geheel onveranderde periode; hier ontmoeten wij PETZVAL met zijn betoog van het behoud van den trillings-duur in eene gelijkmatig stroomende middenstof.

Nemen wij in de eerste plaats aan, dat de directe werkingsspheer van het primair trillende deeltje zich verder uitstrekt

dan de allernaast gelegen deeltjes der middenstof — hetgeen in volkomen overeenstemming is met hetgeen wij voor alle andere krachts-uitingen toegeven — dan kunnen wij ons bijv. voor het licht zeer gemakkelijk zulk een straal van die werkings-spheer denken, dat voor alle bekende snelheden der trillings-bron en bij den bekenden duur der trillingen, het eerst geïnfluenceerde deeltje der middenstof zich gedurende eene of meer geheele trillingen onder den directen invloed van het voortvliedende primair trillende deeltje blijft, en dus de trilling regtstreeks onveranderd opneemt en in den onbegrensden aether naar alle rigtingen uitzendt.

De snelheid der electrische vonk tusschen twee pooldraden schat men bijv. op $^1/_{1000}$ van de snelheid van het licht en de snelheid van de aarde in hare baan is omtrent $^1/_{10000}$ van diezelfde snelheid van voortplanting; de golflengte der streep D is 0,000589537 m. m. Het primair trillende deeltje verplaatst zich dus in den tijd eener enkele trilling in de electrische vonk $^1/_{1700000}$ m. m. en wanneer het eens met de aarde voortging nog tienmalen minder. Men ziet dus: wij komen tot zeer kleine waarden voor den straal van de regtstreeksche werkings-spheer van het primair trillende deeltje om zijne inwerking op het eerst getroffen en nog zoo vele volgende deeltjes der middenstof, die het achter zich laat, gedurende tien en honderd trillingen te laten voortduren, en al deze deeltjes tot centra van voortgeleide trillingen in de middenstof te verheffen.

Zoo ontstaan dan in de eerste plaats onderscheidene trillingen van onveranderde periode, allen achtereenvolgend van hetzelfde deeltje van den rustenden aether uitgaande; en in de tweede plaats tal van aether-deeltjes in de omgeving van het voortbewogen primair trillende stof- of aether-deeltje, die gedeeltelijk gelijktijdig en gedeeltelijk na elkander als zulke centra van voortgeleide trilling optreden. Iedere lijn, naar welke rigting ook, van die verzameling uitgaande wordt de drager van grootere of kleinere reeksen van aaneengeschakelde voortgeleide trillingen, waarbij de anomalie of het punt van uitgang van reeks tot reeks verspringt.

31. Maar de bron van trilling is geen enkel punt. Geven

wij, om bij het moeijelijkste geval te blijven, aan den lichtenden metaal-damp, die van de pooldraden wordt weggestooten, voor zoo ver zijne deeltjes of de in hem besloten aether-deeltjes in overeenstemmende staande trilling verkeeren — dat is aan de lichtbron — in de rigting harer voortbeweging eens eene afmeting van $^1/_{1000}$ m. m., dan hebben wij daarin de mogelijkheid gegeven, dat uit eenzelfde deeltje van den rustenden aether zelfs 1700 voortgeleide trillingen van onveranderde periode en daarbij ook van onveranderde amplitudo uitgaan. Immers, niettegenstaande dien snellen voortgang der bron, blijft nu eenzelfde rustend punt van den omgevenden aether gedurende 1700 trillingen onder den invloed der bron, zonder dat wij van den straal der directe werkings-spheer reppen.

Men begrijpe mij wel; de aether-deeltjes of de stofdeeltjes in den damp moeten bij geheele massa's allen gelijktijdig in dezelfde periode in gelijkvormige en evenwijdige banen trillen en daarbij allen te gelijk in dezelfde phase verkeeren, zoo als wij dat voor eene in staande trilling zijnde bron aannemen, anders kan het eene dezer deeltjes, dat aankomt, de inwerking op den rustenden aether van het andere, dat wegvliedt, niet onverlet voortzetten. Bij geringere snelheid der bron, zoo als die van de aarde, zoude het aantal van die trillingen, die absoluut van hetzelfde punt der ruimte uitgaan, nog wel tien maal grooter mogen worden genomen De amplitudo van de trillingen der deeltjes blijft over betrekkelijk groote afstanden in de ons bekende bronnen van staande trilling (voor het geluid namelijk) zoo na gelijk, dat wij voor het oogenblik hier liefst niet op hare veranderingen letten.

Het kon nu te eeniger tijd een punt van onderzoek worden, eene soort van *experimentum crucis*, om na te gaan of de proeven van FIZEAU omtrent de interferentie met groote weg-verschillen, welke een groot aantal trillingen vorderen, die successivelijk van hetzelfde punt der ruimte zijn uitgegaan, even goed met het licht der electrische vonk, als met licht uit andere bronnen afkomstig kunnen worden gedaan

32. Hoe en op welke wijze de trilling van deze lichtbron op den omgevenden aether overgaat en welke verhoudingen aan de grensvlakken optreden, daaromtrent maak ik mij

de volgende voorstelling. Ieder deeltje der bron zendt naar alle rigtingen zijne voortgeleide trillingen in den aether uit, die door de omgevende in staande trilling verkeerende aetherdeeltjes der bron, naar het beginsel der superpositie van kleinste bewegingen, ongedeerd tot aan de grensvlakken worden voortgeleid om daar met onveranderde periode in den vrijen aether over te gaan; de gelijkvormigheid en evenwijdigheid der banen van alle primair trillende deeltjes is van geene geringe beteekenis om ons met die superpositie genoegen te laten nemen; alleen het phase-verschil en mogelijk ook het verschil in amplitudo tusschen de staande en gesuperponeerde voortgeleide trilling wordt grooter naarmate het beschouwde deeltje digter aan de grensvlakken ligt.

Is nu de lichtgevende of primair trillende massa in beweging, dan zal, bij den grooten voorraad van deeltjes waaruit zij bestaat, de plaats van ieder voortbewogen deeltje terstond door een ander worden ingenomen, dat volkomen de rol van centrum van uitgang van het vertrokken deeltje overneemt; alleen de amplitudo van trilling zal in de bron van deeltje tot deeltje langzaam veranderen en dus ook in de voortgeleide vibratie aan kleine verandering onderhevig zijn.

Juist bij de knoopen-lijnen of vlakken, zoo die al bestaan, zoude eene verspringing in de phase van een halven omtrek plaats hebben; hierdoor zoude dan één enkele voortgeleide trilling onmogelijk worden; maar op en nabij die lijnen of vlakken is de amplitudo der trilling toch juist gelijk aan nul en daarom behoeven wij hierop ook nu niet te letten. Mogelijk hebben wij echter door zulke knoopen telkens na duizenden van trillingen, die langzaam in intensiteit opkomen en dan weêr wegsmelten eene omzetting in phase van een halven omtrek in den lichtstraal te verwachten.

De in den aether voortgeleide differentiaal-impulsies vinden dus, niettegenstaande de beweging der bron, in het eigen punt waarvan zij uitgingen, bij mij steeds den vereischten steun tot integrale voortleiding. Wat maakt het uit, dat het deeltje der bron, dat dien steun geeft, van oogenblik tot oogenblik verandert, zoo lang daarvan op het vereischte oogenblik maar de vereischte volgende phase of impulsie uitgaat? Wij zijn er im-

mers in de golfleer aan gewoon geworden, om de beweging en het deeltje, dat daarvan de drager is, afgescheiden van elkander te houden; de golf gaat immers voort maar de deeltjes, die daarvan de dragers zijn, deelen niet in dien voortgang.

§ IX.

33. Vergelijken wij nu op enkele punten deze concrete wijze van beschouwen met die mijner voorgangers.

Vatten wij het wezen eener lichtbron en hare inwerking op de aangewezen wijze op, dan behoeft inderdaad de massa van deeltjes die te zamen, in gelijkvormige en evenwijdige banen, in dezelfde periode trillen, nog geene groote afmetingen te hebben en de straal van de werkingsspheer harer deeltjes nog niet merkbaar te zijn om, zelfs bij eene vrij snelle voortgaande beweging der bron, nog duizende en duizende voortgeleide trillingen van bijna constante intensiteit uit hetzelfde punt der ruimte in den onbegrensden aether te doen uitgaan. Maar niet één, maar weder vele duizenden van deeltjes in dezen aether zijn dan gelijktijdig zulke middenpunten, waaruit volkomen op hetzelfde oogenblik zulke trillingen, met overeenstemmende phase en duur, worden uitgezonden. — Een lichtstraal is voor mij een zamengesteld geheel; ieder oogenblik komen op eenig punt duizenden van trillingen van verschillende phase en amplitudo aan, die, naar de leer der superpositie, geheel onafhankelijk van elkander voortbestaan; en de intensiteit van dien straal is de gezamenlijke intensiteit van al die vibraties voor zoover zij elkander niet door interferentie tegenwerken. In dezelfde mate waarin de bron voortschuift vallen van achteren middenpunten van trilling af, en komen er van voren nieuwe bij. Stellen wij al die golven of vibraties in gedachte tot eene enkele zamen, dan verkrijgen wij eene resulteerende golf of gofslag, die, wanneer de bron in rust bleef, met de gewone snelheid van voortplanting zoude voortgaan en hare bergen op den normalen afstand zoude hebben, maar die nu, door het afgaan en bijkomen van trillings-centra, van oogenblik tot oogenblik van anomalie verandert en eigenlijk behalve met die normale snelheid van voortplanting nog met de snelheid der bron langs den lichtstraal voorschuift; werkelijk zullen hare

bergen hierdoor op korter afstanden worden gebragt, juist zoo als de golfslagen van DOPPLER. Aan de achterzijde zouden die bergen daarentegen naar dezelfde wet op zoo veel grootere afstanden van elkander liggen. De golflengte en de vibratietijd echter van al die trillingen, die elk aetherdeeltje op den lichtstraal gelijktijdig uitvoert, die volgens eene sinusoïde afloopen, en *geheel onafhankelijk van elkander zijn en blijven*, zijn onveranderd dezelfde gebleven. En ik ontken ten eenenmale, dat het voor de bewogen lichtbron geoorloofd zoude zijn om die trillingen als tot eene enkele resulteerende trilling zamengesmolten te beschouwen, *omdat de anomalie en de amplitudo dezer resulteerende trilling van oogenblik tot oogenblik verandert.* Zelfs voor de rustende lichtbron maak ik hierin bezwaar, omdat de amplitudo niet constant zoude kunnen zijn.

Een gedeelte van de levendige kracht der bron zal altijd, ten gevolge harer beweging, in spontane trillingen wegsmelten en als onbestemde lichtgloring vervloeijen. Ja het is denkbaar, dat de voortgang der bron zóó snel wordt, dat geen primair licht meer tot ons kan komen, niet omdat, zoo als PETZVAL ergens zegt, de golflengte oneindig klein wordt, maar omdat geen enkel deeltje der rustende middenstof meer in staat is om de primaire trilling der bron integraal over te nemen.

Wil men niet treden in de overdraging van de trilling der bron met geheel onveranderde periode, op de wijze zoo als ik die trachtte duidelijk te maken, wel nu, dan ontken ik van mijn standpunt stoutweg, dat eenige andere vooruit te bepalen trilling, zoo als PETZVAL, VON ETTINGSHAUSEN, KLINKERFUES en anderen willen, op den aether kan worden overgedragen; en ik vertrouw, dat ik dan niet geheel alleen zal staan.

Met dien zamengestelden lichtstraal blijven alle verschijnselen, daar ben ik wel zeker van, zoo als die van interferentie, diffractie, terugkaatsing, breking enz. even goed te behandelen, hetzij dan dat die bron in rust, hetzij wel dat zij in beweging is.

34. Even goed dan als voor den toestand van beweging der bron bestaat ook reeds voor den toestand van rust diezelfde zamenstelling van den straal. Die straal kan nog wel uit andere oorzaak zulk eene zamenstelling hebben; ik geloof name-

lijk, dat de voortbewogen lichtende stof den aether nog een korten tijd na haar vertrek, in staande trilling achterlaat en ik heb daarvoor mijne goede redenen. De eerste is, dat ik mij moeijelijk kan voorstellen, hoe die achtergelaten aether, die dan toch volgens FRESNEL zoo even uit de lichtbron treedt, zoo maar terstond, wat aangaat zijne trilling, tot absolute rust zoude komen. En de tweede, van meer experimenteelen aard, is deze, dat het oog stellig toch wel onderscheidene trillingen, uit een zelfde punt uitgegaan, achtereenvolgend zal behoeven om tot perceptie te geraken; is nu de rigting van de beweging der in overeenstemmende staande trilling verkeerende massa, bijv. loodregt op den gezigtsstraal, dan verandert zij van oogenblik tot oogenblik voor het oog van plaats en wij *zien* haar toch op elk punt van haren weg; door hare betrekkelijke uitgestrektheid gaan nu zeer zeker reeds vele trillingen van een zelfde mathematisch punt op dien weg uit; bij zeer kleine afmetingen van die massa zoude zulk eene soort van nawerking die trillingen nog met velen kunnen vermeerderen

Door dat meer of minder groot aantal trillingen, dat voor mij van een zelfde punt van den in de ruimte rustenden aether kan uitgaan, stap ik dan zonder bezwaar henen over het geval waarin de beweging der lichtbron loodregt staat op of een zekeren hoek maakt met den gezigtsstraal; steeds vond ik trillingen van dezelfde periode en nu blijft ook de normaal der golvenvlakte ten minste een enkel oogenblik stabiel hare rigting behouden. Laat ons nu zien hoe DOPPLER, PETZVAL en anderen het in dit geval moeten stellen; men houde daarbij vooral in het oog, dat *zien* geheel iets anders is dan *hooren;* dat bij het eerste, behalve de snelheid van trilling nog een ander element, voor mij van vrij wat meer belang, dat ik zoo even reeds noemde, de rigting der normaal op de golven-vlakte namelijk, die de plaats van het beeld op het netvlies bepaalt, in aanmerking komt. Gaven wij nu al eens toe, dat door den versnelden golfslag de kleur van het licht kan stijgen, dan wilde ik weten hoe DOPPLER de rigting definieert, wanneer de bron zich bijv. onder een hoek van 45° ten aanzien van de gezigslijn beweegt, terwijl die bron, de electrische vonk bijv., al zeer digtbij kan gelegen zijn. De vraag is nu maar:

is een enkele golfslag voldoende om perceptie van licht te geven, zoodat zijne normaal de rigting van de lichtbron bepaalt, of wel, zijn eenige golfslagen uit **een zelfde punt** uitgegaan hiervoor noodig? DOPPLER zou moeijelijk hierop antwoord kunnen geven; want in het eerste geval geraakt hij in strijd met hetgeen de ervaring waarschijnlijk maakt, en in het tweede ontglipt hem de verhoogde frequentie der golfslagen voor het stijgen der kleur. Wanneer men nu in aanmerking neemt, hoe gevoelig het oog is voor de minste verandering in de relative rigting van twee waargenomen licht-bronnen, die elkander zoo even nog dekten, dan eerst ziet men, welke moeijelijkheid deze vraag aan DOPPLER zoude hebben gebaard. Wanneer eenige honderde trillingen of golfslagen op hetzelfde punt der ruimte van het lichtende voorwerp moeten uitgaan, om dit tot perceptie te brengen, wanneer het daar passeert, ziet DOPPLER het in het geheel niet, of zijne kleurverandering valt in het water; terwijl ik het mogelijk op eenige onderling zeer digt bij elkander gelegen punten gelijktijdig zie, en dit heeft zeker wel geen bezwaar.

35. Wij denken ons weder zulk eene lichtbron en plaatsen den waarnemer bijv. zoodanig, dat zijne gezigtslijn een hoek van 45° maakt met de rigting harer beweging. Wij denken ons de twee uiterste standen A en B van het in staande trilling verkeerende deeltje op die lijn zijner voortbeweging; dat is A bij het begin en B bij het einde eener enkele trilling; en wij vragen dan aan PETZVAL en VON ETTINGSHAUSEN, van wélk deeltje der middenstof, van wélk punt der ruimte wij nu de verkorte voortgeleide trilling moeten laten uitgaan, waardoor wij dat lichtende punt zien. Zeker niet van A; ook niet van B, want dan hadden wij dezelfde verkorting van den trillingsduur als voor de eigene rigting der beweging. In de lijn dan, die het oog met het midden van A B verbindt; en wanneer wij consequent de redeneering van PETZVAL voortzetten, in dat punt dezer lijn, dat op eene golflengte afstand van A gelegen is; zoo lang dan de tweede magt der snelheid van voortgang van het lichtende punt kan verwaarloosd worden tegenover de snelheid van het licht, zal de verkorting der golflengte of van den trillings-duur nog evenredig blijven aan den

cosinus van den hoek, dien de gezigtslijn vormt met de rigting van beweging der bron. Maar PETZVAL en VON ETTINGSHAUSEN wisten even goed en beter dan ik, dat het niet aangaat om bij voortgeleide trilling golf-vlakken te laten zamenwerken, wier normalen in rigting verschillen (anders moet ik het beginsel van HUYGHENS prijs geven) en dus ook niet om pulsaties, die van verschillende rigtingen komen, hetzij men den straal op het midden van AB of op een ander punt rigt, in den onbegrensden aether tot een geheel te resumeren. Wanneer wij bij interferentie golvenvlakken laten zamenwerken, wier normalen in rigting verschillen, dan worden òf die normalen door breking daarna evenwijdig gemaakt, òf wel de verschijnselen worden waargenomen op een scherm, dat is in diffuus licht, dat als uit staande trillingen der deeltjes van het scherm geboren wordt en waarbij dan de verstrooide interfereerende stralen weder evenwijdige normalen hebben. Daarenboven is er letterlijk niets meer, dat mij bindt aan het zoo even bepaalde punt als punt van uitgang der opgerolde trilling; ik kon ieder ander punt in of buiten die lijn AB genomen hebben en daarmede zoude ik de verandering in den vibratie-tijd eene andere waarde gegeven hebben. Omtrent het onbepaalbare der rigting, waarin de lichtbron gezien zal worden, kon ik nog veel meer dan voor DOPPLER te berde brengen; dit behoef ik hier niet te herhalen. Men ziet alzoo dat de voorstelling van VON ETTINGSHAUSEN, van PETZVAL en van zoo vele anderen, van eene abstractie uitgegaan wat betreft de lichtbron, nu nog van alle andere rigtingen, behalve die waarin de bron zich beweegt, moet abstraheeren.

§ X.

36. *Similitudo claudicat*, zegt men; dit nu is geheel toepasselijk op alle verschijnselen als die met veêrkrachtige ballen of met de cylinders van MACH, waarop men verwijst, om eens regt duidelijk te maken, hoe op zich zelf staande schokken of pulsaties in eene onbegrensde veêrkrachtige homogene massa worden voortgeleid. Beide die voorbeelden spreken vooreerst

slechts van eene voortplanting in eene enkele regte lijn: de verspreiding daarentegen in eene homogene onbegrensde middenstof heeft in alle rigtingen gelijkelijk plaats en al die rigtingen zijn voor elkander solidair; dat is, de impulsies moeten zich hier in bolschalen verspreiden. Hetgeen echter alles afdoet is, dat de impulsie op elk punt, waar zij zich ook in de middenstof bevindt, zich zoowel rugwaarts als voorwaarts moet voortplanten. Dat zij als onderdeel eener trilling, die van een onveranderlijk punt uitgaat, schijnbaar niet terugschrijdt, is het gevolg van het regelmatig opdringen van alle volgende differentiaal-impulsies der trilling uit dat punt. Wijs ik nu op den teruggang van den schok, bij die reeks van ballen die plaats heeft nadat de allerlaatste is opgesprongen, dan zal men mij tegenwerpen, dat dit een gevolg is van de begrenzing van het geheel. Dit stem ik gaarne toe; maar dan zeg ik ook tevens, dat een dozijn zware veêrkrachtige ballen, die aan koorden nevens elkander zijn opgehangen al eene zeer zonderlinge voorstelling zijn van eene onbegrensde veêrkrachtige middenstof.

Had men de proef met die ballen wat nader beschouwd, dan had men in de tweede plaats bemerkt, dat die zigtbare voortleiding van den schok berustte op eene voortgeleide vibratie van de moleculen der ballen en dat op ieder punt van contact tusschen twee opvolgende ballen, na het treffen, eene deeling van de levendige kracht van den schok plaats heeft, waarbij de eene helft rugwaarts en de andere helft voorwaarts gaat: de eerste bal komt daarbij tot rust, juist omdat de terugloopende levendige kracht hare overgeblevene helft der hoeveelheid van beweging vernietigt. Die ballen leveren dus in het allerminst geen bewijs, dat eene alleenstaande schok, onverdeeld en alleen in ééne rigting, in eene onbegrensde middenstof kan worden voortgeleid; zoo wordt door eene oppervlakkige populaire vergelijking de wetenschap in het riet gestuurd.

37. *Similitudo claudicat;* dit maakt mij huiverig om verschijnselen uit het geluid ter toelichting mijner beschouwingen bij te brengen. Ik wil echter in de eerste plaats wijzen op de proeven door A. SEEBECK *) vermeld, waarbij uit het ge-

---

*) DOVE's *Repertorium der Physik.* B. VI, p. 26. Berlin, 1842.

ruisch van tusschen de vingers verfrommeld papier regelmatige toonen worden afgescheiden; bij deze verknettering van het papier worden kleine schokjes of impulsies op de lucht uitgeoefend, die in regelmatige vibraties worden opgelost. Ik wil verder wijzen op een snellen zweepslag, op de electrische vonk, ook op den bliksem en op de sirene, die allen instantane impulsies op de luchtdeeltjes uitoefenen, welke meer of minder regelmatige vibraties voortbrengen en hierin worden afgeleid. Ik wil wijzen op eene gewone snor *), de fronde musicale van CAGNIARD LATOUR, waar zeer zeker de opvolgende aan de lucht medegedeelde schokken weêr in trillingen overgaan. Kortom overal, waar een stoot op de lucht-deeltjes wordt uitgeoefend, geraken deze in trilling; en de hoogte van de toonen, die daarbij vaak in groot aantal geboren worden, is stellig zeer moeijelijk vooruit te bepalen en zal ongetwijfeld afhankelijk zijn van de grootte der levendige kracht, die in den stoot was vereenigd, van den omvang der luchtmassa, die daardoor op eenmaal getroffen werd, en van de snelheid, waarmede die slag werd aangebragt.

Ik laat hierbij tot zekere hoogte in het midden, of onze perceptie van toon bepaald wordt door de geleidelijke overdraging van de trilling der bron, dan wel, zooals zeker bij de sirene van SEEBECK wel zal plaats hebben, door de zuiver mechanische inwerking op ons oor van verdigtings- of verdunningsstooten, die, zoolang wij ons maar houden aan den eerst aankomenden stoot als het gevolg van iedere op zekeren afstand voorgevallen verdigting of verdunning, door elk willekeurig zamenstel van geheel willekeurige spontane trillingen kunnen worden aangebragt.

§ XI.

38. Om te resumeren ga ik nu, naar aanleiding van het in § II en VIII behandelde, een lichtstraal vervolgen van zijnen oorsprong uit de bewogen licht-bron, door een bewogen

---

*) Ik geef dezen naam aan het gewoonlijk uitgetand plankje, dat aan een touwtje door de lucht geslingerd wordt, waarmede ook ik honderde malen gespeeld heb en dat ik steeds aldus heb hooren noemen, naar het snorrend geluid dat het daarbij voortbrengt.

prisma tot aan den bewogen waarnemer. Vergelijkt men het ontwikkelde in § VIII met de resumtie van DOPPLER's beschouwing aan het slot van art, 10, dan zal men toegeven, dat ik waarheid sprak toen ik aan het slot van art. 20 voorloopig te verstaan gaf, dat ik met DOPPLER nog wel punten van overeenstemming zoude hebben, hoezeer ook ons beider standpunt verschilde; hetgeen waarin wij verschillen, zal in deze paragraaf beter aan het licht komen.

Ik heb geen lust om mij op het oogenblik te verdiepen in het wezen der absorptie, die door voorgehangen dampen op het door te laten licht wordt uitgeoefend; maar zooveel is zeker, dat zij afhankelijk is van den trillingsduur en wel zoodanig, dat juist die trillingen worden geabsorbeerd, wier duur gelijk is aan dien van de trillingen, welke van den damp uitgaan wanneer hij begint te lichten.

Ten anderen willen wij voorop stellen, dat de deflectie van iederen lichtstraal, overeenkomstig de beschouwingen van VELTMANN, geheel onafhankelijk is van de beweging van het prisma met de aarde mede en dus weder alleen van dien vibratie-duur afhangt.

39. Wij denken ons eene lichtbron met de daaraan verbonden dampmassa, die zamen in de ruimte voortgaan, eene ster met hare atmospheer, die zamen zich in de rigting naar den waarnemer voortbewegen. De ster, of liever de stof of aetherdeeltjes van of aan hare oppervlakte voeren staande licht-trillingen uit, die naar de in § I en VIII ontwikkelde beschouwingen met onveranderde periode op den rustenden aether worden overgedragen; ieder staand trillend deeltje zendt onophoudelijk zijne trillingen naar buiten en tracht zijne levendige kracht op den rustenden aether over te planten. De ster, dat is de lichtende massa, verplaatst zich in de ruimte en een volgend primair trillend deeltje neemt eene wijl de rol van een vertrokken deeltje als centrum van eene bepaalde voortgeleide trilling over om terstond daarop voor een ander weêr plaats te maken. De aether in de ruimte blijft in rust en zoo ook de middenpunten der respective reeksen van voortgeleide trillingen, die zoo lang aanhouden als er nog deeltjes van de bron door die middenpunten gaan, welke in onderling evenwijdige

en gelijkvormige banen en met gelijke periode en gelijke anomalie trillen. Maar toch, wanneer alles op gang is, verwisselt langzaam de geheele som van middenpunten waarvan de voortgeleide trillingen uitgaan, en het is even goed alsof zij zich met dezelfde snelheid der ster verplaatste; want, ieder dezer punten moge achtereenvolgend al duizenden geheele trillingen achter elkander uitzenden, eer het zijne betrekking opgeeft, ieder oogenblik valt van achteren zulk een centrum af en komt er van voren een bij. Wij hebben dus te doen op onzen lichtstraal met vele reeksen van trillingen uit zich langzaam vernieuwende of schijnbaar voortschuivende centra afkomstig en dus met eene zamengestelde beweging — een zamengestelden golfslag, om met DOPPLER te spreken — die naar den waarnemer met de snelheid van voortplanting van het licht, vermeerderd met die der ster, voorwaarts schrijdt. De vibratie-periode blijft alzoo onveranderd, niettegenstaande de beweging der ster; en reeds de medegevoerde absorbeerende atmospheer eischt, als ieder andere brekende stof, de oplossing van dien golfslag of van de zamengestelde beweging der respective aether-deeltjes in zijne elementen, dat is in al die afzonderlijke trillingen van gelijken duur of golflengte, die volgens sinusoïden afloopen; is dan die golflengte of duur gelijk aan die der trillingen, welke de atmospheer zoude uitzenden, welnu dan worden zij geabsorbeerd; de beweging van de atmospheer wil ik hier voor het oogenblik laten rusten, al was het alleen maar omdat ster en atmospheer te zamen voortgaan, waardoor het tempo der golfslagen voor deze laatste onveranderd blijft; trillingen, die niet met de hare overeenkomen, laat de dampmassa ongemoeid door.

40. Een atmospheer van waterstof absorbeert de trillingen der drie waterstof-strepen. Het aldus gezifte licht komt dan weêr met zijn versnelden golfslag bij het met de aarde voortbewogen prisma aan. Zooals wij in het proces der kleurschifting op andere wijze zoo duidelijk zien voor oogen gesteld, eischt de brekende stof weder de ontbinding van den golfslag of beter nog van de zamengestelde beweging van het aetherdeeltje, omdat zij alleen kan te doen hebben met trillingen, die eene sinusoïde volgen. Die zamengestelde beweging wordt opgelost in even zoo vele trillingen met onderling afwijkende

anomalieën als er reeksen in den straal over elkander zijn gelegd of geschoven. De breking of deflectie hangt nu, volgens de door VELTMANN geamendeerde verklaring van FRESNEL, alleen af van den duur of de golflengte der elementaire vibratie, die in al die ontbondenen intact is gebleven. De donkere waterstof-strepen, of liever de licht-vibraties die er nevens liggen, worden dus nog juist zoo gebroken als of alles in rust was. Nu gaat het licht naar het oog van den waarnemer; werd nu de perceptie van kleur bepaald door de frequentie der golfslagen, zooals men wil, en niet door de periode van trilling of de golflengte der elementaire vibraties, waaruit die golfslag is zamengesteld, welnu dan zoude het licht rond de verdwenen strepen, ten gevolge van de beweging der ster, eene eenigszins veranderde, naar het violet verschoven, tint kunnen hebben; maar, niettegenstaande dit, bleef de te meten afwijking der strepen in het spectrum onveranderd.

41. Wij stellen ons nu eene massa voor, die lichtende dampen of gassen uitzendt — de zon die lichtende waterstof met groote snelheid uitstoot — dus eene voortbewogen lichtbron, zonder voorgehangen absorbeerende atmospheer.

De bron draagt hier weder, volgens dezelfde beschouwingen, hare trillingen met onveranderden duur op de deeltjes van den rustenden aether over; de zamengestelde golf gaat weêr met versnelden pas in de ruimte op den waarnemer los; de overgang in de brekende stof eischt weêr de oplossing der zamengestelde beweging in de elementaire trillingen, en houdt alleen daarmede rekening; de breking of deflectie van die trillingen door het voorgehouden prisma blijft onveranderd en de verplaatsing ook der lichtende strepen in het spectrum blijft uit. Aan de volgelingen van DOPPLER verblijft echter het regt, om eene uiterst geringe verandering in de waargenomen tint op te sporen.

Ik heb mij hier gemakshalve bij eene beweging regtstreeks naar den waarnemer toe en bij de waterstof met hare weinige strepen bepaald. De redeneering is echter natuurlijk algemeen geldig.

42. Maar zelfs die verandering in tint is mij, afgescheiden van het gezegde in art. 34, nog hoogst twijfelachtig, vooreerst: omdat de perceptie van eene uit twee andere op het oog invallende zamengestelde kleur niet terug kan wor-

den gebragt tot regelmatig op gelijke afstanden elkander volgende golfslagen en dus de resulteerende golfslag althans dáár niet de bepaling der kleur kan geven. Twee kleuren geven namelijk tot resulteerende eene kleur van tusschengelegen golflengte; en de resulteerende kromme van beider golflijnen is alles behalve eene golflijn, waarop de bergen op een steeds gelijken afstand van elkander staan, die zoo wat het midden zoude moeten houden tusschen de afstanden der bergen op de beide golflijnen. Ten tweeden vermoed ik, dat het stoffelijk oog even goed als elke andere brekende en licht inlatende stof de oplossing der zamengestelde beweging van de aetherdeeltjes in sinusoïdale trillingen eischt en daarmede valt de geheele golfslag uit elkander. En eindelijk: in overeenstemming met de opmerking van VON ETTINGSHAUSEN in art. 13 en de toelichting in art. 14, moet men zich geene te karakteristieke voorstelling van dien golfslag vormen, die bij de vele reeksen, waaruit hij is zamengesteld, wel eens een zeer weinig bergachtig verloop kon hebben.

Wanneer wij nu bedenken, dat het oog zelf reeds in beweging is in den steeds rustenden aether, dan vangt dit oog, wanneer het bijv. het licht te gemoet reist, reeds daardoor in korter tusschenpoozen de golfslagen, en zelfs de bergen en dalen der elementaire trillingen, op; de kleur moet dan ook daarom, volgens DOPPLER, naar het violet verschoven worden. Alles hangt hier echter af van het bewijs, dat die kleur door den golfslag en niet door den vibratie-tijd der aetherdeeltjes bepaald wordt. Het is zeer goed denkbaar, dat zoo even bij de kleurmenging de elementaire vibraties der deeltjes eerst tot perceptie komen en daaruit dan door zamenstelling eene andere perceptie, dat is die der zamengestelde kleur, geboren wordt. Daardoor was dan de elementaire trilling in hare regten gehandhaafd. Maar hieruit moge dan al blijken, dat de kleur-perceptie onder die omstandigheden niet door den golfslag bepaald wordt; daardoor zal men nog niet absoluut bewezen achten, dat de beweging hier niet op de kleur-perceptie kan influenceeren. Men neme echter in aanmerking, dat alleen het oog met eene zekere hoeveelheid aanklevenden aether in beweging is en volgens FRESNEL dat deel van den aether, dat zijne normale digtheid in de ruimte vertegenwoordigt, steeds in rust blijft. Wanneer zich dan de

regtstreeksche invloed der aankomende voortgeleide trillingen niet verder dan tot dien aether van normale digtheid der retina uitstrekt en daarin bijv. staande trillingen wekt, wier levendige kracht terstond door de stof der retina met zijn aanklevenden aether geabsorbeerd wordt, dan doet die beweging van het oog niets meer af, daar deze laatste overdraging, om de reeds boven, bij den overgang der trilling van de bron op den omgevenden aether, ontwikkelde redenen, zonder verandering kan plaats hebben. — Mogelijk kan ook de laatste vóór de retina gelegen aether-laag van normale digtheid, om hare eenzijdige begrenzing, in staande trilling van onveranderden duur worden gebragt; en weder zoude de beweging van den waarnemer evenmin als de beweging der bron invloed hebben op de waargenomen kleur. Dit zijn echter maar gissingen; want niemand heeft ons nog het wezen der perceptie van het oog verklaard.

43. Dit nu brengt mij van zelf terug tot een punt, waar ik kortheidshalve over heen stapte, en dat men toch zoo gemakkelijk kon opnemen, tot de vraag namelijk of de absorptie door eene beweging van de absorbeerende atmospheer kan worden gewijzigd. Zoo staan wij dan weder voor de vraag naar het wezen dezer absorptie, die ik zoo gaarne vermeed. Het duidelijkst geef ik misschien van haar nog eene voorstelling aldus: de in den damp besloten aether is vatbaar om staande trillingen van eene of meer bepaalde perioden uit te voeren en absorbeert ten behoeve daarvan de levendige kracht der voortgeleide trillingen die hem treffen, voor zoo ver deze dezelfde perioden volgen; trillingen van afwijkenden duur kunnen hiervoor niet dienen, omdat naar de formule van FOURIER, die in hare toepassing op de golfleer eene physische waarheid uitspreekt, onmogelijk trillingen van verschillenden duur kunnen zamensmelten; twee sinusoïden immers van verschillende periode of duur kunnen nimmer tot eene derde worden vereenigd.

Wanneer bijv. onze dampkring zich voortbeweegt, blijft ook weder de daarin besloten aether, voor zoo ver betreft zijn gedeelte, dat de normale digtheid van de ledige ruimte bezit, volgens FRESNEL in rust; alleen de kleine overmaat, die de ijle lucht daaraan toevoegt, deelt in de beweging van deze. Dien aether van normale digtheid onderstellen wij nu in de gazmassa

in eenen toestand van spanning, zoodat zij bepaalde staande trillingen kan uitvoeren; de gazdeeltjes met het aanhangende overschot van den aether, zijn de centra, waarvan de invloed uitgaat, welke die spanning teweegbrengt; zij vormen daarbij tevens als het ware de vaste steunpunten, die de levendige kracht der trillingen van den normalen aether absorbeeren. Op hoedanige wijze deze laatste in dien toestand van spanning komt of op welke wijze de gazdeeltjes op hem inwerken, daarin verdiepen wij ons niet.

De aether alzoo, die de trillingen van de lichtbron aanvoert, en de aether in de gazmassa, die daardoor in staande trilling moet worden gebragt, blijven dan te zamen in rust; daarom bestaat er dan ook geene reden waarom die voortgeleide trilling als staande trilling nog met eene verkorte of verlengde periode zoude optreden. Het beginsel van de conservatie van den trillingsduur wordt ook bij dezen overgang weder volkomen gehandhaafd.

Wil men die staande trilling nog verder overgedragen zien op de gazdeeltjes en den aanhangenden aether, wel nu, die overdraging kan, ten gevolge van de uitgebreidheid der bereids in staande trilling verkeerende aether-massa van normale digtheid, even goed zonder verandering van periode plaats grijpen als de overgang der staande trilling van eene bewogen bron op eene rustende middenstof, die ik boven art. 28 en 29 omstandig behandelde. Wat er verder wordt van die levendige kracht, wanneer zij eenmaal op de stof is overgegaan, weten wij niet en is mij voor het oogenblik onverschillig.

Wat nu geldt van onzen dampkring, geldt ook voor iedere damplaag, voor iedere absorbeerende atmospheer. De vergelijking met het bekende verschijnsel voor het geluid, waarbij een afgegrensd geheel, dat trillingen kan uitvoeren, door versnelde of vertraagde eigenlijk gezegde verdigtings- of verdunningsstooten of golfslagen in trilling gebragt wordt, gaat hier niet op.

In de lichtende bron heb ik den daarin besloten aether de staande trillingen laten uitvoeren en met de snelheid der bron laten voortgaan; dit stemt nu wel niet met de hier in toepassing gebragte voorstelling van FRESNEL; maar zulks doet niets ter zake. In ieder geval worden door den voortgang der stof

de door haar in staande trilling te brengen aetherdeeltjes voortdurend vernieuwd en moet men de mathematische punten alzoo, waarvan de staande trilling uitgaat, met de bron laten voortgaan.

44. De opvatting der formule van FOURIER, in hare toepassing op de golfleer, als physische waarheid vormt blijkbaar den grondslag, waarop ik het afgescheiden voortbestaan van elementaire trillingen van dezelfde periode in mijnen zich voortdurend vernieuwenden lichtstraal bouw, waaruit ik althans haar afzonderlijk optreden bij den overgang in eene andere stof afleid. Natuurlijk denk ik mij hierbij al zulke vibraties tot een geheel vereenigd, wier anomalie en amplitudo gedurende het verloop eener geheele vibratie constant blijven; en ook den invloed der interferentie zie ik niet over het hoofd. De resulteerende beweging van eenig aetherdeeltje is eene sinusoïde, die van oogenblik tot oogenblik van anomalie en amplitudo verwisselt; en juist daarom wordt zij terstond bij haren overgang in elementaire sinusoïden met constante anomalie en amplitudo ontbonden, niettegenstaande de perioden van al deze onderling gelijk zijn. Het theorema van FOURIER, tot physische waarheid verheven, zoodra wij de door de verplaatsing van het trillende deeltje ontwikkelde kracht evenredig stellen aan de eerste magt van die verplaatsing, werpt juist door die splitsing der zamengestelde beweging in onderling onafhankelijke sinusoïden, een nieuw licht op onderscheidene verschijnselen der golfleer. Het zoude mogelijk nog groote diensten bewijzen, wanneer de voortleidende middenstof tot op zekeren afstand van de bron als in een toestand van beweging moest worden beschouwd.

§ XII.

45. Maar waarnemers als HUGGINS *), LOCKYER †) en vo-

*) Further observations on the spectra of some stars and nebulae with an attempt to determine therefrom wether the bodies are moving towards or from the earth, also observations on the spectra of the Sun and of Comet II. 1868 *Phil. Transact.* for 1868. Vol CLVIII. p. 549. 1869

On the spectrum of the great nebula of Orion and on the motions of some stars towards or from the earth. *Phil. Magaz.* 4th Series. V. XLV. p. 133 18.3.

†) On recent discoveries in solar physics made by means of the spectroscope. *Phil. Magaz.* 4th Series. V. XXXVIII. p. 342. 1869.

GEL *) hebben de strepen in het spectrum, en daaronder in de eerste plaats de waterstof-streep F, verplaatst gezien, òf als absorptie-strepen in de spectra van vaste sterren, òf als lichtende strepen in de spectra van plotselinge gaz-uitstroomingen aan de oppervlakte der zon. Ik twijfel er niet aan, dat zij inderdaad die verplaatsing hebben waargenomen; als men van mij maar niet vergt, dat ik ze aan de beweging van de lichtbron of van het prisma toeschrijf. Laten wij ons duidelijk voorstellen, wát is waargenomen en laten wij dan onderzoeken of de methode van waarneming en de gebezigde werktuigen eene voldoende verklaring daarvan kunnen geven.

De geconstateerde verplaatsing, waarvan hier voornamelijk sprake is, betreft het blaauwe deel van het spectrum, want daarin ligt de streep F. Bij alle waarnemingen zijn kijkers gebezigd en het is bekend, dat zelfs de beste immer nog een gebrek aan achromasie overhouden en dat men daarbij, om het zoo uit te drukken, het blaauw en violet, als stralen van de minste intensiteit, op hun beloop laat; daarenboven is het brandpunt der randstralen altijd natuurlijk nog verschillend van dat der centrale stralen. Ik heb veel te veel refractie- en diffractie-metingen met den spectrometer, dat is dus met behulp van een kijker, gedaan om niet te weten, dat juist mijne metingen in het meest breekbare deel van het spectrum het meest van het gebrek aan achromasie, dat is van het gebrek aan scherpe instelling en van de spherische aberratie te lijden hadden. Het is dus niet vreemd, dat ik ten deele in het gebruik van kijkers en lenzen de verklaring der zoo even bedoelde verplaatsingen van de strepen ging zoeken.

46. Men behoeft de verhandeling van HUGGINS maar in te zien en na te gaan, welke voorzorgen hij bij de instelling van de electrische vonk en van het beeld der ster neemt, om overtuigd te zijn, dat hij zeer goed inzag, dat beiden volkomen in de as van zijn spectrometer moesten gecentreerd zijn om de strepen van beide spectra te kunnen vergelijken. En toch schijnt hij het gebrek aan achromasie en de spherische aberratie der glazen van zijn spectrometer over het hoofd te hebben gezien:

---

*) *Beobachtungen auf der Sternwarte zu* BOTHKAMP. Heft I. p. 33. 1872.

anders, „dunkt mij, was het ook hem niet ontgaan, dat beide invallende stralen-kegels eigenlijk denzelfden tophoek moesten hebben, dat is, dat zij absoluut van hetzelfde punt der as moesten uitgaan.

Wanneer de spectra van twee lichtbronnen vergeleken worden, kunnen de beide bundels 1° van een oneindigen afstand of beiden van gelijken eindigen afstand op de prisma's vallen en daarbij kunnen beider assen al of niet zamenvallen of 2° de bundels kunnen van verschillende afstanden op de prisma's vallen en daarbij kunnen de assen weêr al of niet onderling in één vallen. Al de gelijknamige strepen van beide spectra zullen ontwijfelbaar alleen dan zamenvallen, wanneer de beide bronnen op volkomen gelijken afstand van de prisma's, of liever van de collimator-lens, kunnen worden gedacht en daarenboven de assen der beide bundels zamenvallen. Blijven de assen zamenvallen, maar komen de bronnen op verschillende afstanden te liggen, dan kunnen de strepen van beide spectra uit elkander wijken; en onder deze rubriek vallen, naar ik meen, de waarnemingen van deze soort, wanneer de instelling volkomen is.

In elken spectrometer is een collimator, die de stralen der lichtbron evenwijdig maakt; in den regtzienden wordt deze voorgesteld door de achromatische lens, die voor de prisma's is aangebragt en in welker brandpunt de sleuf is geplaatst. Wanneer ik het mij goed voorstel, dan valt het beeld der ster, dat door het objectief van den refractor gevormd wordt, juist op de sleuf en de vergelijkings-bron is op eenigen afstand daarvoor gesteld; beide lichtbronnen worden in de as van den kijker gebragt; den spectrometer neem ik op het minimum van deflectie ingesteld; en het waarnemings-kijkertje van den spectrometer staat scherp op de sleuf.

Nu hebben wij in de eerste plaats te doen met den stralen-kegel van de ster, die de sleuf tot top heeft en de oppervlakte van het objectief van den refractor tot basis; wanneer dan de afstand van de sleuf tot de collimator-lens bekend is, kan men de basis van den lichtkegel sterre-licht aangeven, die op deze lens valt. De sleuf staat in het brandpunt van deze collimator-lens en wij willen nu aannemen dat de gezamenlijke massa dezer stralen op de prisma's parallel invalt en het minimum van breking

ondergaat; het kijkertje van den spectrometer staat scherp op de sleuf en vereenigt dus zoo goed mogelijk de kleuren die een gemeenschappelijk brandpunt hebben, tot een scherp sterre-spectrum; de waterstofstreep F is iets minder scherp, omdat zij een weinig voor het brandpunt van het oculair ligt.

De stralen-kegel, die van de vergelijkings-bron uitgaat, heeft deze tot top en de wijdte der sleuf tot doorsnede en dus op de collimator-lens in de rigting loodregt op die sleuf waarschijnlijk eene basis van kleine afmeting, en wel des te kleiner naarmate deze bron verder van de sleuf is verwijderd. De stralen van dezen kegel zijn dus zeer nabij alleen centrale stralen voor de collimator-lens en zij worden dus minder door die lens gebroken dan de randstralen van het sterrelicht dat ik veel grooter basis toedenk, dat is, zij zullen met betrekking tot het licht der ster, dat wij in massa als parallel invallend denken, divergent op de prisma's invallen; de grootere afstand van de vergelijkings-bron verbetert hieraan niets, omdat het kijkertje immers scherp staat op de sleuf en niet op haar. Wanneer de nu evenwijdig aan de as invallende stralen der ster het minimum van breking ondergaan, zullen de divergent op het prisma vallende stralen der andere bron ten deele grooter breking ondergaan, omdat hare rigting van inval links of regts afwijkt. — Zelfs dan wanneer alles behoorlijk is ingesteld, zou dus de streep in het vergelijkings-spectrum aan haren meest breekbaren kant hierdoor een weinig uitgebreid kunnen worden; door het gebrek aan achromasie zal zij daarenboven evenmin volkomen scherp worden gezien als in het spectrum der ster.

Men zal nu inzien, hoe onder gewone omstandigheden, bij de beste instelling, de streep F der ster toch een weinig minder breekbaar kan schijnen, dan die der terrestrische bron, zoodat volgens DOPPLER zich de ster van de aarde af schijnt te bewegen. Juist de meest breekbare strepen zullen het meest van den aangewezen invloed te lijden hebben, omdat eene zelfde afwijking in den invallenden straal van de minimaalrigting, bij den grooteren index, eene grootere afwijking in de rigting van den gebroken straal ten gevolge heeft. En verder, omdat zij voor beide spectra buiten het brandpunt van het oculair liggen, en misschien niet eens op denzelfden afstand

van dit punt, zal eene naauwkeurige vergelijking al weder moeijelijker worden.

47. Laten wij nu de vergelijkings-bron en het beeld der ster nog aan hunne plaats; maar laat de as van den spectrometer een weinig verwrikt zijn, dat alligt kan geschieden, zoodat die as — tevens as van den collimator — niet meer zamenvalt met de as van den refractor, waarop beide lichtbronnen liggen; de toestel zij overigens goed ingesteld. Dan komt een van beide lichtbronnen zeker iets buiten die collimator-as te liggen; maar hetgeen, waar het hoofdzakelijk op aankomt: de as van den lichtkegel der ster valt zeker niet meer met deze as zamen; de as van den lichtkegel der andere bron kan in niet mindere mate afwijken. Door het verschil tusschen rand- en centrale stralen kan het licht van den eenen kegel, na breking door de lens convergent of divergent op het prisma invallen en dat van den anderen parallel; wanneer de parallele bundel dan juist voor de minimaal-afwijking is ingesteld, kan de andere strepen leveren, waaronder vooral de meest breekbaren eene verbreeding naar den meest breekbaren kant vertoonen. Het niet zamenvallen der assen van beide kegels, waarop ik hier hoofdzakelijk komen wilde, zal echter, afgescheiden van dien, steeds eene onderlinge afwijking der strepen van beide spectra ten gevolge hebben.

Het vorige artikel verklaarde, waarom onder gewone omstandigheden de sterren zich van de aarde af kunnen schijnen te bewegen; dit geeft nu eene verklaring van de buitengewone omstandigheid, die aan de sterren, volgens DOPPLER's beschouwing, eventuëel eene beweging naar de aarde toe, of wel van haar af, schijnt mede te deelen. Het is duidelijk, dat alle strepen, onverschillig van welke breekbaarheid ook, evenzeer relatief verschoven zullen zijn, maar de breekbaarste weêr het meest, om haren grooteren index van refractie; het gebrek aan achromasie maakt deze laatste ook onduidelijker en daar door hare juiste vergelijking moeijelijker.

Men versta mij wel; ik zeg niet dat het bij de waarnemingen van HUGGINS of VOGEL zus of zóó is toegegaan; maar ik geef oorzaken op, waarin de gevonden kleine verschuivingen eene natuurlijke verklaring zouden kunnen vinden. Het is zonderling, dat men nog geen twijfel opperde omtrent de deugdelijkheid der

verklaring, nu het bleek, dat, na correctie voor de beweging der aarde, de sterren die zich naar de zon toe bewegen, zich gemiddeld 2 à 3 maal sneller verplaatsen, dan die welke zich van haar af bewegen. De uitkomsten van VOGEL, voor SIRIUS, PROCYON en CAPELLA, allen op eenzelfden avond verkregen, vallen allen in denzelfden zin; voor PROCYON is het resultaat zelfs grooter dan voor SIRIUS; dit leidt tot het vermoeden van eene constante oorzaak voor dien avond, die daarin kan gezocht worden, dat de assen der beide gebroken stralen bundels uit elkander weken.

Ik wil de aandacht althans nog gevestigd hebben op de mogelijkheid eener physische uitzetting der waterstofstreep naar den eenen of naar den anderen kant, door het optreden van nevengelegen absorptie-strepen van eene andere in de damplaag aanwezige stof; maar ik geloof niet, dat ik mij daarop behoef te beroepen.

48. Bij de waarnemingen van LOCKYER *) en ook van VOGEL, voor zoover wij daarbij te doen hebben met de zonneschijf of een gedeelte daarvan en eene uitstrooming van lichtend gas — bijna immer waterstof-gas — zijn altijd twee lichtbronnen aanwezig, die gelijktijdig licht door de sleuf van den collimator zenden.

Bij de onderzoekingen omtrent wervelstroomen in de chromospheer of omtrent de zoogenaamde protuberanzen kan weder eene afwijking tusschen de assen der beide opvallende bundels gedacht worden, die eene verplaatsing der strepen van het eene spectrum met betrekking tot die van het andere ten gevolge heeft. In zulk een wervelstroom kunnen twee of meer maxima van licht voorkomen; en stellig brengt men, wanneer men eerst op den eenen en dan op den anderen rand van zulk een wervelstroom instelt, de as van deze gansche lichtende massa eerst links en dan regts van de as van den spectrometer. En wat de protuberanzen betreft, deze geven door haren vertakten en grilligen vorm mogelijk eene sporadische verspreiding der lichtende stof over eene grootere vlakte, die niet zonder invloed kan blijven op

---

*) H. E. ROSCOE, Die Spectralanalyse, uebersetzt von SCHORLEMMER. 1870. p. 225.

de relative ligging der enkele strepen, waarin dat licht zich oplost, ten aanzien van de correspondeerende strepen van het zonne-spectrum.

Voor de teekeningen, die LOCKYER (ROSCOE fig. 76) en VOGEL (pag. 40) geven van de spectra nabij een lichtenden fakkel of op eene vlek met overbrugging verkregen, kunnen wij andere opmerkingen maken, die echter nog op de aanwezigheid van twee lichtbronnen gegrond zijn. Vooraf zij aangemerkt, dat het geheele proces op de oppervlakte der zon zich, zoowel in de protuberanzen en wervelstroomen als hier, eenvoudig schijnt te bepalen tot eene uitstooting van gloeijenden lichtenden damp; ik zie geene noodzakelijkheid om daarenboven nog eene snelle opstijging of nederdaling van absorbeerenden damp aan te nemen, zooals ROSCOE en ook VOGEL schijnen te willen. De teekening van LOCKYER, zooals ROSCOE die geeft, schijnt mij genoegzaam verklaard door eene naar links en regts uitgezette verlichte streep F, waarnaast, op het midden der teekening, de als het ware verdrongen donkere streep F nog zigtbaar is; dus op twee plaatsen, dat is in het midden en meer naar boven, zie ik daarin twee aanzwellingen van die verlichte streep, waaronder ik twee centra van uitstrooming van gloeijend waterstofgas aanneem; die lichtende streep is voor mij, zoowel in het midden als bovenaan, eenvoudig naar beide kanten verbreed. Wat betreft de waarnemingen van VOGEL, ik geloof niet, dat zijn spectrum zoo was, als het hier geteekend is, met donkere *b* strepen, die aan den eenen kant der overbrugging links en aan den anderen kant regts verschoven waren; mij dunkt, dit is wat al te sterk symmetrisch; de undulatie en de beweging der lucht vlak voor de zonneschijf moet zulk een spectrum, van zoo kleine hoogte, wel onduidelijk maken; ik maak uit die teekening niet meer op dan het aanwezen van gloeijenden magnesium-damp, die links en regts verloopende lichtende strepen geeft, en de absorptie-strepen daarneven nog even als bij LOCKYER met eene uitbuiging zigtbaar.

Hoe men nu hierbij, naar de DOPPLER'sche beschouwing, de snelheid waarmede gassen uitstroomen zoo gemakkelijk uit eene eventueele verplaatsing der strepen wil afleiden, is mij niet klaar; want de deeltjes dezer gassen, die het verst van de op-

pervlakte der zon, en dus het digst bij ons gelegen zijn, hebben stellig geene opstijgende snelheid meer en in plaats daarvan waarschijnlijk eene zijdelingsche snelheid, en dan nog eene temperatuur, die niet veel van die van de naastomgevende lichtende of absorbeerende atmospheer kan verschillen.

De eigenlijke snelheid, die men uit die verplaatsing der strepen kon afleiden, zoude dus door de integratie eener functie van lichtgevend vermogen en opstijgende snelheid der gaz-lagen moeten worden gevonden, en dit zal zoo gemakkelijk niet gaan.

Afgescheiden echter hiervan, geloof ik vrij wat eenvoudiger verklaring van beide teekeningen te kunnen geven Deze is hierop gegrond, dat wanneer het vlak van inval en breking van eenigen licht-straal niet meer loodregt staat op de brekende ribbe van het prisma, de hoek van breking òf kleiner òf grooter dan de ware hoek van het prisma zal zijn, terwijl bijv. voor een prisma van zwaar flint en met een brekenden hoek van 60°, iedere verandering in dien brekenden hoek omtrent tweemaal vergroot in de minimum-afwijking overgaat.

Denken wij ons nu gemakshalve eene cylinder-lens als collimator-lens; wanneer dan uit de lichtbron juist eens het stuk wegvalt, dat in de as van den spectrometer gelegen is, dan zal het gedeelte van het spectrum, dat wij op de plaats van het weggenomen stuk nog door het kijkertje zien, stellig worden voortgebragt, door licht dat van de overgebleven hooger en lager gelegen deelen der bron komt en stellig volgens een ander vlak van breking en met anderen brekenden hoek door het prisma gaat; de strepen, die dit licht dan op dat punt van het spectrum nog levert, zullen dan of regts of links verschoven zijn, al naar gelang de brekende hoek grooter of kleiner uitvalt. Met een zamenstel van vijf prisma's tot een gewonen of een regtzienden spectrometer vereenigd, kan die kleine afwijking door sommatie al zeer ligt eene merkbare waarde erlangen, even goed als die welke uit eene linksche of regtsche verschuiving der bron wordt geboren.

De uitbuigingen der absorptie-strepen boven eene uitstrooming van gaz, waarom het hier alleen te doen is, ontstaan dan doordien het licht dat ze leveren moet van de hooger of

lager gelegen deelen van de zonneschijf afkomstig moet zijn. Uit de teekeningen kan ik niet tot uitbuigingen van lichtende strepen, maar alleen tot hare links en regts gelijktijdig optredende verbreeding besluiten, en deze levert geen bezwaar, daar de grootere intensiteit en de natuur der bron die uitzetting gemakkelijk verklaart — In het algemeen houde men in het oog, dat verdunning der gloeijende gassen eene verbreeding en onbestemde uitvloeijing der strepen in het meer breekbare deel van het spectrum ten gevolge heeft; dit wijst er op, dat dan ook vibraties van eene een weinig afwijkende golflengte worden uitgezonden. En even zoo kan een sterk verdund gaz, vooral wanneer de weg van het licht daarin lang is, ook vibraties van eene een weinig afwijkende golflengte gaan absorbeeren, hetgeen bij den doorgang van het licht door de atmospheer van het hemelligchaam en ook door de onze tot eene eenzijdige verbreeding van de meer breekbare absorptiestrepen en tot eene constante verplaatsing van haar midden aanleiding kan geven.

Hoe meer prisma's men bezigt des te grooter wordt de complicatie, die bij het uitligten van een gedeelte der bron ontstaat; eene overbrugging met gloeijenden magnesium-damp staat gelijk met eene partiële wegneming van het gewone zonlicht op die plaats. Zooals bleek, betreffen de door LOCKYER waargenomen afwijkingen hier weêr de streep F, dus weder zeer breekbare stralen, waarvoor daarenboven de achromasie weer te wenschen overlaat. De afwijkingen bij VOGEL hebben betrekking op de strepen *b* van FRAUNHOFER.

Gaarne zoude ik de gebezigde toestellen zelf gezien hebben om juister over de gegrondheid mijner opvatting te kunnen oordeelen.

Alleen wil ik hier nog releveeren, dat VOGEL en ROSCOE zoo maar kortweg schijnen aan te nemen, dat ook de lengte der geabsorbeerde vibratie met de snelheid van toenadering of verwijdering van de absorbeerende atmospheer verandert en zich daardoor eene zee van moeijelijkheden scheppen, zoodra de rigting van den straal verschilt van de rigting der beweging van de atmospheer.

49. Ik heb nog niet gesproken over den invloed eener

temperatuurs-verandering op de breking. Naar aanleiding eener opmerking van VOGEL *) wil ik vermelden, dat uit mijne metingen blijkt †) dat met een prisma van zwaar flint, zoowel van MERZ als van HOFMANN, met een brekenden hoek van 60°, voor iederen graad, dien de temperatuur op de honderddeelige schaal rijst, de index van refractie één à twee eenheden in de vijfde decimaal grooter gevonden wordt; voor de eene soort crown van MERZ eene halve eenheid in diezelfde decimaal rijst; en voor een ander crown van MERZ en voor crown van STEINHEIL omtrent eene halve eenheid daalt. Met een of meer prisma's van genoemd flint zal dus een gegeven FRAUNHOFER'sche streep bij temperatuur-verhooging naar het violet verschuiven en bij een regtzienden spectrometer met afwisselende flint- en crown-prisma's zal de kans op zulk eene verplaatsing, verondersteld dat het crown van de tweede soort is, nog toenemen. BLASERNA §) heeft later ook deze verandering van den index voor flintglas met de temperatuur bepaald. Door eene zonderlinge misstelling zegt hij evenwel, dat die index afneemt wanneer de temperatuur toeneemt, terwijl hij zeker, in overeenstemming met mijne waarnemingen, bedoeld heeft dat index en temperatuur te zamen stijgen.

Wij willen nu spreken van de uitkomsten, die door eene verplaatsing der strepen op de rotatie der zon zouden heenwijzen; voor zoover daarbij van meten sprake is, zijn deze met een gewonen regtzienden spectroscoop met vijf prisma's gedaan. De spectrometer werd op den wester-rand ingesteld en de streep F op eene in het brandpunt van het oculair aangebragte staalpunt ingesteld; de zon schoof dan voorbij den spectrometer, tengevolge harer dagelijksche beweging, en aan den ooster rand aangekomen werd de streep naar den breekbaren kant verplaatst gevonden. De verandering der golflengte van F, van den eenen zonnenrand naar den anderen overgaande, be-

---

*) p. 42.

†) Archives du Musée Teyler V. I. p. 225 en V. II p. 189 en 192—198.

§) POGGEND. *Annalen* B. CXLIII p. 655, 1871.

droeg ruim één honderdmillioenste van een millimeter, waaruit dan de snelheid van rotatie der zon berekend werd, die steeds nog te groot werd gevonden, Begrijp ik een en ander goed, dan zoude eene temperatuurs-verhooging van 0°,1 C. van mijn zwaar prisma reeds voldoende zijn om de hier waargenomen verplaatsing der streep naar het meer breekbare einde toe te verkrijgen. De middellijn der zon heeft vier minuten tijd noodig om voor den spectrometer voorbij te gaan; nu is het toch wel mogelijk dat de temperatuur van dien zamengestelden spectroscoop in die vier minuten een weinig rijst, te meer daar deze verhooging niet alleen door regtstreeksche bestraling maar ook en wel hoofdzakelijk door aanraking met verwarmde lucht kan zijn voortgebragt. Dat men digt bij de zuid- of noordpool der zon geene verplaatsing van de streep vond, verklaar ik mij uit den zooveel korteren tijd, die tusschen het intreden der beide randen in den spectrometer verliep. Dat men, wanneer de spectrometer van den ooster-rand weder op den wester terug werd gebragt, eene verminderde afwijking terugvond, kan zeer wel uit eene daling der temperatuur verklaard worden, wanneer wij daarbij, door eene snellere terugbeweging van den kijker, de verwarmde lucht in den spectrometer door koelere verplaatst denken. Ik vermoed ook, dat de eigenlijke schattingen of metingen alleen bij den geleidelijken overgang van den wester op den ooster-rand hebben plaats gehad. Aan welke dislocaties het zamenstel van prisma's bij eene kleine temperatuurs-verandering onderhevig is, laat zich niet bepalen. Het eenvoudigste zoude zijn wanneer men eens eene reeks van metingen met zijn spectrometer op eene andere lichtbron, bijv. eene GEISSLER'sche waterstofgas-buis, publiceerde, bij verschillende, lang constant gebleven, temperaturen van de omgevende lucht; wanneer het, zooals hier, maar te doen is om eene temperatuurs-verandering van bijv. 5° C. is het niet moeijelijk om aan deze voorwaarde te voldoen. Even als zoo dikwijls moest ik het ook nu weder betreuren, dat ons het oorspronkelijk dag-register der waarnemingen niet eenvoudig gepubliceerd is; daaraan heeft men gewoonlijk veel meer dan aan de resumtie door den waarnemer, die wel altijd van een eenzijdig standpunt uitgaat en zoo ligt eigenmagtig kaf en koren schift.

50. Wat betreft den reversie-spectroscoop van ZÖLLNER *) ik geloof, dat ik daar nog van kan zwijgen en eens afwachten, welke nadere positive resultaten daarmede verkregen worden. De resultaten toch bij de zoo even vermelde waarnemingen door VOGEL voor de zonneranden verkregen, zal men wel niet als zoodanig willen laten gelden, wijl daarbij geene metingen zijn opgegeven omdat de invloed der temperatuurs-verhooging niet kon worden vermeden of omdat de lucht te onrustig was. Ik vertrouw, dat men al mijne bezwaren zal overwegen, eer men nieuwe waarnemingen als argument tegen mij bezigt; want naarmate de fijnheid van het instrument toeneemt, zullen ook kleinere oorzaken van fouten zich meer in de resultaten doen gevoelen; en eene naauwkeurige en gezette overweging van den invloed dier fouten kan veel moeite besparen.

Ik ben ten vollen overtuigd, dat mogt men positive resultaten van meting met den reversie-spectroscoop kunnen bijbrengen, ook deze geene realiteit zullen bezitten, dan in zooverre zij door soortgelijke oorzaken als de bereids genoemde ontstaan, die door de waarnemers of veronachtzaamd of over het hoofd gezien zijn.

Reeds nu wil ik gezegd hebben dat, men moge hier al op het oogenblik der waarneming zelve geene vergelijkingsbron bezigen, dan toch vooraf zulk eene bron te werk moet zijn gesteld, bijv. tot het maken eener verdeeling of schaal voor den reversie-spectroscoop. Al wat ik heb aangevoerd omtrent den invloed van den tophoek der stralen-kegels, die van de vergelijkingsbron en van het beeld der ster op de lens vallen, geldt dus ook hier. Alleen van de regtstreeksche gevolgen van eene veranderde rigting van de assen der opvallende bundels is men door de eerste inrigting van den reversie-spectroscoop met twee prismen-stelsels bevrijd; maar daarom nog niet van de verandering in de afwijking van den gebroken straal, in zooverre door die verplaatsing der assen de op de prisma's invallende stralen van de voor het minimum van deviatie

---

*) POGGENDORFF's *Annalen* 1869. 13. CXXXVIII. p. 32. *Berichte über die Verhandlungen der königlich sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig*. 1869. p. 70 en 1871. p. 300.

vereischte rigting worden afgebragt; immers, hoe men het ook keere, of die stralen links dan wel of zij regts van die bepaalde rigting invallen, in beide gevallen wordt de afwijking van den gebroken straal vergroot. Bij de nieuwere inrigting, met een reversie-objectief of een reversie-oculair valt echter het genoemde voordeel mijns inziens weg.

Eigenlijk geloof ik een reversie-spectroscoop, voor de bepalingen die men daarmede wenscht te doen, niet te mogen aanraden. De nieuwere inrigtingen staan achter bij de oude door het genoemde voordeel dat men daarbij derft, en de concave correctie-lenzen maken deze inrigtingen meer zamengesteld dan de oude.

Alle drie de soorten zoowel de allereerste als de beide nieuwere zijn voor vergelijkende onderzoekingen, dunkt mij, minder geschikt, omdat daarbij vooronderstelp moet worden, dat er niets aan den spectroscoop is veranderd en dat ook de temperatuur onveranderd dezelfde is gebleven. Wanneer men bedenkt dat 0°.1 C. verandering in de temperatuur alligt voldoende is om eene merkbare verandering in de afwijking der strepen met één prisma voort te brengen, dan ziet men welke voorzorgen die temperatuur reeds eischt en men gevoelt dat men eigenlijk beginnen moest met eene tafel van gemeten afwijkingen der strepen voor verschillende bepaalde temperaturen op te maken. Dan nog liever een gewonen spectroscoop gebezigd en daarbij alle voorzorgen omtrent coïncidentie der bronnen enz. in het werk gesteld, die gelijktijdig hunne spectra leveren, waarbij men geheel onafhankelijk is van de veranderingen van den spectroscoop en van de temperatuurs-veranderingen der prisma's; in plaats van eerst op de vergelijkings-bron waar te nemen en dan op de bron die vergeleken zal worden, waarbij men toch geen van al die voorzorgen ontgaan kan en daarenboven bloot staat voor alle gevolgen van iedere kleine ontreddering van den toestel en van iedere verandering der prisma's.

51. In het belangrijke werk van SECCHI *) vindt men dezelfde en nog andere teekeningen van verschoven of gekromde strepen naar LOCKYER en ook naar YOUNG terug. En bij dat alles

*) *Die Sonne von* SECCHI *herausgegeben von* SCHELLEN. p. 488—501. 1872.

vindt men weêr hetzelfde onbepaalde vertrouwen in DOPPLER's redeneering, wat betreft hare toepasselijkheid op de kleur en de breking van den lichtstraal; weder hetzelfde beroep op de waarnemingen van het geluid, met locomotiven gedaan, die ik boven reeds in hare eigenlijke beteekenis en in haren eenvoud deed kennen; weder denzelfden gevaarlijken sprong van den versnelden verdigtings-stoot, die een hoogeren toon in een afgegrensd geheel opwekt, op den verkorten duur der voortgeleide trilling, die de afwijking van den gebroken straal verandert; en als achtergrond een waarnemer die, met zijn spectroscoop gewapend, de ontbondene volgens den gezigtsstraal van de relative beweging van ster en aarde bepaalt. Dit is nu het laatste der stukken, die ik analyseer; ik ken nu vooruit bijna den climax, die mij wacht; de proeven op den spoorweg of met het tongwerk van MACH, de kleur van het licht, de breking van den straal, de verplaatsing der strepen en de beweging der ster na aftrek van die der aarde; en dan een steeds dikkeren nevel, waarin èn voorstelling èn redeneering gehuld geraken.

De mogelijke andere oorzaken, waaruit de waargenomen verschijnselen kunnen ontstaan, die ik opsomde, worden door SCHELLEN voor een gedeelte overwogen, maar als ontoereikend afgewezen. Men vindt daaronder mijn beroep op de spherische aberratie der lenzen en hare gevolgen niet terug; men zal daarbij ook missen, wat ik omtrent eene kleine verandering in den brekenden hoek van het prisma door het schuins invallen der stralen van boven of van beneden in het midden bragt. Geen woord ook van de physische verbreeding der meer breekbare heldere of donkere strepen, bij verdunning van het gas.

Omdat het hier voor de zon-waarnemingen minder pas gaf, vindt men ook niet gesproken van de ongelijke afstanden van het beeld der ster en de vergelijkings-bron tot de collimatorlens, waaraan ik zooveel gewicht hechtte; men vindt hier ook geen gewag gemaakt van het geval, dat het zonnebeeld niet juist in het vlak en in de as der sleuf ligt, eene afwijking, waardoor de angulaire uitgestrektheid der licht-bron zoozeer kan veranderen en die zulken grooten invloed op de afmetingen en de ligging

der as van den invallenden bundel kan hebben; ook de ongelijke verdeeling en sporadische verspreiding der lichtende stof in protuberanzen en overbruggingen en hare horizontale verplaatsingen worden hier niet genoegzaam gereleveerd. En juist op al deze punten leg ik geen minder gewigt dan op de overige.

Nog eens herhaal ik de vraag: hoe ik dan toch die verticale snelheid der gassen in rekening zal brengen; want op het hoogste punt moeten zij eene snelheid hebben, die tot nul is gereduceerd en zij kunnen daar nog niet bijzonder zijn afgekoeld, omdat zij dan het licht der onderste lagen weder moesten absorbeeren.

Tevens moet ik doen opmerken dat ik zonderling genoeg ook hier nergens eene lichtende streep, die regelmatig uitgebogen was, maar steeds zulk eene, die links en regts verbreed was, of wel eene geheel onregelmatig verstrooide geteekend heb gevonden; alleen absorptie-strepen vind ik in het midden van het spectrum regelmatig uitgebogen geteekend; de teekeningen bij ROSCOE fig. 77 en bij SCHELLEN fig. 162 verschillen vrij wat van de regelmatig verloopende uitbuigingen of verplaatsingen bij ROSCOE fig, 76 en bij SCHELLEN fig. 161. Het is mij vreemd, dat dit verschil nog nimmer twijfel omtrent de deugdelijkheid der verklaring zoude hebben opgewekt.

Wat betreft de uitbuiging of verschuiving van strepen bij de electrische vonk, verwijs ik naar de teekeningen in de boven aangehaalde verhandeling van ANGSTRÖM *); deze leeren, wat eene blijvende zijdelingsche verplaatsing van lichtbron of lichtende stof kan teweegbrengen.

Het is eene vergissing wanneer men in genoemd werk het voorstelt †) als of de resultaten van VOGEL, waaruit hij de rotatie der zon afleidt, met een reversie-spectroscoop verkregen waren; want VOGEL zegt wel, dat hij de verplaatsing der strepen met dezen toestel heeft gezien; maar met zijn gewonen regtzienden spectrometer heeft hij ze geschat; en, als ik het

---

*) POGGEND. *Annalen.* B. XCIV Taf. IV. fig. 3a en 3b 1855.

†) l. c. p. 500

goed begrijp, was bij deze schattingen de invloed der verwarming niet regtstreeks belet.

Verder vindt men de spectra der vlekken behandeld *) en daarbij een paar teekeningen, zooals SECCHI en YOUNG die waarnamen; fig. 167 van SECCHI toont hoe enkele absorptie-strepen boven de kern der vlek links en regts verbreed werden; fig, 170 van YOUNG geeft dezelfde uitzetting der sodium of D-strepen, met eene verlichte kern en deze kern wordt toegeschreven aan gloeijenden sodium-damp, die boven de kern zweeft. De kernen der vlekken zijn, spectroscopisch gesproken, donkere overbruggingen; het spectrum dus, dat wij vóór de vlek zien, kon wel eens gevormd zijn door licht, dat van links en regts en van boven en beneden op het correspondeerende punt der sleuf van de collimator-lens valt; de uitzetting van eenige absorptie-streep naar beide kanten heeft dan, zooals ik boven aantoonde, niets vreemds; en de lichtende kern der strepen kan zeer goed ontstaan door sodium-damp in gloed, die weder precies boven de vlek zweeft. Is deze verklaring hier toepasselijk, dan is zij ook even goed van toepassing bij de lichtende overbruggingen van VOGEL. De tweede teekening verschilt echter vrij wat van de voorstelling van VOGEL, †) die ik boven behandelde en van de afteekening van LOCKYER §) op en nabij eene protuberans.

Voor deze laatste is het daarom verkieslijker zich te houden aan de verklaring, die wel het naast voor de hand ligt. De bekoelende waterstof, namelijk, stel ik mij voor als naar den kant van het rood afstroomende, waarbij zij eindelijk zoover is afgekoeld, tot zij op het daarachter voortgebragte licht weêr absorbeerend kan gaan werken. Door die verschuiving der bron, waarvan de absorptie-streep F uitgaat, naar het rood, zal dan ook deze streep zelf naar het rood verschoven worden. De vorm en de beweeglijkheid der protuberanzen laat zulk eene afstrooming zeer goed toe; en de teekening van LOCKYER **)

---

*) l. c. p. 539.

†) *Beobachtungen zu* BOTHKAMP. p. 40.

§) SCHELLEN, Fig. 158. ROSCOE, Fig. 76.

**) ROSCOE, Fig 77.

met uitwijkende verlichte strepen, laat zich zeer goed met deze voorstelling vereenigen; hier is het dan de nog lichtende en daar de bereids absorbeerende waterstof die afgevloeid is. Mij dunkt iedereen kan wel hiermede genoegen nemen.

§ XIII.

52. Wanneer de beweging van lichtbron en absorbeerende atmospheer in rigting zamenvalt met de gezigtslijn, dan kan men, onder zekere voorwaarden en zonderlinge hypothesen, met de redeneeringen van DOPPLER en zijne navolgers voort. DOPPLER zelf moet dan aannemen, dat de absorptie bepaald wordt door het aantal golfslagen, dat in een bepaalden tijd den voorgehangen damp treft; dan zal nog het gele licht, dat bijv. door gloeijenden sodium-damp aan de oppervlakte der ster wordt uitgezonden, door den voorgehangen koeleren sodium-damp worden onderschept. Zij, die door de beweging der bron den trillings-duur en de golflengte veranderd denken, moeten door de koelere atmospheer, om hare beweging, eene trilling van in dezelfde mate veranderden duur laten absorbeeren en dus de veranderde trilling eerst als het ware weder met haren normalen duur en golflengte op dezen koeleren damp laten overdragen. Hoe zij zich hierbij redden laat ik aan hen over; maar doen zij dit niet en laten zij den damp in beweging eene trilling van dezelfde momentanele golflengte absorbeeren als in den toestand van rust, dan moeten zij tot het zonderlinge besluit komen, dat afgekoelde sodium-damp in beweging het gele licht van gloeijenden sodium-damp doorlaat *).

Hoedanig de rigting van de beweging der bron en van de aangehangen atmospheer moge zijn, ten aanzien van de gezigtslijn, is mij geheel onverschillig; want in alle rigtingen rond de bron heb ik denzelfden vibratie-duur en dezelfde golflengte voor de voortgeleide trilling en dezelfde overdraging van deze als staande trilling op den relatief rustenden aether van normale digtheid, die in den damp is vervat.

---

*) VELTMAN *Astron. Nachr.* B LXXV. p. 155.

In art. 32 heb ik reeds op de moeijelijkheden gewezen, waarin men met de beschouwing van VON ETTINGSHAUSEN en PETZVAL geraakt, zoodra men, met een enkel abstract punt, dat in staande trilling verkeert, als bron, voor eene andere rigting dan die, waarin zich die bron beweegt, eene voortgeleide trilling van behoorlijk verkorten of verlengden duur uit de differentiaal-impulsies voor den dag wil brengen. Wil men de wet der cosinussen hier handhaven, dan kan men de zamenstelling dier pulsaties tot eene vibratie eerst op een oneindigen afstand laten plaats hebben; dan eerst worden ook de oppervlakken van voortplanting der te resumeren differentiaal-impulsies behoorlijk evenwijdig.

De absorptie komt nu, voor deze afwijkende rigtingen, nieuwe moeijelijkheden daaraan toevoegen; wij moeten dan èn het tempo èn de relative afstanden van de vlakken der correspondeerende pulsaties als maat voor de golflengte van het geabsorbeerde licht rekening brengen, en de bron op oneindigen afstand denken.

DOPPLER zelf geraakt met zijne golfslagen, zoodra hij buiten de rigting van de beweging der bron komt, in geene geringere moeijelijkheden; hierop sloeg reeds wat ik in art. 6 zeide, dat hij alleen over een enkelen straal spreekt en daarvoor zijne redeneering opbouwt; in art. 32 heb ik dit ook breeder behandeld. De absorptie komt nu, voor die schuine rigting, ook hem de zaak al weder moeijelijker maken; wanneer hij ook de snelheid der aanslaande pulsaties op den absorbeerenden damp in het oog wil houden, dan zal in iedere rigting eene andere vertraging of versnelling voor den straal, welke van de rustende bron uitgaat, als geldig moeten worden beschouwd; en in verschillende rigting zal het licht met verschillende kleur na de absorptie voor den dag moeten komen.

53. Het is als of men met opzet tot nog toe vermeden heeft, om ook eens over al die andere nevenrigtingen te spreken Met een kort woord: — eene eenvoudige beschouwing leert, dat werkingen, welke ligchamen door periodieke impulsies van eene eindige snelheid van voortplanting op elkander uitoefenen, door eene verandering van den onderlingen afstand beider ligchamen moeten gewijzigd worden — glijdt men over de geheele zaak heen. Deze uitspraak is blijkbaar gegrond op

eene voorbijgaande beschouwing van die zamengestelde verschijnselen, die men bij het aanslaan der stooten van golvend water en trillende lucht heeft zien optreden; ik kan mij eehter niet goed denken, wat hier bij onze elementaire licht-trillingen onder de periodieke impulsie van eindige snelheid van voortplanting moet worden verstaan en wat er van het parallelisme der golfvlakken wordt. Men vergist zich ongetwijfeld wanneer men hierdoor meent bewezen te hebben, dat de rigting van den gebroken straal afhankelijk is van de relative beweging van lichtbron en prisma.

Daartegenover stel ik omgekeerd: eene naauwgezette beschouwing leert, 1° dat in eene onbegrensde veerkrachtige middenstof geene impulsies of schokken als zoodanig kunnen worden voortgeleid, maar wel als onderdeelen eener moleculaire vibratie die van een vast punt uitgaat of — hetgeen mogelijk nader komt bij hetgeen men bedoelt — als golfslagen of sommatie-verschijnsels der vibraties van vele duizenden moleculen; 2° dat de reconstructie van verkorte of verlengde trillingen uit de op zich zelf voortwandelende differentiaal-impulsies eener in staande trilling verkeerende en voortbewogen bron — verondersteld eens, dat zij stabiel konden blijven voortbestaan, — zoodra men maar even buiten de rigting van de beweging der bron komt, op onoverkomelijke zwarigheden afstuit; en 3° dat de absorptie door eene voorgehangen atmospheer nog grooter zwarigheden aan de bestaande voor die pulsatie-theorie komt toevoegen.

Moet ik blijven doordenken op het voetspoor van DOPPLER en zijne aanhangers, dan weet ik, bij de geringste afwijking van den gezigtsstraal van de rigting der beweging niet, wat ik van vibratie-duur en golvenvlakte der voortgeleide trilling moet maken; ik weet niet, wat ik mij dan door eene dampmassa geabsorbeerd moet denken, elementaire of instantane pulsaties en verplaatsingen, dan wel eene vibratie die ik niet tot stand kan laten komen. Ik weet niet waarvan ik dan bij breking moet spreken, van die versnelde of vertraagde voortgeleide trillingen der aetherdeeltjes, die niet kunnen geboren worden, of van die op elkander gedrongen of uit elkander geweken differentiaal-impulsies; moet ik mij bij deze laatste bepalen, welnu, dan

kan er nog van geene verandering van de rigting van den gebroken straal sprake zijn, zoolang men het wiskundig bewijs niet heeft geleverd, dat juist hare snelheid van opvolging aan de grensvlakte den vereischten invloed heeft op hare snelheid van voortplanting in het brekende prisma.

Neen waarlijk niet, — al moest ik ook alleen blijven staan —, het gaat toch niet aan, om over alle opgesomde moeijelijkheden, doodeenvoudig zonder na te denken heen te stappen, en met het onschuldigste gezigt ter wereld eene eigenaardige opvatting van een eenvoudig verklaarbaar verschijnsel voorop te stellen en deze als onaantastbare natuurwet ten grondslag te leggen, die allerbelangrijkste resultaten omtrent de bewegingen aan den hemel belooft.

Ik stel alle aanhangers van DOPPLER's beschouwingswijze, onder welken der beide vormen ook, eer ik met hen in eenige nadere discussie treed, *in mora*, om eens, niet enkel voor den lichtstraal, die in rigting met de beweging der bron coïncideert, maar voor alle andere willekeurige rigtingen, regt duidelijk te maken, hoe wij ons het proces der absorptie moeten denken, en hoe de rigting van den gebroken straal door de beweging der bron wordt veranderd, en dan bij voorkeur het geval te behandelen, waarin het prisma zeer digt bij de bron, bijv. eene overspringende electrische vonk, is geplaatst. En zijn zij hiermede op hunne wijze gereed, dat zij dan bewijzen, hoe eene op zich zelf staande impulsie als zoodanig zich in eene onbegrensde veêrkrachtige middenstof kan voortplanten.

Ik wil, bijv. voor de breking, de voorstanders van den veranderden vibratie-duur den weg wel wijzen. Zij moeten op de laatste deeltjes van den vrijen aether, die tegen het prisma aanliggen, de differentiaal-impulsies, welke door het lichtende deeltje op verschillende punten zijner baan worden uitgezonden en met versneld tempo aankomen tot een geheel reconstrueren, tot eene trilling van veranderden duur. Dit is eene voorstelling weder ontleend aan de opwekking van staande geluidstrillingen in een afgegrensd geheel door pulsaties of stooten van buiten; zij mogen echter wel bedenken, dat deze hare eigenaardige voorwaarden met zich brengt.

Mogt men mij met analytische beschouwingen aan boord komen, dan zeg ik nu reeds, dat ik niet genegen ben om eene impulsie te identifieeren met eene golf van kleine lengte zonder dal, en evenmin om aan eenigen initiaal-toestand voorwaarden te verbinden, die abstraheeren van de algemeenheid, die wij daaraan eerst hebben toegelegd Ten slotte noodig ik de tegenpartij uit, wel in het oog te houden, dat pluksel, zelfs met een integraal-teeken er voor, nog geen linnen is.

OVER DE WIJZE VAN BEREKENING

VAN HET

WATERBEZWAAR IN POLDERS.

DOOR

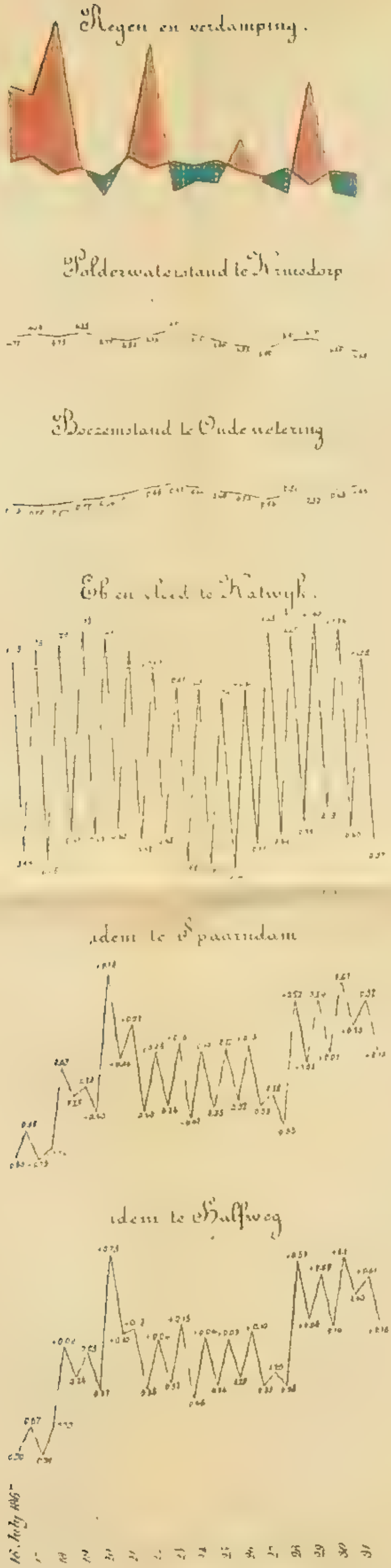
T. J. STIELTJES.

De waarnemingen over de hoeveelheid regen en verdamping hebben reeds groot nut gesticht bij het opmaken van plannen tot droogmaking van polders; en de bekroonde verhandeling der HH. SIMONS en GREVE is bijna uitsluitend gegrond op de waarnemingen van het huis Zwanenburg. Toch zijn er leemten in de tot heden gevolgde wijze van berekening, die het volstrekt noodig is te verbeteren, en met name laat de kennis van het opslurpend vermogen van den grond en van de verdamping van land en water veel te wenschen over. Bij de uitgebreide waarnemingen, die thans in de meeste waterschappen en polders, en met name in Rijnland en Haarlemmermeer geschieden, over de hoeveelheid opgebragt en door de sluizen of boezemgemalen uitgeslagen water, en der hoogten van boezem- en polderwater, kan men nu de wijze van berekening omkeeren, en uit deze laatste gegevens die omtrent gevallen regen en verdamping controleeren.

Ik wil eene proeve in dien zin wagen, door eene beschrijving met eenige beschouwingen te geven van den watersnood, die nu en dan in den Haarlemmermeer-polder is voorgekomen.

Deze polder heeft binnen den ringdijk eene oppervlakte van 18,150 Hectaren land en water. Het polderpeil varieert van ongeveer 4.40 tot ongeveer 5.20 Meters *onder* A. P. en met

Grafische voorstelling
van
waarnemingen in Rijnland en meer byzonder
in de
Haarlemmermeer.



dien waterstand is natuurlijk het wateroppervlak verschillend. Enkele gedeelten der slooten hebben door dammen een verhoogden waterspiegel, en behooren niet tot het bemalen gedeelte der wateroppervlakte in den polder. Des winters kan, volgens eene mededeeling van den Heer ELINK-STERK, het wateroppervlak als volgt gesteld worden:

Bij peilen van	4.60	4.70	4.80	4.90	5.00	5.10	5.20 — A. P.
Het geheele wateroppervlak	1050	1000	950	900	860	820	780 hect.
〃 direct bemalen 〃 〃	980	920	860	800	720	640	560 〃
Het landoppervlak blijft dus	17100	17150	17200	17250	17290	17330	17370 〃

Des zomers is het wateroppervlak kleiner, het is moeijelijk te zeggen hoeveel.

Bij een polder-waterstand van 4.60 à 4.65 — A. P. beginnen de laagste landen dras te staan, en bij 4.30 — A. P. zijn ongeveer 850 hectaren geinundeerd. Uit deze gegevens leid ik globaal af, dat die 850 hectaren dan gemiddeld 0.50 M. onder water staan, dat bij 4.40 — A. P. circa 600 hectaren 0.10 M diep geinundeerd zijn, en dat bij 4.50 — A. P. 300 hectaren 0.05 diep met water zijn bedekt, gevende eene waterberging *in de inundatie*

bij 4.50 — A. P. van $10000 \times 300 \times 0.05 = 150{,}000$ M³
〃 4.40 — A. P. 〃 $10000 \times 600 \times 0.10 = 600{,}000$ M³
〃 4.30 — A. P. 〃 $10000 \times 850 \times 0.15 = 1275{,}000$ M³

Dit alles zijn natuurlijk slechts benaderingen.

I *Waterbezwaar van* 16 *tot* 31 *Julij* 1867.

In die 16 dagen was de toestand in den polder, zooals bijgevoegde Staat A aanwijst, in welken Staat bovendien ter vergelijking de boezemstanden, de zeestanden en de uren van sluisgang zijn aangegeven. Een en ander is tevens graphisch voorgesteld in Plaat I.

Over het geheele tijdperk was, als een gemiddelde der waarneming op 5 punten, namelijk aan de drie stoomtuigen Leeghwater, Cruquius en Lynden en te Kruisdorp

de gevallen regen	94.3	millimeters
〃 verdamping	53.1	〃
dus méér regen	41.2	〃

Ik stel de oppervlakte land en water binnen den ringdijk op 18150 hectaren, en wel globaal 17350 hectaren land en 800 hectaren wateroppervlak. Een regenval (na aftrek der verdamping) van 41,2 mm. of van 412 M^3 per hectare, levert dan eene watermassa op van . . . . 7,477,800 M^3

In dien tijd is alleen het stoomgemaal de Lijnden in werking geweest gedurende 277½ uur, dus gemiddeld 17⅓ uur per etmaal, en heeft opgepompt eene watermassa van . . . . . 5,086,000 〃

dus minder dan de regen (na aftrek der verdamping) heeft geleverd . . . . 2,391,800 〃

Het water in de slooten is daarbij van 4,77 — A.P. gedaald tot 4,89 — A.P. Er zijn dus uit de slooten, over 0,12 meters hoogte, bij een aangenomen oppervlak van 800 hectaren verdwenen. . . . . 960,000 〃

zoodat onverantwoord overblijft de hoeveelheid van . . . . 3,351,800 〃

Die moet klaarblijkelijk

of *verdampt*

of *opgeslurpt* zijn,

of door beide oorzaken te zamen zijn verdwenen. De voorafgegane dagen van Julij waren vrij droog geweest.

II. *Waterbezwaar van* 20 *tot* 30 *September* 1872.

In den bijgevoegden Staat *B* zijn de gegevens vereenigd over den toestand van den polder, den boezem en de lozingen van 20 September tot 31 October 1872, terwijl ook hiervan eene graphische voorstelling is vervaardigd. Ik verdeel dit tijdvak in vijf kleinere, als:

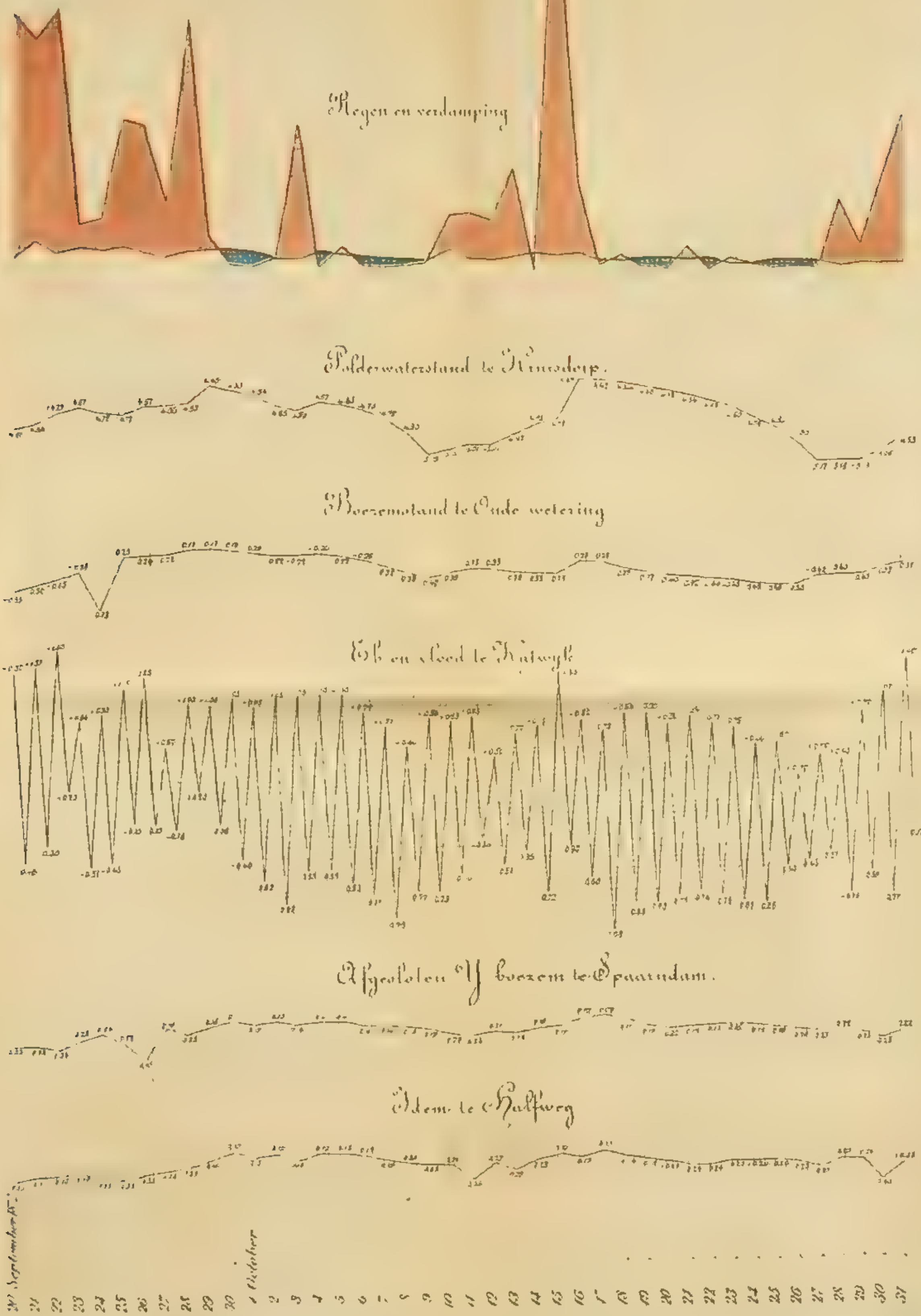
van	20—30	September	1872	of 11	etmalen
〃	1— 9	October	〃	〃 9	〃
〃	10—16	〃	〃	〃 7	〃
〃	17—27	〃	〃	〃 11	〃
〃	28—31	〃	〃	〃 4	〃

In het eerste tijdvak van 11 dagen viel er 146 mm. méér

Grafische voorstelling

van

waarnemingen in Rijnland en meer byzonder in de Haarlemmermeer



regen dan er verdampte of 1460 M³ per hectare, gevende over 18150 hectaren. . . . . 26,499,000 M³

De drie werktuigen, die 1,221,000 M³ per etmaal kunnen uitslaan, werkten $9\frac{2}{3}$ etmaal en bragten dus op . . . . 11,803,000 „

Er bleven dus over . . . . 14,696,000 „

Het water in de slooten klom van 4,87 tot 4,53 — A.P. dus 0,34 meter, gevende over 900 hectaren . . . . 3,060,000 „

en de inundatie der landen globaal. . . . 100,000 „

waterberging.

Maar waar bleven de nu nog niet verantwoorde 11,536,000 „?

Die moeten dus weêr opgeslurpt of verdampt zijn.

III. *Waterbezwaar van 1 tot 9 October* 1872.

In dien tijd viel er slechts 9,3 mm. meer regen dan er verdampte, en de krachtige bijna voortdurende werking der stoomtuigen schafte veel meer water weg dan er gevallen was, zoodat dan ook de stand van het polderwater van 4,53 — A.P. tot 5,09 — A.P. werd teruggebragt en dus 0,56 meters daalde. De toestand was nu de volgende:

Aangevoerd door den regen, na aftrek der verdamping 93 M³ per hect. of over 18150 hect. 1,688,000 M³

Opgebragt door den Leeghwater in 146 uren à 15920 M³. 2,324,320

Opgebragt door den Cruquius in 198 uren à 16510 M³. 3,268,980

Opgebragt door den Lijnden in 216 uren à 18020 M³. 3,892,320

Te zamen in rond cijfer. . . . ——— 9,486,000 „

Dus méér opgebragt . . . . 7,798,000 „

Het water, uit de slooten verwijderd, door 0,56 M. verlaging, vertegenwoordigt eene watermassa bij 950 hectaren wateroppervlak van . 5,320,000 „

Er blijven dus 2,478,000 M³ water onverantwoord, die men moet aannemen dat van lieverlede uit het land in de slooten zijn nagezakt.

IV. *Waterbezwaar van* 10 *tot* 16 *October* 1872.

Naauwelijks waren de polderslooten weêr tot een laag peil teruggebragt of aanhoudende regens deden het weêr stijgen. De gevallen regen (waaronder de beruchte regenval van 15 October behoorde, van 46.2 millimeters) overtrof de verdamping met 75,4 millimeters of met 754 M³ per hectare, gevende over 18150 hectaren. . . . . 13,685100 M³

De drie stoomtuigen bragten op:

de Leeghwater in 35½ uur à 15920, 565,160 M³
〃 Cruquius 〃 102½ 〃 〃 16510, 1,692,275 〃
〃 Lijnden 〃 80½ 〃 〃 18020, 1,450,610 〃

Te zamen in rond cijfer . . 3,708,000 〃

Zoodat nog overbleven . . . . 9,977,100 〃

Het water in de slooten gestegen zijnde van 5,09 tot 4,42 — A.P. of 0,67 meter, gaf dit eene waterberging bij 1000 hect. oppervlak van 6,700,000 〃
en in de inundatie der lage terreinen van. . . 600,000 〃

te zamen . . 7,300,000 〃

Zoodat nog onverantwoord overbleven . . 2,677,100 〃

V. *Tijdvak van* 17 *tot* 27 *October* 1872.

Nu volgde een tijdperk, waarin de verdamping den gevallen regen met 4,2 millimeters of 42 M³ per hectare overtrof.

Er verdwenen dus uit den polder door méér verdamping dan regen over 18150 hectaren. . . . . 762,300 M³

De werktuigen bragten op:

de Leeghwater in 203½ uur à 15920, 3,239,720 M³
〃 Cruquius 〃 264 〃 〃 16510, 4,358,640 〃
〃 Lijnden 〃 264 〃 〃 18020, 4,757,280 〃

Te zamen in rond cijfer. . . 12,356,000 〃

Er verdwenen dus uit den polder . . . 13,118,300 〃

Het water in de slooten daalde van 5,17 tot 4,42 — A.P. dus 0,75 meters.

Dit geeft een inhoud van weggeschaft slootwater, bij 1000 hect. slootoppervlak van. . . 7,500,000 〃

Dus minder dan werkelijk zijn verdwenen . 5,618,300 〃

Ook hier blijkt het dat er eene aanzienlijke massa water uit de landen naar de slooten is toegezakt.

VI. *Waterbezwaar van* 28 *tot* 31 *October* 1872.

Vernieuwde regens in deze vier laatste dagen van October bragten weer 36 mm. méér water aan dan er verdampte, en dit gaf, à 360 M³ per hectare, over 18150 hect. eene watermassa van . . . . 6,534,000 M³

De drie stoomtuigen bragten op:

de Leeghwater	in 10 uur	à 15920,	159,200 M³	
〃 Cruquius	〃 96 〃	〃 16510,	1,584,960 〃	
〃 Lijnden	〃 55 〃	〃 18020,	991,100 〃	
Te zamen in rond cijfer . .				2,735,000 〃
Dus minder afgevoerd dan aangevoerd, of achtergebleven.				3,799,000 〃
De waterstand der slooten steeg van 5,17 tot 4,93 — A.P. dus 0,24 meters, vertegenwoordigende bij 860 hectaren.				2,064,000 〃
Bleven dus nog over voor opslurping en meer verdamping.				1,735,000 〃

VII. *Beschouwingen over de verschillen tusschen aanvoer en afvoer van water.*

De hiervoren medegedeelde uitkomsten te zamen trekkende, ziet men, dat MEER water is *aangevoerd* in den polder, dan schijnbaar *afgevoerd* uit den polder:

Van 16—31 Julij 1867, 3351800 M³ over 17350 hect. land of 12.07 p. hect. en dag.
〃 20—30 Sept. 1872, 11536000 M³ 〃 17250 hect. land of 60.81 p. hect. en dag.
〃 10—16 Oct. 1872, 2677100 M³ 〃 17150 hect. land of 22.30 p. hect. en dag.
〃 28—31 Oct. 1872, 1735000 M³ 〃 17290 hect. land of 25.10 p. hect. en dag.

Daarentegen werd MINDER water aangevoerd in den polder dan daaruit is afgevoerd:

Van 1—9 Oct. 1872, 2478000 M^3 over 17200 hect. land of
16.01 p. hect. en dag.
〃 17—27 Oct. 1872, 5618300 M^3 〃 17150 hect. land of
29.78 p. hect. en dag.

De waarnemingen zoowel voor verdamping als voor gevallen regen, als juist aangenomen, zouden die feiten alleen daardoor verklaard kunnen worden: dat het land in de vier eerste gevallen, het meerdere water heeft opgeslurpt, en dat in de twee laatste gevallen dergelijk water, naar de slooten zakkende, den aanvoer vergroot heeft. Het is dan echter nog volstrekt niet duidelijk, om welke reden die verschillen zoo verre uit elkander loopen.

Neemt men met den Heer A. ELINK-STERK *) aan, dat de gewone verdampings-meters te veel verdamping aangeven, dan worden in de vier eerste gevallen die niet verantwoorde watermassa's nog grooter door het toenemen der massa: *regen min verdamping,* en alleen in de twee laatste gevallen worden de verschillen geringer. Ook deze oorzaak is nog onvoldoende om de groote waargenomen verschillen te verklaren, en de meerdere reeds door wijlen den Heer C. VAN DER STERR te Helder waargenomen verdamping van *land* dan van water, zal hier ook in aanmerking moeten komen.

VIII. *Beschouwingen over de kwel.*

Bij de vorige redeneringen is de invloed van het kwelwater buiten rekening gelaten; en het voorgaande heeft bij mij de vraag doen ontstaan: of de invloed van de kwel aanzienlijk is? Ware dit toch het geval, dan moest men vinden, dat er méér water opgepompt was dan regen gevallen. Juist het omgekeerde doet zich voor; de gevallen watermassa overtreft reeds vrij verre de opgepompte hoeveelheid.

Ware de kwel aanzienlijk, dan kon het niet voorkomen dat de verdamping alleen de slooten deed uitdrogen, en omzien naar middelen tot waterverversching.

*) *Weekblad van Haarlemmermeer,* 1872, N°. 16, van Vrijdag 19 April, 2e en 3e Bladz.

Ofschoon dus welligt locaal, op eenig gegeven punt, doorkwelling mogelijk is, schijnt zij toch op den stand van het polderwater geen grooten invloed uit te oefenen.

IX. *Waterbezwaar op den boezem.*

De overgelegde graphische voorstellingen toonen duidelijk aan, dat het waterbezwaar op den boezem niet zoo onmiddellijk van den gevallen regen min de verdamping afhangt als in den polder het geval is. Toen den 15^den^ October 46 millimeters regen vielen, was het polderwater op zijn hoogst den 17^den^, en die verhooging was aanmerkelijk. Ook de boezem was wel den 17^den^ op zijn hoogst, maar betrekkelijk minder hoog dan het polderwater. En dit is natuurlijk, daar het water plotselijk in den polder valt, maar slechts langzaam door stoomkracht daaruit verwijderd wordt. Immers, de grootste werking der stoomtuigen, zijnde die van 17 op 27 October, vertegenwoordigt slechts eene hoeveelheid van 46 M^3 per 1000 hectaren per minuut, gelijkstaande met eene waterschijf van 6,6 mm., dus slechts $\frac{1}{7}$ van den op 15 October gevallen regen.

De boezemstand hangt voorts grootendeels af van de gelegenheid tot loozing; deze ontbrak bijna geheel van 20 tot 28 Sept. 1872, 8 uren van 23 en 24 Sept. uitgezonderd.

Merkwaardig is de overeenkomst van de uitkomsten der stoombemaling in de Haarlemmermeer met de berekeningen van SIMONS en GREEVE, die 10,5 paardekrachten per 1000 hectaren 1 meter hoog voldoende rekenen, vertegenwoordigende $10,5 \times 4,5 = 47,25$ M^3 per minuut; dus iets meer nog dan de 46 M^3 afvoer die voldoende zijn gebleken om, in onvoordeelige omstandigheden, den polder droog te houden.

Het is te wenschen dat méér waarnemingen, vooral over verdamping van *grond* en van *water*, reeds door BRUNINGS vóór eenen eeuw ongeveer noodig geacht en door den Heer VAN DER STERR te Helder aangevangen, meer licht over het verdwijnen van die millioenen cub. meters water moge verspreiden, daar hunne verdwijning toch moeijelijk alleen aan de opslurping van

den grond kan worden toegeschreven. Die opslurping zal natuurlijk grooter zijn, naarmate de aan waterlast voorafgaande droogte langer heeft geduurd en sterker is geweest, maar zij kan toch niet de verdwijning van zulke kolossale watermassa's verklaren in polderlanden die betrekkelijk weinig boven water gelegen zijn. In hoogere bovenlanden daarentegen is dat aanvankelijk verdwijnen van den meesten gevallen regen een zeer bekend feit, waarvan ik slechts een paar voorbeelden uit waarnemingen in Overijssel wil aanhalen.

Bij den *hoogst bekenden* stand op de Overijsselschen Vecht, die alleen een gevolg is van langen en aanhoudenden regenval, is de afvoer aan de grenzen zeer nabij 40 M^3 per secunde, 2400 per minuut, 3,456,000 M^3. per etmaal van een hoog gelegen stroomgebied van 194,000 hectaren, gevende dus per etmaal van iedere hectare slechts 18 M^3 of eene waterschijf van 1,8 mm., terwijl het dan klaarblijkelijk veel meer moet geregend hebben. Dit waterbezwaar vertegenwoordigt dan slechts 12,5 M^3 per minuut van 1000 hectaren, dus betrekkelijk zeer weinig in vergelijking met polderlanden.

Van andere rivieren is de verhouding tusschen de massa afgevoerd water en de gevallen massa regen min verdamping zeer uiteenloopend. Ik stel mij voor nader hierop terug te komen.

Het is vooral de gesteldheid van den ondergrond, die deze verschillen moet verklaren, en waarin de betrekkelijk groote rijkdom aan water van sommige rivieren, de betrekkelijke armte van andere, eene zijner hoofdverklaringen vindt. Deze, met den aard der bebouwing en met de helling van het terrein, vormen de drie hoofdelementen van waterafvoer in bovenlanden, en later hoop ik ook op die quaestie van de *ontwouding* en *helling* terug te komen.

Rotterdam, 28 Mei 1873.

Staat A.

WAARNEMINGEN IN RIJNLAND EN MEER BIJZONDER IN DE HAARLEMMERMEER.

1867	Gevallen regen in millimeters.				Verdamping in millimeters.				Gemiddeld uit de 4 plaatsen.		Verschillen in millim.		Waterstanden. Katwijk.		Waterstanden. Spaarndam.		Waterstanden. Halfweg.		Boezem-stand.	Polder-waterstand	Uren werkens der stoomgemalen.			Uren loozing.					
Julij.	Leeghwater.	Cruquius.	Lijnden.	Kruisdorp.	Leeghwater.	Cruquius.	Lijnden.	Kruisdorp.	Regen.	Verdamping.	Méér regen.	Méér verdamping.	Eb	Vloed.	Eb.	Vloed.	Eb.	Vloed.	Oude Wetering.	Kruisdorp.	Leeghwater.	Cruquius.	Lijnden.	Spaarndam.	Halfweg.	Katwijk.	Spaarndam.	Halfweg.	Aanmerking
16	12,8	11,0	12,2	12,4	2,6	3,6	6,1	5,8	12,1	4,0	8,1	—	—0,60	+1,09	—0,55	—0,80	—0,67	—0,90	—0,59	—4,77	—	—	—	—	—	—	14½	—	
17	6,4	20,3	10,7	6 9	3,5	3,8	5,7	5,0	11,1	4,5	6,6	—	—0,66	+1,16	—0,72	—0,79	—0,70	—0 91	—0,60	—4.74	—	—	8	—	—	—	16	—	
18	11,7	15,2	18,6	29,8	2,6	2,7	2 6	4,0	18,8	3 6	15,8	—	—0,47	+1,20	—0,25	—0,03	—0,24	+0,02	—0,60	—4,75	—	—	24	—	—	—	1½	—	
19	2,6	2,7	6,1	3,9	2,5	3,1	4,1	3,9	3,8	3,4	0,4	—	—0,43	+1,33	—0,40	—0,20	—0,37	—0,05	—0,57	—4,73	—	—	24	—	—	—	1½	—	
20	0,3	—	—	0,2	1,7	1,9	4,3	2,4	0,2	2,6	—	2,3	—0,40	+1,27	+0,06	+0,78	+0,10	+0 75	—0,54	—4,77	—	—	24	—	—	—	—	—	
21	5,8	3,6	7,3	3,7	4,0	4,0	6,3	3,9	5,1	4,5	0,6	—	—0,52	+1,14	—0,40	+0,32	—0,38	+0,13	—0,51	—4,80	—	—	24	—	—	—	—	—	
22	14,6	15,5	16,5	20,2	2,8	4,1	3,4	2,0	16.7	3,1	13,6	—	—0,43	+0,97	—0,34	+0,08	—0,33	+0,04	—0,46	—4,75	—	—	6	—	—	6	—	—	
23	—	—	0,9	—	3,8	3,9	3,8	4 3	0,9	3,9	—	3,0	—0·66	+0,83	—0,47	+0,16	—0,46	+0,16	—0,42	—4,71	—	—	16	12¼	17	3½	2	—	
24	1,0	2,1	2,5	1,5	4,2	3,3	3,6	3,3	1,8	3,6	—	1,8	—0,69	+0,81	—0,36	+0,10	—0,34	+0,04	—0,44	— 4 75	—	—	24	23¼	24	3½	—	—	
25	2,6	1,2	—	1,0	4,5	3,9	4,3	4,7	1,6	4,3	—	2,7	—0,74	+0,74	—0,32	+0,12	—0,28	+0,03	—0,48	—4,80	—	—	24	23½	24	7	—	—	
26	10,4	7,3	3,5	4,4	2,0	3,5	4,9	1,9	6,4	3,1	3,3	—	—0.51	+0,81	—0,36	+0,13	—0,35	+0,10	—0,50	—4,85	—	—	24	23½	24	6	—	—	
27	2,1	1,7	1,7	1,7	3,2	2,7	2,9	2,0	1 8	2,4	—	0,6	—0 44	+1,35	—0 55	—0,28	—0,38	—0,26	—0,54	—4,88	—	—	9	23¾	24	—	—	—	
28	1,0	0,2	1,3	0,2	3,1	3,6	3,4	3,7	0.7	3,4	—	2,7	—0,36	+1.28	+0.02	+0.52	+0,08	+0,59	—0,51	—4,81	—	—	—	14½	13¾	—	—	—	
29	10,6	13,2	11,7	14,5	1,1	1,3	2,4	0,7	12,5	1,4	11,1	—	—0,18	+1,40	+0,07	+0,54	+0,14	+, 58	—0,52	—4,79	—	—	7	14½	13½	—	—	—	
30	0,8	0,8	0,5	0,6	2,8	2,5	4,5	3,0	0,7	3,2	—	2,5	—0,40	+1,34	+0,30	+0,67	+0,40	+0,71	—0,48	—4,83	—	—	24	6½	5¾	—	—	—	
31	0,1	0,1	—	—	2,4	2,3	3,5	2,6	0,1	2,7	—	2,6	—0,57	+1,06	+0,10	+0,52	+0,16	+0,54	—0,45	—4,89	—	—	24	12¾	15	5	—	—	
	82,8	94,9	93,5	101,0	45,8	50,2	65,8	53,2	94,3	53,1	59,5	18,2																	

verschil 41,2 verschil 41,3

WAARNEMINGEN IN RIJNLAND EN M

1872.	Gevallen regen in millimeters.				Verdamping in millimeters.				Gemiddeld uit 4 plaatsen.		Versch in millim
September.	Leeghwater.	Cruquius.	Lijnden.	Kruisdorp.	Leeghwater.	Cruquius	Lijnden.	Kruisdorp.	Regen.	Verdamping	Méér regen
20	39,4	25,7	22,7	27,3	1,5	0,5	1,1	1,1	28,8	1,1	27,7
21	21,9	22,8	23,8	34,7	1,9	0,7	0,8	7,9?	26,1	2,8	23,3
22	32,9	31,2	23,7	29,7	1,4	1,5	0,8	2 7	29,3	1,6	27,7
23	2,5	7,6	4,0	4,9	2,6	2,4	1,2	2,1	4,8	2,1	2,7
24	4,7	5,5	5,9	5,7	1,1	5,8	0,3	0,7	5,7	2,0	3,7
25	19,3	8,7	21,9	16,8	1,3	4,4	0,5	2,5	16,9	2,2	14,7
26	16,0	12,9	22,7	13,2	2,0	2,5	1,1	1,6	16,2	1,8	14,4
27	5,1	5,5	11,3	7,9	1,2	1,6	1,1	0,9	7,4	1,2	6,2
28	13,2	26,6	38,0	35,2	1,4	4,1	1,0	1,3	28,3	1,9	26,4
29	4,3	1,5	3,9	3,6	1,0	3,1	0,7	3,8	3,3	2,2	1,1
30	1,4	—	—	—	2,7	2,1	2,4	1,5	0,3	2,2	—
								Te zamen	167,1	21,1	147,9
									21,1		1,9
								Méér regen	146,0		146,0
October.											
1	0,1	—	—	0,2	1,3	2,2	2,7	1,2	0,1	1,8	—
2	0,6	1,0	2,8	0,6	1,1	2.4	0,6	0,4	1,2	1,1	0,1
3	21,9	8,5	16,7	17,7	0,9	0,9	0,7	1,8	16,2	1,1	15,1
4	—	—	—	—	1,6	2,7	2,0	1,2	—	1,9	—
5	—	10,0	—	—	1,6	2,9	0,5	1,2	2,5	1,6	0,9
6	0,2	—	0,3	0,2	1,5	1,4	1,2	1,0	0,2	1,3	—
7	0,2	—	—	0,2	1,3	1,5	0,7	1,1	0,1	1,2	—
8	0,3	—	0,4	0,2	0,6	1,6	1,0	0,7	0,2	1,0	—
9	0,6	—	1,7	0,4	1,1	1,6	0,2	0,8	0,7	0,9	—
								Te zamen	21,2	11,9	16,1
									,	,	,
								Méér regen	,	,	,
10	4,3	6,5	8,2	5,8	2,3	2,1	0,4	1,5	6,2	2,1	4,1
11	6,6	5,1	8,1	5,7	1,2	2,0	0,4	1,0	6.4	1,2	5,2
12	5,5	5.1	6,7	5,3	0,8	0,9	0,7	1,0	5,7	0,9	4,8
13	17,6	6,5	10,1	10,1	1,4	1,8	0,6	1,5	11,1	1,3	9,8
14	0,1	—	—	0,1	1,4	2,6	1,2	1,0	0,1	1,6	—
15	33,4	43,2	52,5	55,6	0,8	1,1	0,7	3,5	46,2	1,5	44,7
16	11,6	10,1	9,1	8,6	1,2	1,5	1,7	2,0	9,9	1 6	8,3
								Te zamen	85,6	10,2	76,9
									,	,	,
								Méér regen	,	,	,
17	0,7	1,1	0,5	0,6	1,1	1,3	1,0	0,7	0,7	1,0	—
18	1,3	1,2	1,7	1,3	1,5	1,4	0,7	0,5	1,4	1,0	0,4
19	0,4	—	—	—	1,0	1,1	1,5	0,8	0,1	1,1	—
20	0,1	—	—	—	0,9	0,9	1,2	0,6	—	1,2	—
21	2,7	1,2	2,8	2,0	1,5	1,0	1,2	0,5	2,2	1,0	1,2
22	—	—	0,4	0,2	1,1	0,8	1,5	0,9	0,1	1,1	—
23	0,6	2,8	—	1,3	0,6	0,7	0,7	0,8	1,2	0,7	0,5
24	0,6	0,4	—	0,3	0,7	0,9	0,5	0,1	0,3	0,5	—
25	—	—	0 2	—	0,8	1,8	1,1	0,5	—	1,0	—
26	0,3	—	—	—	1,0	0,5	1,2	0,7	0,1	0,9	—
27	—	—	—	—	1,0	0,3	1,1	0,6	—	0,8	—
								Te zamen	6,1	10,3	2,1
									,	,	,
								Méér regen	,	,	,
28	7,5	6,1	6,9	10,6	0,5	0,3	0,2	0,5	7,8	0,4	7,4
29	3,8	5,9	—	0,3	0,8	—	1,2	0,8	2,7	0,7	2,0
30	6,8	10,1	11,7	11,7	1,2	0,3	0,3	0,7	10,1	0,6	9,5
31	26,4	10,4	20,0	13,6	0,6	0,2	0,6	0,7	17,6	0,5	17.1
								Te zamen	38,2	2,2	36,0
								Algemeen Totaal	151,1	34,6	131,1
									34,6		14,6
								Méér regen	116,5		116,5

Staat B

NDER IN DE HAARLEMMERMEER.

Waterstanden.			Boezemstand	Polderwaterstand.	Uren werkens der stoomgemalen.					Uren sluisgang.		
wijk.	Spaarndam	Halfweg.										
Vloed.	Afgesloten IJboezem.	Afgesloten IJboezem.	Oude Wetering.	Kruisdorp.	Leeghwater.	Cruquius.	Lijnden.	Spaarndam.	Halfweg.	Katwijk.	Spaarndam.	Halfweg.
+ 130	— 33	— 35	— 55	— 4,87	1	—	7	Stoomwerktuig in herstelling.	—	—	—	—
+ 137	— 32	— 31	— 50	— 4,84	24	—	24		16	—	—	—
+ 150	— 34	— 30	— 45	— 4,73	24	16½	24		24	—	—	—
+ 84	— 28	— 29	— 38	— 4,67	24	24	24		24	2¼	—	—
+ 90	— 24	— 35	— 33	— 4,72	24	24	24		24	5½	—	12
+ 115	— 32	— 35	— 26	— 4,73	24	24	24		19¾	—	24	19
+ 126	— 45	— 30	— 24	— 4,67	24	24	24		24	—	15	9
+ 60	— 18	— 26	— 22	— 4,66	24	24	24		24	—	12	13
+ 100	— 22	— 23	— 17	— 4,63	24	24	24		21¾	—	18½	14
+ 100	— 16	— 16	— 17	— 4,49	24	24	24		24	—	10	3
+ 105	— 11	— 10	— 18	— 4,53	24	24	24		24	10	—	—
+ 95	— 13	— 15	— 20	— 4,57	24	24	24		24	12	—	—
+ 105	— 10	— 12	— 22	— 4,65	24	24	24		24	12½	—	—
+ 106	— 14	— 18	— 22	— 4,70	19	24	24		24	7	—	—
+ 110	— 11	— 12	— 20	— 4 62	—	24	24		24	11½	—	—
+ 110	— 11	— 12	— 22	— 4,65	—	24	24		24	13½	—	—
+ 90	— 14	— 15	— 26	— 4,70	15	19	24	13	24	14	—	—
+ 77	— 14	— 19	— 32	— 4,78	24	24	24	21	24	14	—	—
+ 60	— 16	— 20	— 38	— 4.90	24	24	24	24	24	9½	—	—
+ 84	— 19	— 23	— 42	— 5,09	16	11	24	23	24	4½	—	—
+ 83	— 23	— 24	— 39	— 5,05	—	—	24	24	24	2	—	—
+ 85	— 24	— 36?	— 35	— 5,01	—	—	24	23½	24	—	—	—
+ 50	— 21	— 23	— 35	— 5,01	—	6½	18	24	16	1½	—	—
+ 70	— 23	— 29	— 38	— 4,92	—	24	—	24	Herst. v. ket	5½	—	—
+ 76	— 18	— 19	— 38	— 4,82	7½	24	—	24		12	—	—
+ 130	— 17	— 14	— 38	— 4,78	24	24	—	23½		—	—	—
+ 82	— 10	— 17	— 28	— 4,42	4	24	14½	24	—	12	—	—
+ 73	— 8	— 10	— 28	— 4,42	—	24	24	24	—	13½	—	—
+ 87	— 11	— 14	— 32	— 4,44	21	24	24	23½	—	13½	—	—
+ 90	— 17	— 18	— 37	— 4,48	24	24	24	24	15½	9½	—	—
+ 80	— 20	— 20	— 40	— 4.52	24	24	24	24	24	6½	—	—
+ 84	— 19	— 24	— 42	— 4,57	24	24	24	23½	24	7	—	—
+ 77	— 17	— 24	— 44	— 4,62	24	24	24	24	24	8½	—	—
+ 76	— 16	— 20	— 45	— 4,69	24	24	24	24	24	5½	—	—
+ 60	— 16	— 20	— 48	— 4,76	24	24	21½	24	24	9	—	—
+ 62	— 18	— 20	— 50	— 4,85	24	24	24		24	—	—	—
+ 30	— 20	— 23	— 50	— 5,00	14½	24	24		24	—	—	—
+ 50	— 23	— 27	— 42	— 5,17	—	24	24		24	2	—	—
								Ketelreparatie.				
+ 45	— 22	— 20	— 40	— 5,16	—	24	10		24	7½	—	—
+ 90	— 25	— 24	— 40	— 5,16	—	24	17		24	8	—	—
+ 107	— 28	— 40	— 35	— 5,06	—	24	4	15	24	4½	4	—
+ 140	— 22	— 25	— 31	— 4,93	10	24	24	24	24	—	—	—

OVER
VERANDERLIJKE OF ONVERANDERLIJKE
VERBINDINGSWAARDE DER ELEMENTEN.

DOOR

P. J. VAN KERCKHOFF.

In de scheikunde der latere jaren is een belangrijk beginsel opgenomen dat vroeger onbekend was en krachtens hetwelk men groote vorderingen heeft gemaakt in de voorstelling, die men zich vormt van de wijze waarop in de verbindingen de elementen met elkander zijn verbonden. De theoretische beschouwingen uit dit beginsel voortvloeiende hebben tevens een' onmiskenbaren invloed uitgeoefend op de vermeerdering der feitelijke kennis. Het beginsel, hetwelk men dat der valentie of verbindingswaarde der elementen noemt, stelt in het algemeen vast, dat de atomen der elementen onderling niet alle aequivalent zijn, maar dat er verschillende groepen bestaan, welker atomen, ofschoon onderling aequivalent, met twee of meer atomen van een tot maatstaf aangenomen element in waarde gelijk staan. In den tijd toen men niet van atomen, maar van aequivalenten sprak, nam men bloot de bewezen wet aan, dat de elementen elkaâr in bepaalde gewichtsverhoudingen kunnen vervangen, zonder nogtans (dit mag wel ter loops herinnerd worden) aan de feiten getrouw te blijven, b.v. bij de stikstof. Men had er de waarneming buiten gelaten dat de kleinst mogelijke in verbindingen in- of uittredende hoeveelheden voor vele elementen niet in de verhouding dier aequivalenten staan.

Moge er nu al tamelijke eenstemmigheid omtrent het beginsel der valentie in het algemeen heerschen, ten aanzien van

eene bijzonderheid bij de nadere beschouwing er van bestaat er verschil van gevoelen. Terwijl sommigen aannemen dat voor elk elementair atoom de valentie eene onveranderlijke grootheid is, dat zij even onveranderlijk is als het atoomgewicht, zijn anderen van gevoelen dat hetzelfde atoom dan eens met eene kleinere, dan eens met eene hoogere valentie optreedt. Met andere woorden: er bestaan tegenwoordig twee met elkaâr in tegenspraak zijnde theoriën, die der constante en die der veranderlijke valentie.

Zooals meermalen het geval is, kan ook hier de strijd der meeningen tot geene oplossing voeren, indien men het omtrent de beteekenis der gebezigde woorden niet eens is. Verstaat men, zooals sommigen doen, door valentie de aanduiding van het maximum getal atomen van eenig als eenheid aangenomen radikaal dat door een gegeven element kan worden opgenomen, dan volgt uit deze bepaling zelve, dat de valentie voor dat element onveranderlijk is; het begrip van veranderlijkheid wordt reeds dadelijk uitgesloten. Maar vraagt men met welk getal univalente radicalen eene gegeven stof werkelijk in verbinding wordt aangetroffen en benoemt men, naar aanleiding van de beantwoording dezer vraag door de ervaring, met den naam van valentie het getal dat men dus verkrijgt, dan blijkt het dat dit laatste niet altijd hetzelfde is. En het kan niet anders of men noemt de valentie veranderlijk.

Zonder nadere toelichting schijnen dus de beide zienswijzen elkander inderdaad uit te sluiten. En toch is in menig geval de tegenspraak zoo scherp niet. Het verschil ligt niet zelden meer in de gebezigde woorden dan in de zaak zelve. Beschouwen wij deze van meer nabij. Natuurlijk steunen de voorstanders der beide meeningen op dezelfde feiten, en hun doel is ook hetzelfde, namelijk die feiten als noodzakelijke gevolgen van een eenvoudig beginsel af te leiden.

Hooren wij nu welke uiteenzetting beide theoriën van een zelfde feit geven en kiezen wij daartoe een van de talrijke eenvoudige voorbeelden, die hiertoe kunnen dienen. Één atoom koolstof vormt met één atoom zuurstof het kooloxyde, met twee atomen zuurstof het koolzuur anhydride. Degenen, die de valentie als constante waarde opvatten noemen het atoom koolstof

om zeer voldoende redenen quadrivalent en als zoodanig fungeert het evident in het koolzuur; doch ook in het kooloxyde noemen zij het quadrivalent, ofschoon het daar met slechts één atoom van de bivalente zuurstof verbonden is; maar, voegen zij er bij, in de laatste verbinding is het atoom koolstof onverzadigd, d.i. het bezit twee vrije valenties.

Zij, die de veranderlijkheid der valentie aannemen, houden staande dat deze in het aangehaalde voorbeeld duidelijk in het oog springt. In het kooloxyde is het atoom koolstof bivalent, omdat het met slechts één bivalent atoom zuurstof verbonden is. Met die valentie is evenwel zijn vermogen van zich met zuurstof te verbinden, niet uitgeput; onder andere omstandigheden kan het een tweede atoom zuurstof opnemen en dan als quadrivalent fungeeren. Maar dat het reeds met 1 at. O verbonden at. C nog een tweede kan opnemen en dat het dus vatbaar is om onder bepaalde omstandigheden quadrivalent op te treden, loochenen de voorstanders der veranderlijke valentie niet; het is een feit. Zoo lang echter de molecule kooloxyde onveranderd voortbestaat, zoolang bedraagt in die verbinding de valentie slechts twee.

Nu mag men vragen: is het iets anders dan een woordenstrijd, wanneer de een zegt: het at. C is altijd quadrivalent, doch in sommige stoffen zijn er van die vier valenties slechts twee verbruikt, en de beide overige zijn vrij, terwijl de ander verklaart in de eene verbinding is het at. C bivalent, in de andere quadrivalent. In die laatste verklaring immers ligt implicite opgesloten dat de koolstof der eerste verbinding het vermogen bezit nog twee valenties tot binding eener nieuwe hoeveelheid stof beschikbaar te hebben. Het onderscheidt ligt slechts daarin, dat de een meer acht geeft op de valentie zooals zij in de onveranderd voortbestaande verbinding aanwezig is, en de ander meer op het maximum der valentie dat het atoom zijns inziens kan uiten.

Er zijn alzoo, blijkens het voorgaande, gevallen in welke de beide zienswijzen omtrent de valentie met elkaâr in overeenstemming zijn te brengen. Maar in vele andere is de verklaring, die zij omtrent de constitutie van stoffen geven eene geheel verschillende. Het is mijn voornemen niet hier in vele

bijzonderheden op die verschillen te wijzen; het moge genoeg zijn enkele voorbeelden daarvan aan te halen.

Om het beginsel der onveranderlijke valentie te redden, b.v. voor zulke univalente elementen als Cl, Br, I, enz. wordt door velen aangenomen dat in de verbindingen dier elementen, in welke het aantal zuurstof-atomen grooter is dan dat der waterstof-atomen, die zuurstof-atomen ten deele onderling vereenigd zijn, in plaats van met hunne geheele valentie aan het multivalent atoom te zijn verbonden. Deze meening vindt in de bekende feiten weinig steun. Immers die stoffen in welke men zulk eene onderlinge binding van zuurstof-atomen met zekerheid mag aannemen, kenschetsen zich door de gemakkelijkheid waarmede zij zich ontleden onder afgifte van O (b.v. waterstofperoxyde H_2O_2, $Ba\,O_2$, enz.). En dit is het geval niet b.v. met de zuren van het chloor, die des te bestendiger zijn, naarmate zij meer zuurstof-atomen bevatten. De ontledingswijzen en producten van zulke zwavelverbindingen als H_2SO_3, $H_2S_2O_6$, $H_2S_3O_6$, $H_2S_4O_6$, $H_2S_5O_6$ zouden het verschil in onderlinge binding kunnen toelichten. Sommige scheikundigen nemen b.v. aan dat het overchloorzuur tot constitutie-formule zou hebben Cl-O-O-O-O-H, doch hoe is het dan gesteld met de verbindingen H_3IO_5 en H_5IO_6, voor welke zulk eene interpretatie niet mogelijk is. Gaat men voor deze op dezelfde wijze te werk, dan moet in het eerste het iodium minstens trivalent, in het laatste minstens quintivalent zijn, tenzij men beide stoffen tot de zoogenoemde moleculverbindingen brenge, eene onderstelling, die bezwaarlijk met hare eigenschappen en die van de zouten dezer zuren te rijmen is.

Zulke stoffen nu als die van het aangehaalde voorbeeld voeren noodzakelijkerwijze tot het besluit dat, indien I b.v. in de meeste verbindingen als univalent fungeert, het in H_3IO_5 en H_5IO_6 met eene hoogere valentie optreedt.

Er blijft dus, wanneer men de onveranderlijkheid der valentie aanneemt en tevens veronderstelt dat er onderlinge binding van zuurstof-atomen plaats heeft, niets anders over dan voor het iodium de valentie op vijf te stellen, dan zal het dus heeten dat iodium quintivalent is, maar dat in de meeste verbindingen dat element vier vrije valenties bezit.

Het komt mij voor dat de beslissing omtrent constante of variëerende valentie niet in abstracto kan geschieden; dat men bij de discussie over deze vraag steeds te veel het oog gevestigd houdt op dat ééne atoom, welks verbindingswaarde men wenscht vast te stellen, en stilzwijgend aanneemt dat zijne valentie onafhankelijk zou zijn van den aard der atomen waarmede, van de omstandigheden onder welke het in verbinding treedt of reeds verbonden is.

Daarom wensch ik de opmerkzaamheid op eenige punten te vestigen, die, naar ik meen, bij het onderzoek der valentie òf geheel uit het oog verloren, òf althans niet genoegzaam in rekening gebracht worden.

In de eerste plaats is het de aard der atomen, die met een bepaald atoom in verbinding zijn of gaan treden, waarop ik doel. Reeds in 1865, bij gelegenheid dat ik opmerkzaam maakte op de toenmaals heerschende verwarring tusschen affiniteit en atomiciteit (valentie), heb ik met korte woorden er op gewezen dat hetzelfde atoom twee verschillende valenties kan bezitten, naarmate het met verschillende elementair-atomen te zamen treedt.

Wel is waar neemt, zooals de lang bekende wet der veelvoudige verhoudingen het uitspreekt, eenzelfde element verschillende hoeveelheden van een en hetzelfde andere element op, en dit pleit dus reeds voor de veranderlijke valentie, maar wij vinden vooral een verschil in de verbindingswaarde, wanneer wij nagaan welk het maximum is dat van verschillende radicalen wordt opgenomen. De volgende voorbeelden kunnen dit ophelderen.

Een atoom.	met	met	met	met
Au	I	$(OH)_3$		
N	H_3 Cl_3 $O(OH)$	H_4Cl $(OH)_5$ $O(OH)_3$		

Een atoom.	met	met	met	met
P	H_3 Cl_3	Cl_5 H_4I $O(OH)_3$		
As	H_3 Cl_3	$(C_2H_5)_4Cl$ $O(OH)_3$		
Sb	H_3 Cl_3	Cl_5 $(C_2H_5)_4Cl$ $O(OH)_3$		
Bi	Cl_3 $(C_2H_5)Cl_2$ $O(OH)$	O_3 OH)		
S	H_2 Cl_2 K_2	Cl_4 $(C_2H_5)_3I$	$(OH)_6$ $(OH)_4Cl_2$ $(OH)_3Cl_2$	
Se	H_2 Cl_2 K_2	Cl_4 O_2 $O(OH)_2$	$O_2(OH)_2$	
Te	H_2 Cl_2 K_2	Cl_4 O_2	$O_2(OH)_2$	
Cl	H (OH) K	O(OH)	$O_2(OH)$	$O_3(OH)$
Br	H K		$O_2(OH)$	$O_3(OH)$
I	H K Cl	Cl_3	$O_2(OH)$	$O_3(OH)$
Pb	Cl_2	O_2		

Een atoom.	met	met	met	met
Fe	Cl_2 $(OH)_2$	S_2 als $\overset{VI}{(Fe_2)} . Cl_6$ 〃 $(OH)_6$ 〃 O_3	$O_2(OK)_2$	
Mn	Cl_2 $(OH)_2$	Cl_4 $O(OH)_2$ O_2 als $\overset{VI}{(Mn_2)} . O_3$	F_6 $O_2(OH)_2$	als $(Mn_2) . O_6(OH)_2$
Cr	Cl_2 $(OH)_2$	O_2 als $(Cr_2) . O_3$	F_6 O_3 $O_2(OH)_2$	als $(Cr_2) . O_6(OH)_2$
Mo	Cl_2	Cl_4	F_6	

In de aangehaalde voorbeelden is verondersteld, dat in de verbindingen der elementen met waterstof en zuurstof de atomen der waterstof als hydroxyl aan het multivalent atoom aansluiten, en dat de meerdere atomen zuurstof met hunne geheele valentie er mede verbonden zijn. Deze veronderstelling is reeds hier boven ter loops besproken en kan, meen ik, door de beschouwing der zuurhydraten en zouten gewettigd worden.

Gaat men het bovenstaande overzicht, dat aanmerkelijk kan worden uitgebreid, opmerkzaam na, dan komt men tot deze gevolgtrekkingen:

1°. dat de valentie der elementair-atomen wel degelijk afhankelijk is van den aard der andere stoffen (enkelvoudige en samengestelde radicalen), die er verbindingen mede vormen.

Om dit door enkele voorbeelden toe te lichten, wijs ik op stikstof, welks atoom niet meer dan drie atomen H of Cl, daarentegen 5 atomen OH opneemt; op phosphorus en antimoon, die van H niet meer dan 3, van Cl 5 at. kunnen binden; op Au dat van I met één at., van (OH) met 3 at. in verbinding kan zijn.

Nergens blijkt dit zoo duidelijk als bij de groep van den zwavel. Het maximum van waterstof-atomen, waarmede een at.

dier elementen zich vereenigt, bedraagt slechts twee. Bij het chloor wordt het vier en stijgt bij het hydroxyl tot zes. Maar ook bij de halogenen laat zich het verschil bemerken. Terwijl deze ten opzichte van waterstof en de metalen als univalent fungeeren, zijn dezelfde at. tri-, quinque- en zelfs septemvalent, wanneer zuurstof en hydroxyl beide of ook enkel zuurstof de andere bestanddeelen vormen.

2°. De geringste valentie der elementen wordt meestal aangetroffen ten opzichte der waterstof. Bij vereeniging met chloor, al levert het besproken atoom daarmeê eene overeenkomstige verbinding, is er meestal nog eene andere verbinding in welke de valentie hooger stijgt. De hoogste valentie treft men aan bij de verbindingen, die, hetzij zuurstof alleen bevatten, hetzij zuurstof, die tevens aan waterstof, of aan een metaal of aan een zuurradicaal gebonden is. In enkele gevallen is ten opzichte van het fluor de valentie insgelijks zeer hoog.

3°. Treden met een elementair atoom tegelijkertijd verschillende enkelvoudige of samengestelde radicalen te zamen, dan is de verbindingswaarde hooger, dan wanneer al de verbonden atomen homogeen zijn.

Tot de meest elementaire en veelvuldigst voorkomende waarnemingen in de wetenschap behoort voorzeker deze, dat er een groot verschil bestaat in de gemakkelijkheid, waarmede verschillende radicalen van dezelfde valentie bij eene reeds bestaande molecule worden opgenomen of in zulk eene molecule andere bestanddeelen vervangen. Dat de aard der in de molecule aanwezige en met het multivalente atoom verbonden elementen daarop een zeer overwegenden invloed uitoefent, blijkt uit de eenvoudige aanhaling dat in eene molecule, welke reeds een zoogenaamd zuur-radicaal bevat, de nog aanwezige waterstof gemakkelijker door een zoogenaamd positief atoom wordt vervangen, dan door een negatief; en zoo ook omgekeerd. Ik acht het overbodig dit met aanhalingen te staven.

Hiermede staat nu ook de hoogere valentie in verband, die men, zooals boven gezegd, dikwijls opmerkt, in het geval dat de door een multivalent atoom opgenomen radicalen niet homogeen, maar heterogeen zijn. Mag men b.v. niet aannemen dat de stikstof, die èn van waterstof èn van chloor beide slechts

drie at. op kan nemen, als ammoniak, juist omdat zij reeds positive waterstof bevat buiten staat zijnde nog 2 at. van deze op te nemen, zich wel twee univalente at. kan toeëigenen, indien één dezer een tegengesteld karakter draagt, b.v. chloor. Bij de zuren en zuurhydraten treft men talrijke voorbeelden eener dergelijke werking aan; tusschen een at. bivalente zuurstof en 2 at. van het univalente hydroxyl vindt men, ofschoon in verbindingswaarde gelijk staande, een verschil in de vatbaarheid om zich met een multivalent atoom te verbinden; men kent vele zuren, in welke het niet gelukt is één gebonden at. O door twee groepen OH te vervangen, om slechts enkele te noemen: H_5IO_6, H_3PO_4, $HSbO_2$, CO_2, enz.

4°. In vele gevallen merkt men op dat de valentie van een element geringer is ten opzichte van een ander, dat in aard en eigenschappen er veel van verschilt, dan ten opzichte van zulk een element, dat er meer overeenkomst mede bezit.

5°. Wanneer uit eenige molecule door zuivere splitsing twee verschillende kunnen ontstaan (beide verzadigd) dan geschiedt zulks niet zelden. Dit wordt vooral waargenomen bij de hoogere hydroxyl-verbindingen, die zich gemakkelijk ontleden in water en eene verbinding, in welke de zuurstofatomen met hunne geheele valentie aan het multivalent atoom gebonden zijn.

Als men het hierboven gegeven overzicht, dat slechts zeventien elementen bevat en niet meer dan enkele van de met deze in verbinding voorkomende radicalen aangeeft, verder tot alle elementen uitbreidt, dan ontwaart men dat de meeste elementair-atomen eene van den aard der enkelvoudige of zamengestelde radicalen afhankelijke valentie bezitten. Het getal der elementen, welker atomen eene constante verbindingswaarde hebben, is betrekkelijk gering.

Voor waterstof bestaat er volstrekt geen reden om aan te nemen, dat zij ooit met eene andere valentie dan één voorkomt en daarin ligt juist de grond, waarom dit at. bij voorkeur als maatstaf der valentie wordt aangenomen. Ook van zuurstof is de valentie, wanneer men zich van gewrongeu groepeeringen onthoudt, eene constante grootheid. Buiten deze elementen zijn het alleen de alkalische metalen, die steeds univalent, het borium. dat altijd trivalent en het silicium, dat

quadrivalent fungeeren, terwijl ten aanzien van zilver de onzekerheid nog niet geheel is weggenomen. Koolstof eindelijk komt slechts bij uitzondering als bivalent atoom voor.

Het bestaan van chemische verbindingen is aan eene temperatuurgrens gebonden, boven welke de stoffen ophouden te bestaan, doch die in groote mate voor verschillende stoffen kan verschillen. Is het nu geoorloofd, zonder op die temperatuur acht te geven van valentie te spreken, als van eene absolute onveranderlijke grootheid? Is het niet waarschijnlijk dat de valentie van den warmtegraad afhankelijk is, en dat dus een gegeven atoom ten opzichte van andere atomen zijne verbindingswaarde kan wijzigen met klimmende of dalende temperatuur?

De beantwoording dier vraag moet door de ervaring geschieden.

Vestigen wij in de eerste plaats de opmerkzaamheid op de verbindingen van een element met verschillende hoeveelheden van een ander. Uit deze zeer talrijke verbindingen zal het wel niet noodig zijn er vele aan te halen. De volgende voorbeelden mogen voldoende zijn:

$TlBr_3$	—	$TlBr$	Mn_2Cl_6	—	$MnCl_2$
$TlCl_3$	—	$TlCl$	Tl_2O_3	—	Tl_2O
$PtCl_4$	—	$PtCl_2$	PbO_2	—	PbO
$AuCl_3$	—	$AuCl$	CuO	—	Cu_2O
PCl_5	—	PCl_3	Co_2O_3	—	CoO

Al de stoffen in de eerste kolom opgeteekend, en hoe dan ook voortgebracht, op gewone temperatuur bestendig, gaan door verhitting over in de verbindingen der tweede kolom. In deze laatste nu zijn de atomen der multivalente elementen met een geringer aantal at. der andere verbonden dan in de eerste. De dus voortgebrachte nieuwe stoffen zijn ook bij gewonen warmtegraad bestendig, ze blijven bestaan totdat er voorwaarden ontstaan, waarbij ze door opname van het verlorene hare oorspronkelijke zamenstelling terugkrijgen. In al die voorbeelden zien wij de valentie dalen door hoogere temperatuur.

Zonder nu te willen beweren dat door verhooging van warmtegraad de valentie altijd en bij alle elementen moet dalen, is het toch niet gewaagd vast te stellen, dat de valentie

in vele gvallen van de temperatuur afhankelijk is en daalt als deze stijgt.

Er zijn intusschen nog andere omstandigheden, die op de grootte der verbindingswaarde een niet onbelangrijken invloed uitoefenen. Om er onder andere eene te noemen, haal ik de betrekkelijke hoeveelheden aan van stoffen, die zich tot eene meer zamengestelde stof kunnen verbinden. Er zijn zoo ontzettend veel gevallen bekend, dat wij met dezelfde twee stoffen verschillende verbindingen kunnen verkrijgen, naar gelang van de met elkaâr in aanraking komende hoeveelheden, dat ik mij tot eenige beperken moet, om het gezegde toe te lichten:

PCl_3	—	PCl_5	$SnCl_2$	—	$SnCl_4$
$SbCl_3$	—	$SbCl_5$	ICl	—	ICl_3
$FeCl_2$	—	Fe_2Cl_6	P_2O_3	—	P_2O_5
$TeCl_2$	—	$TeCl_4$	CO	—	CO_2
Hg_2Cl_2	—	$HgCl_2$	$Sn(OH)_2$	—	$Sn(OH)_4$

Het zou onjuist zijn uitsluitend den invloed van ééne der omstandigheden, zooals temperatuur, betrekkelijke hoeveelheden, enz. te beschouwen. Gelijktijdige wijziging van deze kan de verandering der valentie òf bevorderen òf tegengaan. Een sprekend voorbeeld hiervan levert de dampdichtheidsbepaling van PCl_5, onlangs door WÜRTZ gedaan, waarbij de dissociatie dier stof (dat is dus in het onderhavige geval de daling der valentie van phosphorus), die reeds bij lage temperatuur begint, door de overmaat van één der ontledingsproducten, namelijk PCl_3, wordt verhinderd.

Uit het voorgaande meen ik te mogen afleiden dat de valentie der atomen afhankelijk is

1°. van den aard der atomen, die er mede verbonden zijn;

2°. van de temperatuur;

3°. van de betrekkelijke hoeveelheden.

Of de valentie nog van andere omstandigheden afhankelijk is, zal ik op dit oogenblik niet verder onderzoeken. Uit sommige werkingen meen ik evenwel te mogen opmaken dat er b.v. tusschen valentie en scheikundig arbeidsvermogen een zeker verband bestaat. Zoo weet men dat de 3 elementen Cl, Br en I zich met waterstof slechts in eene verhouding en wel

atoom met atoom verbinden, terwijl zij in staat zijn van zuurstof of hydroxyl zooveel op te nemen dat hunne atomen zelfs als quinquevalent of hooger beschouwd moeten worden. Vergelijken wij daarmede het scheikundig arbeidsvermogen dierzelfde elementen, ten opzichte van waterstof en van zuurstof volgens de proeven van THOMSEN, die gevonden heeft :

	Cl.	Br.	I
	Cal.	Cal.	Cal.
(R, H, Aq)	39315	28376	13171
(R_2, O_5, Aq)	— 20477	— 57589	+ 18717

De laatste cijfers kunnen (daar de oplossingen van THOMSEN 200 moleculen water bevatten) genomen worden als geldig voor atomistische verbindingen,

$$2\,R\,(OH)_5 = R_2\,O_5 + 5\,H^2O \text{ in overmaat van water *).}$$

In dit geval is voor de geringste valentie het arbeidsvermogen zeer groot en voor de hoogste valentie daarentegen zeer gering, ja zelfs voor Cl en Br negatief.

Onverklaard blijft tot nu toe de waarneming dat de valentie der elementen bij verhooging of verlaging steeds met twee verspringt. Wat FRANKLAND daaromtrent zegt, mag immers niet als eene verklaring gelden. Uitzonderingen op dezen regel zijn zoo gering in getal, dat men er toe gebracht wordt te onderzoeken of deze anomaliën soms alleen schijnbaar zijn. Vestigen wij onder die uitzonderingen, waartoe ook Hg Cl en Hg Br behooren, onze aandacht op stikstofoxyde als voorbeeld. Wanneer dit volgens zijne dampdichtheid als molecule moet worden voorgesteld door NO, dan zou daarin òf de stikstof als bivalent òf de zuurstof als uni- of trivalent moeten worden aangenomen. De vraag is nu of die groep NO werkelijk als eene molecule moet worden aangenomen en of het niet mogelijk is dit

*) *Ber. Ch. Ges.* 1873, S. 429.

lichaam, zooals wij het kennen, te vergelijken met de vrije atomen, die te voorschijn komen, wanneer eene zeer hooge temperatuur op moleculen met homogene of heterogene atomen werkt. De hittegraad waarbij zulks geschiedt wisselt met den aard der stoffen zeer sterk af; bij sommige, zooals bij stikstofperoxyde N_2O_4 is het met zekerheid vastgesteld dat het reeds bij lage temperatuur in atomen NO_2 begint op te treden. Iets dergelijks is misschien het geval met het stikstofoxyde van hetwelk de ontledingstemperatuur zeer laag kan liggen. Is dit zoo, dan moet die atoomgroep zich door de groote gemakkelijkheid kenmerken, waarmede het verbindingen aangaat, evenals, b.v. waterstof, chloor en andere elementen in vrijwordenden toestand, dat is als atomen, een grooter chemisch arbeidsvermogen bezitten dan als moleculen. Werkelijk neemt men die eigenschap bij het stikstofoxyde waar, zooals blijkt bij de werking van zuurstof, van chloor, van zuren en van ijzeroxydule zouten. Het valt niet te ontkennen dat er tegen deze beschouwing zwaarwegende redenen kunnen worden aangevoerd en wel in de eerste plaats de eigenschap van stikstofoxyde een permanent gas te zijn.

Bij het bespreken van de veranderlijkheid der valentie van elementair-atomen mag men niet verzuimen nog eene andere zaak in de beschouwing op te nemen.

Men neemt namelijk vrij algemeen aan dat in eene verbinding van een multivalent atoom met univalente atomen van dezelfde soort, al die univalente op gelijke wijze, dat is met gelijke kracht gebonden zijn; zoodat b.v. in CH_4 geen der waterstofatomen ten opzichte van de koolstof zich van de andere zou onderscheiden.

Dit beginsel schijnt om zijne eenvoudigheid wel het waarschijnlijkste te zijn en kan dus, zoolang er geene feiten tegenspreken, wel aangenomen worden. Men zorge evenwel na te gaan wat men er inderdaad door te verstaan heeft. Noemt men in het aangehaalde voorbeeld, de waterstofatomen achtereenvolgens *a*, *b*, *c*, en *d*, dan heeft men het beginsel aldus te verstaan, dat bij de ontleding der bestaande verbinding geene reden bestaat waarom, b.v. *a* eerder dan *b*, of *b* eerder dan *c* of *d* of omgekeerd de vereeniging met koolstof zou verlaten. Gesteld dus dat b.v. twee at. H uit de verbinding worden

weggenomen (daargelaten of de rest op zich zelf blijft bestaan of niet), dan nemen wij aan dat steeds hetzelfde krachtsverbruik noodig is, welke der atomen *a* en *b*, of *b* en *c*, of *c* en *d*, of *a* en *d* of *a* en *c* of *b* en *d* er uit weggenomen worden. Maar hieruit volgt nog geenszins dat die kracht, noodig om twee der vier atomen H uit te lichten, dezelfde zou zijn als die, welke vereischt wordt, tot wegname der twee overig blijvende. Het is integendeel waarschijnlijk dat de kracht, waarmede de terugblijvende univalente atomen aan het multivalent atoom gebonden blijven, eene andere (meerdere? of mindere?) waarde heeft dan die tot het wegnemen der twee eerste voldoende is.

Formeen CH_4 is hier als eenig voorbeeld aangehaald uit een groot aantal stoffen, die insgelijks tot toelichting zouden kunnen dienen.

Niet altijd bemerkt men dat de bindingskracht voor de toetredende atomen van een ander element afneemt met het klimmende getal dier atomen, zooals b.v. bij $P\,Cl_3$ en $P\,Cl_5$; $As_2\,S_3$ en $As_2\,S_5$, enz.; in sommige gevallen kan een elementair atoom, dat reeds met een of meerdere verbonden is, gemakkelijker een grooter getal opnemen, dan hetzelfde multivalent atoom de eerste heterogene atomen opnam; zoo gaan b.v. $Sn\,O$, $Sn\,Cl_2$, $Fe\,O$, $Fe\,H_2\,O_2$ gemakkelijker respective over in $Sn\,O_2$, $Sn\,Cl_2\,O$, $Fe_2\,O_3$ en $Fe_2\,H_4\,O_5$ dan zij zelve uit de elementen ontstaan. Vermoedelijk ligt de oorzaak daarvan in de moeijelijkheid, waarmede de oorspronkelijke molecule van het multivalente element zich in atomen splitst. Voor koolstof althans is de waarschijnlijkheid daarvan door THOMSEN aangetoond.

Zijn de aan het multivalente atoom gebonden univalente atomen heterogeen, dan zal men wel niet geneigd zijn aan te nemen dat twee heterogene atomen even sterk gebonden zijn. Welk van de heterogene atomen het eerst uit zal treden hangt natuurlijk in de eerste plaats af van het verschil in arbeidsvermogen der beide heterogene atomen ten opzichte van het multivalente atoom, maar verder ook bij gewone chemische werkingen voor een groot deel van den aard der stof, die op de verbinding werkt.

Bij de behandeling van mijn onderwerp heb ik de betrekkelijke grootte der moleculen aangenomen, die men in den laatsten tijd als chemische moleculen aanneemt, zonder mij met de vraag

bezig te houden of die grootte voor vloeibare en vaste stoffen dezelfde is als diegene, die men uit de physische eigenschappen zou meenen te moeten afleiden.

Wanneer men de wet van AVOGADRO als het eenige leidende beginsel aanneemt voor de bepaling der moleculair-grootte, dan is het niet mogelijk deze voor die vaste en vloeibare stoffen te bepalen, welke zelfs bij verminderden druk niet in dampvorm zijn te brengen. Intusschen is het begrip van moleculen in een zuiver chemischen zin toch ook voor deze stoffen geldig; immers is voor deze even zoo goed als voor gassen de opvatting in de beteekenis van betrekkelijk kleinste hoeveelheid, die bij chemische werking optreedt, alleszins gewettigd, ja noodig. Bestaan er nu al voldoende redenen om voor de gassen de chemische molecule als identisch aan te nemen met de physische, voor de vaste en vloeibare lichamen ontbreekt ons tot nu toe een criterium daarvoor. Hierin ligt de grond om voorloopig een onderscheid tusschen chemische en physische moleculen als mogelijk of waarschijnlijk aan te nemen.

Wordt er tegenwoordig door sommige scheikundigen misschien niet al te veel gewicht aan physische eigenschappen toegekend bij de bepaling der chemische moleculair-gewichten, zooals b.v. aan de mindere of meerdere vluchtigheid? Zonder iets te kort te doen aan het belang dier vergelijkende beschouwing van physische en chemische waarden, mag men wel beweren, dat de zuiver chemische medewerking der stoffen op elkaâr veeleer voor de bepaling van de chemische molecule in aanmerking komt en den voorrang verdient dan de physische eigenschappen.

Ofschoon er vele verbindingen, die men vroeger tot de zoogenoemde moleculaire bracht, tot de atomistische gerekend kunnen worden, zooals door verscheiden scheikundigen in den lateren tijd is voorgesteld, bestaan er toch zeer vele hoogere verbindingen, die zich van de gewone atomistische te zeer onderscheiden om zich daaronder te laten rangschikken. Hoe nu zijn deze geconstitueerd? Het is duidelijk dat de oorzaak der aaneenvoeging van moleculen tot zulke hoogere groepen gelegen moet zijn, óf in het arbeidsvermogen van een of meer der elementair atomen in de eene molecule ten opzichte van een of meer atomen in de andere, óf in het arbeidsvermogen van de

eene molecule (als één geheel beschouwd) tot een of meer evenzoo als één geheel aangenomen moleculen. In het eene geval zoowel als in het andere is het te veronderstellen dat die residuele verbindingswaarde der moleculen niet in dezelfde eenheid kan worden uitgedrukt als die der atoomverbindingen en dat men hier met moleculvalenties te doen heeft, die in eene bepaalde, doch nog geheel onbekende verhouding tot de atoomvalenties staan. Welke der beide moleculaire bindingswijzen de ware is, schijnt mij voor het oogenblik voor geene beslissing vatbaar. Wij zijn ten aanzien dezer stoffen ongeveer op hetzelfde standpunt, waarop de dualistische formulen van BERZELIUS ten aanzien der atomistische verbindingen stonden; dat is wij weten nog niet aan te geven wat den band tusschen de moleculen uitmaakt. Schrijven wij het kaliumplatinachloride als $2\,KCl, PtCl_4$, dan duidt deze formule evenmin de aaneenvoeging aan als de dualistische formule K_2O, SO_3 aangaf hoe de beide bestanddeelen K_2O en SO_3 tot één geheel verbonden waren.

INHOUD

VAN

DEEL VII. — STUK 3.

---

bladz.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER - KRÖBER - BAKELS.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER - KRÖBER - BAKELS.